

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



**DETERMINACIÓN DE INCERTIDUMBRE EN MEDICIONES
DE ENSAYOS DE FATIGA FLEXIÓN ROTATIVA**

PRESENTADO POR:

RAFAEL ALEXANDER CERNA DÍAZ

PARA OPTAR AL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO

CIUDAD UNIVERSITARIA, MAYO DE 2016

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

RECTOR INTERINO :

LIC. JOSÉ LUIS ARGUETA ANTILLÓN

SECRETARIA GENERAL :

DRA. ANA LETICIA ZA VALETA DE AMAYA

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

DECANO :

ING. FRANCISCO ANTONIO ALARCÓN SANDOVAL

SECRETARIO :

ING. JULIO ALBERTO PORTILLO

ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

DIRECTOR :

ING. RIGOBERTO VELÁSQUEZ PAZ

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

Trabajo de Graduación previo a la opción al Grado de:

INGENIERO MECÁNICO

Título :

**DETERMINACIÓN DE INCERTIDUMBRE EN MEDICIONES
DE ENSAYOS DE FATIGA FLEXIÓN ROTATIVA**

Presentado por :

RAFAEL ALEXANDER CERNA DÍAZ

Trabajo de Graduación Aprobado por :

Docente Asesor :

Dr. Y M.Sc. JONATHAN ANTONIO BERRÍOS ORTIZ

San Salvador, mayo de 2016

Trabajo de Graduación Aprobado por:

Docente Asesor :

Dr. Y M.Sc. JONATHAN ANTONIO BERRÍOS ORTIZ

DEDICATORIA

El presente trabajo de graduación es dedicado especialmente a mi madre María Victoria Díaz Ramírez, por ser el modelo de una persona recta y perseverante en mi vida, por alentarme y procurarme todo lo necesario para lograr mis sueños y aspiraciones académicas, por los muchos sacrificios realizados por ella con el sueño de poderme ver culminar mis estudios universitarios.

A mi tía María Enrique Díaz de González, por la preocupación, ayuda y apoyo que me ha dado a lo largo de mi carrera universitaria con el objetivo de convertirme en un profesional integral en la vida.

A Jakj Robinson González Osorio, por ser un apoyo fundamental para la culminación de mis estudios, por creer en mi capacidad y apoyarme a explotar todo mi potencial para lograr mis sueños.

AGRADECIMIENTOS

A Dios todopoderoso, por darme la vida y la oportunidad de culminar mis estudios universitarios, por guiarme y protegerme en todo momento y por todas las bendiciones que constantemente extiende hacia mi persona y mi familia. A mi familia por apoyarme económicamente en el transcurso de mis estudios, hasta el día de hoy, a mis tíos José Gonzalo Ramírez Díaz, María Enrique Díaz de González y María Lila Díaz de Salgado por apoyarme en el transcurso de mi carrera universitaria, sin cuyo esfuerzo no hubiera sido posible la culminación de mis metas académicas, al Dr. y M.Sc Jonathan Berríos Ortiz por asesorar el trabajo de graduación, por su apoyo y confianza, y por último pero no menos importante a todas las personas que directamente o indirectamente ayudaron en el desarrollo de este trabajo de graduación.

DETERMINACIÓN DE INCERTIDUMBRE EN ENSAYOS DE FATIGA FLEXIÓN ROTATIVA

Estudiante: Br. Rafael Alexander Cerna Díaz*

Docente Asesor: Dr. y M.Sc. Jonathan Antonio Berríos Ortiz**

Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería y Arquitectura

Universidad de El Salvador

*E-mail: rafa031@gmail.com

**E-mail: jaberriosortiz@gmail.com

RESUMEN

Utilizando la Guía para la Estimación de la incertidumbre, se desarrolló una metodología para la estimación de la incertidumbre en mediciones de ensayos de fatiga por flexión rotativa, se determinó que los mensurandos de dicho ensayo son dos, el esfuerzo a la fatiga (S) y el número de ciclos (N). Se realizó la estimación de la incertidumbre utilizando la metodología desarrollada y una serie de ensayos de fatiga para un acero AISI 1020, se evidenció que las fuentes de incertidumbre más relevantes del ensayo son la resolución de la escala del dinamómetro con el que se mide la fuerza aplicada y la incertidumbre generada por la poca información obtenida sobre la condición de los instrumentos de medición empleados en el ensayo y la gran dispersión de los valores obtenidos en cada uno de los ensayos para la lectura del número de ciclos.

ÍNDICE

	Pág.
INTRODUCCIÓN.....	1
1. MARCO TEÓRICO.....	4
1.1. Conceptos fundamentales de metrología.....	4
1.1.1. Instrumentos de medición.....	7
1.1.2. Material de referencia.....	8
1.1.3. Selección del material de referencia.....	10
1.2. Definición de incertidumbre.....	11
1.2.1. Fuentes de incertidumbre.....	12
1.2.2. Componentes de incertidumbre.....	13
1.2.3. Error e incertidumbre.....	14
1.2.4. Errores de medición.....	16
1.3. Proceso de estimación de la incertidumbre estándar.....	20
1.3.1. Especificación del mensurando	21
1.3.2. Identificación de las fuentes de incertidumbre y análisis.....	24
1.3.3. Evaluación de la incertidumbre estándar.....	26
1.3.4. Método de evaluación tipo a de la incertidumbre estándar.....	27
1.3.5. Método de evaluación tipo b de la incertidumbre estándar.....	30
1.3.6. Utilización de la información disponible sobre el instrumento de medición.....	31
1.3.7. Incertidumbre combinada	33
1.4. Incertidumbre expandida.....	37
1.5. Informe de resultados.....	39
1.5.1. Informe de la incertidumbre expandida.....	40
1.6. Ensayo de fatiga por flexión rotativa.....	41
1.6.1. Esfuerzo cíclico.....	44
1.6.2. Esfuerzo sobre la superficie de la probeta.....	45
1.6.3. Relación de fatiga.....	46
1.6.4. Curvas de Wöhler.....	47
2. PROPUESTA DEL MÉTODO DE CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE PARA LA MÁQUINA DE FATIGA POR FLEXIÓN ROTATIVA.....	49
2.1. Mensurando.....	50
2.2. Modelos matemáticos y magnitudes de entrada.....	50
2.3. Fuentes de incertidumbre del ensayo de desgaste flexión rotativa.....	52
2.3.1. Procedimientos estadísticos útiles.....	54
2.3.2. Funciones de distribución.....	63

	Pág.
2.3.3. Identificación de las fuentes de incertidumbre para el ensayo de fatiga por flexión rotativa.....	67
2.4. Cuantificación de las variables e incertidumbres.....	67
2.4.1 Fuentes de incertidumbre por magnitud de entrada para el mensurando del esfuerzo a la fatiga.....	69
2.4.2. Fuentes de incertidumbre por magnitud de entrada para el mensurando del número de ciclos hasta la ruptura.....	71
2.5. Coeficientes de sensibilidad por magnitud de entrada.....	73
2.5.1. Determinación de los coeficientes de sensibilidad para el mensurando del esfuerzo a fatiga.....	74
2.5.2. Determinación de los coeficientes de sensibilidad para el mensurando del número de ciclos.....	75
2.6. Cálculo de la incertidumbre estándar combinada.....	76
2.6.1. Cálculo de incertidumbre estándar combinada para el mensurando del esfuerzo a la fatiga.....	77
2.6.2 Cálculo de incertidumbre estándar combinada para el mensurando del número de ciclos.....	78
2.7. Número de grados de libertad.....	78
2.8.1. Número efectivo de grados de libertad ν_{ef}	80
2.8. Criterios de conformidad.....	85
2.9. Cálculo de la incertidumbre expandida para el ensayo de fatiga por flexión rotativa.....	87
3. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	91
3.1. Determinación del error de los instrumentos de medición.....	91
3.1.1. Error máximo del calibrador electrónico.....	91
3.1.2. Error máximo del dinamómetro.....	92
3.1.3. Error máximo del contador digital.....	92
3.2. Factores de corrección.....	93
3.3. Estimación de la incertidumbre de la medida para el ensayo de fatiga por flexión rotativa.....	94
3.3.1. Estimación de la incertidumbre del mensurando s para las probetas ensayadas a un esfuerzo de 250 n/mm^2	95
3.3.2. Estimación de la incertidumbre del mensurando s para las probetas ensayadas a un esfuerzo de 300 n/mm^2	97
3.3.3. Estimación de la incertidumbre del mensurando s para las probetas ensayadas a un esfuerzo de 350 n/mm^2	100
3.3.4. Estimación de la incertidumbre del mensurando s para las probetas ensayadas a un esfuerzo de 400 n/mm^2	102
3.4. Estimación de la incertidumbre para el mensurando n número de ciclos hasta la ruptura.....	105

	Pág.
3.4.1. Estimación de la incertidumbre para el mensurando n para las probetas ensayadas a un esfuerzo de 250 n/mm ²	106
3.4.2. Estimación de la incertidumbre para el mensurando n para las probetas ensayadas a un esfuerzo de 300 n/mm ²	110
3.4.3. Estimación de la incertidumbre para el mensurando n para las probetas ensayadas a un esfuerzo de 350 n/mm ²	113
3.4.4. Estimación de la incertidumbre para el mensurando n para las probetas ensayadas a un esfuerzo de 400 n/mm ²	116
3.5. Análisis de resultados de la estimación de incertidumbre medida para los ensayos de fatiga por flexión rotativa.....	119
3.6. Guía de laboratorio para la estimación de la incertidumbre de la medida....	122
CONCLUSIONES.....	123
RECOMENDACIONES.....	124
REFERENCIAS.....	125
ANEXOS.....	126
Anexo A: Guía de laboratorio de Fundamentos de la estimación de la incertidumbre de medición.....	126

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1.1. Análisis de la incertidumbre estándar de la medición.....	36
Tabla 2.1. Identificación de las fuentes de incertidumbre para el mensurando del esfuerzo a la fatiga.....	68
Tabla 2.2. Resumen de ecuaciones para la obtención de las incertidumbres estándar para las magnitudes de entrada del mensurando del esfuerzo a la fatiga.....	71
Tabla 2.3. Resumen de ecuaciones para la obtención de las incertidumbres estándar para las magnitudes de entrada del mensurando número de ciclos.....	73
Tabla 2.4. Valores de t para el 95% de confianza.....	80
Tabla 2.5. Factores de cobertura k_p ($p=95.45\%$).....	81
Tabla 2.6. Criterio de conformidad para los casos posibles del resultado de la medición.....	86
Tabla 3.1. Datos obtenidos en ensayos de fatiga por flexión rotativa en un acero AISI 1020.....	94
Tabla 3.2. Cálculo de las magnitudes de entrada de los valores promedio para los datos obtenidos de los ensayos de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm ²	95
Tabla 3.3. Estimación de la incertidumbre por magnitud de entrada de las fuentes de entrada para los ensayos de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm ²	96
Tabla 3.4. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad por magnitud de entrada para los ensayos de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm ²	96
Tabla 3.5. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm ²	97
Tabla 3.6. Cálculo de valores promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300N/mm ²	98

	Pág.
Tabla 3.7. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm ²	98
Tabla 3.8. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm ²	99
Tabla 3.9. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm ²	100
Tabla 3.10. Cálculo de valores promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm ²	101
Tabla 3.11. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm ²	101
Tabla 3.12. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm ²	101
Tabla 3.13. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm ²	102
Tabla 3.14. Cálculo de valores promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm ²	103
Tabla 3.15. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm ²	103
Tabla 3.16. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm ²	104
Tabla 3.17. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm ²	104

Tabla 3.18. Cálculo del valor promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm ² para el número de ciclos.....	106
Tabla 3.19. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	107
Tabla 3.20. Coeficientes de sensibilidad para un ensayo de fatiga por flexión rotativa, para la estimación de la incertidumbre del mensurando número de ciclos.....	107
Tabla 3.21 Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	108
Tabla 3.22. Cálculo de la incertidumbre expandida y corroboración del factor de cobertura para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	109
Tabla 3.23. Cálculo del valor promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm ² para el número de ciclos.....	110
Tabla 3.24. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	110
Tabla 3.25. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	111
Tabla 3.26. Cálculo de la incertidumbre expandida y corroboración del factor de cobertura para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	112
Tabla 3.27. Cálculo del valor promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm ² para el número de ciclos.....	113

Tabla 3.28. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	113
Tabla 3.29. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	114
Tabla 3.30. Cálculo de la incertidumbre expandida y corroboración del factor de cobertura para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	115
Tabla 3.31. Cálculo del valor promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm ² para el número de ciclos.....	116
Tabla 3.32. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	116
Tabla 3.33. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	117
Tabla 3.34. Cálculo de la incertidumbre expandida y corroboración del factor de cobertura para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm ² para el mensurando número de ciclos.....	118
Tabla 3.35. Incertidumbres relativas estimadas para los ensayos de fatiga por flexión rotativa, mensurando número de ciclos.....	119
Tabla A.1. Mensurando del esfuerzo a la fatiga.....	129
Tabla A.2. Mensurando del número de ciclos.....	129
Tabla A.3. Coeficientes de sensibilidad para el mensurando del esfuerzo.....	134

	Pág.
Tabla A.4. Coeficientes de sensibilidad para el mensurando del número de ciclos.....	134
Tabla A.5. Estimar incertidumbres para las fuentes de entrada del mensurando esfuerzo a la fatiga.....	135
Tabla A.6. Estimar incertidumbres para las fuentes de entrada del mensurando número de ciclos.....	136
Tabla A.7. Aporte de incertidumbre de cada magnitud de entrada (S).....	137
Tabla A.8. Aporte de incertidumbre de cada magnitud de entrada (N).....	137
Tabla A.9. Incertidumbre combinada esfuerzo a la fatiga.....	138
Tabla A.10 Incertidumbre combinada número de ciclos.....	138

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Fig. 1.1. Diagrama del proceso de estimación de la incertidumbre.....	21
Fig. 1.2. Incertidumbre estándar e incertidumbre combinada.....	36
Fig. 1.3. Máquina de laboratorio para hacer ensayos de fatiga por flexión rotativa.....	42
Fig. 1.4. Gráfica S-N para dos metales.....	43
Fig. 1.5. Esquema del momento M_b en la probeta.....	45
Fig. 1.6. Curva de Wöhler para dos metales diferentes.....	48
Fig. 2.1. Secuencia metodológica para el cálculo de la incertidumbre.....	49
Fig. 2.2. El valor del área bajo la curva es igual a 1 cuando se calcula en el intervalo de x para el cual se define $f(x)$	56
Fig. 2.3. Representación de la esperanza matemática en la función densidad de probabilidad.....	57
Fig. 2.4. Representación gráfica del error sistemático de la medición.....	58
Fig. 2.5. Comparación de distintas variables aleatorias con igual esperanza matemática pero diferente dispersión de sus valores.....	59
Fig. 2.6. Distribución normal.....	64
Fig. 2.7. Distribución rectangular.....	65
Fig. 2.8. Distribución triangular.....	66
Fig. 2.9. Distribución de probabilidad trapezoidal simétrica unificada con el valor $\beta=0.33$ del parámetro de borde.....	85
Fig. 2.10. Resultado de la medición, incertidumbre y límites de conformidad.....	86
Fig. 3.1. Ficha técnica del calibrador electrónico Mitutoyo para la serie 500 Digimatic Absolute.....	92
Fig. 3.2. Gráfico del aporte a la incertidumbre de cada magnitud de entrada al mensurando número de ciclos.....	120
Fig. 3.3. Gráfico del aporte a la incertidumbre de cada magnitud de entrada, al mensurando esfuerzo a la fatiga (S).....	121

	Pág.
Fig.3.4. Gráfico del aporte a la incertidumbre de cada magnitud de entrada de la fuerza, de cada fuente de incertidumbre.....	122
Fig. A.1. Distribución normal.....	131
Fig. A.2. Distribución rectangular.....	132

SÍMBOLOS Y SIGLAS

c:	Distancia al eje neutro
C:	Corrección de la lectura del indicador por su calibración
C_{d0} :	Corrección por la lectura del calibrador digital para la medición del diámetro inicial
C_e :	Corrección de la lectura por el esfuerzo de fatiga
C_f :	Corrección por esfuerzo
C_i :	Coefficiente de sensibilidad
d_0 :	Diámetro inicial
$E(x)$:	Esperanza matemática o valor esperado
EMP:	Error máximo permisible
GUM:	Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement
I:	Momento polar de inercia
k:	Factor de cobertura para incrementar la confiabilidad de la incertidumbre combinada
L:	Longitud del brazo para el momento flector
L_{ec} :	Lectura del indicador digital del contador de ciclos
MR:	Materiales de referencia
MRC:	Materiales de referencia certificados
N:	Número de ciclos de trabajo por ensayo
Q:	Valor del mensurando
q:	Dispersión de los resultados de la medición
r:	Coefficiente de correlación
$s(x)$:	Desviación estándar experimental
S:	Esfuerzo a la fatiga
S_p :	Desviación estándar
$t_p(V_{ef})$:	Factor derivado de la distribución t de Student
$u(x_i)$:	Incertidumbre estándar para la variable de entrada x_i
U(y):	Incertidumbre expandida
$U_A(x_i)$:	Incertidumbre estándar tipo A de la variable de entrada

$U_B(x_i)$:	Incertidumbre estándar tipo B de la variable de entrada
$U_c(y)$:	Incertidumbre estándar combinada
$v(x)$:	Varianza
X :	Variable aleatoria
x :	Valor de la variable aleatoria
x_i, x_j :	Variables independientes
Y :	Mensurando
\bar{x} :	Media aritmética
ε_a :	Error aleatorio de una observación
Θ :	Error sistemático de la medición
v :	Grados de libertad
v_{ef} :	Grados de libertad efectivos
$\sigma(x)$:	Desviación estándar
$\sigma(x_i, x_j)$:	Covarianza

INTRODUCCIÓN

En la descripción física cuantitativa de la naturaleza; la medición juega un papel importante. La medición es el proceso mediante el cual se cuantifica el mundo exterior. Teniendo un conocimiento adecuado de la naturaleza del proceso de medición, se está en posibilidades de alcanzar un nivel satisfactorio de competencia para decidir, a través de la experimentación, la validez de una ley científica.

No obstante, por mucho que se realicen los esfuerzos necesarios para realizar una medición cuidadosa, la medida no puede aceptarse como una verdad absoluta, sino como una información que contiene cierto grado de error.

Por lo que es importante que el resultado de toda medición o ensayo se acompañe por un parámetro que caracterice la dispersión de los valores que pueden atribuirse al mensurando, dicho parámetro se denomina incertidumbre de la medición y permite comparar de manera realista los resultados obtenidos con los valores de referencia obtenidos por otras personas.

El concepto de incertidumbre como atributo cuantificable es relativamente nuevo en la historia de la medición, a pesar de que conceptos como error y análisis de errores han formado parte desde hace mucho tiempo de la práctica de la ciencia de la medida o metrología. Actualmente, está ampliamente reconocido que aun cuando se hayan considerado todas las componentes conocidas o sospechadas del error, y se hayan aplicado las correcciones oportunas, aún existe una incertidumbre asociada a la corrección del resultado final; esto es, una duda acerca de la bondad con que el resultado final representa al valor de la magnitud medida.

En 1977 el Consejo Internacional de Pesas y Medidas (CIPM por sus siglas en francés Comité International des Poids et Mesures) reconociendo la falta de consenso internacional sobre la forma de expresar la incertidumbre de las mediciones, solicitó a la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (BIPM del francés Bureau International des Poids et Mesures) que abordara el problema.

La BIPM preparó un cuestionario detallado, considerando todos los problemas, y lo difundió entre 32 laboratorios franceses de metrología interesados en el tema. A principios de 1979, se recibieron las respuestas de 21 laboratorios. Casi todos eran partidarios de contar con un procedimiento aceptado internacionalmente para expresar la incertidumbre de medida y para combinar las componentes individuales de la incertidumbre en una única incertidumbre global. Sin embargo, no se alcanzó un consenso claro sobre el método que debía ser utilizado. Entonces la BIPM convocó a una reunión, con el propósito de llegar a un procedimiento uniforme y aceptado generalmente para la especificación de la incertidumbre; para la cual, asistieron expertos de 11 laboratorios nacionales de metrología. Este grupo de trabajo sobre la expresión de incertidumbre preparó la recomendación INC-1 (1980), Expresión de las Incertidumbres Experimentales. El CIPM aprobó la citada recomendación del grupo de trabajo en 1981 y la refrendó en 1986.

La tarea de desarrollar una guía detallada basada en la recomendación del grupo de trabajo fue encomendada por el CIPM a la Organización Internacional de Normalización o ISO (del griego “isos”, que significa “igual”), puesto que la ISO podía reflejar mucho mejor las necesidades procedentes de los amplios intereses de la industria y del comercio.

La responsabilidad fue asignada al Grupo Asesor Técnico en Metrología (TAG 4), dado que una de sus tareas es coordinar el desarrollo de las guías sobre temas relacionados con la medida; a este equipo le fue asignado el cometido de desarrollar una guía, basada en la recomendación del Grupo de Trabajo del BIPM sobre la expresión de las incertidumbres, que proporcionara reglas para la expresión de la incertidumbre de medida, útiles en normalización, calibración, acreditación de laboratorios y servicios de metrología.

El objetivo de dicha guía es dar información completa de cómo obtener la expresión de la incertidumbre y proporcionar una base para la comparación internacional de los resultados de las mediciones.

La importancia de la incertidumbre de medida en esta era de globalización del mercado, es imprescindible ya que el método de evaluación y expresión de

la incertidumbre tiene que realizarse uniformemente en todo el mundo, de manera que puedan ser comparada fácilmente.

La incertidumbre de la medición es una forma de expresar el hecho de que, para un mensurando y su resultado de medición dados, no hay un solo valor, sino un número infinito de valores dispersos alrededor del resultado, que son consistentes con todas las observaciones, datos y conocimientos que se tengan del mundo físico, y que con distintos grados de credibilidad pueden ser atribuidos al mensurando.

La incertidumbre está presente en todos los aspectos de la metrología, por ejemplo, al medir la temperatura con un termómetro, al medir longitud con una regla, o al pesar una carga en una balanza, esto debido a las circunstancias o condiciones que rodean el proceso de medición. Así, también, uno de los componentes de la incertidumbre viene dado por la graduación o resolución del instrumento, también influye la exactitud de los sensores, el uso correcto del aparato en condiciones favorables, entre otros.

Pretender estudiar el proceso de medición de manera exacta y completa está usualmente fuera de las actividades rutinarias del metrólogo, más aún, es el propósito de la investigación científica, cuya solución pocas veces se vislumbra. Por lo tanto, es necesaria la simplificación del fenómeno o de la situación real conservando las características más relevantes para el propósito pretendido, mediante la construcción de un modelo para la medición.

El resultado de una medición incluye la mejor estimación del valor del mensurando y una estimación de la incertidumbre sobre ese valor. La incertidumbre se compone de contribuciones de diversas fuentes, algunas contribuciones son inevitables por la definición del propio mensurando, mientras otras pueden depender del principio de medición, del método y del procedimiento seleccionados para la medición.

1. MARCO TEÓRICO

El resultado de una medición no está completo si no se posee una declaración de la incertidumbre de la medición con un nivel de confianza determinado. De ningún modo, la incertidumbre de la medición es un término equivalente al error de la medición o a la precisión de la misma bajo condiciones de repetibilidad o reproducibilidad.

La incertidumbre de la medición calificada en ocasiones como un gran problema, verdaderamente no lo es, y no existe situación real alguna donde lo sea, simplemente que su cálculo juzga por sí mismo cuánto se conoce de los procesos de medición en los que se desempeña un profesional cada día, el nivel de la gestión de la calidad de los mismos, y por consiguiente salen a relucir las virtudes y los defectos de los sistemas de aseguramiento metrológico que soportan todas las mediciones que se realizan. El análisis se puede dirigir con el fin de evaluar la calidad de las mediciones desde los niveles más bajos hasta los niveles más altos de exactitud en las cadenas de trazabilidad que se tienen establecidas.

1.1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE METROLOGÍA

Antes de comenzar el cálculo de la incertidumbre de una medición, como puede ser el caso en los ensayos de fatiga por flexión rotativa, es necesario dominar la metodología de cálculo, y para lograr este objetivo es de fundamental importancia conocer algunos conceptos fundamentales de metrología [1].

El objetivo de una medición es determinar el valor de la magnitud específica a medir, denominada mensurando. Durante la realización de una medición intervienen una serie de factores que determinan su resultado, como son [1]:

- ✓ El objeto de medición,
- ✓ El procedimiento de medición,

- ✓ Los instrumentos de medición,
- ✓ El observador, y
- ✓ El método de cálculo.

Además, del propio mensurando, el resultado de la medición está afectado por las denominadas magnitudes de influencia. En un sentido amplio, se considera que las magnitudes de influencia incluyen, no sólo las que se refieren a las condiciones ambientales, como son la temperatura, la presión barométrica y la humedad, sino también en fenómenos tales como las fluctuaciones breves de los instrumentos de medición, valores asociados con patrones de medición y datos de referencia de los cuales puede depender el resultado de medición [1].

Una medición comienza con una especificación apropiada del mensurando, del método de medición y de los procedimientos de medición [1].

El método de medición es la secuencia lógica de procedimientos generalmente descritos, utilizados en la ejecución de las mediciones de acuerdo con un principio de medición determinado [2]. Entre estos se pueden mencionar: el método de sustitución, el método diferencial, el método de cero, entre otros.

El procedimiento de medición es el conjunto de operaciones, descritas de forma específica, utilizadas en la ejecución de mediciones particulares, de acuerdo a un método de medición determinado. El procedimiento de medición se registra en un documento y contiene un nivel suficiente de detalle, que le permite a un operador realizar la medición sin información adicional [2].

El principio de medición es el fundamento científico del método de medición. Cuando se hace referencia a repetir una medición bajo las mismas condiciones (condiciones de repetibilidad), esto significa que ninguno de los factores que intervienen en la medición cambia, es decir [1]:

- ✓ El mismo mensurando;
- ✓ El mismo observador;
- ✓ El mismo instrumento de medición, utilizado bajo las mismas condiciones;
- ✓ El mismo lugar; y
- ✓ La repetición de la medición en un corto intervalo de tiempo.

La repetibilidad de los resultados de las mediciones caracteriza el acuerdo más cercano entre los resultados de mediciones sucesivas del mismo mensurando llevadas a cabo bajo condiciones de repetibilidad [1].

La repetibilidad puede ser expresada cuantitativamente en términos de las características de dispersión de los resultados. Cuando las mediciones se repiten bajo distintas condiciones, se habla entonces de su reproducibilidad. Entre las distintas condiciones de medición se pueden incluir [1]:

- ✓ El principio de medición o el método de medición,
- ✓ El observador,
- ✓ El instrumento de medición,
- ✓ El patrón de referencia,
- ✓ La ubicación,
- ✓ Las condiciones de uso, y
- ✓ El tiempo.

La reproducibilidad de las mediciones caracteriza el acuerdo más cercano entre los resultados de mediciones del mismo mensurando llevadas a cabo bajo condiciones de reproducibilidad. Así, para que una expresión de reproducibilidad sea válida es necesario que se especifiquen las condiciones que varían [1].

La reproducibilidad puede ser expresada cuantitativamente en términos de las características de dispersión de los resultados. En este sentido para caracterizar cualitativamente la calidad de una medición se utiliza el término exactitud. La exactitud de la medición es la cualidad que refleja el grado de concordancia entre el resultado de la medición y el valor verdadero del mensurando. No es adecuado utilizar el término precisión en lugar de exactitud [1].

La precisión caracteriza el grado de concordancia entre resultados de ensayos independientes, obtenidos bajo condiciones estipuladas [1].

El término precisión está relacionado con la repetibilidad y la reproducibilidad. Las medidas de precisión son estimadas bajo condiciones de repetibilidad y reproducibilidad, aunque frecuentemente, la precisión es tomada como una simple medida de repetibilidad [1].

1.1.1. INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Se denomina instrumento o aparato de medida a todo dispositivo destinado a realizar una medición, sólo o con dispositivos suplementarios. Independiente de sus diseños, principios de funcionamiento y magnitudes que miden, a los instrumentos de medición les son comunes una serie de características metrológicas, entre las que se encuentran [1]:

- ✓ Rango de indicación: Es el conjunto de valores limitados por las indicaciones extremas del instrumento de medición. El rango normalmente se expresa en términos de sus límites inferior y superior [2].
- ✓ Valor nominal: Es el valor redondeado o aproximado de una característica de un instrumento de medición que sirve de guía para su utilización. En el caso de las medidas materializadas este valor caracteriza la magnitud por ella reproducida [2].
- ✓ Intervalo de medición: Es el módulo de la diferencia entre los dos límites de un rango nominal [2].
- ✓ Valor de división: Es la diferencia entre los valores correspondientes a dos marcas sucesivas de la escala [2].
- ✓ Resolución (de un dispositivo indicador): Es la menor diferencia entre indicaciones de un dispositivo indicador que puede ser distinguida significativamente. Para un instrumento de indicación digital, es el cambio de la indicación cuando el dígito menos significativo cambia en un paso (se incrementa o decrementa) [2].
- ✓ Condiciones nominales de funcionamiento: Son condiciones de utilización para las cuales se proyecta que las características metrológicas especificadas de un instrumento de medición estén comprendidas entre límites dados. Las condiciones nominales de funcionamiento especifican generalmente el rango o valores nominales de la magnitud a medir y de las magnitudes influyentes [2].

