

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

ESCUELA DE MATEMÁTICA

MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA



TESIS:

**“Modelación y Pronóstico de la Demanda de Energía Eléctrica de  
Mediano Plazo de El Salvador”**

PRESENTADO POR:

**ING. JOSÉ LUIS ORELLANA ROMERO**

PARA OPTAR AL GRADO DE:

**MAESTRO EN ESTADÍSTICA**

Ciudad Universitaria, Agosto de 2012



**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**ESCUELA DE MATEMÁTICA**  
**MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA**



TESIS:

**“Modelación y Pronóstico de la Demanda de Energía Eléctrica de  
Mediano Plazo de El Salvador”**

PRESENTADO POR:

**ING. JOSÉ LUIS ORELLANA ROMERO**

ASESOR:

**DR. JOSÉ NERYS FUNES TORRES**

Ciudad Universitaria, Agosto de 2012



AUTORIDADES

RECTOR UNIVERSITARIO:

ING. MARIO ROBERTO NIETO LOVO

SECRETARIA GENERAL:

DRA. ANA LETICIA ZAVALA DE AMAYA

FISCAL GENERAL:

LIC. FRANCISCO CRUZ LETONA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DECANO:

MSC. MARTÍN ENRIQUE GUERRA CÁCERES

SECRETARIO:

MSC. NELSON GÓMEZ CEDILLOS

DIRECTOR ESCUELA DE MATEMÁTICA

DR. JOSÉ NERYS FUNES TORRES

Ciudad Universitaria, Agosto de 2012



**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICA

ASESOR:

DR. JOSÉ NERYS FUNES TORRES

---

Ciudad Universitaria, Agosto de 2012





## ÍNDICE DE CONTENIDO

Resumen.....	i
Antecedentes .....	ii
Justificación .....	iv
Planteamiento del problema.....	vii
Objetivos.....	viii
Objetivo General.....	viii
Objetivos Específicos .....	viii
Contenido.....	viii
<b>CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA DE EL SALVADOR .....</b>	<b>1</b>
Introducción.....	1
1.1 Caracterización del Sistema Eléctrico de Potencia de El Salvador .....	1
1.2 Planificación de la Operación del Mercado Mayorista de Energía de El Salvador.....	4
1.2.1 Programación Anual .....	5
1.2.2 Programación Semanal .....	6
1.2.3 Programación Diaria o Predespacho.....	6
<b>CAPÍTULO II. PRONÓSTICO DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA.....</b>	<b>9</b>
Introducción.....	9
2.1 Importancia de los pronósticos de la demanda de energía.....	9
2.2 Horizonte de la predicción de energía eléctrica.....	11
2.2.1 Pronóstico de largo plazo.....	11
2.2.2 Pronóstico de mediano plazo .....	11
2.2.3 Pronóstico de corto plazo.....	12
2.2.4 Pronóstico de muy corto plazo.....	13
2.3 Métodos de predicción.....	13
<b>CAPÍTULO III. METODOLOGÍA. SERIES TEMPORALES Y PROCESOS ESTOCÁSTICOS .....</b>	<b>15</b>
Introducción.....	15
3.1 Series temporales y procesos estocásticos univariantes .....	15

3.1.1 Clases de procesos estocásticos .....	17
3.2 Procesos estocásticos estacionarios .....	17
3.2.1 Estimación de los momentos de procesos estacionarios.....	19
3.2.2 Proceso de ruido blanco .....	20
3.2.3 Proceso lineal general .....	21
3.2.4 Modelos ARMA(p,q).....	22
3.2.5 Modelos AR(p) .....	25
3.2.6 Modelos MA(q) .....	26
3.3 Procesos estocásticos no estacionarios .....	27
3.3.1 Procesos integrados.....	28
3.3.2 Procesos integrados ARIMA .....	28
3.4 Modelos estacionales .....	29
3.4.1 Modelo ARIMA estacional.....	30
3.5 Metodología Box-Jenkins para ajustar los modelos a series reales .....	31
3.5.1 Identificación del modelo .....	33
3.5.1.1 Determinación de la transformación para estabilizar la varianza .....	33
3.5.1.2 Determinación de la transformación para estabilizar la media.....	35
3.5.1.2.1 Determinación de la diferenciación regular.....	35
3.5.1.2.2. Determinación de la diferenciación estacional .....	35
3.5.1.3 Identificación de la estructura ARMA.....	36
3.5.2 Estimación de los parámetros del modelo .....	38
3.5.2.1 Método de los momentos.....	38
3.5.2.2 Método de mínimos cuadrados .....	40
3.5.2.3 Método de máxima verosimilitud.....	42
3.5.3 Diagnósis del modelo.....	46
3.5.3.1 Contraste de media cero.....	46
3.5.3.2 Contraste de varianza estable (homocedasticidad) .....	46
3.5.3.3 Contraste sobre las autocorrelaciones.....	47
3.5.3.4 Contraste de normalidad .....	48
3.5.4 Predicciones con el modelo .....	49

3.6 Valores atípicos.....	49
3.6.1 Atípicos aditivos .....	50
3.6.2 Atípicos innovativos .....	51
<b>CAPÍTULO IV. DESARROLLO Y ANÁLISIS DE LA MODELACIÓN DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA DE MEDIANO PLAZO DE EL SALVADOR.....</b>	<b>55</b>
Introducción .....	55
4.1 Preparación de la información .....	55
4.1.1 Medición de los datos .....	56
4.1.2 Inspección de los datos .....	57
4.1.2.1 Base de datos comercial.....	57
4.1.2.2 Base de datos operativa.....	58
4.1.3 Pre procesamiento de la información.....	58
4.1.3.1 Demanda semanal de energía. ....	58
4.1.3.2 Tratamiento de la serie.....	62
4.2 Aplicación de la metodología Box-Jenkins .....	87
4.2.1 Identificación .....	87
4.2.1.1 Determinación de la transformación para estabilizar la varianza .....	88
4.2.1.2 Determinación de la transformación para estabilizar la media.....	90
4.2.1.3 Identificación de la estructura ARMA.....	94
4.2.2 Análisis de valores atípicos.....	96
4.2.3 Estimación de los parámetros .....	101
4.2.4 Diagnóstico .....	104
4.2.4.1 Contraste de media cero.....	104
4.2.4.2 Contraste de varianza estable (homocedasticidad) .....	106
4.2.4.3 Contraste sobre las autocorrelaciones.....	108
4.2.4.4 Contraste de normalidad .....	109
4.3 Selección del modelo .....	115
<b>CAPÍTULO V. RESULTADOS DEL PRONÓSTICO DE LA DEMANDA DE ENERGÍA DE MEDIANO PLAZO DE EL SALVADOR.....</b>	<b>125</b>
5.1 Resultados de los pronósticos .....	125

5.1.1 Año 2009.....	125
5.1.2 Año 2010.....	128
5.1.3 Año 2011.....	131
5.2 Comparación de modelos.....	134
<b>CAPÍTULO VI. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....</b>	<b>137</b>
6.1 Consideraciones.....	137
6.2 Conclusiones.....	138
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>141</b>
<b>ANEXO I. DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA DE EL SALVADOR EN EL PERÍODO SEMANA 1 DE 2002 A SEMANA 21 DE 2012, SIN TRATAMIENTO DE: DÍAS FESTIVOS, SEMANA SANTA Y SEMANA 53. ....</b>	<b>145</b>
<b>ANEXO II. DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA DE EL SALVADOR EN EL PERÍODO S1/2002 A S21/2012, SIN EL EFECTO DE: DÍAS FESTIVOS Y SIN EL EFECTO DE LA SEMANA 53.....</b>	<b>147</b>
<b>ANEXO III. DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN GWH DE EL SALVADOR EN EL PERÍODO S1/2002 A S21/2012, SIN EL EFECTO DE: DÍAS FESTIVOS, DE SEMANA SANTA Y EFECTO DE LA SEMANA 53.....</b>	<b>149</b>
<b>ANEXO IV. DEMANDA REAL Y PREDICCIONES DE LOS MODELOS.....</b>	<b>151</b>
<b>ANEXO V. ERROR RELATIVO PORCENTUAL DE LOS MODELOS PARA LOS AÑOS 2009, 2010 Y 2011.....</b>	<b>157</b>
<b>ANEXO VI. PRONÓSTICO DE DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA DE EL SALVADOR PARA EL PERÍODO SEMANA 22 DE 2012- SEMANA 21 DE 2013.....</b>	<b>159</b>

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura 1.1 Diagrama unifilar de El Salvador.....	2
Figura 2.1 Usos del pronóstico de energía.....	10
Figura 3.1 Diagrama de la metodología propuesta por Box & Jenkins.....	32
Figura 4.1 Serie de la demanda de energía eléctrica horaria de El Salvador en el período 07 de enero de 2002 a 31 de mayo de 2012.....	61
Figura 4.2 Demanda de energía eléctrica de El Salvador en el período Semana 1 del 2002 a Semana 21 de 2012 sin tratamiento de días festivos, ni Semana Santa y ni Semana 53.....	62
Figura 4.3 Ratio entre día lunes y festivo donde se considera que es una constante.....	68
Figura 4.4 Ratio entre día martes-jueves y festivo donde se considera que es una constante. ....	69
Figura 4.5 Ratio entre día viernes y festivo donde se considera que es una constante.....	69
Figura 4.6 Ratio entre día sábado y festivo donde se considera que es una constante. ....	70
Figura 4.7 Parte festiva de un día sábado con el lunes, donde se considera que es una constante. ....	73
Figura 4.8 Parte festiva de un día sábado con los días martes-jueves, donde se considera utilizar la recta de regresión.....	74
Figura 4.9 Parte festiva de un día sábado con el viernes, donde se considera utilizar la recta de regresión. ....	74
Figura 4.10 Conversión de la demanda de energía eléctrica de las semanas 50, 51, 52 y 53 a las semanas 50, 51 y 52.....	79
Figura 4.11 Demanda de energía eléctrica de El Salvador en el período Semana 1 de 2002 a Semana 21 de 2012, sin el efecto de Días Festivos y sin el efecto de la semana 53. ....	80
Figura 4.12 Demanda de energía eléctrica de El Salvador en el período Semana 1 de 2002 a Semana 21 de 2012, sin el efecto de festivos, Semanas Santas y Semana 53. ....	84
Figura 4.13 Recta de regresión del factor de decremento de la demanda de energía previa a la Semana Santa, en el período 2002 a 2012.....	86
Figura 4.14 Decremento de la demanda de energía previa a la Semana Santa, en el período 2002 a 2012. ....	87
Figura 4.15 Relación entre la desviación típica y la media de cada año para la serie de demanda de energía eléctrica. ....	89

Figura 4.16 Gráfico de Secuencia de la demanda de energía eléctrica de El Salvador de la S1/2002 a S47/2008. ....	90
Figura 4.17 Función de autocorrelación simple demanda de energía eléctrica de El Salvador de la S1/2002 a S47/2008. ....	91
Figura 4.18 Primera diferencia regular de la serie de la demanda de energía eléctrica de El Salvador. ....	91
Figura 4.19 Función de autocorrelación simple de la primera diferencia regular de la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador de la S1/2002 a S47/2008. ....	92
Figura 4.20 Primera diferencia estacional, posterior a la diferenciación regular aplicada a la serie de la demanda de energía eléctrica de El Salvador. ....	93
Figura 4.21 Función de autocorrelación simple de la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador con una diferencia regular y otra estacional. ....	93
Figura 4.22 Función de autocorrelación simple y parcial de la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador con una diferencia regular y otra estacional. ....	95
Figura 4.23 Función de autocorrelación simple y parcial de la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador con una diferencia regular. ....	96
Figura 4.24 Función de autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ , sin incluir atípicos, para la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador. ....	97
Figura 4.25 Función de autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ , sin incluir atípicos, para la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador. ....	98
Figura 4.26 Función de autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ , sin incluir atípicos, para la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador. ....	98
Figura 4.27 Gráfico de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ . ....	99
Figura 4.28 Gráfico de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ . ....	100
Figura 4.29 Gráfico de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ . ....	100
Figura 4.30 Histograma de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ . ....	110
Figura 4.31 Gráfico Q-Q de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ . ....	111
Figura 4.32 Histograma de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ . ....	112
Figura 4.33 Gráfico Q-Q de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ . ....	113
Figura 4.34 Histograma de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ . ....	114
Figura 4.35 Gráfico Q-Q de los residuos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ . ....	114

Figura 4.36 Comparación de los pronósticos de demanda de energía por los modelos ARIMA. ....	118
Figura 5.1 Comparación de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2009.....	127
Figura 5.2 Comparación de los errores relativos porcentuales de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2009.....	128
Figura 5.3 Comparación de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2010.....	130
Figura 5.4 Comparación de los errores relativos porcentuales de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2010.....	130
Figura 5.5 Comparación de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2011.....	133
Figura 5.6 Comparación de los errores relativos porcentuales de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2011.....	133





## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Parque Generador de El Salvador.....	3
Tabla 4.1 Días festivos en El Salvador.....	63
Tabla 4.2 Demanda de energía promedio por año para los días laborales, sábado y festivos.....	66
Tabla 4.3 Demanda de energía promedio por año para los días laborales agrupados por igualdad de medias, para sábado y festivos.....	67
Tabla 4.4 Ratio por año de los días festivos con los días laborales agrupados por igualdad de medias y para sábado.....	67
Tabla 4.5 p-valor obtenido de la regresión lineal de cada ratio de días festivos con los días laborales y sábado.....	68
Tabla 4.6 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como festivos.....	70
Tabla 4.7 Ratio de lo festivo que tiene un sábado determinado para cada año y día laboral.....	72
Tabla 4.8 p-valor obtenido de la regresión lineal de cada $\alpha$ del día sábado con los días laborales.....	72
Tabla 4.9 Factor constante y la recta regresión a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como medio-festivos (“puentes”).....	73
Tabla 4.10 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como medio festivos o “puentes”.....	75
Tabla 4.11 Porcentaje de participación de cada día en la demanda tipo de cada año.....	76
Tabla 4.12 p-valor obtenido de la regresión lineal de la participación de cada día en la demanda tipo.....	76
Tabla 4.13 Factor de participación constante y la recta regresión para el cálculo de la participación de cada día en la demanda tipo.....	77
Tabla 4.14 Valores de factor de participación empleados para determinar la demanda de cada día en la demanda semanal proyectada.....	77
Tabla 4.15 Conversión de la demanda de energía eléctrica de las semanas 50, 51, 52 y 53 a las semanas 50, 51 y 52.....	80
Tabla 4.16 Demanda de energía eléctrica de El Salvador en GWh, durante Semana Santa, en el período 2002 a 2012.....	82

Tabla 4.17 Sustitución de la demanda de energía eléctrica de El Salvador, durante Semana Santa, en el período 2002 a 2012. ....	84
Tabla 4.18 Factor de decremento de la demanda de energía previa a la Semana Santa, en el período 2002 a 2012.....	85
Tabla 4.19 Resultados del SPSS del análisis de regresión lineal aplicada al factor de decremento de la demanda de energía previa a la Semana Santa, en el período 2002 a 2012. ....	86
Tabla 4.20 Desviación típica y media de las observaciones para cada período, 2002 a 2008. ....	88
Tabla 4.21 Resultados de SPSS al realizar el análisis de regresión lineal para verificar la dependencia de la desviación típica y la media de las observaciones para cada período, 2002 a 2008.....	89
Tabla 4.22 Resumen de los modelos estimados para la serie de la demanda de energía eléctrica de El Salvador. ....	96
Tabla 4.23 Estadísticos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ .....	101
Tabla 4.24 Parámetros del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ . ....	102
Tabla 4.25 Valores atípicos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ . ....	102
Tabla 4.26 Estadísticos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ . ....	102
Tabla 4.27 Parámetros del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ . ....	103
Tabla 4.28 Valores atípicos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ . ....	103
Tabla 4.29 Estadísticos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ . ....	103
Tabla 4.30 Parámetros del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ . ....	104
Tabla 4.31 Valores atípicos del modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ . ....	104
Tabla 4.32 Resultado del SPSS del contraste de media cero para el modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ . ....	105
Tabla 4.33 Resultado del SPSS del contraste de media cero para el modelo $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ . ....	105
Tabla 4.34 Resultado del SPSS del contraste de media cero para el modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ . ....	106
Tabla 4.35 Resultado del SPSS del contraste de varianza estable para el modelo $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ . ....	107
Tabla 4.36 Resultado del SPSS del contraste de varianza estable para el modelo $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ . ....	107

Tabla 4.37 Resultado del SPSS del contraste de varianza estable para el modelo ARIMA(0,1,2)x(0,0,1) <sub>52</sub> . .....	107
Tabla 4.38 Resultado del SPSS del contraste de la independencia en los residuos para el modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1) <sub>52</sub> . .....	108
Tabla 4.39 Resultado del SPSS del contraste de independencia en los residuos para el modelo ARIMA(0,1,2)x(1,0,0) <sub>52</sub> . .....	108
Tabla 4.40 Resultado del SPSS del contraste de independencia en los residuos para el modelo ARIMA(0,1,2)x(0,0,1) <sub>52</sub> . .....	109
Tabla 4.41 Resultado del SPSS del contraste de normalidad de los residuos para el modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1) <sub>52</sub> . .....	110
Tabla 4.42 Resultado del SPSS del contraste de normalidad de los residuos para el modelo ARIMA(0,1,2)x(1,0,0) <sub>52</sub> . .....	111
Tabla 4.43 Resultado del SPSS del contraste de normalidad de los residuos para el modelo ARIMA(0,1,2)x(0,0,1) <sub>52</sub> . .....	113
Tabla 4.44 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como festivos para el pronóstico del año 2009. ....	116
Tabla 4.45 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como medio-festivos (“puentes”) para el pronóstico del año 2009. ....	116
Tabla 4.46 Valores de factor de participación empleados para determinar la demanda de cada día en la demanda semanal proyectada para el año 2009. ....	116
Tabla 4.47 Pronóstico de demanda de energía eléctrica realizado con los modelos ARIMA. ....	118
Tabla 4.48 Comparación de los pronósticos de demanda de energía eléctrica realizado con los modelos ARIMA. ....	119
Tabla 4.49 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como días festivos para la vacación de agosto para el pronóstico del año 2009. ....	121
Tabla 4.50 Resumen de resultado obtenidos con formas alternativas de tratar los festivos y Semana Santa. ....	122
Tabla 5.1 Resultados de los pronósticos y comparación con datos reales. ....	134



## **INTRODUCCIÓN**

### **Resumen**

En esta tesis se aplica el análisis de series de tiempo para modelar y realizar el pronóstico de la demanda de energía eléctrica de Mediano Plazo de El Salvador, comparando los resultados obtenidos con el pronóstico realizado por un modelo econométrico para los años 2009, 2010 y 2011.

Debido a que la Unidad de Transacciones, S.A. de C.V. (UT) es la empresa Administradora del Mercado Mayorista y la encargada de realizar el despacho de energía eléctrica a medida que la demanda se presente, tiene que realizar pronósticos de demanda eléctrica precisos que permitan desarrollar programas de operación que prevén el uso de los recursos de las unidades generadoras de energía de manera eficaz y eficiente en horizontes tanto de Corto Plazo como Mediano Plazo, a través de la cual se determina la generación necesaria para el cubrimiento de la demanda, y realizar de manera óptima la coordinación hidro-térmica.

Se considera que estos pronósticos de demanda de energía eléctrica de Mediano Plazo son fundamentales para el planeamiento de las operaciones del Mercado Mayorista de Electricidad, ya que altos errores de pronóstico ocasionan pérdidas tanto económicas como una deficiencia en la administración de los recursos energéticos.

El trabajo de tesis a presentar pretende determinar qué modelo de series de tiempo pronostica con mayor precisión el comportamiento de la demanda de energía eléctrica de Mediano Plazo de El Salvador.

### **Antecedentes**

Dentro de las reformas económicas impulsadas en los 90's se encuentra la aprobación de La Ley General de Electricidad (LGE), la cual instaba a que el sector eléctrico migrara de un modelo centralizado a un mercado operado bajo un esquema de libre competencia. Es así como nace la Unidad de Transacciones, S.A. de C.V. (UT), como una sociedad privada que tendría bajo su responsabilidad dos grandes objetivos: a) Administrar el Mercado Mayorista de Electricidad y, b) Operar el Sistema de Transmisión y Generación del Mercado.

Para cumplir con estos objetivos, la UT se rige por un Reglamento de Operación que norma toda la operatividad técnica, administrativa y financiera del Mercado Mayorista. Dicha normativa está estructurada de tal forma que logre cumplir con los objetivos propios de la LGE. Es por ello, que la UT cuenta con procesos para determinar el abastecimiento del suministro eléctrico optimizando los recursos, de tal forma que logre suplir la demanda a mínimo costo de operación y déficit.

Con base a estadísticas oficiales, la UT administra las transacciones y coordina en tiempo real el suministro del 99% de la demanda de energía eléctrica del país, y para ello ejecuta procesos a través de herramientas especializadas, que le permiten optimizar los recursos que se traducen en beneficios para la sociedad salvadoreña. Dentro de estos

procesos una de las entradas para obtener un resultado óptimo de la operación del sistema eléctrico, son aquellas utilizadas para pronosticar la demanda de energía eléctrica.

De acuerdo a Deng, Jirutitjaroen (2010), los pronósticos de demanda son vitales y un factor fundamental para la exitosa operación de un sistema de energía. Con el objetivo de poder operar un sistema eléctrico de manera eficiente y efectiva, la demanda de energía debe ser predicha correctamente. Esto es porque si el pronóstico realizado se sobreestima, se puede caer en realizar un despacho por encima de lo requerido, lo que acarrearía una costosa operación; por otra parte, si el pronóstico realizado es subestimado, la confiabilidad y la seguridad del sistema eléctrico se pueden comprometer lo que puede resultar, en un caso extremo, en racionamiento de la demanda.

Actualmente la UT cuenta con una herramienta que le permite realizar el pronóstico de Mediano Plazo (52 semanas), la cual se basa en un modelo econométrico, que toma como principal variable explicativa del comportamiento de la demanda de energía eléctrica anual el Producto Interno Bruto (PIB).

Sin embargo, debido a que la demanda de energía eléctrica tiene un comportamiento muy irregular, es necesario estar revisando y evaluando los modelos para evitar grandes errores de pronóstico que podrían llevar a alejar la programación de un punto eficiente, en términos del uso de los recursos de generación de energía disponibles para satisfacer la demanda.

## **Justificación**

La finalidad de este trabajo de tesis es modelar y pronosticar la demanda de energía de El Salvador y utilizarlo para realizar despachos de Mediano Plazo que permitan determinar el abastecimiento del suministro eléctrico optimizando los recursos, de tal forma que logre suplir la demanda a mínimo costo de operación y déficit.

Según Al-Alawi, Islam (1996) señalan que el pronóstico de demanda de electricidad puede ser definido como: “el tipo de demanda eléctrica que una empresa puede esperar de un número específico de consumidores en un período específico de tiempo”, entendiéndose que dicha demanda eléctrica puede ser tanto de potencia (MW) como de energía (MWh). Los autores comparten la importancia de poseer información histórica para poder realizar los pronósticos de demanda de electricidad, y plantean además algunos factores que influyen en la realización de pronósticos de la demanda.

Al-Alawi, et al. (1996) y Hagan (1987) coinciden en cómo los pronósticos son una parte integral en la operación de los Sistemas de Potencia y hacen énfasis en la importancia de contar con pronósticos precisos de la demanda de energía eléctrica de Mediano Plazo, y esta radica en que ayuda operativamente a determinar requerimientos de la reserva rodante del sistema, el cubrimiento de la demanda de energía, requerimientos de combustible y para la realización de Programas de Mantenimientos Mayores a las unidades generadoras.

Actualmente la UT cuenta con una herramienta para realizar el pronóstico de Mediano Plazo (52 semanas), la cual se basa en un modelo econométrico, y consiste en la



explicación del comportamiento de la demanda de energía eléctrica anual utilizando como variable explicativa el Producto Interno Bruto (PIB).

Para realizar el pronóstico de energía de Mediano Plazo, se realizan los siguientes pasos:

- a) Realizar la proyección del PIB utilizando el siguiente modelo autoregresivo:

$$PIB_t = \beta_0 + \beta_1 * PIB_{t-1}$$

Donde:

$PIB_t$ : es el Producto Interno Bruto para el período t

$PIB_{t-1}$ : es el Producto Interno Bruto del período t-1

$\beta_0$  y  $\beta_1$  son el término de constante y el coeficiente que acompañan a la variable dependiente rezagada en un período

- b) Con la proyección de la variable del Producto Interno Bruto para los t períodos siguientes, se realiza el pronóstico de la demanda de energía anual. El modelo consiste en la explicación del comportamiento de una variable dependiente, en este caso la demanda de energía anual, a partir de su relación con la variable explicativa, que en este caso se encuentra representada por el Producto Interno Bruto. El modelo se representa de la siguiente manera:

$$Demanda_t = \beta_0 + \beta_1 PIB_t$$

Donde,

$Demanda_t$  : es el valor de la demanda de energía anual en GWh para el período  $t$ ;

$PIB_t$ : es el Producto Interno Bruto para el período  $t$ ;

$\beta_i$  : representan el efecto de las variables explicativas sobre la variable dependiente.

- c) Una vez se cuenta con el pronóstico anual de demanda de energía se procede a desagregar dicha energía en las 52 semanas del año, para esto se emplean factores que representan la posible participación de cada semana del año en el total de la energía del año.
- d) Revisión del PIB durante los primeros tres meses de cada año y posteriormente cada seis meses con el objetivo de ver si hay cambios en las cifras oficiales.

Se ha considerado como alternativa utilizar un modelo de regresión dinámica utilizando la demanda de energía eléctrica e indicadores macroeconómicos pero estos indicadores, como se indicaba anteriormente, tienen la característica de no encontrarlos por períodos semanales y además se manejan datos que aún no han sido actualizados. Además, se ha considerado un modelo de regresión dinámica con la demanda de energía eléctrica y variables climatológicas, lo cual puede considerarse para estudios posteriores de la demanda de energía de Mediano Plazo, este estudio podría resultar complicado por el horizonte de tiempo para el cual habría que pronosticar las variables climatológicas y habrá que evaluar el costo y beneficio de aplicarlo.

Estas desventajas hacen que sea necesario buscar otros modelos que le permitan a la UT contar con proyecciones de Mediano Plazo en etapas semanales que se basen en series de demanda de energía, ya que la UT tiene acceso a la información de la demanda de energía eléctrica del Mercado Mayorista de Energía que es aproximadamente un 99% de la demanda del país, y se considera que es representativo del total. De esta manera, se considerará a la demanda de energía eléctrica del Mercado Mayorista como la demanda nacional a suplir.