- ✓ Condiciones límites: Son condiciones extremas que puede soportar un instrumento de medición sin dañar y sin degradar sus características metrológicas especificadas, cuando se utiliza posteriormente bajo condiciones nominales de funcionamiento. Las condiciones límites pueden comprender valores límites para el mensurando y para las magnitudes influyentes y las mismas pueden corresponder al almacenamiento, transportación y operación [2].
- ✓ Estabilidad: Es la capacidad de un instrumento de medición para mantener constante en el tiempo sus características metrológicas [2].
- ✓ Transparencia: Aptitud de un instrumento de medición de no modificar la magnitud a medir [2].
- ✓ Error máximo permisible de un instrumento de medición: Es el valor extremo del error permisible por especificaciones, regulaciones, para un instrumento de medición dado [2].
- ✓ Exactitud de un instrumento de medición: Es la aptitud de un instrumento de medición para dar respuestas cercanas al valor verdadero del mensurando. La exactitud del instrumento de medición es un concepto cualitativo que refleja la cercanía a cero de sus errores [2].

1.1.2. MATERIAL DE REFERENCIA

Los materiales de referencia (MR) y los materiales de referencia certificados (MRC) hacen posible la transferencia de los valores de las magnitudes asignadas o medidas (física, química, biológica o tecnológica), entre un lugar y otro. Ellos son ampliamente utilizados para la calibración de los instrumentos de medición, para la evaluación o verificación de los métodos de ensayo o análisis, para el aseguramiento de la calidad de las mediciones y en caso de ciertos MR biológicos o tecnológicos facilitan que las propiedades sean expresadas convenientemente en unidades arbitrarias. Todas las clases de MR y MRC juegan un papel importante y creciente en las actividades de la

normalización nacional e internacional, en los ensayos de aptitud y en la acreditación de laboratorios [1].

Un material de referencia es un material o sustancia, en el cual, uno o más valores de sus propiedades son suficientemente homogéneos y bien establecidos para ser utilizados en la calibración de un aparato, la evaluación de un método de medición, o para asignar un valor a un material [1].

Un MRC es un material de referencia acompañado de un certificado, en el cual uno o más valores de sus propiedades están certificados por un procedimiento que establece la trazabilidad para una relación exacta de la o las unidades en la que están expresados los valores de la propiedad y para los cuales cada valor certificado está acompañado por una incertidumbre para un nivel de confianza establecido [1].

Las propiedades certificadas de los materiales de referencia están, en ocasiones convenientemente y confiablemente realizadas cuando el material está incorporado a un dispositivo especialmente fabricado; por ejemplo: una sustancia de punto triple conocido dentro de una celda de punto triple, un vidrio de densidad óptica conocida dentro de un filtro de transmisión, esferas de partículas de tamaños uniformes montadas sobre un porta objeto de microscopio. Así, tales dispositivos pueden también ser considerados como MRC [1].

El usuario de un MRC debe familiarizarse con toda la información pertinente al uso del MRC, como especifica el productor. El MRC debe cumplir ciertos factores, como son [1]:

- ✓ El período de validez del MRC,
- ✓ Las condiciones prescritas para el almacenamiento del MRC,
- ✓ Las instrucciones para el uso del MRC, y
- ✓ Las especificaciones para la validez de las propiedades certificadas del MRC.

Un MRC no se debe usar para otro propósito diferente de aquel para el cual fue concebido. A pesar de esto, de tiempo en tiempo, cuando un usuario debe recurrir a la aplicación de un MRC de una manera incorrecta debido a la no disponibilidad de un MRC adecuado, debe estar completamente consciente de

los peligros potenciales latentes y luego evaluar los resultados de sus mediciones, según el caso [1].

1.1.3. SELECCIÓN DEL MATERIAL DE REFERENCIA

El usuario del MRC debe decidir cuales propiedades del MRC son pertinentes para su proceso de medición, teniendo en consideración lo especificado en el certificado sobre las intenciones de uso y las instrucciones para el correcto uso del MRC. Las propiedades a tener en consideración son las siguientes [1]:

- ✓ Nivel. El MRC debe tener propiedades del nivel correspondiente al nivel en el cual se va a usar en el proceso de medición; por ejemplo: la concentración.
- ✓ Matriz. El MRC debe tener una matriz, lo más cercana posible a la matriz del material que va a ser objeto del proceso de medición; por ejemplo: carbono en acero de baja aleación, carbono en acero inoxidable. En cuanto a la similitud de la matriz, el laboratorio debe de considerar el hecho de que ni es económicamente ni técnicamente posible, en todos los casos, obtener una coordinación perfecta entre los MRC y las muestras. Así, la similitud razonable será estimada aceptable. Si o no, el procedimiento analítico completo tiene que ser reconsiderado.
- ✓ Forma. El MRC puede ser sólido, líquido o gas. Puede ser una pieza de ensayo, un artículo manufacturado o un polvo. Además, puede necesitar preparación.
- ✓ Cantidad. La cantidad del MRC debe ser suficiente para todo el programa experimental, incluyendo alguna reserva si se considera necesario. Además, se debe evitar tener que obtener posteriormente un MRC adicional.
- ✓ Estabilidad. Siempre que sea posible, el MRC debe tener propiedades estables durante el experimento. En este sentido, existen tres casos:
 - ❖ Las propiedades son estables y no es necesario tomar precauciones.

- ❖ Cuando el valor certificado pueda ser influenciado por las condiciones de almacenamiento, el recipiente se debe almacenar, tanto antes como después de ser abierto, en la forma descrita en el certificado.
- ❖ Conjuntamente con el MRC se suministra un certificado que define las propiedades (las cuales varían en una proporción conocida) en períodos específicos.
- ✓ Incertidumbre permisible del valor certificado. La incertidumbre del valor certificado debe ser compatible con los requisitos para el uso del material de referencia.

1.2. DEFINICIÓN DE INCERTIDUMBRE

La incertidumbre de la medición es una forma de expresar el hecho de que, para un mensurando y su resultado de medición dados, no existe un solo valor, sino un número infinito de valores dispersos alrededor del resultado, que son consistentes con todas las observaciones, datos y conocimientos que se tenga del mundo físico, y que con distintos grados de credibilidad pueden ser atribuidos al mensurando [1].

La incertidumbre de la medición es el parámetro, asociado con el resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que pudieran ser razonablemente atribuidos al mensurando [2].

La definición de incertidumbre dada anteriormente se enfoca en el rango de valores que el observador cree que podría ser razonablemente atribuido al mensurando [2].

En general, el uso de la palabra incertidumbre se relaciona con el concepto de duda. La palabra incertidumbre sin adjetivos se refiere a un parámetro asociado con la definición anterior o al conocimiento limitado acerca de un valor particular. La incertidumbre de la medición no implica duda acerca de la validez de un mensurando; por el contrario, el conocimiento de la incertidumbre implica el incremento de la confianza en la validez del resultado de una medición [1].

1.2.1. FUENTES DE INCERTIDUMBRE

En la práctica la incertidumbre del resultado puede originarse de muchas fuentes posibles, entre ellas se pueden mencionar [3]:

- a) Definición incompleta del mensurando;
- b) Realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c) Muestreo;
- d) Conocimiento inadecuado de los efectos de las condiciones ambientales sobre las mediciones, o mediciones imperfectas de dichas condiciones ambientales;
- e) Errores de apreciación del operador en la lectura de instrumentos analógicos;
- f) Resolución finita del instrumento o umbral de discriminación finito;
- g) Valores inexactos de constantes y otros parámetros obtenidos de fuentes externas y utilizados en los algoritmos de reducción de datos;
- h) Aproximaciones y suposiciones incorporadas en los métodos y procedimientos de medición; y
- i) Variaciones en observaciones repetidas del mensurando bajo condiciones aparentemente iguales.

Las fuentes analizadas no son necesariamente independientes. El resultado de una medición está completo únicamente cuando está acompañado por una declaración cuantitativa de la incertidumbre, que expresa la calidad del mismo y permite valorar la confiabilidad en este resultado [3].

1.2.2. COMPONENTES DE INCERTIDUMBRE

En la estimación de toda la incertidumbre puede ser necesario tomar cada fuente de incertidumbre y tratarla separadamente para obtener la contribución de

cada fuente. Así, cada una de las contribuciones separadas de la incertidumbre, son referidas como una componente de incertidumbre. En este sentido, cuando se expresan como una desviación estándar, una componente de incertidumbre se conoce como una incertidumbre estándar. Si existe correlación entre cualquiera de las componentes entonces ésta tiene que ser tomada en consideración determinándose la covarianza. Sin embargo, es posible, frecuentemente, evaluar el efecto combinado de varias componentes, lo cual puede disminuir todo el esfuerzo involucrado y, cuando las componentes cuya contribución se evalúa en común que estén correlacionadas, pudiendo no haber necesidad adicional de tomar en consideración la correlación [1].

Para un resultado de una medición y , la incertidumbre total, denominada incertidumbre estándar combinada y denotada por $U_c(y)$, es una desviación estándar estimada igual a la raíz cuadrada positiva de la varianza total obtenida por la combinación de todas las componentes de la incertidumbre evaluada, por lo tanto, utilizando la ley de propagación de incertidumbre [1].

Para la mayoría de los propósitos en las mediciones, se puede utilizar una incertidumbre expandida $U(y)$. La incertidumbre expandida suministra un intervalo dentro del cual el valor del mensurando se cree que se encuentra con un alto nivel de confianza. $U(y)$ se obtiene por la multiplicación de $U_c(y)$, la incertidumbre estándar combinada y por un factor de cobertura k [1].

La elección del factor k está basada en el nivel de confianza deseado. Para un nivel aproximado a 95%, k es 2. El factor de cobertura siempre se debe señalar para que la incertidumbre estándar combinada de la magnitud medida pueda ser recuperada, para usarse en el cálculo de la incertidumbre estándar combinada de otros resultados de mediciones que pueden depender de la magnitud [1].

1.2.3. ERROR E INCERTIDUMBRE

En general, todo procedimiento de medición tiene imperfecciones que dan lugar a un error en el resultado de la medición, lo que provoca que el resultado sea sólo una aproximación o estimado del valor del mensurando [1].

Es importante distinguir entre error e incertidumbre. Así, el error se define como la diferencia entre un resultado individual de una medición y el valor verdadero del mensurando. Es decir, el error es un simple valor. Por lo que, en principio, el valor de un error conocido se puede aplicar como una corrección al resultado de una medición [1].

El valor verdadero del mensurando es aquel que caracterizaría idealmente al resultado de la medición, o sea, el que resultaría de una medición “perfecta”. El error es un concepto idealizado y los errores no pueden ser conocidos exactamente [1].

La incertidumbre, por otro lado, toma la forma de un rango, y, si se estima para un procedimiento de medición, se puede aplicar a todas las determinaciones descritas en dicho procedimiento. En general, el valor de la incertidumbre no se puede utilizar para corregir el resultado de una medición [1].

Para ilustrar la diferencia, el resultado de una medición después de la corrección puede estar muy cercano al valor del mensurando, y por lo tanto tener un error despreciable. Sin embargo, la incertidumbre puede todavía ser muy grande, simplemente porque la persona que ejecuta la medición está muy insegura de cuán cercano está el resultado del valor del mensurando [1].

La incertidumbre del resultado de una medición nunca se debe interpretar como la propia representación del error ni como el error remanente después de la corrección [1].

Es considerado que un error tiene dos componentes una componente sistemática y una componente aleatoria [1].

El error aleatorio normalmente se origina de variaciones impredecibles de magnitudes influyentes. Estos efectos aleatorios dan origen a variaciones en observaciones repetidas del mensurando. El error aleatorio del resultado de una

medición no puede ser compensado por el incremento del número de mediciones, pero este puede normalmente ser disminuido por tal incremento [1].

La desviación estándar experimental de la media aritmética o promedio de una serie de observaciones no es el error aleatorio de la medida, aunque esto es así referido en algunas publicaciones referentes a la incertidumbre. En vez de esto, es una medida de la incertidumbre de la medida debido a algunos efectos aleatorios. El valor exacto del error aleatorio en la medida, originado de estos efectos, no puede ser conocido [1].

El error sistemático es definido como la componente de error la cual, en el curso de un número de mediciones del mismo mensurando, permanece constante o varía de una forma predecible. Este es independiente del número de mediciones llevadas a cabo y no puede por lo tanto ser disminuido por el incremento del número bajo condiciones constantes de medición [2].

Los errores sistemáticos constantes, tal como la inexactitud en la calibración en múltiples puntos de un instrumento, son constantes para un nivel dado del valor del mensurando pero pueden variar con el nivel del valor medido [1].

Los efectos que cambian sistemáticamente en magnitud durante una serie de mediciones, causados, por ejemplo por el inadecuado control de las condiciones experimentales, dan origen a errores sistemáticos que no son constantes. El resultado de una medición se debe corregir para todos los efectos sistemáticos significativos reconocidos [1].

El valor que es sumado algebraicamente al resultado no corregido de una medición, para compensar el error sistemático se denomina corrección. El factor numérico por el cual se multiplica el resultado no corregido de una medición para compensar el error sistemático se denomina factor de corrección [1].

Los instrumentos y sistemas de medición son frecuentemente ajustados o calibrados utilizando patrones de medición y materiales de referencia para corregir efectos sistemáticos. Las incertidumbres asociadas con estos patrones y materiales de referencia y la incertidumbre de la corrección, tiene que ser tomada en consideración [1].

Otro tipo de error es el error grosero (error espurio). Los errores de este tipo invalidan una medición y normalmente se originan por fallas humanas o de mal funcionamiento del instrumento. Como errores comunes de este tipo se encuentran: la transposición de dígitos en un número mientras se registran los datos, una burbuja que fluye a través de la celda de un espectrofotómetro, entre otros [1].

Las mediciones para las cuales los errores groseros han sido detectados se deben despreciar y no se debe hacer ningún intento para incorporar los errores a cualquier análisis estadístico. Sin embargo, los errores tales como la transposición de dígitos pueden ser corregidos [1].

Los errores groseros no siempre son obvios, y cuando un número suficiente de mediciones repetidas está disponible, es normalmente apropiado aplicar una prueba de frontera para chequear la presencia de miembros sospechosos en el conjunto de datos. Cualquier resultado positivo obtenido de tal prueba se debe considerar con cuidado y, cuando sea posible se debe referir al origen para la confirmación [1].

1.2.4. ERRORES DE MEDICIÓN

Los errores de medición se definen como la diferencia entre el valor medido y el valor verdadero [1]. Afectan a cualquier instrumento de medición y pueden deberse a distintas causas. Los que se pueden de alguna manera prever, calcular, eliminar mediante calibraciones y compensaciones, los principales errores de mediciones que se pueden encontrar se presenta a continuación:

1) ERRORES INSTRUMENTALES

La primera fuente de error es la propia limitación de los instrumentos de medición que se utilizan, los cuales se pueden considerar de dos tipos fundamentales:

- a) Los errores que se determinan en el proceso de calibración del instrumento, los cuales son debidos al propio diseño estructural del instrumento de medición, a las propiedades de los materiales que lo componen, a las imperfecciones en la tecnología de su fabricación y al envejecimiento de sus partes componentes durante el proceso de su explotación. Así, de acuerdo a la exactitud prevista en la medición, estos errores instrumentales se pueden disminuir en gran medida, introduciendo las correcciones correspondientes reportadas en su certificado de calibración. De hecho, todo instrumento de medición se debe calibrar periódicamente, ya que de otra forma no se puede asegurar si las lecturas proporcionadas por el mismo son o no correctas. Si un instrumento de medición tiene su calibración vigente y ha sido usado correctamente, se puede afirmar que sus errores están dentro de los límites del error máximo permisible especificado en la documentación correspondiente [1].
- b) Errores que surgen a consecuencia de la influencia del instrumento de medición sobre las propiedades del objeto o fenómeno que se mide. Tales situaciones surgen, por ejemplo, al medir la longitud cuando la fuerza del instrumento de medición que se ejerce sobre el objeto a medir es demasiado grande por lo que lo deforma, al registrar procesos que ocurren con tal rapidez que los equipos que realizan la medición no tienen una capacidad de reacción lo suficientemente rápida para realizar una buena medición, al medir la temperatura con termómetros de líquido, entre otros ejemplos. En especial esto debe tenerse en consideración en los instrumentos eléctricos y electrónicos, pues estos para producir una indicación, precisan energía que ha de ser proporcionada por el circuito donde se realiza la medición. Aunque la calidad de un instrumento está relacionada con los errores que produce, éstos también dependen de la forma en que se utilicen. Por tanto, se recomienda conocer lo mejor posible las características de un instrumento antes de utilizarlo. Si no se cumplen los requisitos establecidos en el manual técnico del instrumento de medición dado, tales como condiciones nominales

de funcionamiento, tiempo de precalentamiento, correcta instalación, entre otros, el error de medida puede ser bastante mayor que el esperado [1].

2) ERRORES DE MÉTODO

Los errores de método, también denominados errores teóricos, son los debidos a la imperfección del método de medición. Entre estos se pueden señalar los siguientes [1]:

- a) Errores que son consecuencia de ciertas aproximaciones al aplicar el principio de medición y considerar que se cumple una ley física determinada o al utilizar determinadas relaciones empíricas [1].
- b) Errores del método que surgen al extrapolar la propiedad que se mide en una parte limitada del objeto de medición al objeto completo, si éste no posee homogeneidad de la propiedad medida; por ejemplo: cuando se determina la densidad de una sustancia a partir de la masa y el volumen de una muestra que contenía cierto grado de impurezas y el resultado se considera que caracteriza a la sustancia dada [1].

3) ERRORES DEBIDO A AGENTES EXTERNOS

Los agentes externos que actúan en el proceso de medición se pueden clasificar en dos grupos [1]:

- a) Factores ambientales. Tanto la magnitud a medir como la respuesta de los instrumentos de medición, dependen en mayor o menor medida de las condiciones ambientales en que el proceso se lleva a cabo. Como variables ambientales se pueden citar la temperatura, la humedad y la presión. Así, la primera es sin duda la más significativa. Además, es necesario considerar el nivel de iluminación, la contaminación del ambiente, el nivel de polvo, entre otros [1].

b) Presencia de señales o elementos parásitos. Los elementos parásitos que generalmente se presentan al efectuar una medición, pueden ser de dos tipos [1]:

- ✓ Los que inciden sobre la medición de forma errática, perturbando las condiciones de equilibrio del sistema de medición y disminuyendo su exactitud; por ejemplo: vibraciones mecánicas, corrientes de aire, zumbidos de la red eléctrica y señales de radiofrecuencia. Estas señales perturbadoras producen en ciertos casos un ruido de fondo en la respuesta de los instrumentos electrónicos, o hace inestable el dispositivo de lectura cuando existen partes mecánicas móviles, produciendo efectos aleatorios y aumentando la incertidumbre de la medición [1].
- ✓ Agentes físicos de igual naturaleza que la de la magnitud a medir que se hallan presentes de modo prácticamente constante; por ejemplo: campos electrostáticos o magnetostáticos (campo magnético terrestre), fuerzas electromotrices, termoeléctricas o de contacto presentes en una instalación de medición, entre otras [1].

4) ERRORES DEBIDOS AL OBSERVADOR

Entre los errores debidos al observador se pueden señalar [1]:

- ✓ Errores de paralaje o de interpolación visual al leer en la escala de un instrumento [1];
- ✓ Errores debido a un manejo equivocado del instrumento; y
- ✓ Omisión de operaciones previas o durante la medición, como puede ser un ajuste a cero, tiempo mínimo de precalentamiento, entre otros [1].

5) ERRORES MATEMÁTICOS

Frecuentemente, con los datos de las mediciones es necesario realizar determinados cálculos para obtener el resultado final; por lo tanto, otra fuente de error son los errores matemáticos que se cometen al emplear fórmulas inadecuadas, redondear las cantidades, entre otros [1].

1.3. PROCESO DE ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR

La estimación de la incertidumbre en principio es simple. Las tareas necesarias para obtener un estimado de la incertidumbre asociada con un resultado de la medición son [1]:

- 1) Especificación del mensurando: escribir un enunciado claro de qué es medido, incluyendo la relación entre el mensurando y las magnitudes de entrada (magnitudes medidas, constantes, valores de patrones de calibración, entre otros) sobre las cuales éste depende. Donde sea posible, incluir las correcciones para efectos sistemáticos conocidos. La especificación de la información puede ser dado en un Procedimiento de Operación Normalizado (PON) u otra descripción del método [1].
- 2) Identificación de las fuentes de incertidumbre y análisis: listar las posibles fuentes de incertidumbre. Esta lista debe de incluir las fuentes que contribuyen a la incertidumbre en los parámetros de la relación especificada en la especificación del mensurando, como también las fuentes originadas de cualquier suposición que se tome [1].
- 3) Evaluación de la incertidumbre estándar: medir o estimar el tamaño de la componente de incertidumbre asociada con cada fuente potencial de incertidumbre identificada. Frecuentemente es posible estimar o determinar una contribución simple a la incertidumbre asociada con un número de fuentes separadas. Además, es importante considerar si los datos disponibles cuentan lo suficientemente para todas las fuentes de incertidumbre, y planificar cuidadosamente experimentos adicionales y estudios para asegurar

que todas las fuentes de incertidumbre se toman en consideración adecuadamente [1].

- 4) Cálculo de la incertidumbre combinada: la información obtenida en el tercer paso consiste de un número de contribuciones cuantificadas a toda la incertidumbre, o asociadas con fuentes individuales o con los efectos combinados de varias fuentes. Las contribuciones tienen que expresarse como desviaciones estándar, y combinadas de acuerdo a reglas apropiadas, para dar una incertidumbre estándar combinada. El factor de cobertura apropiado se debe aplicar para dar una incertidumbre expandida [1].

En la Fig. 1.1 se presenta el proceso esquemáticamente de estimación de la incertidumbre.

1.3.1. ESPECIFICACIÓN DEL MENSURANDO

En el contexto de la estimación de la incertidumbre, la especificación del mensurando requiere una clara e inequívoca definición de que se mide, y una expresión cuantitativa que relacione el valor del mensurando con los parámetros de los cuales depende. Estos parámetros pueden ser otros mensurandos, magnitudes que no son directamente medidas o constantes [3].

Pretender estudiar el proceso de medición de manera exacta y completa está usualmente fuera de las actividades rutinarias de la persona que efectúa las mediciones, más aún, es el propósito de la investigación científica cuya solución pocas veces se vislumbra. Por lo tanto, es necesaria la simplificación del fenómeno pretendido o de la situación real conservando las características más relevantes del objetivo, mediante la construcción de un modelo para la medición [3].

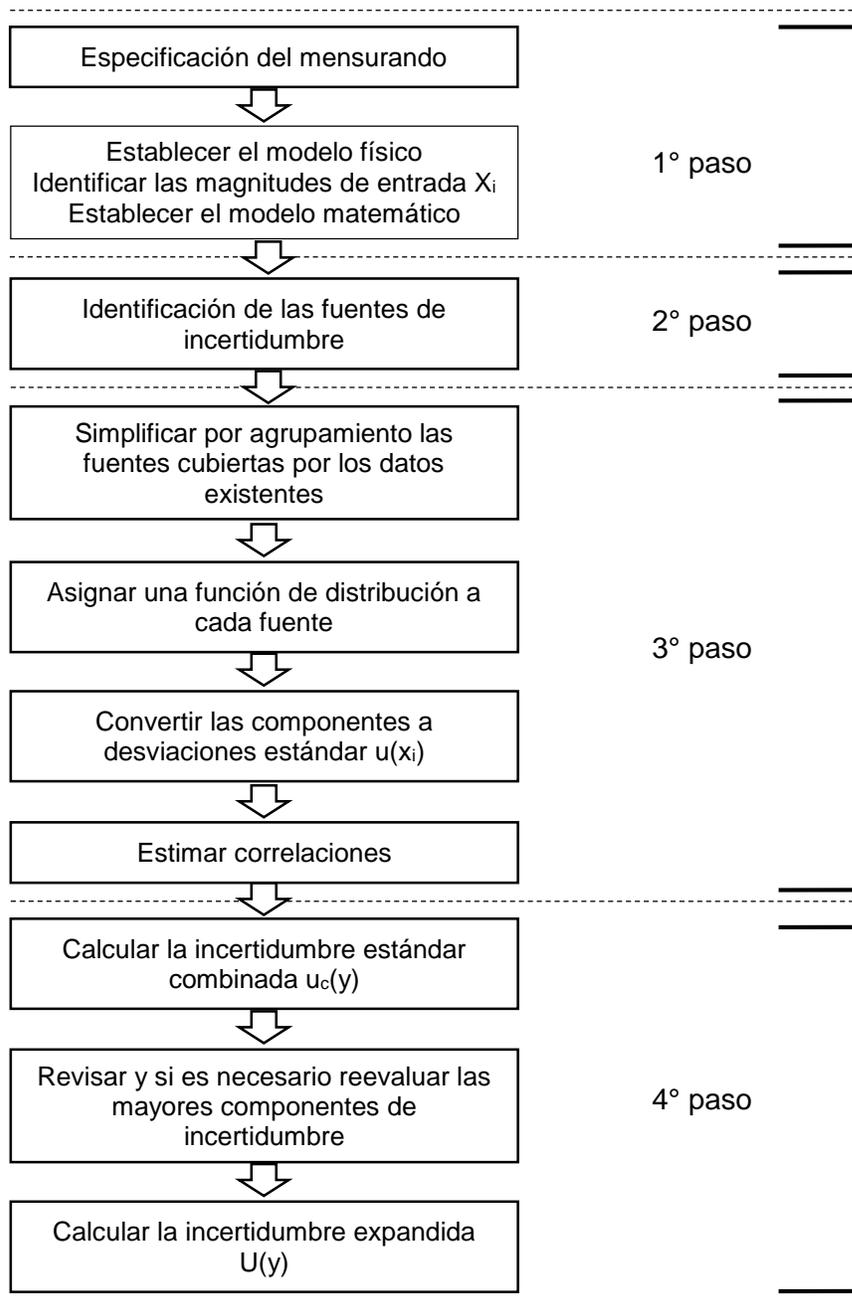


Fig. 1.1. Diagrama del proceso de estimación de la incertidumbre.

Un modelo físico de la medición consiste en el conjunto de suposiciones sobre el propio mensurando y las variables químicas y/o físicas relevantes para la medición. Estas suposiciones usualmente incluyen [3]:

- ✓ La relación entre variables presentes en el fenómeno;

- ✓ Consideraciones sobre el fenómeno como conservación de cantidades, comportamiento temporal, comportamiento espacial y simetrías; y
- ✓ Consideraciones sobre propiedades de la sustancia como homogeneidad e isotropía.

Una medición física, por simple que sea, tiene asociado un modelo que sólo aproxima el proceso real.

El modelo físico se representa por un modelo descrito con lenguaje matemático (modelo matemático). El modelo matemático supone aproximaciones originadas por la representación imperfecta o limitada de las relaciones entre las variables involucradas [3].

Considerando a la medición como un proceso, se identifican magnitudes de entrada denotadas por el conjunto $\{X_i\}$, expresión en la cual el índice i toma valores entre 1 y el número de magnitudes de entrada N [4].

La relación entre las magnitudes de entrada X_i y el mensurando Y como la magnitud de salida se representa como una función [4]:

$$Y = f(\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (1.1)$$

En el caso más simple de una medición directa, la medición comprende por lo menos dos magnitudes, el mensurando, o sea la magnitud que se quiere medir, y la magnitud que se observa. Sin embargo, en todo proceso de medición actúan una serie de magnitudes de influencia que son conocidas sólo de forma aproximada y para las cuales se pueden o no introducir ciertas correcciones en los cálculos del resultado de la medición [4].

En casos más complicados, el valor del mensurando se puede determinar por un método indirecto, o sea, a partir de su relación funcional con otras magnitudes, los valores de algunas de las cuales se obtienen en el proceso de medición y otras se pueden tomar de mediciones previas, certificados de calibración, referencias, manuales, entre otras [4].

El modelo matemático de la medición expresado a través de la relación funcional (Ec. 1.1) se debe interpretar como aquella función que contiene todas

las magnitudes de las cuales depende el mensurando, incluyendo todas las correcciones y factores de corrección que pueden contribuir con componentes significativas de incertidumbre al resultado de la medición. Ella no debe expresar simplemente una ley física, sino también el proceso de medición dado [4].

Se denota como x_i al mejor estimado de las magnitudes de entrada X_i . El mejor estimado del valor del mensurando es el resultado de calcular el valor de la función f evaluada en el mejor estimado de cada magnitud de entrada [4]:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (1.2)$$

En algunas ocasiones se toma el mejor estimado de Y como el promedio de varios valores y_j del mensurando obtenido a partir de diversos valores $\{X_i\}_j$ de las magnitudes de entrada [4].

1.3.2. IDENTIFICACIÓN DE LAS FUENTES DE INCERTIDUMBRE Y ANÁLISIS

Se debe organizar una lista comprensiva de todas las fuentes relevantes de incertidumbre. En esta etapa, no se necesita la evaluación de las componentes individuales; la intención es dejar establecidas claramente las diferentes fuentes que se deben considerar en el análisis de la incertidumbre [1].

En la formación de la lista requerida de fuentes de incertidumbre es conveniente comenzar con el análisis del modelo matemático utilizado para calcular el valor del mensurando desde valores intermedios. Todos los parámetros en esta expresión pueden tener una incertidumbre asociada con sus valores y son fuentes de incertidumbres potenciales. Además, pueden haber otros parámetros que no aparezcan explícitamente en la expresión utilizada para calcular el valor del mensurando, pero que sin embargo afectan los resultados del mensurando y son fuentes de incertidumbres potenciales; por ejemplo: el

tiempo de extracción de la medición o la temperatura ambiente del lugar de medición. Todas estas diferentes fuentes deben ser incluidas [1].

El diagrama de causa y efecto es una forma muy conveniente de listar las fuentes de incertidumbre, mostrando cómo se relaciona cada una e indicando su influencia en la incertidumbre del resultado. Además, ayuda a evitar duplicar las fuentes al considerarlas nuevamente [1].

Una vez que la lista de fuentes de incertidumbre es organizada, sus efectos en el resultado se pueden, en principio, representar por un modelo de medición formal, en el cual cada efecto está asociado con un parámetro o variable. Entonces, la ecuación matemática que describe el mensurando forma un modelo completo del proceso de medición en términos de todos los factores individuales que afectan el resultado. Esta función puede ser muy complicada y puede no ser posible escribirla explícitamente. Sin embargo, donde sea posible, se debe hacer, como la forma de expresión que determina generalmente el método de combinación de las contribuciones individuales de incertidumbre [1].

Adicionalmente, puede ser muy útil considerar un proceso de medición como una serie de operaciones, cada una de las cuales se puede plantear separadamente para obtener el estimado de incertidumbre asociada con cada operación. Esto es muy útil cuando algunos procedimientos de medición similares comparten operaciones o son comunes. Entonces, las incertidumbres separadas para cada operación forman las contribuciones a la incertidumbre total [1].

No es recomendable desechar alguna de las fuentes de incertidumbre por la suposición de que es poco significativa sin una cuantificación previa de su contribución, comparada con las demás, apoyándose en mediciones. Es preferible la inclusión de un exceso de fuentes que ignorar algunas entre las cuales pudiera descartarse alguna importante. No obstante, siempre estarán presentes efectos donde la experiencia, conocimientos y actitud crítica del observador permitirán calificarlas como irrelevantes después de las debidas consideraciones [1].

1.3.3. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR

Una vez que han sido identificadas las fuentes de incertidumbre es necesario evaluar la incertidumbre originada de cada fuente individual, para luego combinarlas [1].

El procedimiento utilizado para la estimación de la incertidumbre total depende de los datos disponibles acerca del proceso de medición. Las etapas que envuelven el desarrollo de la evaluación son [1]:

- ✓ Reconciliar los requerimientos de información con la información disponible: primero, la lista de las fuentes de incertidumbre se debe examinar para ver cuáles fuentes de incertidumbre son tomadas en consideración por la información disponible (datos existentes como información adicional obtenida de la literatura, datos establecidos en certificados, especificaciones del equipo, entre otros). Estas fuentes deben ser contrastadas contra la lista organizada y cualquiera de las fuentes que permanezcan deben ser listadas, para suministrar un registro auditable de las contribuciones a la incertidumbre que han sido incluidas [1].
- ✓ Plan para obtener los demás datos requeridos: se debe elaborar un plan para obtener los demás datos requeridos para las fuentes de incertidumbre no cubiertas adecuadamente por la información disponible, o la planificación de experimentos para obtener datos adicionales requeridos. Los experimentos adicionales pueden tomar la forma de estudios específicos de una contribución simple a la incertidumbre o estudios de desempeño usual del método de medición, conducidos para asegurar variaciones representativas de importantes factores [1].

Es importante reconocer que no todas las componentes tienen una contribución significativa a la incertidumbre combinada; en la práctica tan solo un pequeño número de componentes contribuirán a ella. Se debe hacer un estimado preliminar de la contribución de cada componente o combinación de componentes a la incertidumbre y aquellas que no sean significativas se deben eliminar [1].

En la literatura se distinguen dos métodos principales para cuantificar las fuentes de incertidumbre: el método de evaluación tipo A y el método de evaluación tipo B. El método tipo A está basado en un análisis estadístico de una serie de mediciones, mientras que el método de evaluación tipo B comprende todas las demás maneras de estimar la incertidumbre [1].

Esta clasificación no significa que exista alguna diferencia en la naturaleza de las componentes que resultan de cada uno de los métodos de evaluación, puesto que ambos métodos están basados en distribuciones de probabilidad. La única diferencia es que en las evaluaciones tipo A se estima esta distribución basándose en mediciones repetidas obtenidas del mismo proceso de medición, mientras que en el caso tipo B se supone una distribución sobre la base de la experiencia o la información externa disponible. En la práctica esta clasificación no tiene consecuencia alguna en las etapas para obtener una estimación de la incertidumbre combinada [1].

1.3.4. MÉTODO DE EVALUACIÓN TIPO A DE LA INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR

La incertidumbre de una magnitud de entrada X_i obtenida a partir de las observaciones repetidas bajo condiciones de repetitividad, se estima sobre la base de la dispersión de los resultados de mediciones individuales. Sólo cuando existe suficiente resolución en el proceso de medición, la dispersión de las observaciones podrá advertirse, puesto que se obtendrá un grupo de valores diferentes al repetir la medición en condiciones prácticamente iguales, algunos de los cuales pueden o no volver a aparecer [3].

Si X_i se determina por n mediciones independientes, resultando en valores q_1, q_2, \dots, q_n , el mejor estimado de x_i para este valor de X_i es la media de los resultados individuales [3]:

$$x_i = \bar{q} = \frac{\sum_{j=1}^n q_j}{n} \quad (1.3)$$

La dispersión de los resultados de la medición q_1, q_2, \dots, q_n para la magnitud de entrada X_i se expresa por su desviación estándar experimental [3]:

$$s(q) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2}{n-1}} \quad (1.4)$$

La incertidumbre estándar $u(x_i)$ de X_i se obtiene finalmente mediante el cálculo de la desviación estándar experimental de la media [3]:

$$u_A(x_i) = s(\bar{q}) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2}{n(n-1)}} \quad (1.5)$$

Existen casos prácticos en donde un efecto aleatorio puede producir una fluctuación en la indicación de un instrumento que puede ser significativa en términos de incertidumbre. Esta no es una situación común, pero cuando ocurre se estima la incertidumbre estándar asumiendo que las observaciones se distribuyen uniformemente en los límites del recorrido [3]:

$$u_A(x_i) = \frac{x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}}{\sqrt{12}} \quad (1.6)$$

donde $x_{\text{máx}}$ y $x_{\text{mín}}$ son las indicaciones máxima y mínima obtenidas con el instrumento de medición [3].

Cuando resulte conveniente se puede estimar la incertidumbre estándar tipo A acotando los valores máximos y mínimos posibles que puede tomar x_i ,

siempre que, durante el proceso de medición ninguna observación caiga fuera de dichos límites. En este caso $u_A(x_i)$ se evalúa por la Ec. 1.6 [3].

Para una medición que se realiza por un método bien caracterizado y bajo condiciones controladas, es razonable suponer que la distribución de q_j no cambia, o sea se mantiene prácticamente igual para mediciones realizadas en diferentes días, por diferentes personas, es decir, la medición está bajo control estadístico. En este caso esta componente de la incertidumbre puede ser más confiablemente estimada a partir de la desviación estándar s_p , que con la desviación estándar experimental $s(q)$ obtenida por un número n de mediciones, casi siempre pequeño según la Ec. 1.4. La repetibilidad y reproducibilidad de las mediciones previamente evaluadas deben basarse en un número relativamente grande de mediciones [3].

Cuando s_p se encuentra disponible se puede obtener la incertidumbre estándar tipo A de x_i , calculada a partir de muy pocas mediciones [3]:

$$u_A(x_i) = u_A(\bar{q}) = \frac{s_p}{\sqrt{n}} \quad (1.7)$$

donde n es el número de mediciones realizadas para evaluar $x_i = \bar{q}$ y que en algunos casos suele ser igual a 1, mientras que s_p se determina por un número distinto (grande) de mediciones [3].

Una estimación ponderada de varianza s_p^2 basada en N series de observaciones independientes de la misma variable aleatoria se obtiene a partir de la siguiente ecuación [3]:

$$s_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^N v_i s_i^2(q)}{\sum_{i=1}^N v_i} \quad (1.8)$$

donde $s_i^2(q)$ es la varianza experimental de la i -ésima serie de n_i observaciones repetidas independientes (Ec. 1.4) y tienen $v_i = n_i - 1$ grados de libertad. Los

grados de libertad de s_p^2 son $v = \sum_{i=1}^N v_i$. La varianza experimental s_p^2/m (y la desviación estándar experimental s_p/\sqrt{m}) de la media aritmética de m observaciones independientes caracterizadas por la estimación ponderada de la varianza s_p^2 tiene también v grados de libertad [3].

No se puede dar una recomendación general para el número ideal de las repeticiones n , ya que este depende de las condiciones y exigencias de cada medición específica. En este sentido, es necesario considerar que [3]:

- ✓ Al aumentar el número de repeticiones disminuye la incertidumbre tipo A, la cual es proporcional a $1/\sqrt{n}$.
- ✓ Un número grande de repeticiones aumenta el tiempo de medición, que puede ser contraproducente, si las condiciones ambientales u otras magnitudes de entrada no se mantienen constantes en este tiempo.
- ✓ En pocos casos se recomienda o se requiere n mayor que 10. Por ejemplo: cuando se caracterizan instrumentos, patrones o se hacen mediciones o calibraciones de alta exactitud.
- ✓ Para determinar el impacto que tiene n en la incertidumbre expandida se tiene que estimar su influencia en el número efectivo de grados de libertad.

Existen otros métodos estadísticos para evaluar la incertidumbre estándar de tipo A que se aplican en ciertas clases de mediciones; por ejemplo: análisis de varianza, estudios de reproducibilidad, regresión lineal (método de los mínimos cuadrados), entre otros [3].

1.3.5. MÉTODO DE EVALUACIÓN TIPO B DE LA INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR

Una evaluación tipo B de la incertidumbre estándar se realiza cuando no se dispone de información sobre la posible variabilidad de la magnitud dada para hacer un análisis estadístico. En tal caso, la incertidumbre estándar $u_B(x_i)$ se

evalúa mediante juicios y criterios científicos, basados en toda la información disponible sobre la variabilidad de x_i [3].

Las fuentes de información pueden ser:

- ✓ Certificados de calibración,
- ✓ Manuales de los instrumentos de medición,
- ✓ Normas o literatura,
- ✓ Valores de mediciones anteriores, y
- ✓ Conocimiento sobre las características o el comportamiento del sistema de medición.

Al evaluar las componentes individuales de incertidumbre en un proceso de medición se consideran, por lo menos, las siguientes posibles fuentes:

- ✓ Incertidumbre reportada en los certificados de calibración de los instrumentos patrones y cualquier deriva o inestabilidad en sus valores o lecturas,
- ✓ Los equipos de medición; por ejemplo: su resolución, histéresis e inestabilidad durante la realización de las mediciones,
- ✓ El efecto de las condiciones ambientales,
- ✓ El método y procedimiento de medición,
- ✓ Los equipos auxiliares, como las líneas de conexión, fuentes de alimentación, baños termostáticos, entre otros, y cualquier deriva o inestabilidad en sus valores o lecturas, y
- ✓ El observador.

1.3.6. UTILIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN DISPONIBLE SOBRE EL INSTRUMENTO DE MEDICIÓN

Por lo general, en las mediciones una de las componentes de incertidumbre que más pesa en la incertidumbre estándar combinada es la que aporta el propio instrumento de medición. La información para cuantificar su valor debe buscarse en el certificado de calibración, en las especificaciones técnicas dadas por el fabricante, entre otras [1].

Además, durante la ejecución de las mediciones se pueden presentar dos casos, los cuales son [1]:

1) Se trabaja con la información que aporta el certificado de calibración del instrumento:

- ✓ Con el objetivo de aumentar la exactitud del resultado de la medición, se aplican las correcciones que aparecen en el certificado de calibración del instrumento, en el caso más simple, según la siguiente ecuación el modelo se expresa como [1]:

$$Y = y + c \quad (1.11)$$

donde, y es la indicación del instrumento y c es el valor de la corrección para la indicación, tomado del certificado de calibración. En dicho modelo matemático una de las fuentes de incertidumbre asociada a dicha corrección. La incertidumbre estándar de la corrección se calcula como [1]:

$$u_B(c) = \frac{U_{cal}}{k} \quad (1.12)$$

- ✓ Se utiliza la información del certificado de calibración del instrumento pero no se aplican las correcciones a cada lectura individual ya que esto resulta engorroso para el observador. Entonces se puede tomar en calidad de U_{cal} para cada valor de la indicación del instrumento, el valor de la incertidumbre de calibración reportada en cada punto más el valor de la corrección ($U_{cal} + c$). Si se desea utilizar un valor único que represente la incertidumbre de calibración de cualquier lectura que se tome con el instrumento, entonces para ellos, se puede utilizar el valor máximo de U_{cal} reportado en el certificado de calibración y el valor máximo de las correcciones. De tal manera, para este caso se tomaría en calidad de U_{cal} la suma de $(U_{cal}(máx) + c(máx))$ [1].

2) No se utiliza la información que aparece reportada en el certificado de calibración y sólo se establece que el instrumento se encuentra calibrado. En este caso el modelo matemático se expresa como [1]:

$$Y = y \quad (1.13)$$

donde, y es la indicación del instrumento. En dicho modelo matemático una de las fuentes de incertidumbre es la asociada al error máximo permisible del instrumento. Dicha componente se evalúa asumiendo una función de distribución rectangular (Ec. 1.10) [1].

1.3.7. INCERTIDUMBRE COMBINADA

La incertidumbre estándar de y , donde y es la estimación del mensurando Y , y por lo tanto el resultado de la medición, se obtiene combinando apropiadamente las incertidumbres estándar de las estimaciones de los argumentos x_1, x_2, \dots, x_N . Esta incertidumbre estándar combinada de la estimación y , se denota por $u_c(y)$ y contiene toda la información esencial sobre la incertidumbre del mensurando Y [3].

Antes de la combinación, todas las contribuciones a la incertidumbre tienen que ser expresadas como incertidumbre estándar; es decir, como desviación estándar [1].

La incertidumbre estándar combinada del resultado de la medición se determina mediante la raíz cuadrada positiva de la varianza del valor estimado de Y a partir de la ley de suma de varianzas, denominada en este caso ley de propagación de incertidumbre [4].

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i \cdot c_j \cdot u(x_i, x_j) \quad (1.14)$$

donde:

- ✓ $y(x_1, x_2, \dots)$ es una función de varias magnitudes de entrada x_1, x_2, \dots
- ✓ c_i y c_j son los coeficientes de sensibilidad evaluados como $c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$ y $c_j = \frac{\partial y}{\partial x_j}$ respectivamente, es decir son las derivadas parciales de y respecto a x_i y x_j
- ✓ $u(x_i)$ denota la incertidumbre en x_i
- ✓ $u(x_i, x_j)$ es la covarianza entre x_i y x_j

La Ec. 1.14 corresponde a la ley de propagación de incertidumbre en su forma más completa, cuando se tiene en consideración que las magnitudes de entrada están correlacionadas [4].

Los coeficientes de sensibilidad c_i y c_j describen qué tan sensible es el mensurando con respecto a las variaciones en la magnitud de entrada correspondiente.

La covarianza está relacionada con el coeficiente de correlación r_{ij} por [4]:

$$u(x_i, x_j) = u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r_{ij} \quad (1.15)$$

donde $-1 \leq r_{ij} \leq 1$.

La covarianza estimada asociada con \bar{x}_i y \bar{x}_j se estima como [4]:

$$s(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i) (x_{jk} - \bar{x}_j) \quad (1.16)$$

Si no existen argumentos correlacionados; esto quiere decir, que todas las magnitudes de entrada son estadísticamente independientes, entonces la Ec. 1.14 queda como [1]:

$$u_C^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(x_i) \quad (1.17)$$

Cuando el conocimiento que se tiene del proceso de medición lleva a pensar que todas las magnitudes de entrada están correlacionadas y que dicha correlación es máxima (Ec. 1.18), entonces la incertidumbre estándar combinada del resultado de la medición se calcula mediante la Ec. 1.19 [1].

$$r = \frac{s(\bar{x}_i, \bar{x}_j)}{s(\bar{x}_i) s(\bar{x}_j)} = 1 \quad (1.18)$$

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^N c_i \cdot u(x_i) \quad (1.19)$$

La covarianza asociada con dos variables aleatorias X_i y X_j puede ser tomada igual a cero o trata como insignificante si [1]:

- ✓ Sus valores han sido determinados en diferentes experimentos independientes, o porque ellas representan resultados de evaluaciones diferentes que han sido hechas independientemente,
- ✓ Cualquiera de las cantidades X_i y X_j puede ser tratada como constante,
- ✓ La investigación acerca de ellas no arroja información que indique la presencia de correlación entre los valores de entrada de X_i y X_j , y

Si el modelo matemático de y es de la forma:

$$y = c \cdot x_1^{P_1} \cdot x_2^{P_2} \dots x_N^{P_N} \quad (1.20)$$

donde: c es una constante, los exponentes p_i son números conocidos positivos o negativos con incertidumbres despreciables, y además se cumple que $y \neq 0$ y $x_r \neq 0$ y que las magnitudes de entrada no están correlacionadas, la varianza combinada puede ser expresada como [1]:

$$\left[\frac{u_c(y)}{y} \right]^2 = \sum_{i=1}^N p_i^2 \cdot \left[\frac{u(x_i)}{x_i} \right]^2 \quad (1.21)$$

donde: $\frac{u(x_i)}{x_i}$ es la incertidumbre estándar relativa de la estimación x_i , y $\frac{u_c(y)}{y}$ es la incertidumbre estándar combinada relativa del resultado de la medición.

Al concluir el cálculo de la incertidumbre combinada los valores obtenidos pueden ser organizados en una tabla resumen [1].

Tabla 1.1. Análisis de la incertidumbre estándar de la medición.

Magnitud X_i	Valor estimado x_i	Incertidumbre Estándar $U(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coeficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $c_i u(x_i)$	v_i/v_{ef}^*
...
...
Y	y			$U_c(y)$...	

*Grados de libertad/grados efectivos de libertad

Una vez confeccionada la tabla, y tomando como ejemplo un proceso de medición determinado con los siguientes resultados: $U_{1B}(x) = 0.27$ mg; $U_{2B}(x) = 0.043$; $U_{3B}(x) = 0.2$ mg y $U_c(y) = 0.34$, se puede construir un diagrama de barras para facilitar el análisis sobre la contribución de cada una de las componentes a la incertidumbre estándar combinada de medición (Fig. 1.2.), lo que posibilita emitir juicios sobre bases objetivas para tener en consideración o no una fuente de incertidumbre en análisis posteriores de los resultados de las mediciones [1].

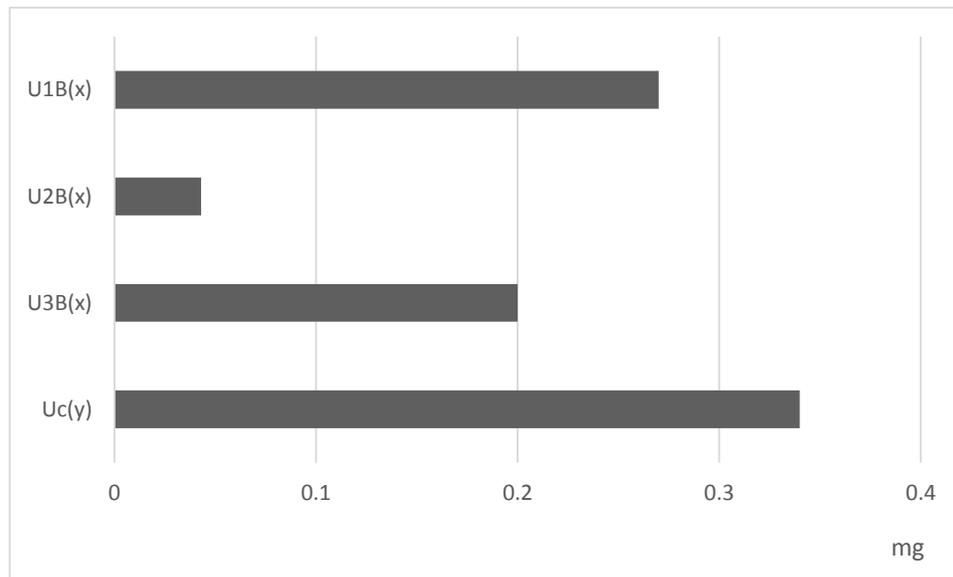


Fig. 1.2. Incertidumbre estándar e incertidumbre combinada.

Considerando los coeficientes de sensibilidad igual a 1, es fácil de notar que las componentes que más pesan en la estimación de la incertidumbre combinada son $U_{1B}(x)$ y $U_{3B}(x)$. Si para este caso no se tiene en consideración la contribución $U_{2B}(x)$, el valor de $U_c(y)$ no se altera y es el mismo, siendo ésta una forma de demostrar que existen fuentes de incertidumbre que no son significativas, y por lo tanto, su contribución a la incertidumbre combinada se puede despreciar [1].

1.4. INCERTIDUMBRE EXPANDIDA

La forma de expresar la incertidumbre como parte de los resultados de la medición depende de la conveniencia del usuario. A veces se comunica simplemente como la incertidumbre estándar combinada, en otras ocasiones como un cierto número de veces tal incertidumbre, en algunos casos requieren que se exprese en términos de un nivel de confianza dado, entre otros. En cualquier caso, es indispensable comunicar sin ambigüedades la manera en que la incertidumbre está expresada [1].

La incertidumbre estándar combinada representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando, dicho intervalo se espera que contenga al valor verdadero con una probabilidad p . Bajo la suposición de que los posibles valores del mensurando siguen una distribución normal p es igual a 68% [1].

Según la metodología desarrollada, la etapa final consiste de la multiplicación de la incertidumbre estándar combinada por el factor de cobertura (k) elegido para obtener una incertidumbre expandida. La incertidumbre expandida es requerida para suministrar un intervalo en el cual podría encontrarse una fracción grande de la distribución de valores que podrían razonablemente ser atribuidos al mensurando, es decir, con una probabilidad mayor a la que se tendría si sólo se trabajase con la incertidumbre combinada [1].

La incertidumbre expandida $U(y)$ se calcula como:

$$U(y) = k \cdot u_c(y) \quad (1.22)$$

La $U(y)$ indica entonces un intervalo que representa una fracción p de los valores que puede probablemente tomar el mensurando. El valor de p es llamado nivel de confianza y se puede elegir a conveniencia [1].

En la elección del valor k se deben considerar un número de aspectos, como [1]:

- ✓ El nivel de confianza requerido,
- ✓ Cualquier conocimiento de las distribuciones, y
- ✓ Cualquier conocimiento del número de valores utilizado para estimar efectos aleatorios.

Para la mayoría de los propósitos es recomendado que k sea igual a 2. Sin embargo, el valor de k puede ser insuficiente cuando la incertidumbre combinada está basada en observaciones estadísticas con relativamente pocos grados de libertad (menor que 6). Entonces, la elección de k depende del número de grados de libertad efectivos [1].

Frecuentemente, los valores del mensurando siguen una distribución normal. Sin embargo, el mejor estimado del mensurando, la media (obtenida por muestreos de n mediciones repetidas) dividida entre su desviación estándar, sigue una distribución llamada t de Student, la cual refleja las limitaciones de la información disponible debidas al número finito de mediciones. Esta distribución coincide con la distribución normal en el límite cuando n tiende a infinito, pero difiere considerablemente cuando n es pequeño [1].

La distribución t de Student es caracterizada por un parámetro llamado número de grados de libertad (ν) [1].

1.5. INFORME DE RESULTADOS

La información necesaria para reportar el resultado de una medición depende del uso deseado. Los principios para suministrar la información son los siguientes [1]:

- ✓ La información presentada sea suficiente para permitir que el resultado sea reevaluado si es necesario o si están disponibles nuevos datos;
- ✓ Es preferible proveer mucha información que poca.

Cuando los detalles de una medición (incluyendo cómo la incertidumbre fue determinada), dependen de referencias a documentaciones publicadas, es imperativo que estas publicaciones estén actualizadas y consistentes con los métodos en uso.

Un informe completo del resultado de una medición debe incluir o referenciar una documentación que contenga:

- ✓ Una descripción de los métodos utilizados para calcular el resultado de la medición y su incertidumbre desde observaciones experimentales y datos de entrada;
- ✓ Los valores y fuentes de todas las correcciones y constantes utilizadas en los cálculos y en el análisis de incertidumbre; y

- ✓ Una lista de todas las componentes de incertidumbre con la documentación completa de cómo cada componente se evaluó.

Los datos y el análisis se deben presentar de tal forma que los pasos importantes se puedan seguir fácilmente, y los cálculos del resultado se puedan repetir, si es necesario.

Cuando se requiere un informe detallado que incluya los valores de magnitudes de entrada intermedias, se debe:

- ✓ Dar el valor de cada magnitud de entrada, su incertidumbre estándar y una descripción de cómo se obtiene cada una;
- ✓ Dar la relación entre el resultado y las magnitudes de entrada y cualquier derivada parcial, covarianza o coeficiente de correlación utilizadas para estimar efectos de correlación;
- ✓ Plantear el número estimado de grados de libertad para la incertidumbre estándar de cada valor de entrada.

Cuando la relación funcional es extremadamente compleja o no exista explícitamente (por ejemplo: ésta puede aparecer como un programa de computación) la relación puede ser descrita en términos generales o citando las referencias apropiadas. En tales casos se tiene que estar claro cómo se obtuvo el resultado y la incertidumbre [1].

Cuando se reportan resultados de análisis de rutina, puede ser suficiente plantear solamente el valor de la incertidumbre expandida y el valor de k [1].

1.5.1. INFORME DE LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA

Para las mediciones realizadas se utiliza como medida de la incertidumbre, la incertidumbre expandida, calculada con un factor de cobertura según los métodos descritos anteriormente, al menos que sea requerida de otra forma [1].

El resultado de la medición se expresa como:

$$Y = y \pm U(y) \quad (1.23)$$

Lo anterior expresa que la mejor estimación del mensurando Y es y , y que se espera que el intervalo que va de $y-U(y)$ a $y+U(y)$ abarque una fracción importante de la distribución de los valores que razonablemente se pueden atribuir a Y [1].

La expresión de la incertidumbre expandida $U(y)$ incluye su indicación como un intervalo centrado en el mejor estimado y del mensurando, la afirmación de que p es de aproximadamente 95% (o el valor elegido) y el número efectivo de grados de libertad, cuando sea requerido [1].

En los informes de los resultados de las mediciones se debe realizar una declaración sobre el nivel de confianza para el cual la incertidumbre de la medición se estimó y el correspondiente factor de cobertura [1].

Cuando los resultados de las mediciones se brindan en forma de tablas, en donde no es conveniente expresar cada resultado de la forma antes descrita, es necesario reportar sin ambigüedades el valor de la incertidumbre expandida de la forma $\pm U(y)$, para cada resultado de la medición informado [1].

En todos los casos es obligatorio informar el valor del factor de cobertura utilizado para obtener el valor de la incertidumbre expandida y el nivel de confianza asociado [1].

1.6. ENSAYO DE FATIGA POR FLEXIÓN ROTATIVA

Se define que un material trabaja a fatiga cuando soporta cargas que varían con el tiempo. La vida a fatiga se puede definir como el “fallo debido a cargas repetitivas que incluye la iniciación y propagación de una grieta o conjunto de grietas hasta el fallo final por fractura” [5].

El tipo de carga dinámica determina una gran variedad de ensayos de fatiga. Se consigue reducir esta gran variedad normalizando la dinámica de la carga a una aplicación senoidal definida por la fuerza media (F_m), y la frecuencia

(f); y también reduciendo los estados de esfuerzos de la probeta a unos cuantos tipos de trabajos característicos como son tracción, flexión pura, flexión rotativa y torsión para el tipo de probeta seleccionado [5].

Quizás el más universal de los ensayos de fatiga, por la sencillez de la máquina de ensayo, es el de flexión rotativa (Fig. 1.3) la cual consiste en un motor que arrastra un eje giratorio, sobre el que se monta una probeta que queda en voladizo, sobre el cual se aplica una carga P la que se mantiene sin girar [5].

Inicialmente, la probeta tendrá un esfuerzo inducido en tracción actuando sobre la superficie superior, en tanto que la superficie inferior estará sometida a compresión [5].

Cuando la probeta gire 90° los puntos que inicialmente estaban bajo tracción y compresión, no están sujetos a esfuerzo alguno. Después de media revolución de 180° las partículas que originalmente estaban en tracción, pasan a compresión y viceversa. Por lo que el esfuerzo en cualquier punto pasa a través de un ciclo sinusoidal completo desde un esfuerzo máximo a tracción hasta un esfuerzo máximo a compresión. Después de un número repetido de ciclos la probeta puede fallar [5].



Fig. 1.3. Máquina de laboratorio para hacer ensayos de fatiga por flexión rotativa.

Los resultados se presentan graficando el esfuerzo que produce la rotura en función del número de ciclos, conocido también como curva S-N. Estas curvas definen los valores de esfuerzos alternos por el número de ciclos requeridos para causar el fallo a un determinado grado de esfuerzo inducido (Fig. 1.4) [5].

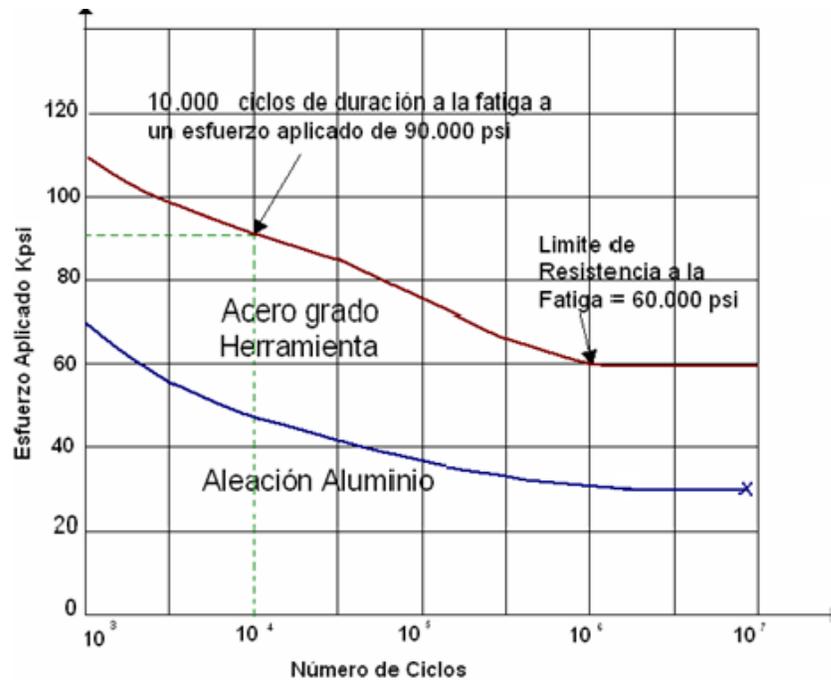


Fig. 1.4. Gráfica S-N para dos metales.