Para la presente investigación se propone un modelo univariante, en el que la serie temporal de demanda de energía es modelada a partir de su propio comportamiento histórico.

### **Planteamiento del problema**

Para la planificación de la operación del Mercado Mayorista de El Salvador se debe contar con un modelo de pronóstico de la demanda de energía eléctrica de Mediano Plazo para la administración eficiente de los recursos de generación de energía.

El enunciado del problema se plantea como: ¿Es posible identificar un modelo ARIMA estacional, para realizar el pronóstico de la demanda de energía eléctrica de Mediano Plazo de El Salvador, y que sea más preciso que el modelo econométrico actualmente utilizado por la UT?

Una mayor precisión en el pronóstico de la demanda de energía de Mediano Plazo resultaría en una planificación de la operación más eficaz y eficiente.

## **Objetivos**

### **Objetivo General**

Proponer un modelo ARIMA que se ajuste a la serie temporal, para realizar pronósticos de la demanda de energía eléctrica de Mediano Plazo de El Salvador.

### **Objetivos Específicos**

- ✓ Identificar un modelo ARIMA aplicando la metodología descrita por Box, Jenkins (1976) a la serie de temporal de la demanda de energía eléctrica.
- ✓ Evaluar la precisión de los pronósticos realizados con el modelo ARIMA y con el modelo econométrico.

## **Contenido**

El trabajo de tesis a presentar pretende modelar la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador aplicando la metodología descrita por Box-Jenkins, y además, pretende comparar su capacidad predictiva con la del modelo econométrico actualmente utilizado para realizar los pronósticos.

En el Capítulo I, se exponen las características principales del Sistema Eléctrico de Potencia de El Salvador y se expone el objeto de realizar una planificación de la operación del Mercado Mayorista de Energía de El Salvador.

En el Capítulo II, se expone la importancia de contar con pronósticos de demanda de energía eléctrica, y además, se describen los diferentes horizontes de predicción de la

demanda de energía y se mencionan algunos métodos usualmente utilizados para la realización de la predicción de demanda de energía de mediano plazo.

En el Capítulo III, se describe la metodología general de construcción de un modelo que explique el comportamiento de la serie de la demanda de energía eléctrica y así posteriormente realizar predicciones en base al modelo obtenido. Además, se expone un método para añadir al modelo univariante el tratamiento de valores atípicos que modelen cómo afectan a la serie y sirvan para cuantificar su efecto.

En el Capítulo IV, se describe el procedimiento que se utilizó para identificar las fuentes de donde fueron obtenidos los datos de la demanda de energía y el procesamiento realizado sobre los mismos para obtener la serie de demanda de energía en etapas semanales. Además, se expone la aplicación práctica de la metodología expuesta en el Capítulo III para determinar el modelo de serie de tiempo.

En el Capítulo V, se presentan los resultados obtenidos del pronóstico para los años 2009, 2010 y 2011 utilizando el modelo ARIMA y el modelo econométrico.

En el Capítulo VI, se exponen las consideraciones y las conclusiones sobre este trabajo. El análisis de los resultados obtenidos por medio del Error Medio Absoluto Porcentual (MAPE, por sus siglas en inglés) que ayudó a determinar qué modelo de pronóstico es más preciso.



# **CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA DE EL SALVADOR**

## **Introducción**

El presente capítulo se encuentra dividido en dos secciones. En la primera sección se exponen las características principales del Sistema Eléctrico de Potencia de El Salvador.

En la segunda sección se expone el objeto de realizar una planificación de la operación del Mercado Mayorista de Energía de El Salvador.

### **1.1 Caracterización del Sistema Eléctrico de Potencia de El Salvador**

El Sistema Eléctrico de Potencia de El Salvador está compuesto por un sistema hidrotérmico de generación de características variadas (centrales hidroeléctricas, térmicas, geotérmicas, etc.), interconectados con un sistema de transmisión a 115 kV. Asimismo, el Sistema Eléctrico de Potencia de El Salvador se encuentra interconectado con los Sistemas de Guatemala y Honduras a un nivel de 230 kV.

El sistema hidroeléctrico de El Salvador se ubica sobre la cuenca del río Lempa, la cual funciona como una unidad de embalses en “cascada”. El agua acumulada en los embalses superiores es utilizada también aguas abajo en otras centrales, aprovechando el curso del río en su recorrido hasta el océano Pacífico. Los embalses hidroeléctricos ubicados sobre la cuenca del río Lempa son de distintas características en lo que respecta a la cantidad de agua a almacenar para generación y disponibilidad de potencia. La

capacidad instalada de generación hidroeléctrica es de 477.12 MW, aproximadamente. La capacidad instalada representa el 34.41% del total de potencia instalada en el país.

Además el Sistema cuenta con un grupo de centrales geotérmicas cuya capacidad instalada en el país es de 173 MW que representan el 12.48% y de un grupo de centrales térmicas, algunas aptas para el seguimiento de la demanda de pico y otras para generar en la zona de valle o resto y su capacidad instalada es de 736.37 MW que representan el 53.11% de la potencia instalada en el país.



**Figura 1.1 Diagrama unifilar de El Salvador.**



Este sistema de generación con la demanda esta interconectado con una red de Transmisión Eléctrica en Alta Tensión en el nivel de 115 kV para luego transmitir a niveles de Sub transmisión en los niveles de 46 kV, 34.5 kV y 23 kV.

<b>Planta</b>	<b>Unidades</b>	<b>Potencia Máxima MW</b>	<b>Combustible</b>
<b>Hidroeléctricas</b>		<b>477.12</b>	
<b>Guajoyo</b>	1	19.80	N/A
<b>5 de noviembre</b>	5	99.00	N/A
<b>Cerrón Grande</b>	2	172.80	N/A
<b>15 de Septiembre</b>	2	185.52	N/A
<b>Geotérmicas</b>		<b>173.00</b>	
<b>Ahuachapán</b>	3	76.20	N/A
<b>Berlín</b>	4	96.80	N/A
<b>Termoeléctricas</b>		<b>736.37</b>	
<u>Turbinas a vapor</u>			
<b>Acajutla</b>	2	60.00	Bunker
<u>Turbinas a Gas</u>			
<b>Acajutla</b>	2	90.58	Diesel
<u>Motores de Combustión Interna</u>			
<b>Acajutla</b>	9	140.94	Bunker
<b>Soyapango</b>	3	14.45	Bunker
<b>Nejapa</b>	27	143.64	Bunker
<b>Talnique</b>	9	98.07	Bunker
<b>Textufil</b>	7	40.00	Bunker
<b>Borealis</b>	8	12.70	Bunker
<b>Gecsa</b>	3	11.19	Bunker
<b>Hilcasa</b>	4	6.40	Bunker
<u>Ingenios</u>			
<b>Central Izalco</b>		45.00	Bagazo de caña
<b>El Ángel</b>		21.00	Bagazo de caña
<b>La Cabaña</b>		10.00	Bagazo de caña
<b>Chaparrastique</b>		10.00	Bagazo de caña
<u>Autoprodutores</u>			
<b>Holcim</b>		32.40	Bunker

**Tabla 1.1 Parque Generador de El Salvador.**

## **1.2 Planificación de la Operación del Mercado Mayorista de Energía de El Salvador**

La Unidad de Transacciones, S.A. de C.V. (UT) es la responsable de llevar a cabo los procedimientos necesarios para administrar el Mercado Mayorista, ello incluye la operación en todo momento del sistema de transmisión y generación del país, así como de las interconexiones eléctricas con Guatemala y Honduras, utilizando los recursos disponibles para cumplir el despacho de energía, en la forma de un despacho de generación, y el abastecimiento de la demanda de potencia; así como coordinar la provisión de los servicios auxiliares que garanticen la calidad y seguridad del Sistema Eléctrico de Potencia. También tiene a su cargo el desarrollo de estudios que tienen como propósito el identificar las posibles condiciones de red que conlleven riesgo a la operación estable del Sistema de Potencia.

Es en 1998 que se crea el ente administrador del Mercado Mayorista de Electricidad en El Salvador. Desde ese momento el sector de Generación de Energía del Mercado Eléctrico Mayorista fue operado bajo un esquema de libre competencia basado en contratos bilaterales y ofertas de precios, y la actividad pasó a enfocarse hacia la programación de la operación de corto plazo y por tanto, la UT pasó a encargarse de realizar cada día la coordinación del despacho de generación del día siguiente.

Luego de ser aprobada una reforma en la Ley General de Electricidad (2003), en la que se establecía que: “mientras no existieran condiciones que garantizaran una sana competencia en los precios ofertados en el Mercado Regulador del Sistema, el Mercado Eléctrico operaría bajo un esquema basado en Costos Marginales de Producción, costos

Fijos y de Inversión, y en el caso de las Centrales Hidroeléctricas el valor de reemplazo del agua”. Ello conllevó a que en los siguientes años se instruyera a la UT para desarrollar y proponer un nuevo Reglamento de Operación del Sistema de Transmisión y del Mercado Mayorista Basado en Costos de Producción (ROBCP) y además requeriría el desarrollo de distintas metodologías que se ajusten a las características de cada una de las programaciones y sus necesidades de información. Esto implicó un cambio en la manera de realizar el despacho del sector de generación, en el cual la programación de la operación del Mercado Mayorista de Electricidad, a partir del 1 de Agosto de 2011, se realiza para tres tipos de programaciones: Anual, Semanal y Diaria o Predespacho.

El objeto de la programación de la operación es determinar, por parte de la UT, los planes de despacho de las centrales generadoras, cuya operación en coordinación con la operación de los sistemas de transmisión, deben resultar en una operación que minimiza los costos totales de operación y déficit del sistema eléctrico, sujeto al cumplimiento de las exigencias de calidad y seguridad del servicio.

### **1.2.1 Programación Anual**

La programación anual cubre un período de cincuenta y dos semanas y se efectúa según un detalle semanal.

La programación anual se efectúa con el objeto de:

- a) Disponer de una programación indicativa de la operación a mediano plazo de las instalaciones de generación del sistema eléctrico.

- b) Detectar con antelación suficiente la existencia de riesgos potenciales y/o eventuales que afecten la seguridad de abastecimiento de la demanda prevista.
- c) Entregar una previsión referencial de los costos marginales de producción.
- d) Identificar posibles limitaciones en el Sistema de Transmisión, que puedan provocar problemas de congestión en las redes.

### **1.2.2 Programación Semanal**

La programación semanal cubre un período de siete días y se efectúa según un detalle horario.

La programación semanal se efectúa con el objeto de determinar los planes horarios del despacho para cada uno de los generadores en dicho período, que preservando la seguridad del servicio, minimicen el costo total de operación y de déficit en el sistema eléctrico, considerando el costo futuro del recurso hidroeléctrico al final de la semana.

### **1.2.3 Programación Diaria o Predespacho**

La programación diaria, denominada indistintamente predespacho, es elaborada diariamente, se efectúa conforme un detalle horario, y cubre el período de veinticuatro horas correspondientes al día siguiente al cual es efectuada.

El objeto del predespacho es programar con anticipación la operación del sistema eléctrico del día siguiente, para asignar los recursos disponibles de forma tal de:

- a) Administrar el cubrimiento de la demanda minimizando el costo total de operación y de déficit en el sistema eléctrico, teniendo en cuenta las disponibilidades de potencia y el costo variable de las unidades generadoras, y la coordinación del despacho económico regional, dentro de las restricciones operativas y de transmisión.
- b) Contar con los servicios auxiliares necesarios para mantener los parámetros de calidad y seguridad de la red.



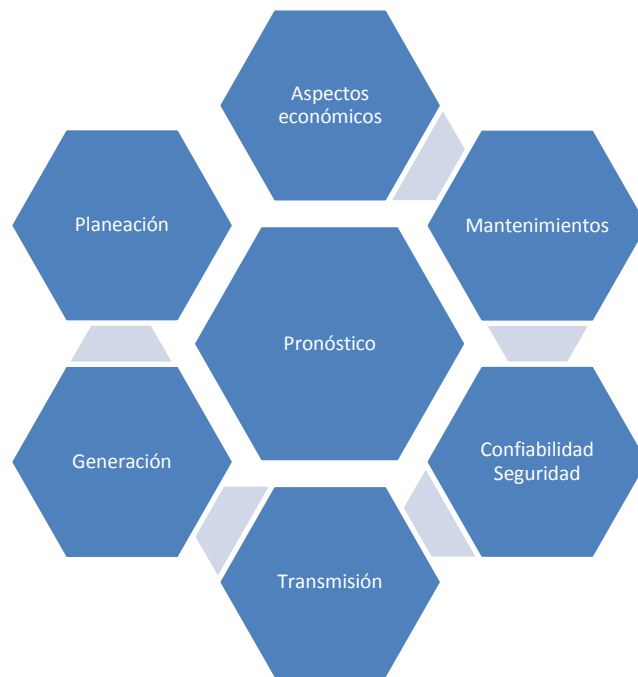
## **CAPÍTULO II. PRONÓSTICO DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA.**

### **Introducción**

El presente capítulo se encuentra dividido en tres secciones. En la primera sección se expone la importancia de contar con pronósticos de demanda de energía eléctrica. En la segunda sección se exponen los diferentes horizontes de predicción de la demanda de energía. En la tercera sección se exponen algunos métodos usualmente utilizados para la realización de la predicción de demanda de mediano plazo.