El análisis de fatiga es una herramienta para evaluar la validez de un diseño, o su durabilidad, bajo condiciones de carga simples o complejas conocidas como cargas de servicio [5].

En muchas ocasiones se puede ver que un componente industrial está sujeto a la aplicación de un esfuerzo inferior al esfuerzo de cedencia del material, en forma cíclica o repetida. Así, un gran número de componentes, están sujetos a este tipo de carga; por ejemplo: herramientas, resortes, engranajes, artefactos automotores y componentes de las turbinas de aviones, entre otros [5].

Se sabe que aproximadamente el 90% de las fallas de los componentes industriales, es debido a causas mecánicas, de aquí la importancia de este

ensayo. También, la mayoría de las fallas por fatiga, comienzan en la superficie y progresan inicialmente de una manera lenta; después de que la minúscula muesca o fisura ha crecido considerablemente por esfuerzos de tracción aun cuando éste sea inferior al esfuerzo de cedencia, el material puede fallar después de numerosas aplicaciones de dichas sollicitaciones de servicio [5].

1.6.1. ESFUERZO CÍCLICO

El esfuerzo cíclico consta de un componente constante, el esfuerzo medio (σ_m), producido por una carga previa, y un componente cíclico superpuesto, la amplitud de esfuerzo σ_a [6].

El mayor valor de esfuerzo se denomina esfuerzo máximo:

$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_m + \sigma_a \quad (1.24)$$

El menor valor esfuerzo mínimo, el cual está dado por:

$$\sigma_{\text{mín}} = \sigma_m - \sigma_a \quad (1.25)$$

Dentro de los esfuerzos cíclicos se distinguen tres zonas:

- 1) Zona de fatiga (ante tracción): El esfuerzo medio es mayor que la amplitud de esfuerzo:

$$\sigma_m \geq \sigma_a \quad (1.26)$$

- 2) Zona alternante: El esfuerzo medio, de acuerdo a su valor, es menor que la amplitud de esfuerzo:

$$|\sigma_m| < \sigma_a \quad (1.27)$$

3) Zona de fatiga (ante compresión): El esfuerzo medio es menor que la amplitud negativa del esfuerzo:

$$-\sigma_m \geq \sigma_a \quad (1.28)$$

1.6.2. ESFUERZO SOBRE LA SUPERFICIE DE LA PROBETA

El esfuerzo sobre la superficie de la probeta corresponde al de una vara de flexión enclavada y que soporta una fuerza (F). De manera que, sobre la superficie actúa un momento de flexión M_b de forma triangular (Fig. 1.5) [6].

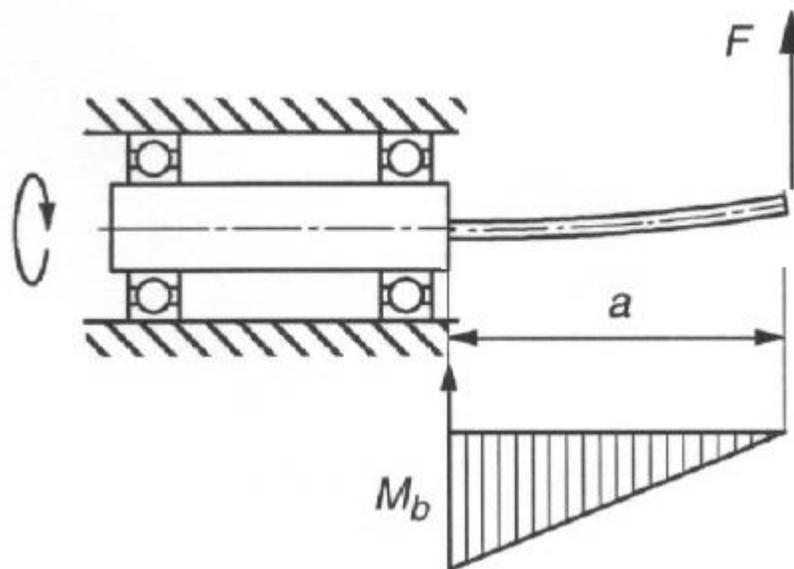


Fig. 1.5. Esquema del momento M_b en la probeta

Dado que el momento de flexión permanece fijo en el espacio, pero la superficie de la probeta gira, esta última soporta un esfuerzo de flexión alternante y de forma sinusoidal. El momento de flexión más alto se presentará en el extremo más alejado de la carga aplicada. El momento de flexión se calcula a partir de la fuerza de carga y el brazo de palanca (Ec. 1.29) [6].

$$M_b = F \cdot a \quad (1.29)$$

Si se introduce el momento de inercia en la ecuación se obtendrá:

$$W_b = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad (1.30)$$

Así, sustituyendo se puede calcular la amplitud del esfuerzo:

$$\sigma_a = \frac{M_b}{W_b} = \frac{32 \cdot a}{\pi \cdot d^3} \cdot F \quad (1.31)$$

1.6.3. RELACIÓN DE FATIGA

Esta relación permite estimar propiedades de fatiga a partir del ensayo de tracción. En los aceros al carbono recocidos, el límite de resistencia a la fatiga es aproximadamente la mitad de su resistencia a la tracción, así [5]:

$$\text{Relación a la fatiga} = \frac{\text{Resistencia límite para fatiga}}{\text{Resistencia a la tracción}} = 0.5 \quad (1.32)$$

Pero cuando los aceros están en estado templado y revenido (bonificados), esta relación puede bajar a 0.4 y aún a menores valores [5].

La mayor parte de los materiales son sensibles a muescas o fisuras y a otros factores; siendo por esto importante analizar sus efectos en las propiedades de fatiga. Las otras circunstancias que influyen en la rotura por fatiga son [5]:

- ✓ Variaciones de sección: el comportamiento a la fatiga se reduce por los cambios bruscos de sección o entalladuras de cualquier otra clase (áreas con concentradores de esfuerzos) [5].

- ✓ Temperatura: en casi todos los materiales metálicos el aumento de temperatura por encima de cierto valor, disminuye el comportamiento a la fatiga. También existe la fatiga térmica que se produce por un cambio en la temperatura, como consecuencia de calentamientos de manera no uniforme en el material, haciendo que unas partes se dilaten más que otras [5].
- ✓ Tamaño de la pieza: no es igual trabajar con componentes pequeños que con componentes muy grandes, ya que existe mayor superficie con lo cual mayor probabilidad de iniciación de grietas por fatiga [5].
- ✓ Tratamientos térmicos: las características internas provocadas por tratamientos térmicos, crean concentradores de esfuerzos que pueden originar fisuras [5].
- ✓ Corrosión: cuando la corrosión existe y va actuando, cada punto de corrosión se convierte en un entalle que reduce notablemente el comportamiento a la fatiga [5].

1.6.4. CURVAS DE WÖHLER

Las curvas de Wöhler representan gráficamente la relación entre el esfuerzo de carga y el número de ciclos correspondiente a la ruptura. En la Fig. 1.6. se puede observar claramente que el esfuerzo admisible se va aproximando de forma asintótica a la resistencia alternante (σ_r) según aumenta el número de ciclos de carga [6].

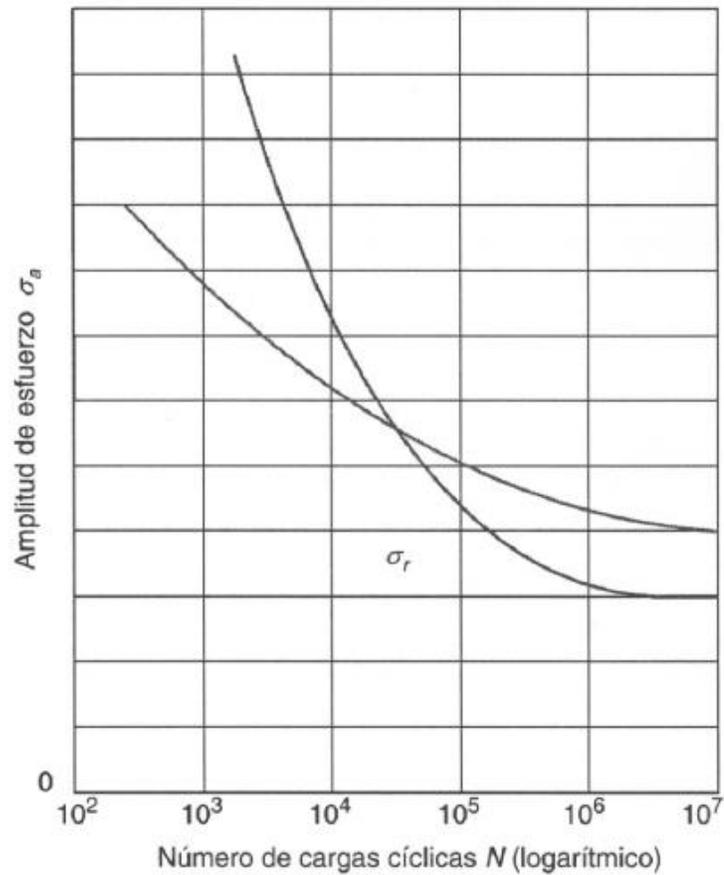


Fig. 1.6. Curva de Wöhler para dos materiales diferentes.

Al obtener una curva de Wöhler se debe mantener constante ante esfuerzos alternantes o esfuerzos de fatiga producidos, la relación entre los esfuerzos máximo o mínimo con el esfuerzo medio. Así, dado que en una máquina de flexión rotativa, el esfuerzo medio es igual a 0, esta condición se cumple automáticamente [6].

2. PROPUESTA DEL MÉTODO DE CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE PARA LA MÁQUINA DE FATIGA POR FLEXIÓN ROTATIVA

En la actualidad se requiere que los laboratorios de ensayo y calibración posean y apliquen procedimientos para la evaluación de la incertidumbre de medición. Si bien no se disponen de lineamientos específicos para la evaluación de las incertidumbres asociadas a los valores medidos en un ensayo de fatiga por flexión rotativa, al revisarse el capítulo 1, y leer toda la información reunida acerca del tema, es aconsejable emplear como referencia principal la metodología general que brinda el documento de la ISO “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement”.

Un resumen de la secuencia metodológica para estimar la incertidumbre en ensayos de medición se presenta en la Fig. 2.1.

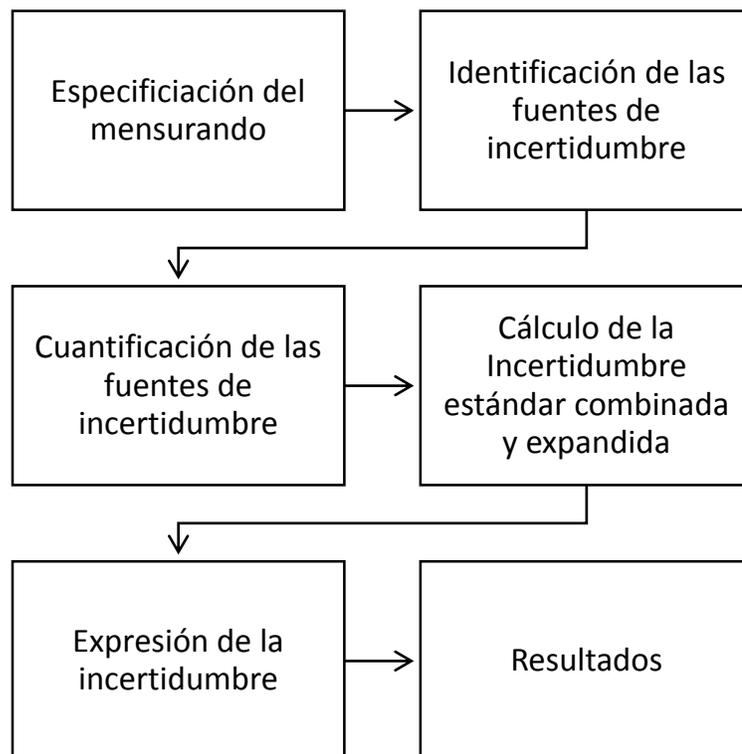


Fig. 2.1. Secuencia metodológica para el cálculo de la incertidumbre.

2.1. MENSURANDO

En el caso de la máquina para ensayos de fatiga por flexión rotativa hay dos mensurandos, el primero es el número de ciclos que la probeta gira hasta que el esfuerzo a fatiga la haga fallar, en donde el mensurando de la medición resultante es el número de ciclos, y se determina mediante la lectura del dispositivo indicador digital de la máquina, en la cual su menor división de escala es un ciclo. El segundo mensurando, es el esfuerzo máximo alternante a la fatiga el cual es una medición indirecta, en donde la medición de la fuerza, que es una magnitud de entrada, es determinada mediante la lectura analógica del valor en la escala del dinamómetro en la máquina de fatiga por flexión rotativa, cuya menor división de escala es de 5 N y posteriormente se ha de ingresar los datos en una Ec. para obtener el esfuerzo en unidades correspondientes al Sistema Internacional (SI).

2.2. MODELOS MATEMÁTICOS Y MAGNITUDES DE ENTRADA

En la mayoría de los casos un mensurando no se determina directamente, sino a partir de otras magnitudes por medio de una relación funcional f (Ec. 2.1), tal es el caso del esfuerzo a la fatiga.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

Para el cálculo del mensurando del esfuerzo a la fatiga se utilizará la Ec. 2.2:

$$S = \frac{M c}{I} \quad (2.2)$$

donde c es la distancia del eje de carga neutro hasta la superficie de la probeta, d_0 es el diámetro inicial de la menor sección de la probeta que es un concentrador de esfuerzo (Ec. 2.3), e I es el momento polar de inercia, el cual en una barra de sección circular se expresa como se presenta en la Ec. 2.4.

$$c = \frac{d_0}{2} \quad (2.3)$$

$$I = \frac{\pi \cdot d_0^4}{64} \quad (2.4)$$

Sustituyendo los términos anteriores en el modelo matemático se obtiene la expresión matemática para el mensurando (Ec. 2.5):

$$S = \frac{(F+C_f) \cdot (L) \cdot (d_0+C_{d0}) \cdot 64}{2 \cdot \pi \cdot (d_0+C_{d0})^4} \quad (2.5)$$

Al simplificar la Ec, 2.5 se obtiene la Ec. 2.6:

$$S = \frac{32 \cdot (F+C_f) \cdot (L)}{\pi \cdot (d_0+C_{d0})^3} \quad (2.6)$$

donde:

F: Fuerza aplicada por el dinamómetro,

C_f : corrección de la fuerza aplicada por el dinamómetro,

d_0 : diámetro,

C_{d0} : Corrección del calibrador digital, para el diámetro inicial de la menor sección de la probeta, y

L: longitud del brazo del momento flector.

Para el cálculo del mensurando número de ciclos, este se obtiene de una manera directa, determinado mediante la lectura del dispositivo indicador digital del mismo, agregándole una corrección por calibración del mismo contador y una corrección por esfuerzo donde está contemplado la incertidumbre agregada por la medición del esfuerzo ejercido sobre la probeta. Para el cálculo del mensurando número de ciclos se utilizará la Ec. 3.7.

$$N = Lec + C + C_e \quad (2.7)$$

donde las magnitudes de entrada son:

Lec: lectura del indicador digital del contador de ciclos,

C: corrección del indicador por su calibración, y

C_e: corrección de la lectura por el esfuerzo a la fatiga.

2.3. FUENTES DE INCERTIDUMBRE DEL ENSAYO DE DESGASTE FLEXIÓN ROTATIVA

La máquina de flexión rotativa somete un material de la probeta, en movimiento giratorio y fijado por uno de sus extremos a una carga única. De esta manera, en el material de la probeta cilíndrico se genera un esfuerzo de flexión alternante. Después de una determinada cantidad de ciclos de carga, el material de la probeta se rompe a consecuencia de la fatiga del material. Con la máquina de ensayos de fatiga por flexión rotativa se pueden demostrar los principios básicos de las curvas de Wohler, estas curvas se obtienen a través de una serie de ensayos donde una probeta del material se somete a esfuerzo cíclico con una amplitud máxima relativamente grande (~2/3 de la resistencia estática a tracción), se cuentan los ciclos hasta rotura. Este procedimiento se repite en otras probetas a amplitudes máximas inferiores. Los resultados se presentan en un diagrama de logaritmo del esfuerzo, S, vs. logaritmo del número N de ciclos, hasta la rotura para cada una de las probetas, sin embargo esto no es exacto y por lo tanto la

prueba de fatiga por flexión rotativa es altamente estocástica. Las fuentes de incertidumbre que afectan el ensayo son muy variadas, entre ellas se tienen:

La temperatura ambiente, al producir un fenómeno de dilatación térmica en los metales ocasiona que la dimensión medida de la probeta cambie en función de la misma. Sin embargo, para el ensayo de fatiga por flexión rotativa la precisión requerida en las medidas de longitud y diámetro no son determinantes, por lo que la incertidumbre aportada por la dilatación térmica no es significativa.

El acabado superficial y maquinado de la probeta, el cual es muy importante debido a que en el fenómeno de la fatiga de los metales la iniciación de las grietas de fatiga está ligada a la acumulación de deformación plástica, en general en la superficie de las piezas mecánicas donde los esfuerzos son más elevados, mediante el deslizamiento de los planos cristalográficos. Las grietas pueden iniciarse en defectos o inclusiones del material producto de un mal acabado superficial como por ejemplo elevadas rugosidades, cambios bruscos de sección o entalladuras que actúan como concentradores de esfuerzos, en las cuales ocurren la nucleación de las grietas por fatiga de forma temprana, alterando el resultado significativamente del ensayo.

Variaciones en las observaciones repetidas del mensurando bajo condiciones aparentemente iguales debido a que en la práctica, es imposible controlar las propiedades físicas del material con el que se fabrican las probetas para obtener dos ensayos iguales.

El mantenimiento del equipo, ya que un deficiente mantenimiento a la máquina causa un desgaste de los componentes que la componen, que pueden provocar mediciones erróneas del equipo afectando los resultados de los ensayos de desgaste.

Los instrumentos de medición es otro factor que puede generar incertidumbre, al no estar bien calibrados o no disponer de un certificado de calibración adecuado que permitan aplicar correcciones necesarias a las mediciones en caso de necesitarse, y no tener una trazabilidad que asegure la confiabilidad de los datos medidos con los instrumentos de medida.

2.3.1. PROCEDIMIENTOS ESTADÍSTICOS ÚTILES

Para realizar un buen manejo del método para el cálculo de la incertidumbre es necesario conocer y saber utilizar algunas herramientas probabilísticas que sean útiles en la identificación de los tipos de incertidumbre y su cálculo, entre estas se tienen:

A) FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE VARIABLE ALEATORIA

El resultado de cada observación realizada en un proceso de medición depende de la acción de un gran número de factores que varían durante el proceso de medición de forma incontrolable (efectos aleatorios), por ejemplo:

- ✓ Pequeñas corrientes de aire y vibraciones;
- ✓ Variación de la atención del ojo del observador;
- ✓ Variaciones de la temperatura, la humedad y la presión atmosférica;
- ✓ Variaciones de los intervalos de fricción entre partes móviles de instrumentos mecánicos; y
- ✓ Fluctuaciones del voltaje y la frecuencia de la red de alimentación eléctrica.

Por esta razón, al repetir muchas veces una medición se obtiene, en general, diferentes valores en cada realización, algunos de los cuales pueden o no repetirse. La experiencia demuestra que, por mucho que se trate, es imposible lograr la misma combinación de factores en cada observación repetida. Los fenómenos que cumplen estas condiciones se llaman fenómenos aleatorios y las variables que los caracterizan se denominan variables aleatorias. Por lo tanto, el resultado de una medición es una variable aleatoria, para el tratamiento de las cuales se usan los métodos de la teoría de probabilidades y la estadística matemática. Se utiliza la letra mayúscula X para denotar la variable aleatoria (resultado de la medición) y su correspondencia minúscula, x , para uno de sus valores. Las variables aleatorias pueden ser:

- ✓ Variables aleatorias discretas, y

✓ Variables aleatorias continuas.

Una variable aleatoria es discreta siempre que es posible contar su conjunto de resultados posibles. Por ejemplo: el número de ítems defectuosos en una muestra de k ítems.

Cuando una variable aleatoria puede tomar valores en una escala continua, se le denomina variable aleatoria continua. El resultado de la medición, como variable aleatoria, es una variable aleatoria continua.

A pesar del carácter aleatorio de los resultados de las observaciones individuales repetidas bajo las mismas condiciones en un proceso de medición, en ellos aparece una ley determinada que expresa una regularidad dada.

Toda variable aleatoria responde a una cierta ley de distribución que se expresa a través de la denominada función de densidad de probabilidad, o simplemente función de densidad de X , la cual se define de la siguiente forma:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx \quad (2.8)$$

donde: $f(x)$ se denomina función de densidad de probabilidad. La probabilidad de que la variable aleatoria tome valores en el intervalo $[a, b]$ es igual al área bajo la curva acotada por los dos extremos del intervalo (Fig. 2.2).

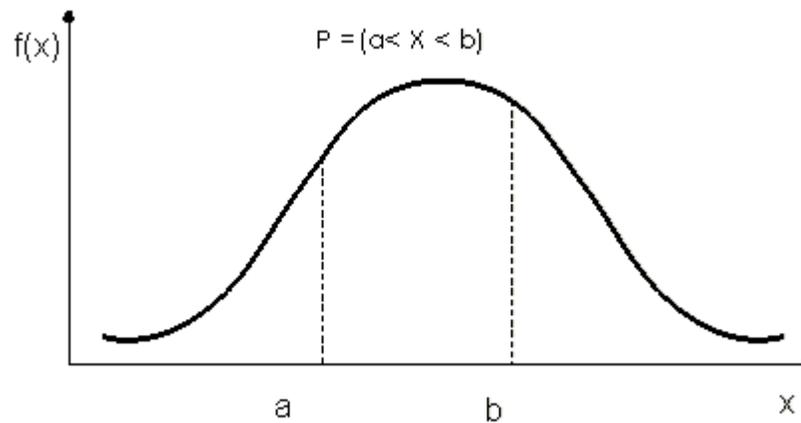


Fig. 2.2 El valor del área bajo la curva es igual a 1 cuando se calcula en el intervalo de X para el cual se define $f(x)$.

La función de densidad de probabilidad constituye el método más universal de descripción de las variables aleatorias, pues ella indica al mismo tiempo los valores que la variable puede tomar y la probabilidad de que los tome.

B) CARACTERÍSTICAS NUMÉRICAS DE LA VARIABLE ALEATORIA

Resulta muy práctico caracterizar la variable aleatoria con ayuda de ciertas cantidades numéricas que la caracterizan globalmente. Estas son las llamadas medidas de tendencia central y de dispersión, entre las cuales, las más usadas para el tratamiento de los resultados de las mediciones y de su incertidumbre son: la esperanza matemática, la varianza y la desviación estándar.

La esperanza matemática o media de la población expresa el valor medio de la variable aleatoria dada X , mediante la ley de distribución de la misma. Desde el punto de vista geométrico, presenta la abscisa del centro de gravedad de la figura formada por el eje de las abscisas y la función de densidad de probabilidad (Fig. 2.3).

Sea X una variable aleatoria con distribución de probabilidad $f(x)$. La esperanza matemática o valor esperado $E(X)$ de X es dado por:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (2.9)$$

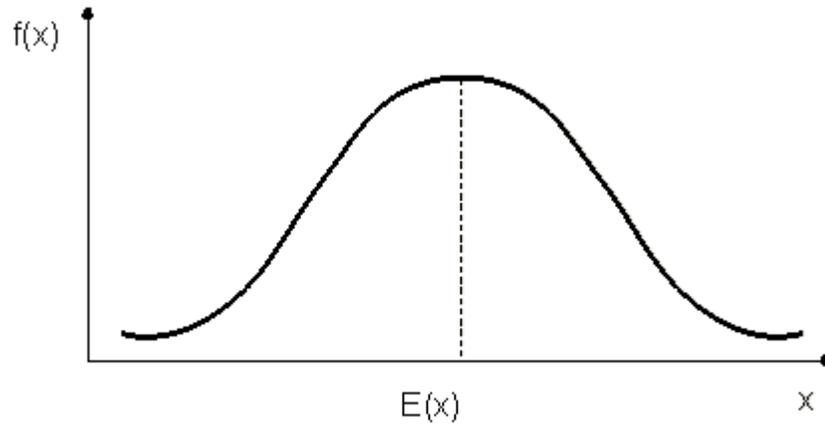


Fig. 2.3 Representación de la esperanza matemática en la función densidad de probabilidad.

Desde el punto de vista de las mediciones, este valor que representa el valor medio de la variable aleatoria resultante de las observaciones individuales, se toma precisamente como resultado de la medición.

La diferencia constante entre la esperanza matemática y el valor del mensurando (Q) representa el error sistemático de la medición (Fig. 2.4).

$$\Theta = E(X) - Q \quad (2.10)$$

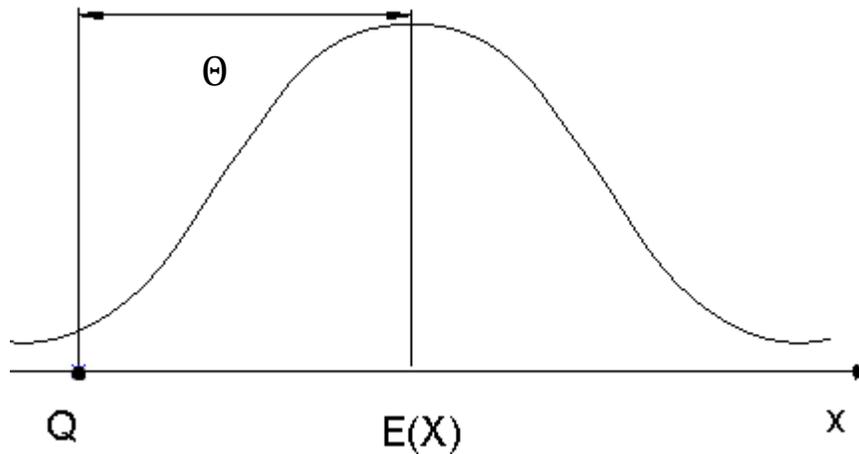


Fig. 2.4. Representación gráfica del error sistemático de la medición.

De acuerdo a la definición de esperanza matemática, para determinarla es necesario disponer de información sobre todos los posibles valores que podría tomar la variable aleatoria (población). En la práctica, sin embargo, sólo se cuenta con un número limitado de observaciones (muestra) y, a partir de la muestra, es necesario estimar el valor de la esperanza matemática de la variable aleatoria. En calidad de estimador de la esperanza matemática se utilizará la media aritmética.

$$\bar{x} = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)}{n} \quad (2.11)$$

Puesto que no es posible conocer el valor exacto de la esperanza matemática, sino sólo su estimado, ni tampoco se conoce el valor exacto del mensurando, queda claro que el error sistemático de la medición no se puede conocer.

Con la esperanza matemática se permite conocer a qué valor tiende la variable aleatoria, sin embargo, dos variables aleatorias pueden tener la misma esperanza matemática, pero una tener mayor dispersión de sus valores respecto a la esperanza matemática de la otra (ver, Fig. 2.5).

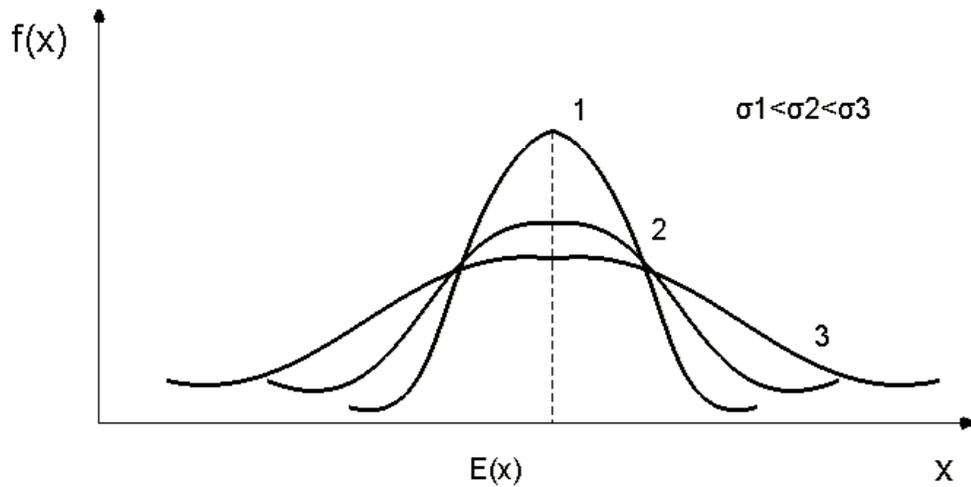


Fig. 2.5. Comparación de distintas variables aleatorias con igual esperanza matemática pero diferente dispersión de sus valores.

Esta propiedad se caracteriza mediante la denominada varianza, que se calcula mediante el promedio del cuadrado de las desviaciones de la variable aleatoria respecto a la esperanza matemática.

$$V(X) = E\{[X - E(X)]^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^2 f(x) dx \quad (2.12)$$

La cantidad $[x - E(X)]$ se denomina desviación de una observación respecto a su media (o error aleatorio). Como la varianza tiene dimensiones del cuadrado de la magnitud aleatoria, resulta más cómodo usar la desviación estándar.

$$\sigma(X) = +\sqrt{V(X)} \quad (2.13)$$

Para estimar la desviación estándar a partir de los datos de una muestra, por ejemplo, un conjunto de observaciones de una magnitud particular tomadas bajo las mismas condiciones, se usa la desviación estándar experimental:

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2.14)$$

Es posible demostrar que:

$$\sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma(X)}{\sqrt{n}} \quad (2.15)$$

Por lo que su estimador será:

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}} \quad (2.16)$$

El error aleatorio de una observación viene determinado por:

$$\varepsilon_a = x - E(X) \quad (2.17)$$

Y como $\sigma(X)$ caracteriza el promedio de estas desviaciones, resulta que mientras mayor sea $\sigma(X)$, mayores son los errores aleatorios.

Por la misma razón explicada, según la cual, la esperanza matemática de la variable observada no se puede conocer exactamente, resulta que tampoco se puede determinar el error aleatorio exacto de una medición.

El error de una medición (error absoluto) será la suma del error aleatorio y del error sistemático, el cual permanecerá desconocido.

Comúnmente, los resultados de las mediciones de dos magnitudes de entrada están ligados, ya sea porque existe una tercera magnitud que influye sobre ambas, porque se utiliza el mismo instrumento para medir o el mismo patrón para calibrar, o por alguna otra razón.

Desde el punto de vista estadístico, dos variables son independientes cuando la probabilidad asociada a una de ellas no depende de la otra, esto es, si X_i y X_j son dos variables aleatorias independientes, la probabilidad conjunta

se expresa como el producto de las probabilidades de las variables respectivas:

$$P(X_i, X_j) = P(X_i) \cdot P(X_j) \quad (2.18)$$

Cuando se trata de un conjunto de magnitudes de entrada que no son independientes, sino que los valores de unas dependen de los valores que tomen otras magnitudes correlacionadas, además de la esperanza matemática y la varianza de cada magnitud, también se utiliza otra característica numérica que es la covarianza y que es una medida de la naturaleza de asociación entre estas variables. La covarianza, para las variables X_i y X_j , se define como se muestra:

$$\sigma(X_i, X_j) = E \left[(X_i - E(X_i)) \cdot (X_j - E(X_j)) \right]. \quad (2.19)$$

Más frecuentemente se utiliza el coeficiente de correlación, el cual estima estadísticamente la independencia lineal de dos variables y se define como:

$$r(X_i, X_j) = \frac{\sigma(X_i, X_j)}{\sigma(X_i) \cdot \sigma(X_j)} \Rightarrow \sigma(X_i, X_j) = r(X_i, X_j) \cdot \sigma(X_i) \cdot \sigma(X_j). \quad (2.20)$$

Si las variables aleatorias son independientes, tanto la covarianza como el coeficiente de correlación son igual a cero. El coeficiente de correlación tiene la ventaja sobre la covarianza de que es adimensional, de modo que su valor no depende de las unidades de medida seleccionadas. Los valores del coeficiente de correlación están comprendidos en el intervalo $[-1, 1]$, siendo igual a $+1$ o a -1 cuando existe una dependencia lineal entre las variables (correlación total).

La covarianza de dos magnitudes correlacionadas X_i y X_j que son estimadas a partir de sus medias \bar{x}_i y \bar{x}_j , mediante pares de observaciones

simultáneas, se puede estimar a partir del conjunto de n valores de x_i y x_j según:

$$s(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i) \cdot (x_{jk} - \bar{x}_j) \quad (2.21)$$

Si $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ es una variable aleatoria que varía poco para pequeñas variaciones de sus argumentos y que se estima a partir de su media \bar{Y} , entonces su desviación estándar estará definida por:

$$\sigma^2(\bar{Y}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right) \sigma^2(\bar{X}_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial X_j} \right) \sigma(\bar{X}_i, \bar{X}_j) \quad (2.22)$$

En el caso de que las magnitudes X_i sean independientes, el segundo término del miembro de la derecha será igual a cero y resultará que:

$$\sigma^2(\bar{Y}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right) \sigma^2(\bar{X}_i) \quad (2.23)$$

Si el coeficiente de correlación para todas las X_i, X_j es igual a 1, entonces de 2.20 se deriva que:

$$\sigma(\bar{X}_i, \bar{X}_j) = \sigma(\bar{X}_i)\sigma(\bar{X}_j) \quad (2.24)$$

Por lo que la Ec. 2.22 quedaría de la forma:

$$\sigma^2(\bar{Y}) = \left(\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right) \sigma(\bar{X}_i) \right)^2 \Rightarrow \sigma(\bar{Y}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right) \sigma(\bar{X}_i) \quad (2.25)$$

El valor de $\sigma(\bar{Y})$ puede estimarse ($s(\bar{y})$) sustituyendo en las Ecs. 2.22, 2.23 y 2.25 las $\sigma(\bar{X}_i)$ por sus estimadores $s(\bar{x}_i)$ y $\sigma(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$ por su estimador $s(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$ dado por la Ec. 2.21.

2.3.2. FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN

La evaluación tipo B de la incertidumbre estándar es en esencia al igual que la evaluación tipo A, una determinación de la desviación estándar, pero la evaluación tipo B no se basa en un análisis estadístico, sino que en la mayoría de los casos se asume una función de distribución a priori a partir de la cual se realiza la evaluación. En la práctica se pueden presentar los siguientes casos:

- ✓ Si la estimación x_i se toma de una especificación del fabricante, de un certificado de calibración, manual u otra fuente, y su incertidumbre asignada se establece como un múltiplo de una desviación estándar, la incertidumbre estándar $u_B(x_i)$ es simplemente el valor asignado dividido por el multiplicador (factor de cobertura).
- ✓ La incertidumbre asignada a x_i no necesariamente está dada como un múltiplo de una desviación estándar. En lugar de eso, puede encontrarse que la incertidumbre asignada define un intervalo con un nivel de confianza de 90, 95 o 99%. A menos que se indique otra cosa, se asume que se usó una distribución normal (Fig. 2.6) y se recupera la incertidumbre estándar dividiendo la incertidumbre asignada por el factor apropiado. Los factores correspondientes a los tres niveles de confianza mencionados son 1.64; 1.96 y 2.58.

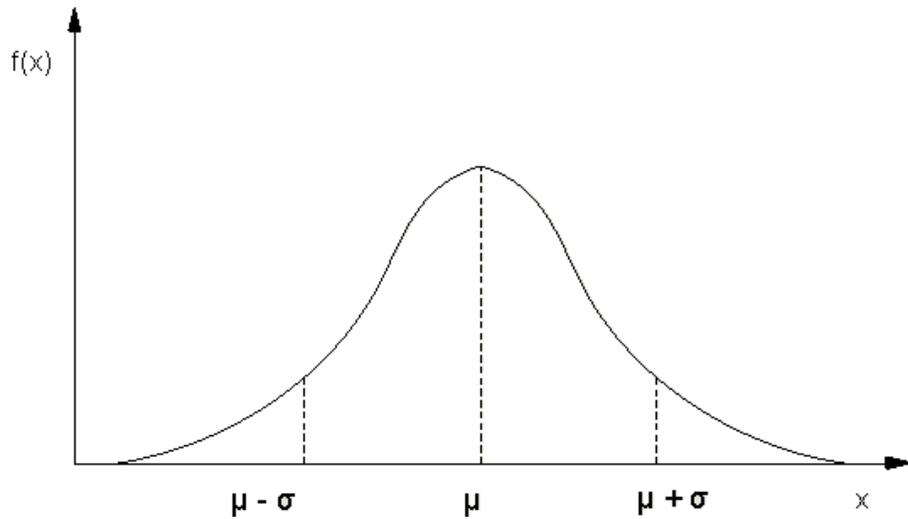


Fig. 2.6. Distribución normal.

Los resultados de una medición repetida afectada por una o más magnitudes de influencia que varían aleatoriamente, generalmente siguen en buena aproximación una distribución normal.

- ✓ En otros casos puede que sea posible estimar sólo los límites (superior e inferior) para x_i , en particular para establecer que la probabilidad de que el valor de x_i esté dentro del intervalo de $[-a, a]$ para todos los propósitos prácticos es igual a uno y la probabilidad de que x_i caiga fuera de ese intervalo es esencialmente cero. Si no existe un conocimiento específico acerca de los posibles valores de x_i dentro del intervalo, se puede únicamente suponer que es igualmente probable para x_i tomar cualquier valor dentro del intervalo (una distribución uniforme o rectangular de valores posibles como la mostrada en la Fig. 2.7). Entonces la esperanza x_i , o valor esperado de x_i , es el punto medio del intervalo x_i , con varianza asociada.

$$u_B^2(x_i) = \frac{(a_+ - a_-)^2}{12} \quad (2.25)$$

Si la diferencia entre los límites a_+ y a_- se denota por $2a$, entonces la incertidumbre estándar tipo B de x_i se evalúa como:

$$u_B(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (2.26)$$

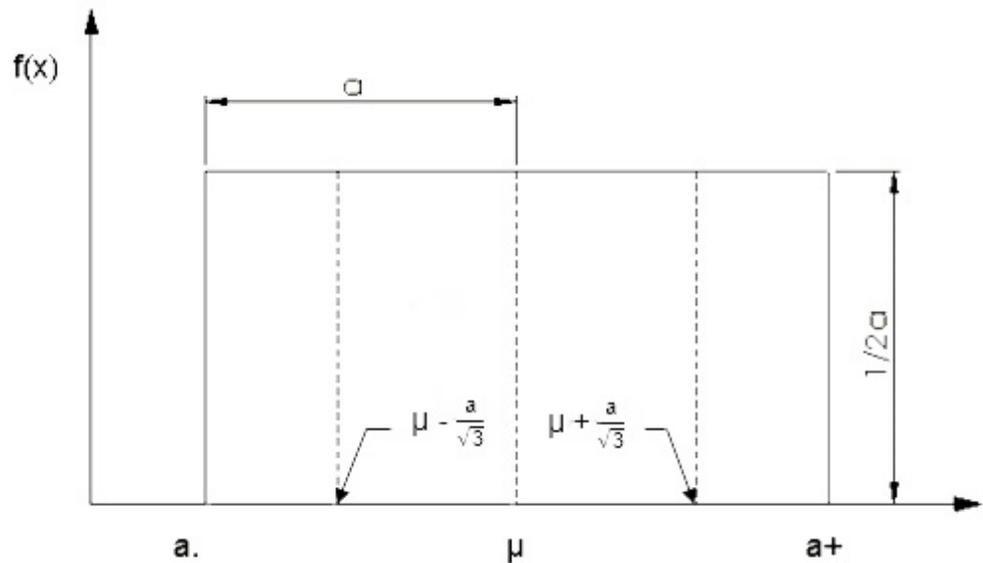


Fig. 2.7. Distribución Rectangular.

La Ec. 2.26 se utiliza generalmente cuando se analizan componentes individuales de incertidumbre tales como:

- El error de un instrumento de medición el cual se supone que está comprendido dentro de los límites del error máximo permisible (\pm EMP),
- La resolución (R) de un instrumento digital o la apreciación (A) de las lecturas con un instrumento analógico,
- La histéresis (H) de las indicaciones de un instrumento de medición, y
- El efecto de algunas magnitudes influyentes ($\pm\Delta$).

En estos casos se sustituye a , en la Ec. 2.26 por EMP; R/2; A/2; H/2; o Δ según corresponda.

La distribución rectangular es una descripción razonable, en términos de probabilidad, del conocimiento incompleto sobre la posible variabilidad de la magnitud dada; pero si se conoce además que los valores próximos al centro del intervalo son más frecuentes que aquellos próximos a los límites, una distribución triangular (Fig. 2.8) o normal (Fig. 2.6) puede utilizarse mejor para estimar la incertidumbre estándar tipo B; cuyas desviaciones estándar se determinan por $a/\sqrt{6}$ o $a/3$, respectivamente.

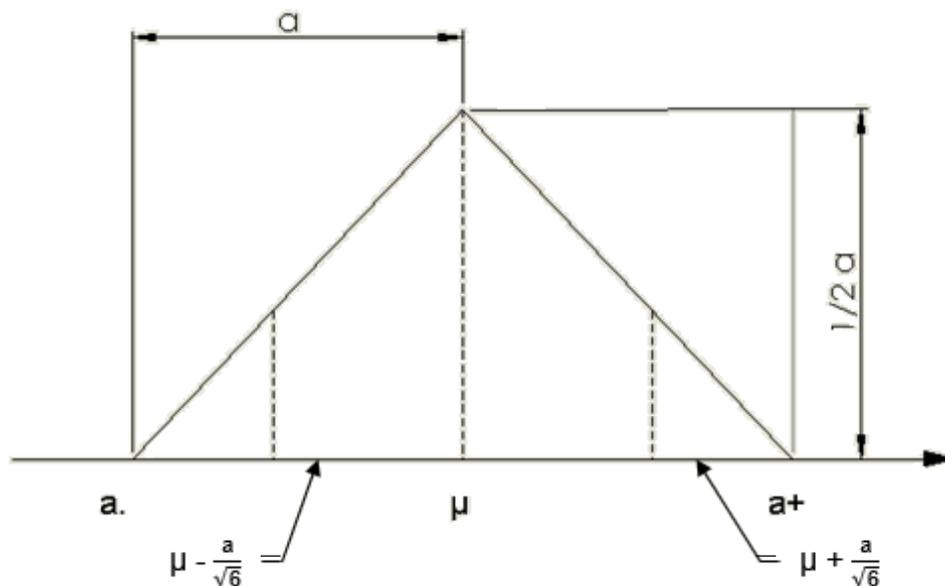


Fig. 2.8. Distribución triangular.

No se deben contar dos veces las componentes de incertidumbre. Si una componente de incertidumbre que resulta de un efecto en particular se obtiene a partir de una evaluación tipo B, debe incluirse como una componente independiente de incertidumbre, únicamente si su efecto no contribuye a la variabilidad apreciada en las observaciones, ya que dicha componente puede haber sido evaluada a partir del análisis estadístico de las observaciones.

2.3.3. IDENTIFICACIÓN DE LAS FUENTES DE INCERTIDUMBRE PARA EL ENSAYO DE FATIGA POR FLEXIÓN ROTATIVA

Al revisar las fuentes de incertidumbre se identifican las principales fuentes que afectan la medición de las magnitudes de entrada para los mensurandos del esfuerzo a la fatiga y el número de ciclos hasta la ruptura, también se asigna una función de distribución a cada fuente, con esa información es conveniente elaborar una lista de las fuentes de incertidumbre que tienen una participación significativa en la incertidumbre de la medición del ensayo (ver, Tabla 2.1).

2.4. CUANTIFICACIÓN DE LAS VARIABLES E INCERTIDUMBRES

Una vez definido el modelo con sus magnitudes de entrada se deben de identificar los factores que tienen una afectación significativa en la determinación del mensurando, pero que no forman parte del mismo, es decir, aquellas que no se pueden presentar en el modelo matemático pero que afectan el mensurando, también llamadas magnitudes de influencia o fuentes de incertidumbre.

Las principales componentes de incertidumbre que afectan al mensurando, se clasifican para luego proceder a estimar la incertidumbres estándar $u(x_i)$ que representan, para la realización de los cálculos se recomienda la ayuda de un software que permita realizarlos de una forma más simple. Así, en el presente trabajo de graduación se utilizará el software de trabajo Excel.

Tabla 2.1. Identificación de Fuentes de incertidumbre para el mensurando del esfuerzo a la fatiga.

Magnitud de entrada	Fuente de incertidumbre	Parámetro para cuantificar la fuente	Distribución asociada a la fuente	Tipo de evaluación
Esfuerzo a la fatiga				
F	Repetibilidad de la lectura	Repetibilidad	Normal	A
	Resolución del aparato	División de escala	Rectangular	B
C_f	Calibración del dinamómetro	Exactitud de la medida	Normal	B
d_0	Repetibilidad de la lectura	Repetibilidad	Normal	A
	Resolución del aparato	División de escala	Rectangular	B
C_{d_0}	Calibración del Vernier	Exactitud de la medida	Normal	B
Número de ciclos hasta la ruptura				
L	Resolución del contador	Resolución	Rectangular	B
	Repetibilidad de lecturas	Desviación estándar	Normal	A
C	Incertidumbre de calibración	Exactitud de medida	Normal	B
C_e	Corrección por esfuerzo	Incertidumbre combinada del esfuerzo a la fatiga	Rectangular	B

2.4.1. FUENTES DE INCERTIDUMBRE POR MAGNITUD DE ENTRADA PARA EL MENSURANDO DE EL ESFUERZO A LA FATIGA

Con el fin de realizar el cálculo de las incertidumbres estándar de las magnitudes de entrada para el mensurando del esfuerzo a la fatiga se utilizan las Ecs, 2.27 – 2.34:

Las Ecs 2.27 y 2.28 son utilizadas con el fin de realizar la estimación de la incertidumbre para la magnitud de entrada de la fuerza aplicada por el dinamómetro (F)

Resolución del dinamómetro:

$$U(\text{resolución.d}) = \frac{\text{Resolución del dinamómetro}}{\sqrt{12}} \quad (2.27)$$

Repetibilidad de la lectura del dinamómetro:

$$U(\text{repet.dinamómetro}) = \frac{s(\text{lecturas dinamómetro})}{\sqrt{n}} \quad (2.28)$$

Magnitud de entrada: Incertidumbre por diámetro de la sección menor (d)

Resolución del Vernier:

$$U(\text{resolucion.d}) = \frac{\text{Resolución del Vernier}}{\sqrt{12}} \quad (2.29)$$

Repetibilidad de la lectura del Vernier para el diámetro:

$$U(\text{repet.d}) = \frac{s(\text{mediciones de diámetro})}{\sqrt{n}} \quad (2.30)$$

Magnitud de entrada: Incertidumbre por longitud hasta el concentrador de esfuerzo (L)

Resolución del Vernier:

$$U(\text{resolucion.d}) = \frac{\text{Resolución del Vernier}}{\sqrt{12}} \quad (2.29)$$

Repetibilidad de la lectura del Vernier para la longitud:

$$U(\text{RepL}) = \frac{s(\text{lecturas de la longitud})}{\sqrt{n}} \quad (2.31)$$

Magnitud de entrada: Incertidumbre por corrección de la fuerza aplicada por el dinamómetro:

$$U(C_f) = \frac{U_{\text{certificado, dinamómetro}}}{k} \quad (2.32)$$

Magnitud de entrada: Incertidumbre por corrección del diámetro menor

$$U(C_d) = \frac{U_{\text{certificado, Vernier}}}{k} \quad (2.33)$$

Magnitud de entrada: Incertidumbre por corrección de la longitud hasta el concentrador de esfuerzo

$$U(C_l) = \frac{U_{\text{certificado}}}{k} \quad (2.34)$$

En el caso de la máquina de ensayo de fatiga por flexión rotativa, que se supone que está calibrada pero no tiene el certificado de calibración que indique corrección alguna a realizarse a las mediciones de aplicación de carga o fuerza, diámetro de concentrador de esfuerzo y la longitud hasta el concentrador de esfuerzo, en tal caso se utilizará las especificaciones de error que reporta el fabricante del equipo (comúnmente se puede encontrar con el nombre de exactitud, precisión, error máximo, tolerancia entre otros.) exactitud de medida como parámetro para realizar las correcciones de medida.

$$U(C_f) = \frac{\text{Error del dinamómetro}}{\sqrt{12}} \quad (2.32)$$

$$U(C_d) = \frac{\text{Error del Vernier para el diámetro}}{\sqrt{12}} \quad (2.33)$$

$$U(C_l) = \frac{\text{Error del Vernier para la longitud}}{\sqrt{12}} \quad (2.34)$$

Tabla 2.2. Resumen de ecuaciones para la obtención de las incertidumbres estándar para las magnitudes de entrada del mensurando del esfuerzo a la fatiga

Magnitud de Entrada	Fuente de Incertidumbre	Ecuaciones para el cálculo de Incertidumbre
F	Resolución del dinamómetro	$U(res. di) = \frac{res\ dinamómetro}{\sqrt{12}}$
	Repetibilidad de lectura	$U(repet. di) = \frac{s(lecturas)}{\sqrt{n}}$
d	Resolución del Vernier	$U(res. d) = \frac{res\ vernier}{\sqrt{12}}$
	Repetibilidad de lectura	$U(rept. d) = \frac{s(lecturas)}{\sqrt{n}}$
C _f	Corrección de la fuerza	$U(C_f) = \frac{error\ dinamómetro}{\sqrt{12}}$
C _d	Corrección del diámetro	$U(C_d) = \frac{error\ ver\ diámetro}{\sqrt{12}}$

2.4.2. FUENTES DE INCERTIDUMBRE POR MAGNITUD DE ENTRADA PARA EL MENSURANDO DEL NÚMERO DE CICLOS HASTA LA RUPTURA

Con el fin de realizar el cálculo de las incertidumbres estándar de las magnitudes de entrada para el mensurando del número de ciclos se utilizan las Ecs. 2.35 – 2.37.

Magnitud de entrada: Lectura del contador (Lec)

Resolución del contador:

$$U(\text{ResLec}) = \frac{\text{Resolución}}{\sqrt{12}} \quad (2.35)$$

Repetibilidad de lecturas:

$$U(\text{reptLec}) = \frac{s(\text{lecturas, contador})}{\sqrt{n}} \quad (2.36)$$

Magnitud de entrada: Incertidumbre de calibración (C)

$$U(U_{\text{cal}}) = \frac{U}{\sqrt{12}} \quad (2.37)$$

Sin embargo, como no se cuenta con certificados de calibración se utilizará la exactitud como parámetro para realizar las correcciones de medida.

$$U(U_{\text{cal}}) = \frac{\text{Exactitud Contador}}{\sqrt{12}} \quad (2.38)$$

Magnitud de Entrada: Incertidumbre de calibración por esfuerzo

$$U(S) = \frac{\Delta S}{\sqrt{12}} \quad (2.38)$$

Resumiendo las ecuaciones que se utilizarán para la estimación de la incertidumbre de las magnitudes de entrada del mensurando N son 4 (ver Tabla 2.3).

Tabla 2.3. Resumen de ecuaciones para la obtención de las incertidumbres estándar para las magnitudes de entrada del mensurando de número de ciclos.

Magnitud de Entrada	Fuente de Incertidumbre	Ecuaciones para el cálculo de Incertidumbre
Lec	Resolución del contador	$U(ResLec) = \frac{Resolución}{\sqrt{12}}$
	Repetibilidad de lecturas	$U(reptLec) = \frac{s(lec. conta)}{\sqrt{n}}$
C	Incertidumbre de calibración	$U(Ucal) = \frac{Exac. Contador}{\sqrt{12}}$
C _e	Incertidumbre de calibración por esfuerzo	$U(S) = \frac{\Delta S}{\sqrt{12}}$

2.5. COEFICIENTES DE SENSIBILIDAD POR MAGNITUD DE ENTRADA

En este punto ya se tiene un estimado de la incertidumbre estándar del valor de cada una de las fuentes de incertidumbre asociadas al modelo matemático; sin embargo, cada una de ellas podría influir de manera diferente en el mensurando. Es decir, algunas fuentes pudieran tener un mayor peso o efecto sobre la determinación del mensurando. Para lo anterior, se realiza un procedimiento matemático, que es derivar parcialmente el mensurando con respecto a cada una de las magnitudes de entrada. A esta derivación se le denomina coeficiente de sensibilidad, que como el nombre lo dice, es un número (o variable) que indica que tan sensible es el mensurando, a un cambio en esa variable (magnitud de entrada). Entre mayor sea el número (en absoluto) más sensible será el mensurando a cambios de esa variable.

Para cuantificar los coeficientes de sensibilidad se deriva el mensurando con respecto a cada una de las magnitudes de entrada. Si hubiera más variables, se calcularía una derivada para cada una de ellas, de tal forma que el número de coeficientes de sensibilidad será igual al número de variables en el modelo matemático. En caso de que las magnitudes de entrada tengan el mismo peso sobre el mensurando, su valor absoluto es igual a 1. En la actualidad existen

varios software de derivación que permiten hacer los cálculos de las derivadas parciales de los modelos matemáticos, simplificando bastante su determinación.

Cuando no se tiene un modelo matemático, estos coeficientes se determinan de manera experimental variando cada una de las magnitudes de entrada y registrando el cambio que producen en el mensurando. Esa razón de cambio es el coeficiente de sensibilidad. Sin embargo, en un gran número de ocasiones esta experimentación es costosa y/o inviable para los laboratorios de metrología.

2.5.1. DETERMINACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE SENSIBILIDAD PARA EL MENSURANDO DEL ESFUERZO A FATIGA

Para determinar los coeficientes de sensibilidad se usa un software de cálculo de derivadas debido a que la Ec. 2.6 del modelo matemático tiene cierto grado de dificultad. Así, sus coeficientes de sensibilidad son los siguientes:

Coeficiente de sensibilidad para la fuerza aplicada (F):

$$\frac{\partial S}{\partial F} = \frac{32L}{\pi (d+C_d)^3} \quad (2.39)$$

Coeficiente de sensibilidad para el factor de corrección por la fuerza (C_F):

$$\frac{\partial S}{\partial C_F} = \frac{32L}{\pi (d+C_d)^3} \quad (2.40)$$

Coeficiente de sensibilidad para el diámetro del concentrador de esfuerzo (d):

$$\frac{\partial S}{\partial d} = - \frac{96L(F+C_F)}{\pi (d+C_d)^4} \quad (2.41)$$

Coeficiente de sensibilidad para el factor de corrección por el diámetro del concentrador de esfuerzo (C_d):

$$\frac{\partial S}{\partial C_d} = - \frac{96L(F+C_F)}{\pi (d+C_d)^4} \quad (2.42)$$

2.5.2. DETERMINACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE SENSIBILIDAD PARA EL MENSURANDO DEL NÚMERO DE CICLOS

Para determinar los coeficientes de sensibilidad del mensurando número de ciclos no es necesario utilizar la ayuda del software para el cálculo de las derivadas parciales debido a que la ecuación es lineal.

$$N=L+C+C_e \quad (2.7)$$

Los coeficientes de sensibilidad para el modelo matemático del mensurando del número de ciclos son los siguientes:

Coeficiente de sensibilidad para la lectura del contador de ciclos (L):

$$\frac{\partial N}{\partial L} = 1 \quad (2.43)$$

Coeficiente de sensibilidad para la corrección del contador de ciclos (C):

$$\frac{\partial N}{\partial C} = 1 \quad (2.44)$$

Coeficiente de sensibilidad para la corrección del esfuerzo (C_e):

$$\frac{\partial N}{\partial C_e} = 1 \quad (2.45)$$

En este caso se observa que todas las magnitudes de entrada tienen el mismo peso sobre el mensurando número de ciclos del material, debido a que su valor absoluto es igual a 1.

2.6. CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR COMBINADA

Una vez que se ha identificado y cuantificado el mensurando, magnitudes de entrada y fuentes de incertidumbre, se procede a realizar una combinación de tal forma que se obtenga un valor de incertidumbre total sobre la determinación del mensurando, esto se calcula aplicando la ley de propagación de incertidumbres.

$$U_c(y) = \sqrt{\sum (\text{coeficiente de sensibilidad} \cdot \text{incertidumbre})^2} \quad (2.46)$$

Que en otras palabras, la incertidumbre combinada es la raíz cuadrada de la suma cuadrática de cada uno de los coeficientes de sensibilidad multiplicado por la incertidumbre de medición de cada una de las variables (magnitudes de entrada). La Ec. 2.46, es una forma simplificada de la ley de propagación, donde se descarta la posibilidad de que exista correlación entre variables.

La multiplicación del coeficiente de sensibilidad por la incertidumbre de medida de cada variable, es llamada el aporte de incertidumbre de cada una de las magnitudes de entrada del modelo; es decir, la contribución de incertidumbre de cada una de las variables está dada no solo por el peso de la variable en el modelo matemático (coeficiente de sensibilidad), sino que además es función de la incertidumbre de la misma variable, por lo que el múltiplo de ambos es el aporte que tiene la variable en la estimación de incertidumbre del mensurando. Entre

mayor sea el aporte, más crítica será esa variable en el estimado del mensurando, y generalmente la que se procura controlar mejor durante la medición, debido a su considerable efecto.

2.6.1. CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR COMBINADA PARA EL MENSURANDO DEL ESFUERZO A LA FATIGA

Multiplicando el coeficiente de sensibilidad por la incertidumbre de medida de cada variable de entrada se encuentra que el aporte de incertidumbre para el mensurando del esfuerzo a la fatiga es:

$$\begin{aligned}
 &u(F)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial F} + u(d)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial d} + u(L)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial L} + u(C_F)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial C_F} \\
 &+ u(C_L)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial C_L} + u(C_d)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial C_d}
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Sustituyendo en la Ec. 2.46 se obtiene:

$$U(S)_y = \sqrt{
 \begin{aligned}
 &u(F)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial F} + u(d)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial d} + u(L)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial L} \\
 &+ u(C_F)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial C_F} + u(C_L)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial C_L} + u(C_d)^2 \cdot \frac{\partial S^2}{\partial C_d}
 \end{aligned}
 } \tag{2.48}$$

2.6.2. CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR COMBINADA PARA EL MENSURANDO DEL NÚMERO DE CICLOS

Multiplicando el coeficiente de sensibilidad por la incertidumbre de medida de cada variable de entrada se encuentra que el aporte de incertidumbre para el mensurando del número de ciclos hasta la ruptura es:

$$u(\text{Lec})^2 \cdot \frac{\partial N^2}{\partial \text{Lec}} + u(C)^2 \cdot \frac{\partial N^2}{\partial C} + u(C_e)^2 \cdot \frac{\partial N^2}{\partial C_e} \quad (2.49)$$

En el caso del mensurando número de ciclos los coeficientes de sensibilidad tienen un valor igual a 1, sustituyendo y eliminando términos en la Ec. 2.46 se obtiene:

$$U(N)_y = \sqrt{u(\text{Lec})^2 + u(C)^2 + u(C_e)^2} \quad (2.50)$$

2.7. NÚMERO DE GRADOS DE LIBERTAD

Luego de realizar el cálculo de la incertidumbre combinada, existe una confiabilidad de ~68% de que el valor se encuentre en ese intervalo (considerando una distribución normal). A fin de incrementar esa confiabilidad la incertidumbre combinada se multiplica por un factor de cobertura k , la cual es llamada incertidumbre expandida y a fin de desarrollar su cálculo es importante dominar algunos conceptos como lo son el número de grados de libertad, grados de libertad efectivos y criterios de conformidad.