### **2.1 Importancia de los pronósticos de la demanda de energía**

Los pronósticos de demanda son la llave para un buen planeamiento de la operación de los sistemas eléctricos, ya que dependiendo del horizonte de tiempo a evaluar, pueden ayudar a determinar si en algún momento se llegará a producir un déficit de la capacidad de generación y en consecuencia, puede ser conveniente considerar la construcción de nuevas centrales de generación de energía, expansión del sistema de transmisión o impulsar políticas de ahorro energético, o de otra manera, puede indicar que hay un exceso de capacidad de generación.



**Figura 2.1 Usos del pronóstico de energía**

La predicción de la demanda es una actividad de mucha importancia para las empresas destinadas a la generación de energía eléctrica. Una correcta predicción de la demanda de energía juega un papel importante ya que puede servir para la toma de decisiones de las empresas eléctricas respecto a qué cantidad y a qué precios sería conveniente realizar transacciones con otras empresas del sector. Si se llegara a tener un pronóstico subestimado de la demanda de energía, podría provocar que el sistema no esté preparado ante un alza de la demanda, y como consecuencia, se estaría comprometiendo la confiabilidad y la seguridad del sistema así como, en un caso extremo, tener que realizar un racionamiento de la demanda. Por el contrario, si el pronóstico resultase demasiado alto, los costos de oportunidad pueden ser elevados al tener comprometidos, de forma improductiva, cuantiosos fondos económicos durante largos períodos de tiempo.



## **2.2 Horizonte de la predicción de energía eléctrica**

Los pronósticos de demanda de energía son una parte integral de la planificación de la operación de los sistemas eléctricos de potencia. Dependiendo del período a planificar, los pronósticos se pueden dividir en cuatro horizontes: largo plazo, mediano plazo, corto plazo y muy corto plazo.

### **2.2.1 Pronóstico de largo plazo**

El pronóstico de demanda de energía de largo plazo tiene un horizonte de previsión de cinco a veinte años. Tienen un papel importante para prever la necesidad de programar la construcción de nuevas centrales de generación de energía eléctrica, expansión del sistema de transmisión de energía y determinar políticas de regulación de precios.

Al-Alawi, Islam (1996) expone que al pronóstico de largo plazo las variables que más afectan a la demanda de energía son las variables socio-económicas, ya que consideran el crecimiento de la población y del producto interno bruto; por otra parte, las variables climatológicas dejan de influir para este horizonte de tiempo.

### **2.2.2 Pronóstico de mediano plazo**

El pronóstico de demanda de energía de mediano plazo tiene un horizonte que puede comprender semanas, meses e incluso hasta cinco años. Este es necesario para planificar las compras de combustibles, realizar el programa de mantenimientos mayores de las unidades de generación, coordinar contratos de compra/venta de energía y realizar evaluaciones de ingresos.

Al-Alawi, Islam (1996) expone que el pronóstico a mediano plazo está influenciado por muchos más factores aparte de las condiciones climatológicas. Las variables socio-económicas también desempeñan un papel importante en el pronóstico de la demanda de la energía eléctrica mensual. La inspección de datos históricos muestra que el patrón del consumo de la demanda de energía, es más o menos cíclico por su propia naturaleza, pero generalmente muestra una tendencia hacia un crecimiento de la demanda de energía.

### **2.2.3 Pronóstico de corto plazo**

El pronóstico de corto plazo tiene un horizonte de horas, días e incluso unas pocas semanas. Se utiliza para la programación del despacho económico de las unidades de generación, realizar análisis de seguridad y calidad y para la programación de mantenimientos menores de las unidades generadoras.

Según Al-Alawi, Islam (1996), la demanda de energía eléctrica tiene variaciones debidas a varios factores tales como: condiciones sociales, meteorológicas y económicas. Debido a que el horizonte de predicción es relativamente corto, las condiciones económicas no tienen ninguna influencia para este pronóstico, por otra parte, las condiciones climatológicas y sociales tienen un papel muy influyente en el pronóstico de la demanda a corto plazo. Las condiciones sociales influye en que los patrones de demanda durante los días entre semana se diferencian de los días de fines de semana e igualmente la demanda durante los días festivos son diferentes de los días laborales. Así mismo, las condiciones climatológicas pueden provocar que la carga máxima diaria ocurra

normalmente alrededor de la temperatura máxima o mínima si la energía se requiere para refrescar o calentar.

#### **2.2.4 Pronóstico de muy corto plazo**

El pronóstico de muy corto plazo tiene un horizonte de unos pocos minutos hasta unas pocas horas. Se emplean para la operación y control del sistema en tiempo real y para la evaluación de la seguridad operativa.

### **2.3 Métodos de predicción**

Se encuentran una variedad de métodos en la literatura para realizar pronósticos de mediano plazo. Algunos de estos métodos son: regresión no-lineal Barakat (1998), método extracción de tendencia González-Romera (2006), ARIMA Churueang (2005), Redes neurales Aquino (2006), métodos econométricos, etc.

Esta tesis se concentra en el modelo econométrico que actualmente se utiliza para pronosticar la demanda de mediano plazo, y además se desarrolla el modelo basado en el método de análisis de series de tiempo utilizando la metodología propuesta por Box y Jenkins (1976) como propuesta para realizar el pronóstico de demanda de energía de mediano plazo.



# CAPÍTULO III. METODOLOGÍA. SERIES TEMPORALES Y PROCESOS ESTOCÁSTICOS

## Introducción

El presente capítulo describe la metodología general de construcción de un modelo que explique los datos de la demanda de energía eléctrica.

En la primera parte de este capítulo se expone la metodología para la construcción de un modelo que explique la evolución histórica de la demanda de energía a lo largo del tiempo y poder predecir sus valores futuros.

En la segunda parte se expone un método para añadir al modelo univariante el tratamiento de atípicos que modelen cómo afectan a la serie y sirvan para cuantificar su efecto.

### 3.1 Series temporales y procesos estocásticos univariantes

Una serie temporal es el resultado de observar los valores de una variable a lo largo del tiempo en intervalos regulares (cada día, cada mes, cada año, etc.). Además, se puede considerar que una serie temporal es la observación de la realización de un proceso entre los instantes 1 y N:  $X_1, X_2, \dots, X_N$ .

Un proceso estocástico univariante es un conjunto de variables aleatorias  $\{X_t\}$  donde el índice  $t$  toma valores en un cierto conjunto  $\Omega$ . En nuestro caso, este conjunto es ordenado y corresponde a los instantes temporales (semanas). Para cada valor de  $t$  del

conjunto  $\Omega$  está definida una variable aleatoria,  $X_t$ , y los valores observados de las variables aleatorias en distintos instantes forman una serie temporal. Es decir, una serie de  $N$  datos,  $(X_1, \dots, X_t, \dots, X_N)$ , es una muestra del vector de  $N$  variables aleatorias ordenadas en el tiempo correspondientes a los momentos  $t=1, \dots, N$ , y la serie observada se considera una realización del proceso estocástico.

En tiempo discreto un proceso estocástico univariante se puede representar como:  $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  una colección de variables aleatorias definidas en el mismo espacio de probabilidad.

$$X_t : (\Omega, \mathcal{a}, P) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B})$$

$$\omega \longrightarrow X_t(\omega)$$

Donde:

$t$  fijo:  $X_t(\cdot)$  es una variable aleatoria.

$\omega$  fijo:  $\{X_t(\omega)\}_{t \in \mathbb{Z}}$  es la realización del proceso estocástico.

De esta manera conociendo  $X_1, X_2, \dots, X_N$  se tendrá que identificar el proceso  $\{X_t\}$  por lo que habrá que inferir el proceso estocástico que ha generado los datos que hemos observado, el cual será caracterizado por su función de distribución.

### 3.1.1 Clases de procesos estocásticos

Los fenómenos dinámicos que observamos mediante series temporales pueden clasificarse en dos clases. Los primeros son los que toman valores estables en el tiempo alrededor de un nivel constante, sin mostrar una tendencia a crecer o a decrecer a largo plazo, estos procesos se denominan estacionarios. Además, hay una segunda clase de procesos, que son los procesos no estacionarios, que son aquellos que pueden mostrar tendencia, estacionalidad y otros efectos evolutivos en el tiempo.

### 3.2 Procesos estocásticos estacionarios

Peña (2005), plantea que el proceso estocástico existe conceptualmente, pero no es posible obtener muestras sucesivas o realizaciones independientes del mismo. Para poder estimar las características *transversales* (medias, varianzas, etc.) a partir de su evolución *longitudinal* es necesario suponer que las propiedades *transversales* (distribución de las variables en cada instante) son estables a lo largo del tiempo. Esto conduce al concepto de estacionariedad, que se define a continuación.

Se dice que un proceso estocástico (serie temporal) es *estacionario* en *sentido estricto* si:

1. las distribuciones marginales de todas las variables son idénticas;
2. las distribuciones finito-dimensionales de cualquier conjunto de variables sólo dependen de los retardos entre ellas.

La primera condición establece que, en particular, la media y la varianza de todas las variables son las mismas. También lo son los coeficientes de asimetría y curtosis de las

distribuciones marginales, ya que estas distribuciones son las mismas para todos los retardos. La segunda condición impone que la dependencia entre las variables sólo depende de sus retardos, es decir, la misma dependencia existe entre las variables  $X_t, X_{t+j}, X_{t+j+h}$  que entre las variables  $X_{t+k}, X_{t-j+k}, X_{t-j-h+k}$ .

Estas dos condiciones pueden resumirse estableciendo que la distribución conjunta de cualquier conjunto de variables no se modifica si trasladamos las variables en el tiempo, es decir:

$$\forall k \in \mathbb{Z}, \quad \forall N \in \mathbb{N}, \quad \forall t_1, \dots, t_N \in \mathbb{Z}$$

$$F(t_1, t_2, \dots, t_N) = F(t_{1+k}, t_{2+k}, \dots, t_{N+k})$$

Una propiedad más débil, pero más fácil de contrastar en la práctica, es la *estacionariedad en sentido débil*, que implica la estabilidad de la media, la varianza y la estructura de covarianzas a lo largo del tiempo. Un proceso es estacionario en sentido débil si, para todo  $t$ :

$$E[X_t] = \mu < +\infty, \quad \forall t$$

$$V(X_t) = \gamma_0 < +\infty, \quad \forall t$$

$$\text{cov}(X_t, X_{t+k}) = \gamma_k, \quad \forall t, \forall k$$

Las dos primeras condiciones indican que la media y la varianza son constantes. La tercera, que la covarianza entre dos variables depende sólo de su separación. En un proceso estacionario las autocovarianzas y autocorrelaciones sólo dependen del retardo



entre las observaciones y, en particular, la relación entre  $X_t$  y  $X_{t-k}$ , es siempre igual a la relación entre  $X_t$  y  $X_{t+k}$ . En consecuencia, en los procesos estacionarios:

$$\text{cov}(X_t, X_{t+k}) = \text{cov}(X_{t+j}, X_{t+j+k}) = \gamma_k, \quad \forall t, \forall k, \forall j$$

En resumen, los procesos estacionarios  $\gamma_0 = \sigma^2$ , y  $\gamma_k = \gamma_{-k}$ . Para las autocorrelaciones  $\rho_k = \rho_{-k}$ .

### 3.2.1 Estimación de los momentos de procesos estacionarios

A continuación se detalla la manera de cómo estimar la media, la varianza, las covarianzas y las autocorrelaciones del proceso a partir de la única realización disponible.

Estimadores:

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \sum_{t=1}^N \frac{X_t}{N}$$

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{(X_t - \bar{X})^2}{N}$$

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} \frac{(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{N}$$

$$\hat{\rho}_k = r_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0}$$

### 3.2.2 Proceso de ruido blanco

El proceso de ruido blanco es un proceso estacionario  $\{a_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  importante que esta definido por las siguientes condiciones:

$$E[a_t] = 0, \quad \forall t$$

$$V(a_t) = \sigma_a^2, \quad \forall t$$

$$\text{cov}(a_t, a_{t+k}) = 0, \quad \forall t, \forall k \neq 0$$

La primera condición establece que la esperanza es constante e igual a cero, la segunda condición establece que la varianza es constante y la tercera establece que las variables del proceso de ruido blanco están incorreladas para todos los retardos.

Un proceso de ruido blanco no es necesariamente estacionario en sentido estricto ni debe estar formado por variables independientes, ya que sólo se exige la incorrelación. Si se impone la condición adicional de que las variables del proceso sean independientes, y no sólo incorreladas, se le conoce como *proceso de ruido blanco estricto*. Si se supone que las variables tienen distribución normal, la incorrelación garantiza la independencia, y la normalidad la igualdad de las distribuciones marginales, con lo que el proceso será de ruido blanco estricto y con variables normales y se conoce al proceso como *proceso de ruido blanco normal*. A partir del proceso de ruido blanco se puede pasar a generar procesos estocásticos más complejos.

### 3.2.3 Proceso lineal general

Constituye la clase más interesante de procesos estacionarios que depende de un número infinito de parámetros, y se puede considerar como un filtro lineal sobre el proceso de ruido blanco es  $\{a_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  con las siguientes propiedades:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j} = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \psi_3 a_{t-3} + \dots$$

$$\psi_0 = 1, \quad \psi_j \in \mathbb{R}, \forall j$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < +\infty$$

La primera condición nos indica que la sumatoria debe de converger para que el proceso sea bien definido. Ella se puede representar de la siguiente manera:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j} = \psi(B)a_t$$

$$\psi(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j$$

Donde a  $B$  se conoce como operador de retardo:

$$BX_t = X_{t-1}$$

$$B^k X_t = X_{t-k}$$

Es un proceso lineal general, que está definido por las siguientes condiciones:

$$E[X_t] = 0, \forall t$$

$$V(X_t) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2, \forall t$$

$$\gamma_k = \left( \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+k} \right) \sigma_a^2, \forall k$$

Tal como se indicó en el apartado anterior, el proceso de ruido blanco es importante ya que se puede utilizar para generar procesos estocásticos más complejos.