De cierta manera el número de grados de libertad asociado a una distribución de una magnitud (X_i o Y) puede considerarse una medida de la incertidumbre de esa magnitud. Entre mayor sea v la estimación de la incertidumbre será más confiable.

El número efectivo de grados de libertad ν_{ef} del mensurando considera el número de grados de libertad ν_i de cada fuente de incertidumbre.

Los grados de libertad ν_i para contribuciones obtenidas por evaluaciones tipo A dependen directamente del número de datos considerados y disminuye conforme el número de parámetros estimados a partir de los mismos datos.

Los parámetros a tomar en cuenta para la asignación de los grados de libertad son:

- ✓ La media de una serie de n mediciones tiene $n-1$ grados de libertad.
- ✓ La repetibilidad de una medición, estimada por la desviación estándar experimental de n lecturas tiene $n-1$ grados de libertad; si el valor de la desviación estándar es obtenido de evaluaciones previas, entonces los grados de libertad deben ser calculados del número de lecturas utilizadas durante la medición. Sin embargo, es recomendable que cuando sean llevadas a cabo evaluaciones previas se hayan realizado un número suficiente de lecturas para asegurar que los $\nu_{ef} > 30$ y $k < 2.09$.
- ✓ Una regresión lineal de M puntos mediante una ecuación de m parámetros tiene $M-m$ grados de libertad.

La determinación de los grados de libertad ν_i para contribuciones obtenidas por evaluaciones tipo B implica el criterio del metrologo soportado por su experiencia. Es posible tomar los grados de libertad ν_i de contribuciones tipo B como infinitos (∞), es decir sus valores son conocidos con un valor de certeza muy alto.

Cuando la incertidumbre estándar combinada está dominada por una simple contribución con pocos grados de libertad (< 6), es recomendado que k sea igual al valor de t de la distribución t de Student para el número de grados de libertad asociados con la distribución, y para el nivel de confianza requerido (normalmente el 95%).

Considerando lo anterior, es necesario ampliar el intervalo correspondiente al nivel de confianza p (95%), por lo que la Ec. 1.22 se transforma en:

$$U(y) = k \cdot u_c(y) = t_p(v) \cdot u_c(y) \quad (2.51)$$

En la Tabla 2.4 se presenta una lista de valores para t.

Tabla 2.4. Valores de t para el 95% de confianza.

Grados de libertad (v)	T _{95%}
1	12.71
2	4.30
3	3.18
4	2.78
5	2.57
6	2.45
7	2.36
8	2.31
9	2.26

2.7.1. NÚMERO EFECTIVO DE GRADOS DE LIBERTAD v_{ef}

Cuando se combinan varias fuentes de incertidumbre con sus respectivas distribuciones para obtener la incertidumbre combinada del mensurando $u_c(y)$, el teorema del límite central permite aproximar la distribución resultante por una distribución normal. La aproximación será mejor mientras más grande sea el número de fuentes y sus contribuciones sean similares, independiente de la forma particular de sus contribuciones.

Nuevamente, la disponibilidad limitada de información hace necesario el uso de la distribución t de Student para determinar la incertidumbre expandida de manera rigurosa, con la suposición de que los valores del mensurando obedecen a una distribución normal. El número efectivo de grados de libertad v_{ef} es considerado en tal situación.

La ecuación de Welch – Satterthwaite se utiliza para calcular el valor de v_{ef} basada en los grados de libertad v_i de las incertidumbres estándar individuales $u_i(y)$ y la incertidumbre combinada $u_c(y)$:

$$v_{ef} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (2.52)$$

Un análisis de la Ec. 2.52 presenta el dominio de las fuentes con pocos grados de libertad en el cálculo de v_{ef} sobre todo de aquellas cuyas contribuciones son grandes a la incertidumbre combinada. De hecho una fuente cuya contribución es alta y con pocos grados de libertad, es determinante en el valor de v_{ef} .

Una vez obtenido el valor de los grados de libertad efectivos (v_{ef}) es utilizada la Tabla 2.5 para encontrar el valor de k_p ($t_p(v_{ef})$).

Normalmente v_{ef} no es un número entero, por lo que para la selección de k_p se toma de la Tabla 2.5 el valor inmediato inferior de v_{ef} (el entero más próximo) que se corresponde con el valor de v_{ef} calculado.

Tabla 2.5. Factores de cobertura k_p ($p = 95.45\%$).

v_{ef}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14	16
k_{95}	13.97	4.53	3.31	2.87	2.65	2.52	2.43	2.37	2.28	2.23	2.20	2.17
v_{ef}	18	20	25	30	35	40	45	50	60	80	100	∞
k_{95}	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07	2.06	2.06	2.05	2.04	2.03	2.02	2

Resumiendo de forma rigurosa la incertidumbre se calcula como:

$$U(y) = k \cdot u_c(y) = t_p(v_{ef}) \cdot u_c(y) = k_p \cdot u_c(y) \quad (2.53)$$

donde: $t_p(v_{ef})$ es el factor derivado de la distribución t de Student a un nivel de confianza p ($\approx 95\%$) y v_{ef} grados de libertad y obtenido de la Tabla 2.4.

Frecuentemente, cuando v_{ef} es suficientemente grande, no se encuentra diferencia significativa en los resultados numéricos obtenidos con la Ec. 2.53 a un p dado ($\approx 95\%$) con aquellos obtenidos con la Ec. 1.22 tomando k de la distribución normal para el mismo p ($\approx 95\%$). Una buena práctica es realizar el cálculo riguroso con la Ec. 2.53 y entonces decidir sobre la conveniencia de utilizar simplemente la Ec. 2.51.

Es una práctica internacional expresar los resultados de las mediciones con un nivel de confianza no menor al 95%. Es difícil asegurar un valor preciso de la incertidumbre debido a las múltiples aproximaciones realizadas durante su estimación. Una consecuencia es la posibilidad de sustituir los valores correspondientes de $p = 95\%$ con los valores correspondientes a $p = 95.45\%$, con el fin de obtener un valor de $k = 2$ correspondiente a una distribución normal.

Si el cálculo de incertidumbre involucra sólo una evaluación tipo A y el número de lecturas (n) es mayor que dos y la incertidumbre estándar combinada $u_c(y)$ es mayor que dos veces la incertidumbre estándar tipo A, entonces $k = 2$ proveerá una probabilidad de cobertura de $\sim 95\%$ y no es necesario utilizar la fórmula de Welch-Satterthwaite para obtener un valor del factor de cobertura.

Cuando las distribuciones de interés son normales, un factor de cobertura de 2 (o elegido según la metodología descrita anteriormente utilizando un nivel del 95%) da un intervalo que contiene $\sim 95\%$ de la distribución de los valores. No es recomendado que este intervalo sea tomado para implicar un intervalo de confianza del 95% sin un conocimiento de la distribución concerniente.

Cuando sólo es relevante la contribución de una fuente cuya distribución no sea normal, lo más conveniente es estimar la incertidumbre expandida directamente de los parámetros de la distribución. No obstante, es posible aplicar las aproximaciones que se describen a continuación:

1. Determinación del factor de cobertura cuando dentro del conjunto de componentes de incertidumbre asociadas a la incertidumbre combinada predomina una componente de incertidumbre evaluada como tipo B, con función de distribución rectangular.

Si el análisis de la medición puede identificarse una de las componentes de la incertidumbre como un término dominante y su función de distribución es rectangular, por ejemplo haciendo la suposición de un término $u_1(y)$, y la incertidumbre estándar combinada $u_c(y)$ asociada con el resultado de la medición y puede escribirse como:

$$u_c(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_R^2(y)} \quad (2.54)$$

donde:

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N u_i^2(y)} \quad (2.55)$$

Denota la contribución total a la incertidumbre de los términos no dominantes, y se cumple la relación $\frac{u_R(y)}{u_1(y)} \leq 0.3$, entonces $k = 1.65$.

2.) Determinación del factor de cobertura cuando dentro del conjunto de componentes de incertidumbre, asociadas a la incertidumbre combinada, predominan dos componentes de incertidumbre evaluadas como tipo B, con funciones de distribución rectangular.

Si en la medición se puede identificar como términos dominantes dos componentes de incertidumbre evaluadas como tipo B, ($u_1(y)$ y $u_2(y)$) con funciones de distribución rectangular, las cuales se combinan en un término dominante $u_0(y)$, la incertidumbre estándar $u_c(y)$ asociada con el resultado de la medición y puede escribirse en este caso como:

$$u(y) = \sqrt{u_0^2(y) + u_R^2(y)} \quad (2.56)$$

donde:

$u_0(y)$ = denota la contribución combinada de los dos términos dominantes (Ec. 2.57); y

$u_R(y)$ = es la componente a la incertidumbre total de los términos no dominantes restantes (Ec. 2.58).

$$u_0(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y)} \quad (2.57)$$

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=3}^N u_i^2(y)} \quad (2.58)$$

Si las dos componentes dominantes tienen distribuciones rectangulares de valores con semi-intervalos a_1 y a_2 , la distribución resultante de su convolución es una distribución trapezoidal simétrica (ver, Fig. 2.9) con semi-intervalos, así:

$$a = a_1 + a_2 \quad y \quad b = |a_1 - a_2| \quad (2.59)$$

De la base y la cima respectivamente, con el parámetro del borde

$$\beta = \frac{b}{a} = \frac{|a_1 - a_2|}{a_1 + a_2} \quad (2.60)$$

En este caso el factor de cobertura se calcula por las siguientes expresiones:

$$k(p) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1 + \beta^2}{6}}} \frac{p(1 + \beta)}{2} \quad \text{cuando} \quad \frac{p}{2 - p} < \beta \quad (2.61)$$

$$k(p) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1 + \beta^2}{6}}} \left(1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)} \right) \quad \text{cuando } \beta \leq \frac{p}{2-p} \quad (2.62)$$

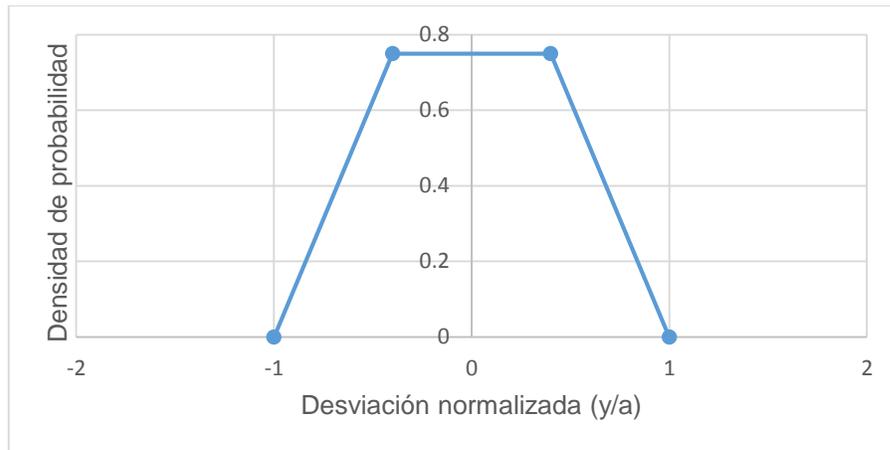


Fig. 2.9. Distribución de probabilidad trapezoidal simétrica unificada con el valor $\beta = 0.33$ del parámetro del borde.

2.8. CRITERIOS DE CONFORMIDAD

Las regulaciones de conformidad frecuentemente requieren que un mensurando, por ejemplo la concentración de una sustancia tóxica, se observe que está dentro de límites particulares.

La incertidumbre de medición claramente tiene implicaciones para la interpretación de resultados de la medición en este contexto.

Los resultados obtenidos son analizados teniendo en cuenta el valor de la incertidumbre de la medición, presentándose los siguientes casos:

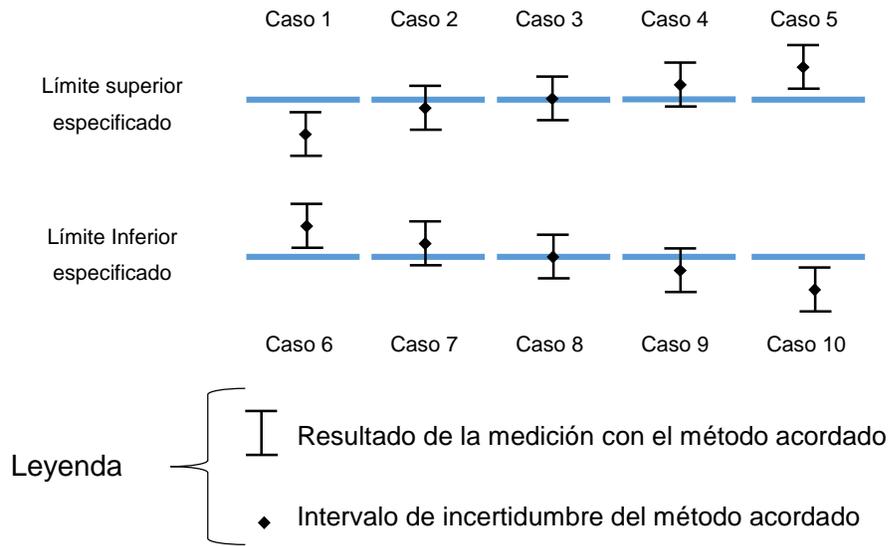


Fig. 2.10. Resultado de la medición, incertidumbre y límites de conformidad.

Como resultado del análisis, siempre que sea posible (casos 1, 5, 6 y 10), se establece un criterio de conformidad (ver, Tabla 2.6).

Cuando se conoce o se cree que los límites han sido fijados con alguna tolerancia para la incertidumbre, un juicio de conformidad puede ser hecho razonablemente sólo con el conocimiento de la tolerancia. Una excepción aparece cuando la conformidad está fijada contra un método de operación planeado en circunstancias definidas. Implícitamente, en tal requerimiento es de asumir que la incertidumbre, o menor reproducibilidad del método de medición planteado, es suficientemente pequeña para ignorarla en propósitos prácticos. En tal caso, se dispone del control de calidad apropiado en el lugar, y la conformidad es reportada normalmente sólo en el valor del resultado particular.

Tabla 2.6. Criterio de conformidad para los casos posibles del resultado de la medición.

Caso	Descripción	Cumple con la especificación
1	El resultado de la medición está debajo del límite superior, aún cuando el resultado se encuentra extendido hacia arriba en la mitad del valor del intervalo de incertidumbre	No es posible plantear un criterio
2	El resultado de la medición está debajo del límite superior, pero por un margen menor que la mitad del valor del intervalo de incertidumbre	No es posible plantear un criterio
3	El resultado de la medición está en el propio límite superior	No es posible plantear un criterio
4	El resultado de la medición está por encima del límite superior, pero por un margen menor que la mitad del valor del intervalo de incertidumbre	No es posible plantear un criterio
5	El resultado de la medición está por encima del límite superior, aún cuando el resultado se encuentra extendido hacia abajo en la mitad del valor del intervalo de la incertidumbre	No cumple con la especificación
6	El resultado de la medición está por encima del límite inferior, aún cuando el resultado se encuentra extendido hacia abajo en la mitad del valor del intervalo de la incertidumbre	Cumple con la especificación
7	El resultado de la medición está por encima del límite inferior, pero por un margen menor que la mitad del valor del intervalo de la incertidumbre	No es posible plantear un criterio
8	El resultado de la medición está en el propio límite inferior	No es posible plantear un criterio
9	El resultado de la medición está por debajo del límite inferior, pero por un margen menor que la mitad del valor del intervalo de la incertidumbre	No es posible plantear un criterio
10	El resultado de la medición está por debajo del límite inferior, aún cuando el resultado se encuentra extendido hacia arriba en la mitad del valor del intervalo de la incertidumbre	No cumple con la especificación

2.9. CALCULO DE LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA PARA EL ENSAYO DE FATIGA POR FLEXIÓN ROTATIVA

La incertidumbre estándar combinada representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando, dicho intervalo se espera que contenga el valor verdadero con una probabilidad p . Bajo la suposición de que los posibles

valores del mensurando siguen una distribución normal p tendría un valor igual a 68%.

Según la metodología desarrollada, la etapa final consiste en que la multiplicación de la incertidumbre estándar combinada por el factor de cobertura k elegido para obtener una incertidumbre que abarque un intervalo de valores mayor, dicha incertidumbre se denomina incertidumbre expandida. La incertidumbre expandida es requerida para suministrar un intervalo en el cual podría encontrarse una fracción grande de la distribución de valores que podrían razonablemente ser atribuidos al mensurando, es decir con una probabilidad mayor a la que se tendría si sólo se trabajase con la incertidumbre combinada.

La siguiente ecuación se utilizará para calcular la incertidumbre expandida de la medición del ensayo de fatiga por flexión rotativa suponiendo que su incertidumbre sigue una distribución normal y utilizando un coeficiente k de valor igual a 2.

$$U(N) = k \cdot u_c(N) \quad (2.63)$$

Para corroborar que efectivamente el valor del coeficiente k es igual a 2 se procede a utilizar otra aproximación, en este caso la t-student. Calculándose primero los grados de libertad de las magnitudes de entrada se tienen:

Para la lectura del tacómetro (Lec) se tiene que los grados de libertad efectivos se calculan mediante:

$$v_{Lec} = \frac{u(lec)^4}{\frac{(u_{resLec}^2)^2}{v_{resLec}} + \frac{(u_{repLec}^2)^2}{v_{repLec}}} \quad (2.64)$$

donde v_{resLec} son los grados de libertad de la incertidumbre estándar atribuida a la resolución del tacómetro (Ec. 2.65) y v_{repLec} los grados de libertad de la incertidumbre estándar atribuida a la repetibilidad de las mediciones (Ec. 2.66).

$$u_{resLec} \cong \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2} \quad (2.65)$$

donde: $\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)}$ según la experiencia, para una confianza del 95% tiene un valor de 0.05 y los grados de libertad atribuidos a la incertidumbre de la resolución de la lectura son 200.

$$v_{repLec} = n-1 \quad (2.66)$$

donde n son el número de repeticiones de la medición realizada. Para calcular los grados de libertad efectivos para la corrección del contador de ciclos (C) se tiene la Ec. 2.67 donde v_{calC} se calcula de la misma manera que para u_{resLec} y tiene un valor igual a 200:

$$v_C = \frac{u(C)^4}{\frac{(u(CalC)^2)^2}{v_{Cal}}} \quad (2.67)$$

Para la magnitud de entrada de la corrección por esfuerzo (C_e) en donde v_{cal} tiene un valor igual a 200 se tiene:

$$u_{Ce} = \frac{u(Ce)^4}{\frac{(u(CalS)^2)^2}{u_{cal}}} \quad (2.68)$$

Calculando los grados de libertad para el mensurando se tiene:

$$U_{\text{eff,N}} = \frac{U_c(N)^4}{\frac{(u(c)^2)^2}{V_c} + \frac{(u(\text{Lec})^2)^2}{U_{\text{Lec}}} + \frac{(u(\text{Ce})^2)^2}{U_{\text{Ce}}}} \quad (2.69)$$

Para la determinación del factor de cobertura se utiliza la inversa de la distribución T de Students, dicha fórmula se encuentra de una forma fácil e intuitiva en el software de Excel, donde la primera parte se refiere a la probabilidad asociada a la T de Students y el segundo los grados de libertad efectivos del mensurando.

$$t_p(v) = \text{INV.T.2C}((1-0.9545), v_{\text{eff,N}}) \quad (2.70)$$

Si el resultado obtenido al realizar el cálculo del factor de cobertura es de un valor de 2 o cercano a el, la distribución asociada al mensurando es normal, si no es este el caso, la distribución no sigue una tendencia normal y se debe de utilizar el factor de cobertura calculado mediante la ecuación 2.70 para la incertidumbre expandida.

3. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos aplicando la metodología desarrollada en el capítulo 2 y la información recopilada en el marco teórico del trabajo de graduación.

Finalmente, se desarrollan guías de laboratorio para el cálculo de la incertidumbre y se realiza una discusión sobre la estimación de las mismas y sobre sus resultados.

3.1. DETERMINACIÓN DEL ERROR DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Debido a que los instrumentos de medición utilizados en la máquina de fatiga por flexión rotativa no disponen de un certificado de calibración, al menos con un fin didáctico se puede utilizar las especificaciones de error que reporta el fabricante del equipo (comúnmente se les encuentra bajo el nombre de exactitud, precisión, error máximo, tolerancia, entre otros). Dicho error fungiría como incertidumbre, aunque esto es un supuesto, ya que no se conoce el verdadero comportamiento del equipo, lo ideal es que el equipo de medición del laboratorio que se ocupa para su respectivo cálculo de la incertidumbre de un ensayo este calibrado y tengan sus respectivos certificados de calibración.

3.1.1. ERROR MÁXIMO DEL CALIBRADOR ELECTRÓNICO

Para las mediciones del diámetro del concentrador de esfuerzo en las probetas utilizadas en los ensayos de fatiga por flexión rotativa se utiliza un calibrador electrónico marca Mitutoyo serie 500-196-20 cuyas especificaciones técnicas se presentan en la Fig. 3.1, donde se puede observar que para el calibrador electrónico se tiene un error de 0.02 mm y para las mediciones hechas

en el intervalo de 0 a 200 mm, el cual es el que interesa al estar el diámetro del concentrador de esfuerzo en dicho intervalo.



Fig. 3.1. Ficha técnica del calibrador electrónico Mitutoyo para la serie 500 Digimatic Absolute

3.1.2. ERROR MÁXIMO DEL DINAMÓMETRO

En el caso de la medición de la fuerza realizada por el dinamómetro integrado a la máquina, no se tiene un detalle del fabricante de sus cualidades metrológicas, pero para fines de estudio se puede tomar en consideración su resolución, el uso del mismo y los requerimientos mínimos de la norma UNE-EN ISO 376 para instrumentos de medida de fuerzas un error máximo de 0.1%.

3.1.3. ERROR MÁXIMO DEL CONTADOR DIGITAL

En el caso del contador digital su resolución es muy alta, para ensayos de fatiga por flexión rotativa, en los cuales la cantidad de ciclos por ensayo es

bastante alta. Para el contador digital al igual que para el dinamómetro no se tiene un detalle de las propiedades metrológicas del instrumento pero para fines didácticos se puede suponer un valor aceptable de $\pm 0.01\%$ de la precisión del instrumento, para realizar los cálculos.

3.2. FACTORES DE CORRECCIÓN

De los datos técnicos del calibrador electrónico se obtiene el error máximo porcentual del instrumento de medición, dicho error tiene que ser convertido a unidades de medida congruentes para poder ser utilizado como factor de corrección en el calibrador. Así, como está dado en unidades porcentuales, se utiliza el valor promedio del diámetro del concentrador de esfuerzo d_0 para calcular el factor de corrección:

$$C_d = d_{\text{promedio}} \cdot \text{Error\% cal electrónico} \quad (3.1)$$

Para el caso del contador electrónico, se tiene un caso similar, por lo que se toma el promedio de los ciclos obtenidos para los ensayos de fatiga y se multiplica por su error porcentual y también se da el mismo caso para el dinamómetro:

$$C = \text{Error\% contador digital} \cdot N_{\text{prom}} \quad (3.2)$$

$$C_F = F_{\text{prom}} \cdot \text{Error\% dinamómetro} \quad (3.3)$$

3.3. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE LA MEDIDA PARA EL ENSAYO DE FATIGA POR FLEXIÓN ROTATIVA

Aplicando la metodología desarrollada en el capítulo anterior y mediante el uso de una hoja de cálculo se realiza el estimado de la incertidumbre de la medición para la máquina de fatiga por flexión rotativa utilizando datos obtenidos de ensayos en probetas de acero AISI 1020.

Tabla 3.1. Datos obtenidos en ensayos de fatiga por flexión rotativa en un acero AISI 1020.

	S, N/mm ²	L, mm	d, mm	F, N	N, ciclos
1	250	98.3	7.96	125.9	452639
2	250	98.3	8.01	128.3	340351
3	250	98.3	7.96	125.9	466415
4	250	98.3	7.96	125.9	352255
5	250	98.3	7.90	123.1	413652
6	250	98.3	7.92	124.0	339841
7	300	98.3	7.94	150.0	140149
8	300	98.3	8.02	154.6	368234
9	300	98.3	7.91	148.3	133518
10	300	98.3	8.00	153.4	248217
11	300	98.3	7.98	152.3	401184
12	300	98.3	7.85	144.9	299815
13	350	98.3	7.94	175.0	195578
14	350	98.3	7.99	178.3	159549
15	350	98.3	7.85	169.1	115112
16	350	98.3	8.00	179.0	43820
17	350	98.3	8.09	185.1	110777
18	350	98.3	7.96	176.3	124967
19	400	98.3	7.95	200.7	45466
20	400	98.3	7.95	200.7	46330
21	400	98.3	7.91	197.7	59924
22	400	98.3	8.09	211.5	38345
23	400	98.3	7.98	203.0	56663
24	400	98.3	8.01	205.3	46644

3.3.1. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DEL MENSURANDO S PARA LAS PROBETAS ENSAYADAS A UN ESFUERZO DE 250 N/mm²

Se ingresan en una hoja de cálculo debidamente preparada, los datos de las probetas ensayadas a 250 N/mm², se calculan primeramente el promedio de las lecturas de S (Tabla 3.2) y con su valor promedio se procede a calcular las diferentes fuentes de incertidumbre por magnitudes de entrada (Tabla 3.3).

Tabla 3.2. Cálculo de las magnitudes de entrada de los valores promedio para los datos obtenidos de los ensayos de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm².

Magnitud de entrada X _i	Ec. para calcularla	Valores obtenidos de X _i	Valor promedio de X _i	Unidad de medida
F	Prom lecturas= X _i /n	125.0	125.83	N
		130.0		
		125.0		
		125.0		
		125.0		
		125.0		
d	Prom lecturas= X _i /n	7.96	7.95	mm
		8.01		
		7.96		
		7.96		
		7.90		
		7.92		

Tabla 3.3. Estimación de incertidumbre por magnitud de entrada de las fuentes de entrada para los ensayos de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm²

Magnitud de entrada X _i	Fuente de incertidumbre	Ec. para el cálculo de la incertidumbre	Valor
F	Resolución de la máquina	$U(\text{resF}) = \text{res}/\text{raiz}(12)$	7.794
	Repetibilidad de lectura	$U(\text{RepF}) = \text{desvst}(\text{lecturas})/\text{raiz}(n)$	1.021
d	Repetibilidad de la lectura	$U(\text{Repd}) = \text{desvst}(\text{lecturas})/\text{raiz}(n)$	0.015916449
	Resolución del Vernier	$U(\text{resd}) = \text{res}/\text{raiz}(12)$	0.005773503
Cf	Incertidumbre por la corrección de la fuerza	$U(Cf) = \text{error}\% * \text{prom. lec}$	12.58333333
Cd	Incertidumbre por la corrección del diámetro	$U(Cd) = \text{error}\% * \text{prom. lec}$	0.159033333

Calculando los coeficientes de sensibilidad (Tabla 3.4), se procede a realizar los cálculos para la estimación de la incertidumbre combinada:

Tabla 3.4. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad por magnitud de entrada para los ensayos de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm².

Magnitud de entrada, X _i	Coficiente de sensibilidad	Valor	Unidad de medida
F	$32L/\pi(d_0+Cd_0)^3$	1.977	1/mm ²
Cf	$32L/\pi(d_0+Cd_0)^3$	1.977	1/mm ²
d ₀	$-96*L*(F+Cf)/\pi*(d_0+Cd_0)^4$	-93.674	N/mm ²
Cd ₀	$-96*L*(F+Cf)/\pi*(d_0+Cd_0)^4$	-93.674	N/mm ²

Para calcular la incertidumbre combinada se procede a calcular el aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre total según la metodología empleada y los datos se presentan en la tabla 3.5.

Tabla 3.5. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm².

coeficiente de sensibilidad cuadrado C_i^2	Unidad de medida	$u^2(x_i)$	Unidad de medida	$C_i^2 \cdot u^2(x_i)$	Unidad de medida
3.907	1/mm ⁴	61.7917	N ²	241.4028	N ² /mm ⁴
3.907	1/mm ⁴	158.3403	N ²	618.5914	N ² /mm ⁴
8774.818	N ² /mm ⁶	0.0003	mm ²	2.5154	N ² /mm ⁴
8774.818	N ² /mm ⁶	0.0253	mm ²	221.9292	N ² /mm ⁴

Una vez calculados los aportes de la incertidumbre de cada magnitud de entrada se usa la Ec. 2.48 para calcular la incertidumbre combinada (Ec. 3.4):

$$U_c(y) = \sqrt{\sum (\text{coeficiente de sensibilidad} \cdot \text{incertidumbre})^2}$$

$$U_c(250) = 32.93 \text{ N/mm}^2 \quad (3.4)$$

3.3.2. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DEL MENSURANDO S PARA LAS PROBETAS ENSAYADAS A UN ESFUERZO DE 300 N/mm²

Al utilizar los datos de las probetas ensayadas a 300 N/mm², ingresándolas en una hoja de cálculo debidamente preparada, se calculan primeramente el promedio de las lecturas (Tabla 3.6) y con su valor promedio se procede a calcular las diferentes fuentes de incertidumbre por magnitudes de entrada (Tabla 3.7).

Tabla 3.6. Cálculo de valores promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	Ec. para calcularla	Valores obtenidos de X _i	Valor promedio de X _i	Unidad de medida
F	Prom lecturas = X _i /n	150	151.67	N
		155		
		150		
		155		
		155		
		145		
d	Prom lecturas = X _i /n	7.94	7.95	mm
		8.02		
		7.91		
		8.00		

Tabla 3.7. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	Fuente de incertidumbre	Ec. para el cálculo de la incertidumbre	Valor
F	Resolución de la máquina	$U(\text{resF}) = \text{res}/\sqrt{12}$	7.794
	Repetibilidad de lectura	$U(\text{RepF}) = \text{desvst}(\text{lecturas})/\sqrt{n}$	1.179
d	Repetibilidad de la lectura	$U(\text{Repd}) = \text{desvst}(\text{lecturas})/\sqrt{n}$	0.018257419
	Resolución del Vernier	$U(\text{resd}) = \text{resd}/\sqrt{12}$	0.005773503
Cf	Incertidumbre por la corrección de la fuerza	$U(\text{Cf}) = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	15.16666667
Cd	Incertidumbre por la corrección del diámetro	$U(\text{Cd}) = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	0.159

Calculando los coeficientes de sensibilidad (Tabla 3.8), se procede a realizar los cálculos para la estimación de la incertidumbre combinada:

Tabla 3.8. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	Coficiente de sensibilidad	Valor	Unidad de medida
F	$32 \cdot L / \pi \cdot (d_0 + Cd_0)^3$	1.978	1/mm ²
C _f	$32 \cdot L / \pi \cdot (d_0 + Cd_0)^3$	1.978	1/mm ²
d ₀	$-96 \cdot L \cdot (F + C_f) / \pi \cdot (d_0 + Cd_0)^4$	-112.984	N/mm ²
Cd ₀	$-96 \cdot L \cdot (F + C_f) / \pi \cdot (d_0 + Cd_0)^4$	-112.984	N/mm ²

Para calcular la incertidumbre combinada se procede a calcular el aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre total según la metodología empleada y los datos se presentan en la tabla 3.9.

Tabla 3.9. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm².

X _i	C _i ²	Unidad de medida	u ² (x _i)	Unidad de medida	C _i ² · u ² (x _i)	Unidad de medida
F	3.912	1/mm ⁴	62.1389	N ²	243.0641	N ² /mm ⁴
C _f	3.912	1/mm ⁴	230.0278	N ²	899.7826	N ² /mm ⁴
d ₀	12765.446	N ² /mm ⁶	0.0004	mm ²	4.6807	N ² /mm ⁴
Cd ₀	12765.446	N ² /mm ⁶	0.0253	mm ²	322.7232	N ² /mm ⁴

Una vez calculados los aportes de la incertidumbre de cada magnitud de entrada se calcula la incertidumbre combinada:

$$U_c(300) = 38.34 \text{ N/mm}^2 \quad (3.5)$$

3.3.3. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DEL MENSURANDO S PARA LAS PROBETAS ENSAYADAS A UN ESFUERZO DE 350 N/mm²

Al utilizar los datos de las probetas ensayadas a 350 N/mm², ingresándolas en una hoja de cálculo debidamente preparada, se calculan primeramente el promedio de las lecturas (Tabla 3.10) y con su valor promedio se procede a calcular las diferentes fuentes de incertidumbre por magnitudes de entrada (Tabla 3.11).

Tabla 3.10. Cálculo de valores promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	Ec. para calcularla	Valores obtenidos de X _i [*]	Valor promedio de X _i	Unidad de medida
F	Promedio de lecturas = $\frac{X_i}{n}$	175	176.25	N
		180		
		170		
		180		
		185		
		175		
d ₀	Promedio de lecturas = $\frac{X_i}{n}$	7.94	7.97	mm
		7.99		
		7.85		
		8.00		
		8.09		
		7.96		

Tabla 3.11. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	Fuente de incertidumbre	Ec. para el cálculo de la incertidumbre	Valor
F	Resolución de la máquina	$U(\text{resF}) = \text{res}/\sqrt{12}$	7.794
	Repetibilidad de lectura	$U(\text{RepF}) = \text{desvst}(\text{lecturas})/\sqrt{n}$	1.954
d	Repetibilidad de la lectura	$U(\text{Repd}) = \text{desvst}(\text{lecturas})/\text{raiz}(n)$	0.035893361
	Resolución del Vernier	$U(\text{resd}) = \text{res}/\sqrt{12}$	0.005773503
C _f	Incertidumbre por la corrección de la fuerza	$U(C_f) = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	17.625
C _d	Incertidumbre por la corrección del diámetro	$U(C_d) = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	0.15948

Calculando los coeficientes de sensibilidad (Tabla 3.12), se procede a realizar los cálculos para la estimación de la incertidumbre combinada:

Tabla 3.12. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	Coficiente de sensibilidad	Valor	Unidad de medida
F	$32 \cdot L / \pi \cdot (d_0 + C_{d0})^3$	1.960	1/mm ²
C _f	$32 \cdot L / \pi \cdot (d_0 + C_{d0})^3$	1.960	1/mm ²
d ₀	$-96 \cdot L \cdot (F + C_f) / \pi \cdot (d_0 + C_{d0})^4$	-129.716	N/mm ²
C _{d0}	$-96 \cdot L \cdot (F + C_f) / \pi \cdot (d_0 + C_{d0})^4$	-129.716	N/mm ²

Para calcular la incertidumbre combinada se procede a calcular el aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre total según la metodología empleada y los datos se presentan en la tabla 3.13.

Tabla 3.13. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm².

X _i	C ² _i	Unidad de medida	u ² (x _i)	Unidad de medida	C ² _i u ² (x _i)	Unidad de medida
F	3.842	1/mm ⁴	64.5694	N ²	248.0558	N ² /mm ⁴
Cf	3.842	1/mm ⁴	310.6406	N ²	1193.3852	N ² /mm ⁴
d0	16826.258	N ² /mm ⁶	0.0013	mm ²	22.2387	N ² /mm ⁴
Cd0	16826.258	N ² /mm ⁶	0.0254	mm ²	427.9569	N ² /mm ⁴

Una vez calculados los aportes de la incertidumbre de cada magnitud de entrada se usa la Ec. 2.48 para calcular la incertidumbre combinada:

$$U_c(350) = 43.49 \text{ N/mm}^2 \quad (3.6)$$

3.3.4. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DEL MENSURANDO S PARA LAS PROBETAS ENSAYADAS A UN ESFUERZO DE 400 N/mm²

Al utilizar los datos de las probetas ensayadas a 400 N/mm², ingresándolas en una hoja de cálculo debidamente preparada, se calculan primeramente el promedio de las lecturas (Tabla 3.14) y con su valor promedio se procede a calcular las diferentes fuentes de incertidumbre por magnitudes de entrada (Tabla 3.15).

Tabla 3.14. Cálculo de valores promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	Ec. para calcularla	Valores obtenidos de X _i	Valor promedio X _i	Unidad de medida
F	Prom lecturas = X _i /n	200	203.33	N
		200		
		200		
		210		
		205		
		205		
d ₀	Prom lecturas = X _i /n	7.95	7.98	mm
		7.95		
		7.91		
		8.09		
		7.98		
		8.01		

Tabla 3.15. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	Fuente de incertidumbre	Ec. para el cálculo de la incertidumbre	Valor
F	Resolución de la máquina	$U(\text{resF}) = \text{res}/\sqrt{12}$	7.794
	Repetibilidad de lectura	$U(\text{RepF}) = \text{devst}(\text{lecturas})/\sqrt{n}$	2.041
d ₀	Repetibilidad de la lectura	$U(\text{Repd}) = \text{devst}(\text{lecturas})/\sqrt{n}$	0.02792848
	Resolución del Vernier	$U(\text{resd}) = \text{res}/\sqrt{12}$	0.005773503
C _f	Incertidumbre por la corrección de la fuerza	$U(C_f) = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	20.33333333
C _d	Incertidumbre por la corrección del diámetro	$U(C_d) = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	0.159633333

Calculando los coeficientes de sensibilidad (Tabla 3.16), se procede a realizar los cálculos para la estimación de la incertidumbre combinada:

Tabla 3.16. Cálculo de los coeficientes de sensibilidad para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	Coeficiente de sensibilidad	Valor	Unidad de medida
F	$32 \cdot L / \pi \cdot (d_0 + Cd_0)^3$	1.954	1/mm ²
C _f	$32 \cdot L / \pi \cdot (d_0 + Cd_0)^3$	1.954	1/mm ²
d ₀	$-96 \cdot L \cdot (F + C_f) / \pi \cdot (d_0 + Cd_0)^4$	-149.065	N/mm ²
Cd ₀	$-96 \cdot L \cdot (F + C_f) / \pi \cdot (d_0 + Cd_0)^4$	-149.065	N/mm ²

Para calcular la incertidumbre combinada se procede a calcular el aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre total según la metodología empleada y los datos se presentan en la tabla 3.17.

Tabla 3.17. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm².

Magnitud de entrada (X _i)	C ² _i	Unidad de medida	u ² (x _i)	Unidad de medida	C ² _i · u ² (x _i)	Unidad de medida
F	3.820	1/mm ⁴	64.9167	N ²	247.96	N ² /mm ⁴
C _f	3.820	1/mm ⁴	413.4444	N ²	1579.22	N ² /mm ⁴
d ₀	22220.322	N ² /mm ⁶	0.0008	mm ²	18.07	N ² /mm ⁴
Cd ₀	22220.322	N ² /mm ⁶	0.0255	mm ²	566.24	N ² /mm ⁴

Una vez calculados los aportes de la incertidumbre de cada magnitud de entrada se usa la Ec. 2.48 para calcular la incertidumbre combinada:

$$U_c(400) = 49.11 \text{ N/mm}^2 \quad (3.7)$$

3.4. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PARA EL MENSURANDO N NÚMERO DE CICLOS HASTA LA RUPTURA

Después de estimarse la incertidumbre del mensurando del esfuerzo a la fatiga se procede a calcular el estimado de la incertidumbre para el mensurando N número de ciclos hasta la ruptura.

Para dicho cálculo, en el modelo matemático para el mensurando N (Ec. 2.7), hay un término denominado C_e , el cual es la corrección por esfuerzo, este término es la mayor estimación de la incertidumbre obtenida anteriormente mediante el análisis de los datos recopilados, debido a que según la GUM, para una serie de resultados obtenidos se tomará como el resultado aquel que presente la incertidumbre mayor de medida, siendo para el caso de este trabajo de graduación el resultado obtenido para el ensayo efectuado a 400 N/mm^2 que presenta un valor de 49.11 N/mm^2 .

Sin embargo, dicha incertidumbre se encuentra en unidades de N/mm^2 , mientras que el modelo matemático del mensurando N está expresado en revoluciones, por lo que antes debe de ser expresado en una incertidumbre relativa para poder utilizarse. Con el cálculo del valor promedio para la fuerza F y el diámetro d se puede utilizar en la Ec. 3.4 para calcular un esfuerzo promedio:

$$S = \frac{32L*(F+C_f)}{\pi(d_0+C_{d0})^3} \quad (3.8)$$

Así, al sustituir valores queda:

$$S = \frac{32*98.3*(233.33+20.33)}{\pi(7.98+0.16)^3} = 415.02 \text{ N/mm}^2$$

Después de encontrar el valor promedio del esfuerzo y utilizando la Ec. 3.9 se obtiene la incertidumbre relativa para el mensurando S:

$$U\% = \frac{100\% \cdot U_c}{S_{\text{prom}}} \quad (3.9)$$

Sustituyendo valores:

$$U\% = \frac{100\% \cdot 49.11 \text{ N/mm}^2}{415.02 \text{ N/mm}^2} = 11.83 \%$$

3.4.1. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PARA EL MENSURANDO N PARA LAS PROBETAS ENSAYADAS A UN ESFUERZO DE 250 N/mm²

Se ingresa en una hoja de cálculo debidamente preparada, los datos de las probetas ensayadas a 250 N/mm², para la estimación del mensurando N, se calculan primeramente el promedio de las lecturas (Tabla 3.18) y con su valor promedio se procede a calcular las diferentes fuentes de incertidumbre por magnitudes de entrada (Tabla 3.19).

Tabla 3.18. Cálculo del valor promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm² para el número de ciclos.

Magnitud de entrada X_i	Ec. para calcularla	Valores obtenidos de X_i	Valor promedio de X_i	Unidad de medida
L	Prom lecturas a 250 N/mm ²	452639	394192.2	rev
		340351		
		466415		
		352255		
		413652		
		339841		

Tabla 3.19. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

Magnitud de entrada X_i	Fuente de incertidumbre	Ec. para el cálculo de la incertidumbre	Valor
L	Resolución del contador	$u(\text{resL}) = \text{res}/\sqrt{12}$	0.289
	Repetibilidad de lecturas	$u(\text{rePL}) = \text{desvest}(\text{lect})/\sqrt{n}$	23538.976
C	Incertidumbre de Calibración	$U_c = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	3941.921667
Ce	Incertidumbre de Calibración por Esfuerzo	$U(\text{Ce}) = U\% \cdot \text{prom lec}$	46632.9333

Debido a que la ecuación del modelo matemático es lineal, los coeficientes de sensibilidad (Tabla 3.20), son constantes para todos los ensayos y con ellos se procede a la estimación de la incertidumbre combinada, así:

Tabla 3.20. Coeficientes de sensibilidad para un ensayo de fatiga por flexión rotativa, para la estimación de la incertidumbre del mensurando número de ciclos.

Magnitud de entrada X_i	Coficiente de sensibilidad	Valor	Unidad de medida
L	$\delta N/\delta L = 1$	1	adimensional
C	$\delta N/\delta C = 1$	1	adimensional
Ce	$\delta N/\delta C_e = 1$	1	adimensional

Para calcular la incertidumbre combinada se procede a calcular el aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre total, según la metodología empleada y los datos se presentan en la tabla 3.21.

Tabla 3.21. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

X _i	C ² _i	u ² (x _i)	Unidad de medida	C ² _i ·u ² (x _i)	Unidad de medida
L	1	554083386	Rev ²	554083386	Rev ²
C	1	15538746	Rev ²	155387461	Rev ²
Ce	1	2174630469.7167	Rev ²	2174630469	Rev ²

Una vez calculados los aportes de la incertidumbre de cada magnitud de entrada se usa la Ec. 2.48 para calcular la incertidumbre combinada (Ec. 3.10):

$$U_c(250) = 52386 \text{ rev} \quad (3.10)$$

Debido que la incertidumbre combinada representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando y bajo la suposición que el mensurando sigue una distribución normal se necesita calcular la incertidumbre expandida (Tabla 3.22) para obtener una incertidumbre que abarque un rango de valores mayor.

Con la ayuda de los grados de libertad y la función inversa de la ecuación de T-Student de dos colas se corrobora que el mensurando sigue una tendencia normal, para el caso del ensayo a 250 N/mm² para el número de ciclos, por lo que la incertidumbre expandida para el ensayo a 250 N/mm² es de 104771 revoluciones, con un factor de cobertura de k = 2 (Ec. 3.11).

$$U(N) = 104,771 \text{ rev} \quad \text{con } k = 2 \quad (3.11)$$

Tabla 3.22. Cálculo de la incertidumbre expandida y corroboración del factor de cobertura para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 250 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

Incertidumbre expandida (distribución normal)			Incertidumbre expandida (distribución t-Student)				
Incertidumbre expandida U	k = 2	Unidad de medida	Incertidumbre expandida U	Valor de la incertidumbre expandida con t _p (n)	Unidad de medida		
U(N)	104771	rev	U(N)	105856	rev		
GRADOS DE LIBERTAD							
X _i	Fuente de incertidumbre	Incertidumbre cuadrada de cada fuente	Incertidumbre cuadrada de la magnitud X _i	Grados de libertad de cada fuente	Grados de libertad de la magnitud X _i	V _{eff}	t _p (n)
L	Resolución del contador	0.083	554083386	200	5.0	122.65	2.021
	Repetibilidad de lecturas	554083386		5			
C	Incertidumbre de Calibración	3941.922	15538746	200	3107749285		
Ce	Componente del esfuerzo	46632.933	2174630470	200	434926093943		

3.4.2. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PARA EL MENSURANDO N PARA LAS PROBETAS ENSAYADAS A UN ESFUERZO DE 300 N/mm²

Al utilizar los datos de las probetas ensayadas a 300 N/mm², ingresándolas en una hoja de cálculo debidamente preparada para la estimación del mensurando N, se calculan primeramente el promedio de las lecturas (Tabla 3.23) y con su valor promedio se procede a calcular las diferentes fuentes de incertidumbre por magnitudes de entrada (Tabla 3.24).

Tabla 3.23. Cálculo del valor promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm² para el número de ciclos.

Magnitud de entrada X _i	Ec. para calcularla	Valores obtenidos de X _i	Valor promedio de X _i	Unidad de medida
L	Promedio de lecturas a 300 N/mm ²	140149	265203	rev
		368334		
		133518		
		248217		
		401184		
		299815		

Tabla 3.24. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

Magnitud de entrada X _i	Fuente de incertidumbre	Ec. para el cálculo de la incertidumbre	Valor
L	Resolución del contador	$u(\text{resL}) = \text{res}/\sqrt{12}$	0.289
	Repetibilidad de lecturas	$u(\text{rePL}) = \text{desvest}(\text{lecturas})/\sqrt{n}$	46040.849
C	Incertidumbre de Calibración	$U_c = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	2652.028333
Ce	Incertidumbre de Calibración por Esfuerzo	$U(\text{Ce}) = U\% \cdot \text{prom lec}$	31373.4952

Debido a que la Ec. es lineal los coeficientes de sensibilidad (Tabla 3.20), son constantes para todos los ensayos y con ellos se procede a la estimación de la incertidumbre combinada:

Tabla 3.25. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm² para el mensurando del número de ciclos

X _i	C _i ²	u ² (x _i)	Unidad de medida	C _i ² · u ² (x _i)	Unidad de medida
L	1.000	2119759747	rev	2119759747	rev
C	1.000	7033254	rev	7033254	rev
Ce	1.000	984296200	rev	984296200	rev

Una vez calculados los aportes de la incertidumbre de cada magnitud de entrada se usa la Ec. 2.48 para calcular la incertidumbre combinada:

$$U_c(300) = 55777 \text{ rev} \quad (3.12)$$

Debido que la incertidumbre combinada representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando y bajo la suposición que el mensurando sigue una distribución normal se necesita calcular la incertidumbre expandida (Tabla 3.26) para obtener una incertidumbre que abarque un rango de valores mayor.

Con la ayuda de los grados de libertad y la función inversa de la Ecuación de T-Student de dos colas se corrobora que el mensurando no sigue una tendencia normal, para el caso del ensayo a 300 N/mm² para el número de ciclos, por lo que la incertidumbre expandida para el ensayo es de 127377 revoluciones, con un factor de cobertura de k = 2.28.

$$U(N) = 127377 \text{ rev} \quad \text{con } k = 2.28 \quad (3.13)$$

Tabla 3.26. Cálculo de la incertidumbre expandida y corroboración del factor de cobertura para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 300 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

Incertidumbre expandida (distribución normal)			Incertidumbre expandida (distribución t-Student)				
Incertidumbre expandida U	k = 2	Unidad de medida	Incertidumbre expandida U	Valor de la incertidumbre expandida con $t_p(n)$	Unidad de medida		
U(N)	111554	rev	U(N)	127377.23	rev		
GRADOS DE LIBERTAD							
Magnitud de entrada X_i	Fuente de incertidumbre	Incertidumbre cuadrada de cada fuente	Incertidumbre cuadrada de la magnitud X_i	v_i	Grados de libertad de la magnitud X_i	v_{eff}	$t_p(n)$
L	Resolución del contador	0.083	2119759747	200	5	10.77	2.284
	Repetibilidad de lecturas	2119759746.8		5			
C	Incertidumbre de Calibración	2652.028	7033254.3	200	1406650856		
Ce	Componente del esfuerzo	31373.495	984296200	200	196859240004		

3.4.3. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PARA EL MENSURANDO N PARA LAS PROBETAS ENSAYADAS A UN ESFUERZO DE 350 N/mm²

Al utilizar los datos de las probetas ensayadas a 350 N/mm², ingresándolas en una hoja de cálculo debidamente preparada para la estimación del mensurando N, se calculan primeramente el promedio de las lecturas (Tabla 3.27) y con su valor promedio se procede a calcular las diferentes fuentes de incertidumbre por magnitudes de entrada (Tabla 3.28).

Tabla 3.27. Cálculo del valor promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm² para el número de ciclos.

Magnitud de entrada X _i	Ec. para calcularla	Valores obtenidos de X _i	Valor promedio de X _i	Unidad de medida
L	Promedio de lecturas a 350 N/mm ²	195578	124967.2	rev
		159549		
		115112		
		43820		
		110777		
		124967		

Tabla 3.28. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

Magnitud de entrada X _i	Fuente de incertidumbre	Ec. para el cálculo de la incertidumbre	Valor
L	Resolución del contador	$u(\text{resL}) = \text{res}/\sqrt{12}$	0.289
	Repetibilidad de lecturas	$u(\text{rePL}) = \text{desvest}(\text{lecturas})/\sqrt{n}$	20868.749
C	Incertidumbre de Calibración	$U_c = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	1249.671667
Ce	Incertidumbre de Calibración por Esfuerzo	$U(\text{Ce}) = U\% \cdot \text{prom lec}$	14783.6158

Debido a que la Ec. es lineal los coeficientes de sensibilidad (Tabla 3.20), son constantes para todos los ensayos y con ellos se procede a la estimación de la incertidumbre combinada (Tabla 3.29):

Tabla 3.29. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm² para el mensurando del número de ciclos

Magnitud de entrada X_i	C_i^2	$u^2(x_i)$	Unidad de medida	$C_i^2 \cdot u^2(x_i)$	Unidad de medida
L	1	435504693	rev ²	435504693	rev ²
C	1	1561679	rev ²	1561679	rev ²
Ce	1	218555297	rev ²	218555297	rev ²

Una vez calculados los aportes de la incertidumbre de cada magnitud de entrada se usa la Ec. 2.48 para calcular la incertidumbre combinada:

$$U_c(350) = 25605 \text{ rev} \quad (3.14)$$

Debido que la incertidumbre combinada representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando y bajo la suposición que el mensurando sigue una distribución normal se necesita calcular la incertidumbre expandida (Tabla 3.30) para obtener una incertidumbre que abarque un rango de valores mayor.

Con la ayuda de los grados de libertad y la función inversa de la ecuación de T-Student de dos colas se corrobora que el mensurando no sigue una tendencia normal, para el caso del ensayo a 350 N/mm² para el número de ciclos, por lo que la incertidumbre expandida para el ensayo es de 57736 revoluciones, con un factor de cobertura de $k = 2.25$.

$$U(N) = 57736 \text{ rev} \quad \text{con } k = 2.25 \quad (3.15)$$

Tabla 3.30 Cálculo de la incertidumbre expandida y corroboración del factor de cobertura para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 350 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

Incertidumbre expandida (distribución normal)			Incertidumbre expandida (distribución t-Student)				
Incertidumbre expandida U	k = 2	Unidad de medida			Incertidumbre expandida U	Valor de la incertidumbre expandida con $t_p(n)$	Unidad de medida
U(N)	51210.	rev			U(N)	57736.09	rev
GRADOS DE LIBERTAD							
Magnitud de entrada X_i	Fuente de incertidumbre	Incertidumbre cuadrada de cada fuente	Incertidumbre cuadrada de la magnitud X_i	ν_i	Grados de libertad de la magnitud X_i	ν_{eff}	$t_p(n)$
L	Resolución del contador	0.083	435504692.7	200	5.0	11.33	2.255
	Repetibilidad de lecturas	435504692.628		5			
C	Incertidumbre de Calibración	1249.672	1561679.2745	200	312335854.9		
Ce	Componente del esfuerzo	14783.616	218555297	200	43711059323		

3.4.4. ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PARA EL MENSURANDO N PARA LAS PROBETAS ENSAYADAS A UN ESFUERZO DE 400 N/mm²

Al utilizar los datos de las probetas ensayadas a 400 N/mm², ingresándolas en una hoja de cálculo debidamente preparada para la estimación del mensurando N, se calculan primeramente el promedio de las lecturas (Tabla 3.31) y con su valor promedio se procede a calcular las diferentes fuentes de incertidumbre por magnitudes de entrada (Tabla 3.32).

Tabla 3.31. Cálculo del valor promedio para los datos obtenidos en el ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm² para el número de ciclos.

Magnitud de entrada X _i	Ec. para calcularla	Valores obtenidos de X _i	Valor promedio de X _i	Unidad de medida
L	Promedio de lecturas a 400 N/mm ²	45466	48895.3	rev
		46330		
		59924		
		38345		
		56663		
		46644		

Tabla 3.32. Estimación de las fuentes de incertidumbre según su magnitud de entrada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

Magnitud de entrada X _i	Fuente de incertidumbre	Ec. para el cálculo de la incertidumbre	Valor
L	Resolución del contador	$u(\text{resL}) = \text{res}/\sqrt{12}$	0.289
	Repetibilidad de lecturas	$u(\text{rePL}) = \text{desvest}(\text{lecturas})/\sqrt{n}$	3249.038
C	Incertidumbre de Calibración	$U_c = \text{error}\% \cdot \text{prom lec}$	488.9533333
Ce	Incertidumbre de Calibración por Esfuerzo	$U(\text{Ce}) = U\% \cdot \text{prom lec}$	5784.3179

Debido a que la Ec. es lineal los coeficientes de sensibilidad (Tabla 3.20), son constantes para todos los ensayos y con ellos se procede a la estimación de la incertidumbre combinada:

Tabla 3.33. Cálculo del aporte de cada magnitud de entrada a la incertidumbre combinada para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

Magnitud de entrada X_i	C_i^2	$u^2(x_i)$	Unidad de medida	$C_i^2 \cdot u^2(x_i)$	Unidad de medida
L	1	10556247.794 4	rev ²	10556247.794 4	rev ²
C	1	239075.3622	rev ²	239075.3622	rev ²
Ce	1	33458333.953 9	rev ²	33458333.953 9	rev ²

Una vez calculados los aportes de la incertidumbre de cada magnitud de entrada se usa la Ec. 2.48 para calcular la incertidumbre combinada:

$$U_c(350) = 6652 \text{ rev} \quad (3.16)$$

Debido que la incertidumbre combinada representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando y bajo la suposición que el mensurando sigue una distribución normal se necesita calcular la incertidumbre expandida (Tabla 3.34) para obtener una incertidumbre que abarque un rango de valores mayor.

Con la ayuda de los grados de libertad y la función inversa de la ecuación de T-Student de dos colas se corrobora que el mensurando sigue una tendencia normal, para el caso del ensayo a 400 N/mm² para el número de ciclos, por lo que la incertidumbre expandida para el ensayo es de 13305 revoluciones, con un factor de cobertura de $k = 2$.

$$U(N) = 13305 \text{ rev con } k = 2 \quad (3.17)$$

Tabla 3.34. Cálculo de la incertidumbre expandida y corroboración del factor de cobertura para un ensayo de fatiga a un esfuerzo de 400 N/mm² para el mensurando del número de ciclos.

Incertidumbre expandida (distribución normal)			Incertidumbre expandida (distribución t-Student)				
Incertidumbre expandida U	k = 2	Unidad de medida		Incertidumbre expandida U	Valor de la incertidumbre expandida con $t_p(n)$	Unidad de medida	
U(N)	13304.68	rev		U(N)	13498.58	rev	
GRADOS DE LIBERTAD							
Magnitud de entrada X_i	Fuente de incertidumbre	Incertidumbre cuadrada de cada fuente	Incertidumbre cuadrada de la magnitud X_i	ν_i	Grados de libertad de la magnitud X_i	ν_{eff}	$t_p(n)$
L	Resolución del contador	0.083	10556247.79	200	5.0	87.87	2.029
	Repetibilidad de lecturas	10556247.7		5			
C	Incertidumbre de Calibración	488.953	239075.3622	200	47815072.4		
Ce	Componente del esfuerzo	5784.318	33458334	200	6691666791		

3.5. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE MEDIDA PARA LOS ENSAYOS DE FATIGA POR FLEXIÓN ROTATIVA

Después de haber estimado las incertidumbres para la medición en los ensayos de fatiga por flexión rotativa, con la máquina de ensayo del laboratorio de metalurgia física de la escuela de ingeniería mecánica perteneciente a la Universidad de El Salvador se procede al análisis de sus resultados.

Utilizando la Ec. 3.5 se calculan las diferentes incertidumbres relativas para poder determinar, cual de todas, es la incertidumbre mayor con respecto al mensurando número de ciclos de la máquina.

Tabla 3.35. Incertidumbres relativas estimadas para los ensayos de fatiga por flexión rotativa, mensurando número de ciclos N

Esfuerzo	Incertidumbre Expandida Numero de ciclos $U_e(N)$	Número de Ciclos	Incertidumbre Porcentual número de ciclos $U\%$
250	104771	444767	23.56
300	127377	265203	48.03
350	57736	124967	46.20
400	13305	48895	27.21

Por lo tanto, la incertidumbre para el ensayo de fatiga por flexión rotativa realizado, es del 48% con un factor k de un valor de 2.28. El aporte de la incertidumbre de cada magnitud de entrada se desarrolla como se observa en el gráfico de la Fig. 3.2, donde el mayor aporte a la incertidumbre se realiza por la lectura del contador digital con un 68% mientras que el aporte de la corrección a la lectura no es relevante.

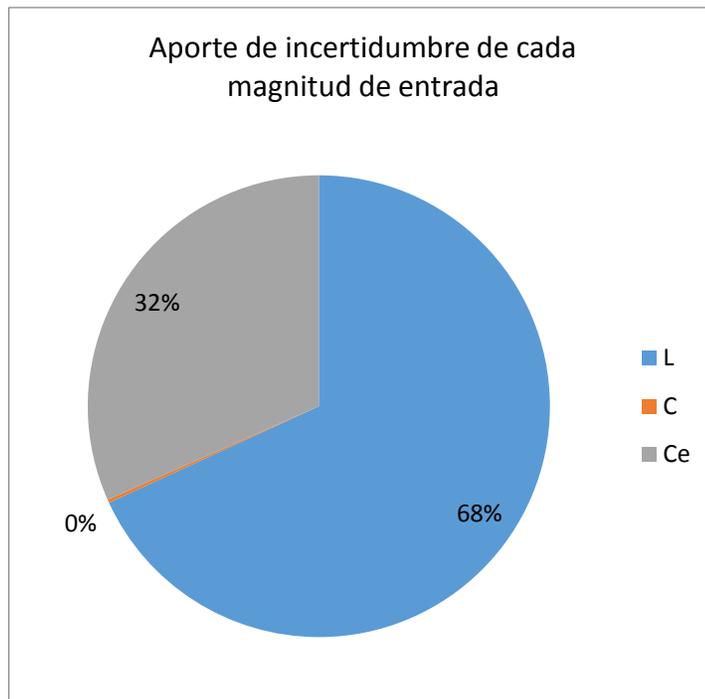


Fig. 3.2. Gráfico del aporte a la incertidumbre de cada magnitud de entrada al mensurando número de ciclos N.