### 3.2.4 Modelos ARMA(p,q)

Son una clase de procesos lineales generales que dependen de un número finito de parámetros, así teniendo:

$$\psi(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j$$

Dicha función se puede expresar como una función desarrollable en series de potencia, así:

$$\psi(B) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)}$$

Siendo:

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3 \dots - \theta_q B^q$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 \dots - \phi_p B^p$$

$\psi(B)$  es el operador que verifica

$$\phi(B)\psi(B) = \theta(B)$$

Dado que  $\psi(B)$  depende de un número infinito de parámetros, el problema es el denominador para considerar que el proceso es estacionario y se considerarán dos condiciones: la primera es la condición de estacionariedad (CE) donde las soluciones de  $\phi(B) = 0$  deben estar fuera de  $|B| \leq 1$ ; la segunda es la condición de invertibilidad (CI) donde las soluciones  $\theta(B) = 0$  deben estar fuera de  $|B| \leq 1$ .

El proceso autorregresivo de media móvil ARMA(p,q) será:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 \dots - \phi_p B^p)X_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \dots - \theta_q B^q)a_t$$

O, en notación compacta,

$$\phi_p(B)X_t = \theta_q(B)a_t$$

El proceso será estacionario si las soluciones de  $\phi_p(Z) = 0$  están fuera del círculo unidad, e invertible si lo están las de  $\theta_q(B)=0$ .

El proceso ARMA(p,q) se puede expresar de la siguiente manera:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \dots - \theta_q a_{t-q}$$

A partir de este proceso se pasa a dos casos particulares:

Los procesos de media móvil ARMA(0,q) ~ MA(q) expresados como una combinación lineal de un proceso de ruido blanco,  $X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \dots - \theta_q a_{t-q}$ . Y los procesos autorregresivos ARMA(p,0) ~ AR(p) expresados como una combinación lineal de valores anteriores de la serie,  $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} \dots + \phi_p X_{t-p}$ .

Un proceso ARMA(p,q) está definido por las siguientes condiciones:

$$E[X_t] = 0, \forall t$$

Si  $k > q$  entonces,

$$\gamma_k = E[X_t X_{t-k}] = E[(\phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} \dots - \theta_q a_{t-q}) X_{t-k}]$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p}$$

Para las correlaciones:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}, k > q$$

Las correlaciones  $\rho_{q-p+1}, \dots, \rho_q$  dependen de  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  y proporcionan los valores iniciales para la ecuación recursiva anterior.

El objetivo será estudiar las características de estos procesos que sirvan para identificarlos a partir de una serie temporal generada por ellos. Tomando en cuenta que

un proceso ARMA(p,q) es simplemente el resultado de la superposición de las propiedades AR y MA.

### 3.2.5 Modelos AR(p)

Una serie de tiempo  $X_t$  estacionaria sigue un proceso autorregresivo de orden p si:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

Y donde  $a_t$  es un proceso de ruido blanco. Utilizando la notación de operadores de retardo, se puede expresar como:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 \dots - \phi_p B^p) X_t = a_t$$

Y llamando  $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 \dots - \phi_p B^p$  al polinomio de grado p en el operador de retardo, cuyo primer término es la unidad, se tiene la expresión general de un proceso autorregresivo:

$$\phi_p(B) X_t = a_t$$

Los procesos autorregresivos AR(p) expresan que el valor actual del proceso está expresado como una combinación lineal de p valores previos del proceso y un ruido aleatorio. Este tipo de proceso puede considerarse siempre como invertible, sin embargo se debe demostrar que el proceso es estacionario.

Llamando ecuación característica del proceso a:

$$\phi_p(B) = 0$$

Considerada como función de B. Ésta tendrá p raíces  $G_1^{-1}, \dots, G_p^{-1}$ , en general distintas, de manera que los coeficientes  $G_i$  son los factores de la ecuación característica, y se demuestra que el proceso es estacionario si  $|G_i| < 1$ , para todo i.

### 3.2.6 Modelos MA(q)

Son procesos cuyo valor actual depende de q errores aleatorios. El proceso MA(q) tiene la siguiente representación:

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Y donde  $a_t$  es un proceso de ruido blanco. Utilizando la notación de operadores de retardo, se puede expresar como:

$$X_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \dots - \theta_q B^q) a_t$$

Y llamando  $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \dots - \theta_q B^q$  al polinomio de grado q en el operador de retardo, cuyo primer término es la unidad, se tiene la expresión general de un proceso de media móvil:

$$X_t = \theta_q(B) a_t$$

Un proceso MA(q) es siempre estacionario, por ser la suma de procesos estacionarios. El proceso será invertible si las soluciones del operador  $\theta_q(B) = 0$ , en modulo, son mayores que la unidad.

Un proceso MA(q) vendrá definido por las siguientes condiciones:



$$E[X_t] = 0, \forall t$$

$$\gamma_0 = V(X_t) = (1 - \theta_1^2 - \theta_2^2 \dots - \theta_q^2) \sigma_a^2$$

$$\gamma_k = (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q) \sigma_a^2, \quad k = 1, 2, \dots, q$$

$$\gamma_k = 0, \quad \forall k > q$$

Para las correlaciones:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad k = 1, 2, \dots, q$$

$$\rho_k = 0, \quad \forall k > q$$

### 3.3 Procesos estocásticos no estacionarios

Un proceso puede ser no estacionario en la media, en la varianza, en las autocorrelaciones, o en otras características de la distribución de las variables. Cuando el nivel de la serie no es estable en el tiempo, pudiendo tener tendencia creciente o decreciente, la serie es no estacionaria en la media. Cuando la variabilidad o las autocorrelaciones se modifican con el tiempo, entonces la serie es no estacionaria en la varianza o en las autocorrelaciones. Finalmente, si la distribución de la variable en cada instante varía con el tiempo, la serie no es estacionaria en distribución.

### 3.3.1 Procesos integrados

Los procesos más importantes son los integrados, que tienen la propiedad fundamental de que al diferenciarlos se obtienen procesos estacionarios. Una propiedad importante que diferencia a los procesos integrados de los estacionarios es la forma en que desaparece la dependencia con el tiempo. En los procesos estacionarios ARMA(p,q) las autocorrelaciones disminuyen geoméricamente, y se hacen prácticamente cero a los pocos retardos. En los procesos integrados las autocorrelaciones disminuyen linealmente con el tiempo y es posible encontrar coeficientes de autocorrelación distintos de cero hasta para retardos muy altos.

### 3.3.2 Procesos integrados ARIMA

Un proceso es integrado de orden  $d \geq 0$ , cuando al diferenciarlo  $d$  veces se obtiene un proceso estacionario. Un proceso estacionario es, por tanto, siempre de orden  $d = 0$ . Se obtienen considerando que el operador autorregresivo contiene la raíz  $B=1$  con multiplicidad  $d$ , es decir, contiene el factor:  $(1 - B)^d$ . El resto de las soluciones están fuera de  $|B| \leq 1$ .

El proceso integrado ARIMA(p,d,q) se representa como:

$$\phi_p(B)(1 - B)^d X_t = \theta_q(B)a_t$$

Es decir, después de diferenciar  $d$  veces, se obtiene un proceso ARMA(p,q) estacionario.

El nombre ARIMA proviene de las iniciales en inglés de los procesos autorregresivos integrados de media móvil (autoregressive integrated moving average).

### 3.4 Modelos estacionales

Se considera la estacionalidad como un tipo de falta de estacionariedad, que hace que la media de las observaciones no sea constante, pero evoluciona de forma previsible de acuerdo a un patrón cíclico.

Se dice que una serie es estacional cuando su valor esperado no es constante, pero varía con una pauta cíclica, de manera que:

$$E[X_t] = E[X_{t+s}]$$

Se dice que la serie tiene una estacionalidad de período  $s$ .

Además, se puede convertir una serie estacional en estacionaria aplicando una diferencia estacional, el operador diferencia estacional de período  $s$  será  $(1 - B^s)$ . Peña (2005), concluye que en condiciones bastantes generales para la estructura estacional, y tanto para procesos con estacionalidad determinista como estocástica, el operador  $(1 - B^s)$  convierte un proceso estacional en estacionario.

Peña (2005), señala que el caso más habitual es que podamos incorporar la estacionalidad dentro del modelo ARIMA de forma multiplicativa, con lo que resulta el modelo ARIMA estacional multiplicativo.

### 3.4.1 Modelo ARIMA estacional

Cuando existe dependencia estacional se puede generalizar el modelo ARMA para series estacionarias incorporando adicionalmente de la dependencia *regular*, la dependencia *estacional*.

Una manera de modelar ambas dependencias es modelar de forma separada la dependencia regular y la estacional, y pasar a construir un modelo incorporando ambas de forma multiplicativa. De esta manera se obtendrá un modelo ARIMA estacional multiplicativo, que tiene la forma:

$$\Phi_P(B^s)\phi_p(B)(1 - B^s)^D(1 - B)^dX_t = \Theta_Q(B^s)\theta_q(B)a_t$$

Donde  $\Phi_P(B^s) = (1 - \Phi_1B^s - \dots - \Phi_PB^{Ps})$  es el operador AR estacional de orden P,  $\phi_p(B) = 1 - \phi_1B - \dots - \phi_pB^p$  es el operador AR regular de orden p,  $(1 - B^s)^D$  representa las diferencias estacionales, y  $(1 - B)^d$  las diferencias regulares,  $\Theta_Q(B^s) = (1 - \theta_1B^s - \dots - \theta_QB^{Qs})$  es el operador MA estacional de orden Q,  $\theta_q(B) = 1 - \theta_1B - \dots - \theta_qB^q$  es el operador MA regular de orden q, y  $a_t$  es un proceso de ruido blanco.

Esta clase de modelos, fueron introducidos por Box-Jenkins (1976), y se utilizan para representar muchas series estacionales y se escriben de forma simplificada como el modelo ARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)<sub>s</sub>.

### 3.5 Metodología Box-Jenkins para ajustar los modelos a series reales

Uno de los procedimientos más comúnmente discutidos para realizar pronósticos de demanda de energía es el análisis de series de tiempo, normalmente utilizando la metodología descrita por Box y Jenkins (1976), donde se propone realizar un ajuste de los modelos en tres etapas.

La primer etapa consiste en *identificar* el posible modelo ARIMA que sigue la serie de tiempo, lo que requerirá: a) decidir qué transformaciones aplicar para convertir la serie observada en una serie estacionaria; b) determinar un modelo ARMA para la serie estacionaria, es decir, los órdenes  $p$  y  $q$  de su estructura autorregresiva y de media móvil y, si el proceso es estacional, los órdenes  $P$ ,  $Q$  de la estructura ARMA estacional.

Una vez se haya seleccionado un posible modelo para la serie estacionaria, en la segunda etapa se procede a la *estimación*, donde los parámetros AR y MA del modelo se estiman por máxima verosimilitud y se obtienen sus errores estándar y los residuos del modelo. La tercera etapa consiste en realizar la *diagnosis*, donde se comprueba que los residuos no tienen estructura de dependencia y siguen un proceso de ruido blanco. Si los residuos no contienen información, se toma como válido el modelo para posteriormente utilizarlo para la previsión o la toma de decisiones. Si los residuos muestran estructura, se procederá a modificar el modelo para incorporarla y repetir las tres etapas anteriores hasta obtener un modelo adecuado.

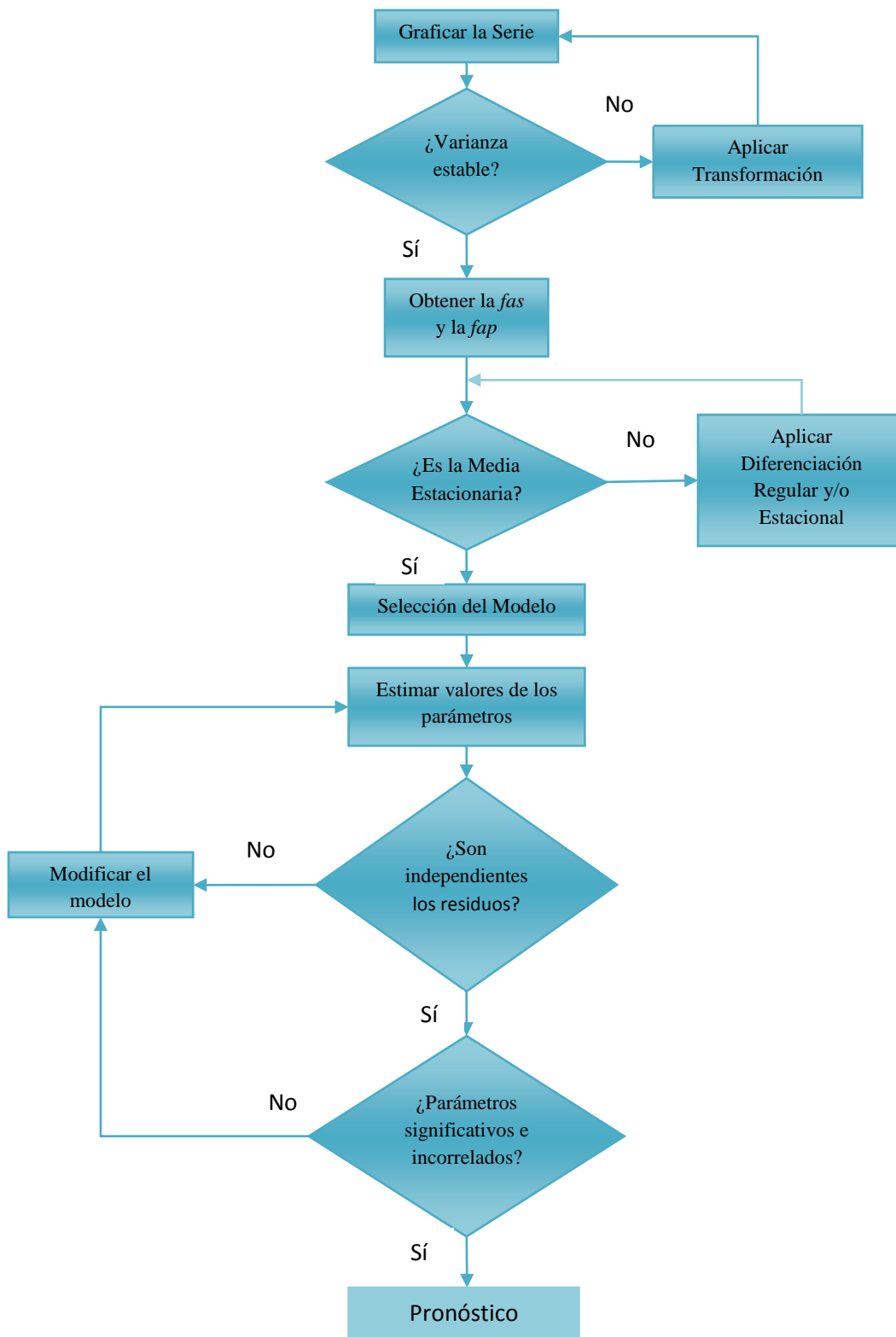


Figura 3.1 Diagrama de la metodología propuesta por Box & Jenkins

### **3.5.1 Identificación del modelo**

La identificación del modelo requiere identificar la estructura no estacionaria, si existe, y después la estructura ARMA estacionaria. La identificación de la estructura no estacionaria consiste en detectar qué transformaciones hay que aplicar para conseguir un proceso ARMA estacionario con varianza y media constante. En particular, consiste en determinar si es necesario: a) transformar la serie para que tenga varianza constante; b) diferenciar la serie para que tenga media constante. Posteriormente se identifica la estructura ARMA para la serie estacionaria.

#### **3.5.1.1 Determinación de la transformación para estabilizar la varianza**

El procedimiento para la determinación de la transformación a realizar en la serie, consiste en realizar una comparación homogénea, entre los diferentes años haciendo un gráfico entre una medida de variabilidad, como la desviación típica, y una medida del nivel, como la media local. Dado que una serie puede presentar una variabilidad mayor cuando la serie toma valores altos.

Para hacer comparaciones homogéneas, si la serie es estacional de período  $s$ , se deberá hacer grupos de ese tamaño, para incluir todos los períodos estacionales en todos los grupos. Para series no estacionales, se toma un tamaño de grupo de cinco o seis observaciones contiguas. Una vez realizados los grupos homogéneos se procede a calcular en cada período la desviación típica y la media.

A continuación se representa la desviación típica de cada período como función de la media y se procede a analizar la relación de dependencia entre ambas variables, para ello

se realiza una transformación de logaritmo natural a la desviación típica y a la media de los grupos homogéneos, para definir la siguiente relación de dependencia:

$$\log S_i = \alpha_0 + \alpha \log \bar{X}_i$$

Donde:

$S_i$  es la desviación típica del i-ésimo grupo homogéneo.

$\bar{X}_i$  es la media del i-ésimo grupo homogéneo.

$\alpha_0$  es la constante del modelo de dependencia.

$\alpha$  es la relación de dependencia entre la desviación típica y la media.

La dependencia de la variabilidad del nivel de la serie puede ser el resultado de que la serie se genera como producto de un componente sistemático o predecible, que define el nivel de la serie.

Cuando en la serie se observa una relación entre el nivel y la variabilidad, se estima el valor de  $\alpha$  mediante la aplicación de regresión lineal, y una vez obtenido el valor de  $\alpha$  la valoración a realizar es:

- a) Si  $\alpha \approx 1$ , entonces puede considerarse que no hay relación de dependencia del valor de la desviación con respecto al nivel de la serie, por lo que no habría necesidad de realizar transformación sobre la misma.



- b) Si  $\alpha \approx 0$ , entonces puede considerarse que sí hay una relación de dependencia del valor de la variabilidad de la serie con el nivel de la misma, por lo que habría que proceder a realizar una transformación logaritmo natural para obtener una serie con varianza constante.
- c) Para un valor intermedio obtenido para  $\alpha$  puede considerarse proceder a realizar un tipo de transformación Box-Cox con el objetivo de lograr que la varianza sea independiente de la media.

### **3.5.1.2 Determinación de la transformación para estabilizar la media**

#### **3.5.1.2.1 Determinación de la diferenciación regular**

Si la serie tiene tendencia, o muestra cambios de nivel en la media, mediante la aplicación de diferenciación regular  $(1-B)$  se puede transformar en una serie estacionaria. Cuando la decisión de diferenciar no sea clara, una característica que identifica una serie no estacionaria en la función de autocorrelación simple (*fas*) es que presenta un decrecimiento lento en forma lineal. Peña (2005) indica que si la *fas* no se amortigua para retardos altos (15 ó 20), en general es necesario diferenciar para obtener un proceso estacionario.

#### **3.5.1.2.2. Determinación de la diferenciación estacional**

Si la serie presenta estacionalidad, se procede a aplicar una diferencia estacional  $(1 - B^s)$ , para conseguir una serie estacionaria. La estacionalidad se manifiesta:

- a) En el gráfico de la serie, se presenta una pauta repetida de período  $s$ .

- b) En la función de autocorrelación simple, se presentan coeficientes positivos que decrecen lentamente en los retardos  $s, 2s, 3s, \dots$

### 3.5.1.3 Identificación de la estructura ARMA

Técnicas para la identificación preliminar de los modelos de series de tiempo se basan en el análisis de la función de autocorrelación simple y la función de autocorrelación parcial. Estos son métodos sistemáticos y muy útiles en la determinación del orden del modelo, en la estimación preliminar de los parámetros del modelo, y en la comprobación de diagnóstico y perfeccionamiento del modelo.

La identificación de los órdenes  $p$  y  $q$  del modelo se realiza comparando las funciones estimadas de autocorrelación simple y parcial con las funciones teóricas de procesos ARMA. Si el proceso es estacional, se toman en cuenta los coeficientes de la *fas* y la *fap* muestrales en los retardos  $s, 2s, 3s, \dots$ , para determinar la estructura ARMA estacional.

La función de autocorrelación describe la correlación inherente entre las observaciones de una serie de tiempo que están separadas en el tiempo por un retardo  $k$ .

$$\gamma_k = E[X_t X_{t-k}]$$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

Para un proceso autorregresivo AR la función de autocorrelación satisface la siguiente ecuación:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}$$

$$\phi(B)\rho_k = 0$$

La función de autocorrelación parcial (fap) es útil para determinar el orden del proceso autorregresivo. Partiendo de las ecuaciones anteriores, hay que notar que la ecuación se puede utilizar para resolver para  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ , si la función de autocorrelación ya se conoce, y si el orden,  $p$ , es conocido. Entonces definir la autocorrelación parcial en el retardo  $j$ ,  $\phi_{jj}$ , para ser la solución para  $j$  si el orden ( $p$ ) es igual a  $j$ . Es evidente que la *fap* será igual a cero para todos los retardos,  $j$ , mayores que el verdadero orden del proceso,  $p$ .

Los procesos de media móvil MA, se caracterizan en que su función de autocorrelación es idéntica a cero para retardos mayores que el orden del proceso,  $q$ .

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, k = 1, 2, \dots, q$$

$$\rho_k = 0, \forall k > q$$

Utilizando la función de autocorrelación simple y parcial es posible determinar las estructuras potenciales útiles. Además, ayudan en la determinación de los ajustes apropiados al modelo en el caso que el diagnóstico indique una insuficiencia del modelo.

### 3.5.2 Estimación de los parámetros del modelo

Una vez que se haya determinado la posible estructura del modelo, se procede a estimar los parámetros del modelo.

Supuesto que la serie  $X_t$  ha sido generada por un proceso estacionario e invertible:

$$\phi(B)X_t = \theta(B)a_t$$

Habría que estimar:  $\phi, \theta, \sigma_a^2$ .

Los métodos usualmente utilizados son los siguientes:

- a) Método de los momentos,
- b) Mínimos cuadrados,
- c) Máxima verosimilitud.

#### 3.5.2.1 Método de los momentos

En un modelo AR(p) para estimar  $\phi, \sigma_a^2$  se procede de la siguiente manera:

$$\hat{\phi}_p = \hat{R}_p^{-1} \hat{\rho}_p$$

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{C_0}{1 - \hat{\phi}_1 r_1 - \dots - \hat{\phi}_p r_p}$$

Donde:

$$\hat{R}_p = \begin{pmatrix} 1 & r_1 & \dots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p-1} & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\rho}_p = \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_p \end{pmatrix}$$

$$C_0 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{(X_t - \bar{X})^2}{N}$$

Para un modelo MA(q) se procederá a resolver el sistema de ecuaciones no lineales para estimar  $\theta$ ,  $\sigma_a^2$ :

$$C_0 = (1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma_a^2$$

$$C_k = (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q) \sigma_a^2, \quad k = 1, 2, \dots, q$$

Donde:

$$C_0 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{(X_t - \bar{X})^2}{N}$$

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} \frac{(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{N}$$

Para un modelo ARMA(p,q) se procede siguiendo los siguientes pasos:

a) Obtener  $\hat{\phi}_p$  resolviendo:

$$r_k = \phi_1 r_{k-1} + \dots + \phi_p r_{k-p}, \quad k = q + 1, \dots, q + p$$

b) Obtener la serie  $Y_t = \hat{\phi}(B)X_t$

c) A partir de sus covarianzas estimar  $\vec{\theta}$ ,  $\sigma_a^2$  como en un MA(q).

Los estimadores así obtenidos no tienen, en general, buen comportamiento pero pueden proporcionar estimadores iniciales para la búsqueda por otros métodos de estimación.

### 3.5.2.2 Método de mínimos cuadrados

Para un modelo AR(p) se procederá de la siguiente manera:

$$a_t = (X_t - \mu) - \phi_1(X_{t-1} - \mu) - \dots - \phi_p(X_{t-p} - \mu)$$

$$a_1 = a_2 = \dots = a_p = 0 \text{ (dependen de valores no observados)}$$

Suma de cuadrados condicionales

$$Q(\vec{\phi}, \mu) = \sum_{t=p+1}^n a_t^2$$

Calcular  $\min_{\vec{\phi}, \mu} Q(\vec{\phi}, \mu)$  resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\frac{\partial Q}{\partial \mu} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \phi_j} = 0, \quad j = 1, \dots, p$$

Si  $n \gg p$ , los estimadores obtenidos se aproximan a los del método de los momentos.

Para un modelo MA(q) se procederá realizando un cálculo recursivo de los residuos de la siguiente manera:

$$a_t = (X_t - \mu) + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q}$$

Hipótesis sobre valores iniciales:  $a_0 = a_{-1} = \dots = a_{1-q} = 0$

Suma de cuadrados condicionales

$$Q(\vec{\theta}, \mu) = \sum_{t=1}^n a_t^2$$

Calcular  $\min_{\vec{\phi}, \mu} Q(\vec{\phi}, \mu)$  mediante algoritmo de optimización no lineal.

Para un modelo ARMA(p,q) se procederá resolviendo:

$$a_t = (X_t - \mu) - \phi_1(X_{t-1} - \mu) - \dots - \phi_p(X_{t-p} - \mu) + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q}$$

Se supone:  $a_p = a_{p-1} = \dots = a_1 = a_0 = \dots = a_{p-q+1} = 0$

Suma de cuadrados condicionales

$$\min_{\vec{\phi}, \vec{\theta}, \mu} Q(\vec{\phi}, \vec{\theta}, \mu) = \sum_{t=p+1}^n a_t^2$$

### 3.5.2.3 Método de máxima verosimilitud

$$a_t \sim N(0, \sigma_a)$$

Para un modelo AR(p) tenemos:

$$f(a_{p+1}, \dots, a_n) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma_a^2}\right)^{\frac{n-p}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=p+1}^n a_t^2\right\}$$

Realizando un cambio de variable:

$$a_{p+1}, \dots, a_n \rightarrow x_{p+1}, \dots, x_n$$

Condicionado a  $X_1 = X_1, \dots, X_p = X_p$

Ecuaciones del cambio:

$$a_t = (X_t - \mu) - \phi_1(X_{t-1} - \mu) - \dots - \phi_p(X_{t-p} - \mu)$$

Jacobiano igual a la unidad  $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} f(X_{p+1}, \dots, X_n / X_1, \dots, X_p) \\ = \left(\frac{1}{2\pi\sigma_a^2}\right)^{\frac{n-p}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=p+1}^n \left((X_t - \mu) - \phi_1(X_{t-1} - \mu) - \dots \right. \right. \\ \left. \left. - \phi_p(X_{t-p} - \mu)\right)^2\right\} \end{aligned}$$

Verosimilitud condicionada:



$$f(X_{p+1}, \dots, X_n / X_1, \dots, X_p) = \left( \frac{1}{2\pi \sigma_a^2} \right)^{\frac{n-p}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \sigma_a^2} Q(\vec{\phi}, \mu) \right\}$$

Maximizar la verosimilitud condicionada es equivalente a minimizar la suma de cuadrados condicionales.