También, se puede observar que el factor de corrección por esfuerzo aporta el 32% de la incertidumbre del mensurando, en el gráfico de la Fig. 3.3 se puede observar que la incertidumbre que aporta el factor de corrección por la fuerza es la mayor teniendo un valor del 57% de la incertidumbre total, mientras que la incertidumbre aportada por la fuerza aplicada por el dinamómetro y la corrección por el diámetro aportan el 22 y el 21%, respectivamente. Contrario a esto, que la incertidumbre aportada por el diámetro no es relevante.

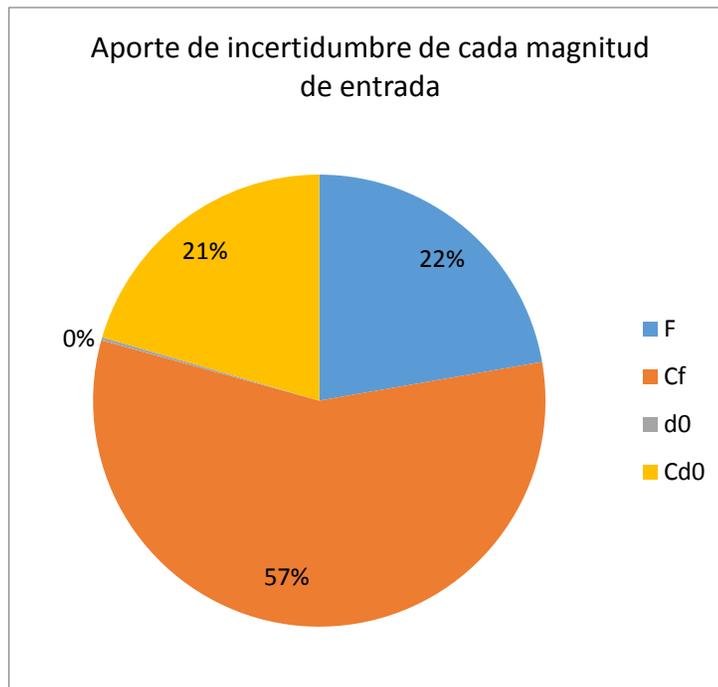


Fig. 3.3. Gráfico del aporte a la incertidumbre de cada magnitud de entrada, al mensurando Esfuerzo de Fatiga (S).

La incertidumbre aportada por la fuerza se divide a su vez en dos componentes que son la incertidumbre aportada por la resolución del equipo de medición y la repetibilidad de las lecturas realizadas, en la Fig. 3.4 se presenta el aporte de cada una de las fuentes de incertidumbre a la magnitud de entrada, donde el 88% de la incertidumbre se aporta por la resolución del instrumento de medición, mientras que la repetibilidad de la lectura solo aporta un 12% de la incertidumbre a la magnitud de entrada.

Debido a que la incertidumbre fue calculada con datos provenientes de un ensayo en el cual se utilizó la escala análoga del dinamómetro, la incertidumbre estimada aumento considerablemente, sin embargo el objetivo de la investigación es realizar mejoras en el laboratorio, por lo que se recomienda en la medida de lo posible utilizar la celda de carga para realizar las mediciones.

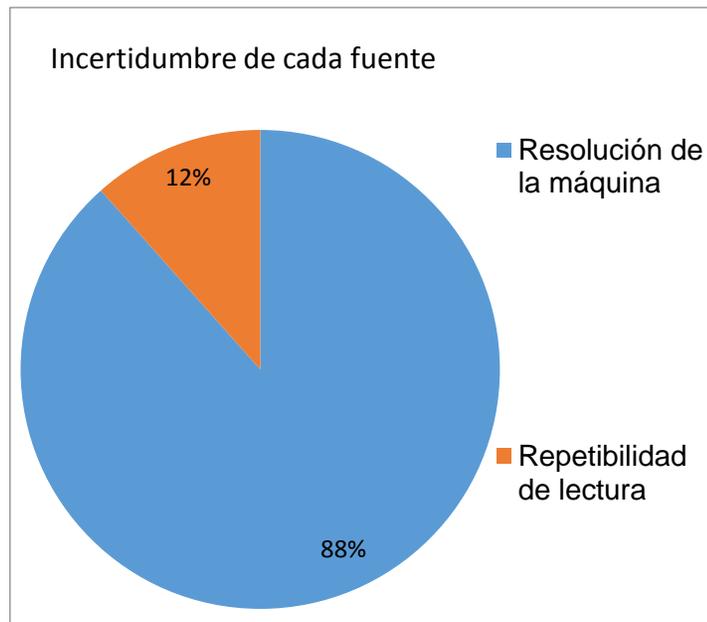


Fig. 3.4. Gráfico del aporte a la incertidumbre a la magnitud de entrada de la fuerza, de cada fuente de incertidumbre.

3.6. GUÍA DE LABORATORIO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE LA MEDIDA

Con el fin de poder ayudar a los estudiantes de la carrera de ingeniería mecánica en su desarrollo académico y científico, se desarrollaron unas guías de laboratorio para que comprendan de una forma más práctica la estimación de la incertidumbre de la medida, la utilización de los certificados de calibración, el manejo de los coeficientes de sensibilidad, así como también la utilización de los grados de libertad para la corroboración del factor de cobertura k , para el cálculo de la incertidumbre expandida (ver anexo A).

CONCLUSIONES

Al terminar el desarrollo de la metodología para la estimación de la incertidumbre en este Trabajo de Graduación se ha obtenido la información necesaria para concluir:

Que el desarrollo de la metodología para la estimación de la incertidumbre de la máquina de fatiga por flexión rotativa se considera exitoso, debido a que la implementación de dicha metodología proporcionó resultados importantes que exponen las fuentes de incertidumbre que afectan el proceso de medición para la respectiva máquina.

Que las fuentes de incertidumbre más significativas son aquellas relacionadas con la medición de la fuerza ejercida por el dinamómetro principalmente la resolución del instrumento utilizado para su medición, la incertidumbre generada por la poca información obtenida sobre la condición de los instrumentos de medición y la gran dispersión de los valores obtenidos en cada uno de los ensayos para la lectura del número de ciclos de cada nivel de esfuerzo.

Que la sensibilidad más significativa que produce un aumento de la incertidumbre son la medición del diámetro y su respectiva corrección de medida. Sin embargo, solo esta última representa una porción importante de la incertidumbre de la medición en el ensayo de fatiga, por lo que el calibrador digital empleado en la medición es el adecuado.

Que la baja sensibilidad del dinamómetro produce un aporte considerable a la incertidumbre de la medición, por lo cual se considera que la resolución de la escala analógica del mismo no es adecuada para la medición de la fuerza ejercida sobre la probeta en los ensayos de fatiga.

RECOMENDACIONES

Para reducir la incertidumbre de la medición en los ensayos realizados con la máquina de fatiga por flexión rotativa para la cual se desarrolló la metodología se recomienda que:

- ✓ Se realice una adecuación del ambiente del laboratorio, para evitar en, lo máximo, posible la acumulación de polvo y humedad, que puedan deteriorar los instrumentos de medición de la máquina de fatiga por flexión rotativa.
- ✓ Se adquiera un sistema de alimentación estable de energía eléctrica que pueda proporcionar un suministro de energía eléctrica de mejor calidad, filtrando subidas y bajadas de tensión y eliminando armónicos de la red, que proteja la máquina de fatiga por flexión rotativa en caso de falla del suministro de energía eléctrica local, con lo cual se garantice que no se produzcan vibraciones en la probeta de ensayo y una medición de calidad de sus dispositivos electrónicos de medida.
- ✓ La calibración de los instrumentos de medición relacionados con el ensayo de fatiga por flexión rotativa por lo menos una vez cada 2 años, para garantizar los datos obtenidos mediante su manipulación.
- ✓ La instalación de un equipo de aire acondicionado en el laboratorio de medición, para garantizar la estabilidad de la temperatura ambiental durante el desarrollo de los ensayos de fatiga por flexión rotativa.
- ✓ Siempre se utilice durante los ensayos el sensor de carga de la máquina de fatiga por flexión rotativa, debido que con la escala analógica del dinamómetro no se tiene una resolución adecuada para el desarrollo de las pruebas de fatiga.

REFERENCIAS

- [1] Sáez Ruiz, S. J., & Font Avila, L. (2001). *Incertidumbre de la medición: Teoría y Práctica*. Maracay: L&S Consultores.
- [2] Centro Español de Metrología. (2012). *Vocabulario Internacional de Metrología Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados*. CEM.
- [3] Schmid, W. A., & Lazos Martínez, R. J. (2000). *Guía para Estimar la Incertidumbre de la Medición*. Querétaro: CENAM.
- [4] Centro Español de Metrología. (2008). *Evaluación de datos de medición Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida*. CEM.
- [5] Escuela Colombiana de Ingeniería. (2011). *Fatiga Protocolo Curso de Materiales*. Escuela Colombiana de Ingeniería.
- [6] Gunt Hamburg. (2013). *Manual de Experimentos Máquina para ensayo de fatiga por flexión rotativa*. Obtenido de www.gunt.de.

ANEXOS

ANEXO A: GUÍA DE LABORATORIO DE FUNDAMENTOS DE LA ESTIMACIÓN
DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

GUÍA DE LABORATORIO

FUNDAMENTOS DE LA ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN

Objetivos:

- Estimar la incertidumbre de medida, en aplicaciones prácticas de los ensayos de fatiga por flexión rotativa.

INTRODUCCIÓN

La incertidumbre de medición según la definición del vocabulario internacional de metrología, se define como un parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza.

En otras palabras, se refiere a que la incertidumbre de medida es un intervalo (parámetro) que adopta sólo valores positivos (no considerar el símbolo \pm que en ocasiones se utiliza) y que representa la forma en que los datos obtenidos para una magnitud, que es la propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia que se puede expresar mediante un número y una referencia, de interés llamada mensurando, se dispersan. En términos muy simples, la incertidumbre de medida se puede definir como la duda que se tiene sobre la veracidad de un valor que se determina o mide. Como no es posible saber cuál es el valor verdadero de una magnitud, lo único que queda es definir un intervalo en el cuál es más probable encontrarlo.

Si se hace el ejercicio de medir con una cinta métrica común, la longitud del piso al techo 10 veces en una habitación, es altamente probable que las

lecturas que obtengan no serán todas iguales, y variarán en algunos milímetros o incluso centímetros entre ellas. Entonces las preguntas que se deben de hacer son: ¿Cuál es la verdadera altura de la habitación? y ¿Cómo saber cuál es el valor verdadero?, algo típico es concluir que la altura es el valor que más se repitió de los 10 valores o su promedio. Sin embargo, aun así sabemos que ese valor que se reporta pudiera no ser el verdadero, por lo cual se está consciente de que si se vuelve a medir una onceava vez, pudiera no coincidir ese nuevo valor con el reportado. Eso significa que al valor que se reporta le falta algo, y ese algo es la incertidumbre de medida, que como ya se mencionó es un parámetro que indica qué tanto varían los 10 valores medidos o qué tan dispersos están. Es común decir en metrología, que una medición no está completa si no va acompañada de una incertidumbre, así pues, ese promedio debería de ser acompañado de un intervalo donde es más probable que se encuentre el verdadero valor de la magnitud medida, como por ejemplo si el valor promedio de la altura fue de 265.4 cm, se debería reportarlo con su incertidumbre de medida, como $265.4 \text{ cm} \pm 1.4 \text{ cm}$, eso significa que es probable que la altura verdadera de la habitación pudiera estar entre 264.0 cm y 266.8 cm, como se observa ya no es sólo un valor único sino que es un intervalo. Más aún, ese intervalo no es lineal, sino que la distribución de los valores obtenidos nos indican que hay mayor probabilidad de que se encuentre en cierta región de ese intervalo, como por ejemplo en la distribución normal ($k = 2$) hay una mayor probabilidad que el valor se encuentre en el centro y no en los extremos del intervalo.

Algunas causas de que las lecturas obtenidas no sean iguales, en el ejemplo, son factores denominados fuentes de incertidumbre:

- a) Alineación de la cinta métrica durante la medición (perpendicularidad),
- b) Exactitud de la cinta métrica,
- c) Resolución de la cinta métrica,
- d) Habilidad de la persona que realizó la medición,
- e) Método de medición empleado,
- f) Deformidades en la superficie del piso y del techo, y

g) Condiciones ambientales.

Por lo que cuando se realiza una medición debiera de considerarse y cuantificarse, de la misma manera que en el ejemplo anterior, el efecto que produce cada una de las fuentes de incertidumbre y de esa manera tener un estimado de la incertidumbre de medida.

Así, la importancia de la incertidumbre de medida estriba en el hecho de que cuando se mide una magnitud en particular, no se tiene forma de saber que el valor que se obtiene es su valor verdadero, por lo que se deben inferir a que realmente el valor que obtenemos no es único y pudiera ser posible que se encontrará en un cierto intervalo probabilístico (distribución), que se determina en función de los valores obtenidos y las fuentes de incertidumbre que afectan esa medición en particular.

MODELAR

Para realizar una estimación de incertidumbre de medida lo primero que hay que hacer es modelar el mensurando (magnitud que se desea medir), es decir, identificarlo y expresarlo matemáticamente por una ecuación. Este paso pudiera ser el más difícil de todos, ya que no es simple encontrar un modelo que represente adecuadamente lo que se quiere determinar, entre mejor representado esté, un mejor estimado se podrá obtener. El modelo puede ser tan simple como la igualdad de 2 magnitudes o tan complejo como una ecuación de un gran número de variables interrelacionadas.

Como ejemplo se tiene el caso de calibración de un micrómetro, utilizando un bloque patrón de acero.

Definiendo un modelo que represente el proceso de medición se tiene:

$$E_{\text{med}} = L_{\text{micro}} - E_{\text{bloque}} \quad (\text{A.1})$$

donde:

E_{med} = es el error de medición del micrómetro en mm,

L_{micro} = son las lecturas obtenidas por el micrómetro en mm, y

E_{bloque} = es el espesor del bloque patrón en mm.

El error de medición del micrómetro es el mensurando, y está en función (o dependiente) de las 2 variables del lado derecho de la igualdad, llamadas magnitudes de entrada. Este es un modelo más simple que representa de manera muy burda el mensurando. Si se analiza a detalle esto podría dar cuenta que hay otras magnitudes de entrada que no están incluidas y que en algunos casos pudieran tener una influencia significativa en la determinación del mensurando. Esta es la etapa de la estimación donde se torna compleja, en el sentido de que se dificulta modelar el mensurando como un conjunto de variables. Es aquí donde la experiencia del metrologo se vuelve importante ya que el modelo será planteado como mejor lo pueda imaginar. En muchos casos más comunes, en los laboratorios de calibración y ensayo, estos modelos ya han sido definidos con anterioridad por otros laboratorios pioneros, por lo que la investigación bibliográfica pudiera ayudar con la modelación.

Si se trata de incluir más magnitudes de influencia en el modelo anterior, sobre la base a la experiencia y la investigación bibliográfica se podrá obtener una aproximación mejor al mensurando donde se incluye una corrección por la expansión térmica del bloque debido a la temperatura:

$$E_{\text{med}} = L_{\text{micro}} - E_{\text{bloque}} [1 + \alpha(t_{\text{med}} - t_{\text{ref}})] \quad (\text{A.2})$$

donde:

α = es el coeficiente de expansión térmica del acero en $1/^\circ\text{C}$,

t_{med} = es la temperatura ambiental en $^\circ\text{C}$, y

t_{ref} = es la temperatura de referencia cuando se calibró el bloque en $^\circ\text{C}$.

Como se observa, el modelo matemático se puede aproximar cada vez más a una ecuación que represente la medición realizada y cada vez se pueden ir agregando más magnitudes de entrada e interrelacionándose entre ellas. Entre

más completo sea el modelo, mejor representado y determinado será el mensurando.

Para el caso de la estimación de la incertidumbre de los ensayos de fatiga por flexión rotativa determine el modelo matemático del mensurando número de ciclos y esfuerzo a la fatiga, tal como se presenta en las Tablas A.1 - A.2:

Tabla A.1. Mensurando de esfuerzo a la fatiga.

Modelo matemático $f(X_1, X_2, \dots, X_N)$			
Mensurando	Descripción	Símbolo	Unidad de medida
Magnitud de entrada X_1			
Magnitud de entrada X_2			
Magnitud de entrada X_3			
Magnitud de entrada X_4			

Tabla A.2. Mensurando de número de ciclos.

Modelo matemático $f(X_1, X_2, \dots, X_N)$			
Mensurando	Descripción	Símbolo	Unidad de medida
Magnitud de entrada X_1			
Magnitud de entrada X_2			
Magnitud de entrada X_3			
Magnitud de entrada X_4			

IDENTIFICAR

Una vez definido el modelo con sus magnitudes de entrada, se identifican los factores que tienen una afectación significativa en la determinación del

mensurando, pero no forman parte del mismo. Es decir, aquellas que no se pueden representar en el modelo matemático pero que afectan el mensurando, también llamadas magnitudes de influencia o fuentes de incertidumbre.

Algunas de las fuentes de incertidumbre típicas en una estimación de incertidumbre son:

- a) La repetibilidad de las mediciones. El número de veces que se repite el experimento afecta directamente en la incertidumbre del mensurando,
- b) La incertidumbre de calibración del patrón de referencia usado. Entre más baja sea esta, significa que tenemos una mayor certeza de los valores que reproduce, y
- c) La resolución del instrumento de medición. Se relaciona con la capacidad del instrumento para observar más datos (o dígitos) del comportamiento del mensurando.

Cada una de las fuentes de incertidumbre se distribuye estadísticamente bajo una función de probabilidad, que supone el mejor estimador de la dispersión que siguen los datos de esa fuente. Existen diferentes funciones o distribuciones de probabilidad como las que se presentan a continuación:

✓ Distribución normal

Por ejemplo, para la fuente de incertidumbre por repetibilidad de las mediciones, si se grafican los datos obtenidos en una medición con un número grande de mediciones (repetir el experimento infinitamente veces), es muy probable que la mayor parte de los datos se encuentran en una zona concentrada y que una parte menos representativa de los datos se vayan dispersando (o sean más escasos) más y más en los extremos, en otras palabras existe mayor probabilidad de que el valor buscado (mensurando) se localice en la zona donde se repite más veces ese valor. A este tipo de comportamiento probabilístico se le denomina distribución estándar o normal y tiene una forma de una campana; una de sus características principales es que es asíntota en la base, es decir, sus extremos nunca tendrán el valor de cero.

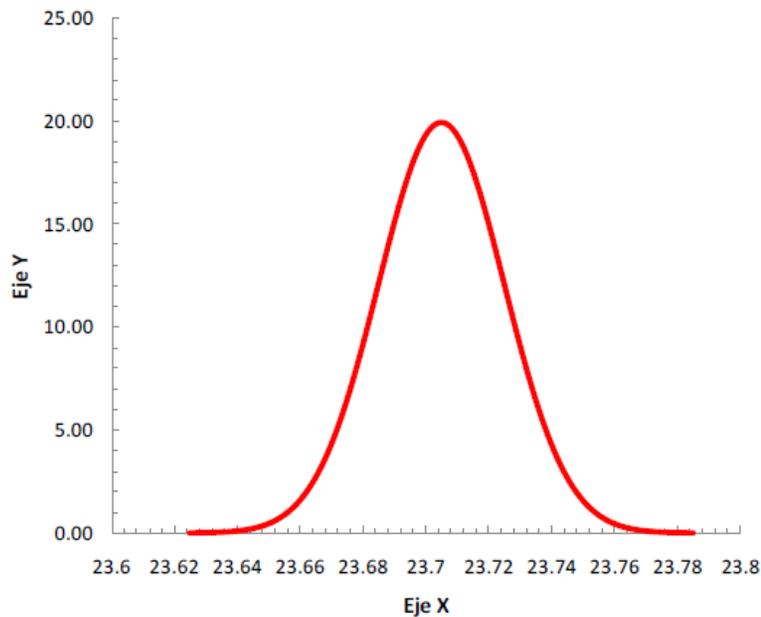


Fig. A.1. Distribución Normal.

En la Fig. A.1 se puede entender que es más probable que el valor buscado se encuentre en el número 23.70 (valor más alto en el eje y, es decir mayor probabilidad), un poco menos probable que se encuentre en el 23.73, menos en 23.74 y así sucesivamente hasta que casi es improbable que se localice en el 23.78. Este tipo de comportamiento es típico (aunque no es regla) cuando se repiten experimentos para obtener el valor más probable. Este tipo de distribución comúnmente también se asigna a los valores que se reportan de los certificados de calibración de los patrones de referencia (a menos que se especifique otra cosa), ya que generalmente también provienen de una serie de repeticiones que realizó el laboratorio que calibró el instrumento.

✓ Distribución rectangular

En el caso de la fuente de incertidumbre por resolución del instrumento de medición es diferente a las anteriores, ya que el valor de resolución es una característica de operación del instrumento en la cual mide. La resolución del instrumento puede estar expresada en una escala analógica o digital. En ambos casos, existe una zona donde el observador no conoce con exactitud dónde se localiza el valor medido. Ej. Si el micrómetro del ejemplo anterior presenta una

lectura de 23.705 mm (resolución 0.001 mm), el observador no sabe si el valor medido se encuentra exactamente en 23.705 mm o pudiera ser 23.7047 mm o 23.7052 mm, ya que no percibe el siguiente dígito significativo (0.0001 mm). Entonces, existe una duda sobre el valor presentado por el instrumento, derivado de su resolución. Cuando la magnitud medida es muy pequeña en comparación con la resolución del instrumento, esta fuente de incertidumbre genera una afectación considerable en el mensurando si su valor medido es muy cercano al valor de su resolución. Generalmente para el caso de resolución de un instrumento se le asigna una distribución rectangular o también llamada uniforme (aunque en ocasiones también se asigna la distribución triangular u otra), ya que se supone que existe la misma probabilidad de que el valor se localice en algún valor dentro del intervalo especificado, por lo que gráficamente esta distribución tiene la forma de la Fig. A.2.

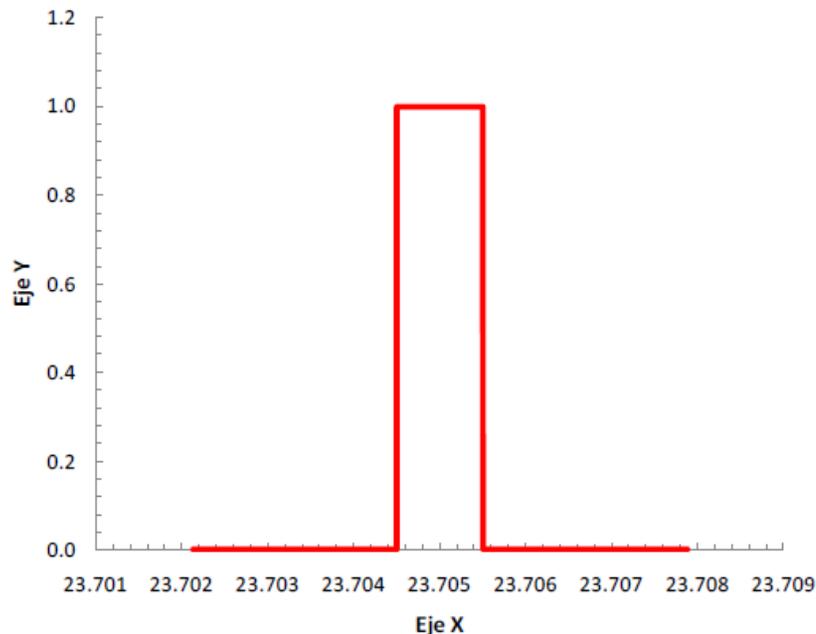


Fig. A.2. Distribución rectangular.

Resumiendo, a cada una de las fuentes de incertidumbre se les asigna una distribución probabilística que represente su comportamiento:

a) La repetibilidad de las mediciones: Distribución normal;

- b) La incertidumbre de calibración del patrón de referencia, distribución normal,
- c) La resolución del instrumento de medición: distribución rectangular.

CUANTIFICAR

La cuantificación consiste en determinar el valor más probable del mensurando; es decir, el promedio de una serie de datos o en su defecto el valor único. Se determina a través del modelo matemático, simplemente se sustituyen las variables del modelo por su valor. Estas magnitudes de entrada se determinan de la misma forma, ya que cada una de ellas puede ser tratada como otro mensurando que es necesario para determinar el mensurando final de interés. Si es complejo, se puede aislar la variable y tratarla por separado para simplificar el análisis.

COEFICIENTES DE SENSIBILIDAD

En esta sección, ya se tiene un estimado de la incertidumbre estándar del valor de cada una de las fuentes de incertidumbre asociadas al modelo matemático; sin embargo, cada una de ellas podría influir de manera diferente en el mensurando. Para lo anterior, se realiza un procedimiento matemático básico, que es derivar parcialmente el mensurando con respecto a cada una de las magnitudes de entrada. A esta derivación se le denomina coeficientes de sensibilidad, que como el nombre lo dice, es un número o variable que indica que tan sensible es el mensurando a un cambio de esa variable. Entre mayor sea el número, más sensible será el mensurando a cambios de esa variable.

Cuantificar coeficientes de sensibilidad: derivar el mensurando con respecto a cada una de las magnitudes de entrada:

Tabla A.3. Coeficientes de sensibilidad para el mensurando del esfuerzo.

Magnitud de entrada X_i	Coeficiente de sensibilidad	Valor	Unidad de medida

Tabla A.4. Coeficientes de sensibilidad para el mensurando del número de ciclos.

Magnitud de entrada X_i	Coeficiente de sensibilidad	Valor	Unidad de medida

Si hubiera más variables, se calcularía una derivada para cada una de ellas, de tal forma que el número de coeficientes de sensibilidad será igual al número de variables en el modelo. En este caso se observa que ambas magnitudes de entrada tienen el mismo peso sobre el mensurando, ya que su valor absoluto es igual a 1. Si los modelos matemáticos son muy complejos, actualmente existen software de derivación, que permiten hacer esos cálculos.

Cuando no se tiene un modelo matemático, estos coeficientes se determinan de manera experimental variando cada una de las magnitudes de entrada y registrando el cambio que producen en el mensurando. Esa razón de cambio es el coeficiente de sensibilidad. Sin embargo, en un gran número de ocasiones esta experimentación es costosa o inviable para los laboratorios de medición.

Identifique las fuentes de incertidumbre de los mensurandos del esfuerzo a la fatiga y el número de ciclos.

Tabla A.5. Estimar incertidumbres para las fuentes de entrada del mensurando esfuerzo a la fatiga.

Magnitud de entrada X_i	Fuente de incertidumbre	Parámetro para cuantificar la fuente	Distribución asociada a la fuente	Tipo de evaluación

Tabla A.6. Estimar incertidumbres para las fuentes de entrada del mensurando número de ciclos.

Magnitud de entrada X_i	Fuente de incertidumbre	Parámetro para cuantificar la fuente	Distribución asociada a la fuente	Tipo de evaluación

COMBINAR

Una vez que se ha identificado y cuantificado el mensurando, magnitudes de entrada y fuentes de incertidumbre, se procede a realizar una combinación de tal forma que se obtenga un valor de incertidumbre total sobre la determinación del mensurando. Después de haber identificado y determinado el valor de la incertidumbre de cada una de las fuentes de incertidumbre para los mensurandos del esfuerzo y el número de ciclos, así como sus coeficientes de sensibilidad de las variables (magnitudes de entrada) en el modelo. A continuación resta aplicar la ley de propagación de incertidumbres para la determinación de la incertidumbre combinada.

$$uc = \text{incertidumbre combinada} = \sqrt{\sum (C_i^2 \cdot u(x_i))^2} \quad (A.3)$$

Que en otras palabras, la incertidumbre combinada es la raíz cuadrada de la suma cuadrática de cada uno de los coeficientes de sensibilidad multiplicado por la incertidumbre de medición de cada una de las variables. La Ec. A.3, es una forma simplificada de la ley de propagación, donde se descarta la posibilidad que exista correlación entre variables.

Utilizando los coeficientes de sensibilidad calculados anteriormente y la incertidumbre de medida de cada una de las variables de entrada calcular los aportes de incertidumbre al mensurando:

Tabla A.7. Aporte de incertidumbre de cada magnitud de entrada (S).

X_i	C^2_i	Unidad de medida	$u^2(x_i)$	Unidad de medida	$C^2_i \cdot u^2(x_i)$	Unidad de medida

Tabla A.8. Aporte de incertidumbre de cada magnitud de entrada (N).

X_i	C^2_i	Unidad de medida	$u^2(x_i)$	Unidad de medida	$C^2_i \cdot u^2(x_i)$	Unidad de medida

Con los aportes de incertidumbre y utilizando la ecuación de la ley de propagación de incertidumbres calcule la incertidumbre combinada para los mensurandos del esfuerzo a la fatiga y el número de ciclos. La incertidumbre combinada obtenida, según los cálculos anteriores, es el intervalo en el cuál es más probable que el valor del mensurando se encuentre.

Tabla A.9. Incertidumbre combinada esfuerzo a la fatiga.

Incertidumbre combinada $u_c(S)$	Valor de la incertidumbre combinada	Unidad de medida

Tabla A.10. Incertidumbre combinada.

Incertidumbre combinada $u_c(N)$	Valor de la incertidumbre combinada	Unidad de medida