Verosimilitud exacta:

$$f(X_1, \dots, X_p) = \left( \frac{1}{2\pi \sigma_a^2} \right)^{\frac{p}{2}} |V_p|^{1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \sigma_a^2} (\vec{X} - \vec{\mu})' V_p (\vec{X} - \vec{\mu}) \right\}$$

Siendo:

$$V_p = \sigma_a^2 C_p^2, \quad C_p \text{ matriz de varianzas - covarianzas de } X_1, \dots, X_p$$

$$\vec{X}' = (X_1, \dots, X_p)$$

$$f(X_1, \dots, X_n) = f(X_{p+1}, \dots, X_n / X_1, \dots, X_p) \cdot f(X_1, \dots, X_p)$$

$$f(X_1, \dots, X_n) = \left( \frac{1}{2\pi \sigma_a^2} \right)^{\frac{p}{2}} |V_p|^{1/2} \exp \left\{ Q(\vec{\phi}, \mu) + \frac{1}{2 \sigma_a^2} (\vec{X} - \vec{\mu})' V_p (\vec{X} - \vec{\mu}) \right\}$$

Suma de cuadrados no condicionales:

$$\tilde{Q}(\vec{\phi}, \mu) = Q(\vec{\phi}, \mu) + \frac{1}{2 \sigma_a^2} (\vec{X} - \vec{\mu})' V_p (\vec{X} - \vec{\mu})$$

Para un modelo MA(q) se realiza un cambio de variables:

$$a_{1-q} = a_{1-q}, \dots, a_{-1} = a_{-1}, \dots, a_0 = a_0$$

$$\begin{aligned} a_1 &= (X_1 - \mu) + \theta_1 a_0 + \dots + \theta_q a_{1-q} \\ &\vdots \\ a_n &= (X_n - \mu) + \theta_1 a_{n-1} + \dots + \theta_q a_{n-q} \end{aligned}$$

$$a' = (a_{1-q}, \dots, a_0, a_1, \dots, a_n), \quad a'_* = (a_{1-q}, \dots, a_0), \quad X' = (X_1, \dots, X_n)$$

$$a \rightarrow (a_*, X)$$

$$f(a) = \left( \frac{1}{2\pi \sigma_a^2} \right)^{\frac{n+q}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \sigma_a^2} \sum_{t=1-q}^n a_t^2 \right\}$$

Matricialmente:

$$a = LX + Ma_*$$

$$L \in \mathbb{M}_{(n+q) \times n}$$

$$M \in \mathbb{M}_{(n+q) \times q}$$

$$f(a_*, X) = \left( \frac{1}{2\pi \sigma_a^2} \right)^{\frac{n+q}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \sigma_a^2} (LX + Ma_*)' (LX + Ma_*) \right\}$$

Calculando la marginal:

$$f(X) = \left( \frac{1}{2\pi \sigma_a^2} \right)^{\frac{n+q}{2}} |M'M|^{1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \sigma_a^2} (LX + M\hat{a}_*)' (LX + M\hat{a}_*) \right\}$$

$$\hat{a}_* = E[a_*/X]$$

De donde

$$\hat{a} = E[a/X] = (LX + M\hat{a}_*)$$

Suma de cuadrados no condicionales:

$$\tilde{Q}(\vec{\theta}, \mu) = (LX + M\hat{a}_*)' (LX + M\hat{a}_*) = \hat{a}'\hat{a} = \sum_{t=1-q}^n \hat{a}_t^2$$

Para un modelo ARMA(p,q) se procederá resolviendo:

$$f(X_1, \dots, X_n) \propto g(\vec{\phi}, \vec{\theta}, \mu) \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=-\infty}^n \hat{a}_t^2\right\}$$

Suma de cuadrados no condicionales:

$$\tilde{Q}(\vec{\phi}, \vec{\theta}, \mu) = \sum_{t=-\infty}^n \hat{a}_t^2$$

El cálculo de  $\hat{a}_t$  se puede realizar utilizando el método de forecasting. Si  $\phi(B)X_t = \theta(B)a_t$ , entonces  $e_t$  es un proceso de ruido blanco incorrelado con  $a_t$  y tal que  $\sigma_e^2 = \sigma_a^2$  de forma que:

$$\phi(F)X_t = \theta(F)e_t, \quad FX_t = X_{t+1}$$

Es la ecuación que se utiliza para “predecir” el pasado.

### 3.5.3 Diagnósis del modelo

La diagnósis del modelo requiere comprobar que las hipótesis básicas realizadas respecto a los residuos son ciertas. Estos deben tener: a) media igual a cero; b) varianza constante; c) falta de correlación para cualquier retardo; d) distribución normal. Adicionalmente, habrá que realizar un análisis de los resultados de la estimación, que son: a) estimadores significativos; b) condiciones de estacionariedad e invertibilidad; c) correlación entre parámetros.

#### 3.5.3.1 Contraste de media cero

Se debe determinar que la media de los residuos es cero, donde aplicando el contraste estadístico, tal que:

$$t_{\mu_a} = \frac{\mu_a}{\sigma_a} \sim N(0,1)$$

Y donde la hipótesis nula  $H_0: \mu_a = 0$  es aceptada para un nivel de significancia  $\alpha$ , cuando  $|t_{\mu_a}| < N_{\frac{\alpha}{2}}(0,1)$ , caso contrario es rechazada.

#### 3.5.3.2 Contraste de varianza estable (homocedasticidad)

La estabilidad de la varianza de los residuos se comprueba estudiando el gráfico de los residuos a lo largo del tiempo. Peña (2005), expone que si a la vista de los residuos estimados parece existir un cambio de varianza a partir de un punto,  $t=n_1$ , se puede dividir el intervalo muestral en dos partes y aplicar un contraste de varianzas. En la hipótesis de que ambos tramos tienen la misma varianza, el estadístico:

$$F = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} \hat{a}_t^2 / n_1}{\sum_{t=n_1+1}^N \hat{a}_t^2 / (N - n_1)} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

Se distribuirá, aproximadamente, como una F con  $n_1$  y  $N - n_1$  grados de libertad.

Si no se llegara a detectar a la vista un cambio en la variabilidad de los residuos, se puede proceder a aplicar un contraste de igualdad de varianza para los diferentes períodos estacionales.

### 3.5.3.3 Contraste sobre las autocorrelaciones

Observando el gráfico de autocorrelación de los residuos se puede determinar independencia o no del mismo, adicionalmente se debe realizar una prueba estadística que lo fundamente matemáticamente. Una prueba estadística adecuada es la hipótesis de independencia de Ljung-Box, el cual permite contrastar la hipótesis nula de que todos los coeficientes de correlación son nulos. Si el p-valor asociado al estadístico Ljung-Box es menor que  $\alpha$ , se rechazará la hipótesis nula al nivel de significancia  $\alpha$ . El estadístico Q de Ljung-Box está definido como:

$$Q(h) = N(N + 2) \sum_{j=1}^h \frac{\hat{r}_j^2}{(N - j)}$$

Donde N es el tamaño de la muestra, h es el retardo y  $\hat{r}_j$  es el coeficiente de autocorrelación del retardo j. El estadístico  $Q(h)$  se distribuye, asintóticamente, como una  $\chi^2$  con grados de libertad igual al número de coeficientes en la suma (h) menos el

número de parámetros estimados,  $n$ . Para modelos no estacionales  $n=p+q+1$ , o  $n=p+q$ , según que el modelo tenga o no constante, y para los estacionales, que habitualmente no tienen constante,  $n = p+q+P+Q$ . Se considerará un modelo como inadecuado si el valor de  $Q(h)$  obtenido es mayor que el percentil 0.95 de la distribución  $\chi^2$  con  $h-n$  grados de libertad, que se denota por  $\chi_{0.95}^2(h - n)$ . En general, rechazaremos la hipótesis de incorrelación de los residuos cuando la probabilidad:

$$P(\chi^2(h - n)) > Q(h)$$

Sea pequeña (menor que 0.05 o 0.01).

#### **3.5.3.4 Contraste de normalidad**

La hipótesis de que los residuos tienen una distribución normal se comprueba con cualquiera de los contrastes habituales.

La prueba de Kolmogorov-Smirnov es una prueba no paramétrica de bondad de ajuste. Se utiliza para contrastar si los residuos se distribuyen según una distribución normal, el contraste trata de verificar la hipótesis nula  $H_0$ : La distribución observada se ajusta a una distribución normal, contra la hipótesis alternativa  $H_1$ : La distribución observada no se ajusta a la distribución normal.

Cuando la prueba Kolmogorov-Smirnov se aplica para contrastar la hipótesis de normalidad de la población, el estadístico de prueba es la máxima diferencia:

$$D = \text{máx}|F_n(X) - F_0(X)|$$

Siendo  $F_n(X)$  la función de distribución de los residuos y  $F_0(X)$  la función teórica o correspondiente a la población normal especificada en la hipótesis nula. La distribución del estadístico de Kolmogorov-Smirnov es independiente de la distribución poblacional especificada en la hipótesis nula y los valores críticos de este estadístico están tabulados.

### **3.5.4 Predicciones con el modelo**

Peña (2005), define los predictores óptimos como aquellos que minimizan en promedio los errores de predicción al cuadrado. Estos predictores se obtienen calculando los valores esperados de las observaciones futuras, condicionadas a los datos observados. La función de predicción de un modelo ARIMA tiene una estructura simple: los operadores no estacionarios, es decir, las diferencias y la constante si existe, determinan la predicción a largo plazo, mientras que los operadores estacionarios, AR y MA, determinan la predicción a corto plazo.

Además, en la práctica existen cuatro tipos de incertidumbre en la predicción, asociadas al desconocimiento de: a) los errores aleatorios futuros, b) la distribución de los errores aleatorios, c) los verdaderos valores de los parámetros, y d) el modelo que ha generado los datos.

### **3.6 Valores atípicos**

Con frecuencia ocurren en las series hechos puntuales que no han sido generados igual que los demás. Las observaciones afectadas por esas intervenciones pueden representar una estructura diferente de las demás y aparecer como datos atípicos.

Peña (2005), señala que es importante ser capaces de identificar estas situaciones desconocidas y separarlas de la dinámica habitual de la serie porque:

- a) Si sus efectos son grandes, pueden sesgar la estimación de los parámetros, lo que producirá malas predicciones futuras.
- b) Si el suceso ha ocurrido en la última parte de la serie y alguna observación afectada se utiliza para generar predicciones estas no serán buenas, incluso aunque los parámetros estén bien estimados.
- c) Si estos sucesos atípicos pueden volver a aparecer en el futuro y los identificamos y estimamos, podemos incorporar esta información en las predicciones y obtener intervalos de predicción más realistas.

La identificación de atípicos consiste en detectar observaciones que parecen haber sido generadas de forma distinta al resto. Posteriormente, se investigan las causas de estos valores atípicos y, se procede a incorporar estas observaciones en un modelo explícito. Esta identificación se realiza mediante la huella que los atípicos dejan en la serie, se pueden considerar dos tipos de atípicos: los aditivos y los innovativos.

### 3.6.1 Atípicos aditivos

Se considera que ha ocurrido un atípico aditivo (AO) sobre una serie temporal en el instante  $h$  si el valor de la serie se genera en ese instante de manera distinta al resto. El modelo que seguirá la serie  $X_t$  observada si ha sido afectada por un AO en  $t$  es:

$$X_t = \begin{cases} y_t, & t \neq h \\ y_t + W_A, & t = h \end{cases}$$



$$X_t = W_A I_t^h + \psi(B)a_t$$

Donde  $y_t$  es la serie no contaminada por atípicos y:

$$I_t = \begin{cases} 0, & t \neq h \\ 1, & t = h \end{cases}$$

El nivel de la serie observada resulta afectada en  $t=h$  en que se produce el atípico. Una forma equivalente de escribir el modelo ARIMA para la serie  $y_t$  es:

$$\pi(B)y_t = a_t$$

Donde se verifica que  $\psi(B)\pi(B) = 1$ , y el modelo resultante para un AO es:

$$\pi(B)(X_t - W_A I_t^h) = a_t$$

La huella que un atípico aditivo deja en la serie es debida a la alteración de su valor en un punto, cuando se desconozca su presencia y se construya un modelo ARIMA su efecto puede detectarse con los residuos del modelo.

### 3.6.2 Atípicos innovativos

Un atípico innovativo (IO) ha ocurrido en la serie temporal en  $t=h$  cuando la innovación en ese punto está directamente afectada por una cantidad desconocida debida a un suceso imprevisto. La innovación de una serie temporal representa el efecto agregado no sistemático de todas las variables que influyen sobre la serie. Un atípico sobre la innovación puede interpretarse como un cambio imprevisible en una o varias de las variables que afectan a la serie. Como la innovación representa el error de previsión a un

paso, se puede decir que un IO es un incremento del error de previsión de la serie en un punto debido a un cambio en las condiciones externas.

El modelo obtenido para la serie sería:

$$X_t = \psi(B)(W_I I_t^h + a_t)$$

Si se toma que  $e_t = \pi(B)X_t$ , de manera similar a los atípicos aditivos, a los residuos calculados suponiendo que la serie está libre de atípicos y que se conocen los parámetros del modelo, la relación entre estos residuos y los verdaderos es:

$$e_t = W_I I_t^h + a_t$$

Que se puede representar como:

$$e_h = W_I + a_h$$

Y para  $j > h$

$$e_{h+j} = a_{h+j}$$

Cuando ocurre un IO en  $t=h$  los residuos estimados (conociendo los parámetros del proceso) serán iguales a las innovaciones en todos los puntos excepto en  $t=h$ . El efecto de un IO sobre la serie es muy distinto que el de un AO porque este último produce un efecto fijo, una alteración en la observación, mientras que el efecto de un IO sobre la serie depende del modelo.

El efecto en la serie de un IO se propaga siguiendo el mismo patrón dinámico que esta sigue.



# **CAPÍTULO IV. DESARROLLO Y ANÁLISIS DE LA MODELACIÓN DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA DE MEDIANO PLAZO DE EL SALVADOR**

## **Introducción**

En el presente capítulo se expone la aplicación de la metodología expuesta en el Capítulo III, aplicada a la serie de tiempo de la demanda de energía eléctrica de El Salvador en etapas semanales. En la primera parte de este capítulo se describe el procedimiento que se utilizó para identificar las fuentes de donde fueron obtenidos los datos de la demanda de energía y el procesamiento realizado sobre los mismos para obtener la serie de demanda de energía en etapas semanales. En la segunda parte se detalla la aplicación de la metodología definida por Box y Jenkins (1976) para la creación de modelos de series de tiempo.

### **4.1 Preparación de la información**

Los datos utilizados para desarrollar la metodología para el pronóstico de demanda de energía de mediano plazo fueron facilitados por la Unidad de Transacciones S.A. de C.V. A continuación se detalla la investigación realizada en las diferentes bases de datos para obtener la serie de tiempo, así como algunas consideraciones en cuanto a la consistencia y verificación de los datos.

#### **4.1.1 Medición de los datos**

En el Mercado Mayorista de energía cada Participante del Mercado es responsable de contar con un sistema de medición, llamado Sistema de Medición Comercial o SIMEC, correspondiente a cada vinculación física con la red de transmisión, o con la red de distribución en el caso de generadores conectados directamente al sistema de distribución. Con dicho sistema, se miden sus transacciones en el mercado para cada nodo en el que se inyecten o retiren energía. Para los casos de las interconexiones internacionales, el propietario de la línea debe tener instalado un sistema de medición en el extremo nacional de la línea.

Cada sistema de medición cuenta con por lo menos dos medidores de energía, uno principal y uno de respaldo, transformadores de corriente y potencial que son compartidos o independientes para cada medidor, y un medio de comunicación con la UT.

Además, todo Participante de mercado debe disponer en cada punto de interconexión los equipos necesarios para permitir el control y la supervisión de sus equipos de vinculación a la red desde la UT. Para ello debe contar con el siguiente equipamiento:

- a) Unidad Terminal Remota (UTR) Estándar o un Sistema de Control Distribuido ubicado en los puntos de conexión de los Participantes de Mercado y en las subestaciones pertenecientes a los Participantes de Mercado Transmisores, y debe ser capaz de comunicarse con la Estación Maestra de la UT a través de uno de los protocolos que ésta maneja.

- b) Equipos de interfaz que permiten la recolección en la UTR de los siguientes tipos de señales: señales análogas para supervisión de variables eléctricas, señales de entrada digital para la supervisión de las condiciones de operación y estado de los diferentes equipos que se encuentran operando en las instalaciones.
- c) Señales de salida digital para el control remoto de los equipos desde la UT.

#### **4.1.2 Inspección de los datos**

##### **4.1.2.1 Base de datos comercial**

Los datos registrados con los medidores de SIMEC son organizados en una Base de Datos Comercial, confiable y auditable, la cual es de uso oficial utilizada por la UT para determinar el resultado de las transacciones del mercado de los Participantes del mismo. La información utilizada es la registrada por el medidor principal, en caso sea necesario utilizar una fuente de información alternativa, se utilizan los datos registrados por el medidor de respaldo. Los registros insertados en la Base de Datos representan las transacciones en el mercado realizadas por Participante de Mercado, para cada nodo en el que se inyecte o retire energía, según la duración del intervalo de mercado que es de una hora de duración.

La Base de Datos contiene información desde el primero de enero de 2002 hasta el 31 de mayo de 2012, cada registro tiene la energía medida durante el intervalo de una hora y en ella no se encuentra información faltante, como se indicó anteriormente, por ser una base de datos oficial utilizada para determinar transacciones económicas del mercado.

La información contenida en ella es actualizada cada mes, luego de realizar una validación de las mediciones registradas por los medidores, principal y de respaldo.

#### **4.1.2.2 Base de datos operativa**

La UT para controlar y supervisar los equipos vinculados a la red, dispone de la información proveniente de cada uno de ellos, dicha información es almacenada en una base de datos que registra la operación del sistema.

Esta base de datos contiene información desde el primero de enero de 2001 hasta la fecha, cada registro tiene la energía medida durante el intervalo de una hora y ella es actualizada cada hora, con la información más reciente.

#### **4.1.3 Pre procesamiento de la información**

##### **4.1.3.1 Demanda semanal de energía.**

El ROBCP, establece la semana con una duración de siete días, que van de lunes a domingo. Además, la primera semana de cada año calendario será tal que coincida con los días indicados para la programación semanal (lunes a domingo), es decir semana uno para la programación de la operación inicia el primer lunes de cada año.

Una vez identificadas las bases de datos a utilizar, SIMEC y la base de datos de operación del sistema, considerando lo establecido por el ROBCP para determinar la demanda de energía semanal a partir de los registros horarios contenidos en las bases de datos, se procedió de la siguiente manera:



- a) Identificar en los registros los nodos de inyección y las interconexiones.
- b) Se calculó la demanda de energía horaria de El Salvador como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Demanda}_{a,s,d,h} \\
 &= \sum_{j=1}^N (\text{Inyección}_{j,a,s,d,h}) \\
 &+ \sum_{k=1}^n (\text{Importación}_{k,a,s,d,h} - \text{exportación}_{k,a,s,d,h})
 \end{aligned}$$

Donde:

$\text{Demanda}_{a,s,d,h}$  es la demanda en MWh, del año  $a$  semana  $s$  del día  $d$  de la hora  $h$ .

$\text{Inyección}_{j,a,s,d,h}$  es la energía inyectada en MWh, por el equipo de generación  $j$  conectado a la red de transmisión o con la red de distribución en el caso de generadores conectados directamente al sistema de distribución, en el año  $a$  semana  $s$  del día  $d$  de la hora  $h$ .

$\text{Importación}_{k,a,s,d,h}$  es la energía importada en MWh, en la interconexión  $k$  en el año  $a$  semana  $s$  del día  $d$  de la hora  $h$ , registrada con Guatemala u Honduras.

$\text{Exportación}_{k,a,s,d,h}$  es la energía exportada en MWh, en la interconexión  $k$  en el año  $a$  semana  $s$  del día  $d$  de la hora  $h$ , registrada con Guatemala u Honduras.

- c) Una vez obtenida la demanda de energía de El Salvador, en etapas horarias, se procedió a calcular la demanda diaria en GWh, donde la demanda calculada se

divide entre 1000 para realizar la conversión de MWh a GWh, de la siguiente manera:

$$Demanda_{a,s,d} = \frac{1}{1000} \sum_{h=0}^{23} (Demanda_{a,s,d,h})$$

Donde:

$Demanda_{a,s,d}$  es la demanda de energía en GWh, del año  $a$  de la semana  $s$  para el día  $d$ .

Estos valores de demanda se utilizan en el estudio posterior del tratamiento de los días festivos.

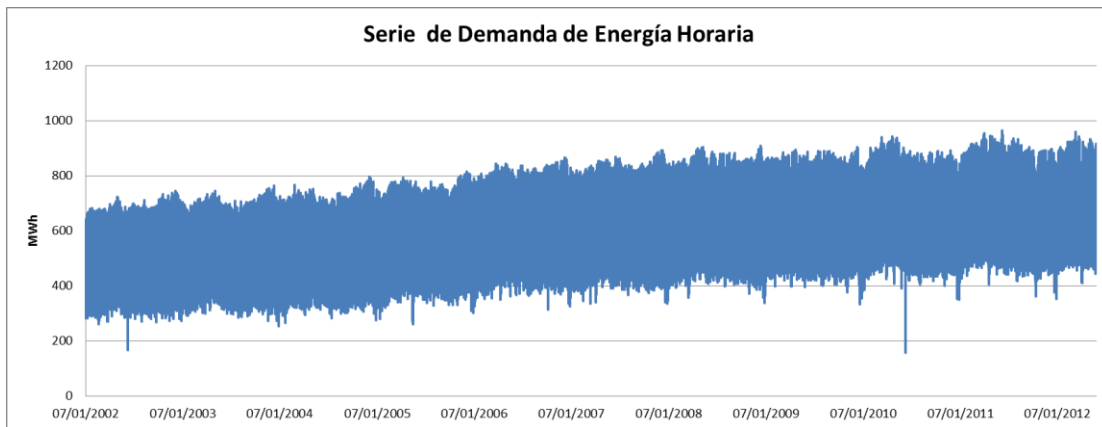
d) Una vez obtenida la demanda de energía de El Salvador, en etapas diarias, y luego de haber realizado el tratamiento de los días festivos, se procedió a calcular la demanda semanal en GWh, de la siguiente manera:

$$Demanda_{a,s} = \sum_{d=lunes}^{Domingo} (Demanda_{a,s,d})$$

Donde:

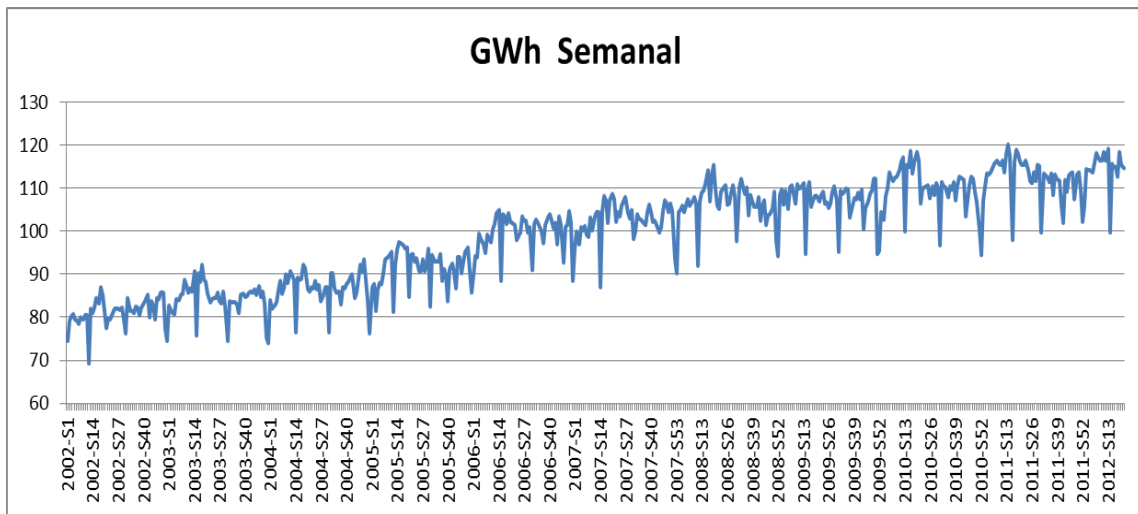
$Demanda_{a,s}$  es la demanda de energía en GWh, para el año  $a$  de la semana  $s$ .

La demanda de energía horaria obtenida de la base de datos de SIMEC es la siguiente:



**Figura 4.1 Serie de la demanda de energía eléctrica horaria de El Salvador en el período 07 de enero de 2002 a 31 de mayo de 2012.**

En la *base de datos operativa* se detectó ausencia de información, esto es consecuencia de ser una base de datos utilizada para controlar y supervisar de manera remota los equipos vinculados a la red, por lo que está sujeta a contingencias, por ejemplo: pérdidas de comunicación, o fallas en los programas residentes en el sistema SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition, por sus siglas en Inglés) que procesan la información proveniente del campo. Debido a ello, se decidió utilizar la información proveniente de la base de datos SIMEC, de la cual, finalmente se obtiene la serie de demanda de energía semanal que se muestra en la Figura 4.2, en GWh.



**Figura 4.2 Demanda de energía eléctrica de El Salvador en el período Semana 1 del 2002 a Semana 21 de 2012 sin tratamiento de días festivos, ni Semana Santa y ni Semana 53.**

#### 4.1.3.2 Tratamiento de la serie.

A continuación se detalla el pre-procesamiento realizado sobre la serie de tiempo de la demanda de energía en GWh, debido a los efectos deterministas generados por la ocurrencia de días festivos, la semana santa y por efecto que un año en específico tenga 53 semanas, con el objeto de homogeneizar las semanas para proceder posteriormente a realizar el análisis de la serie de tiempo.

##### a) Días festivos

La serie de demanda se ve afectada por días festivos puntuales conocidos, de estos, la Semana Santa es excluida y tiene un tratamiento diferente. Estos efectos serán considerados en la serie para poder mejorar la precisión de la estimación de los parámetros y las predicciones.

i) Sustitución de días festivos.

El procedimiento consistió en considerar las semanas tipo con cinco días laborales (lunes a viernes) y sábado (semi-laboral) y un domingo (festivo), cuando esta condición no se cumple se debe buscar una semana con esas características, para realizar una sustitución de dichos eventos convirtiendo los días festivos con la información más cercana. Los días festivos puntuales identificados en la serie de demanda de energía se muestran en la Tabla 4.1.

Fecha	Festivo
1 Enero	Año Nuevo
1 Mayo	Día del Trabajo
3 Agosto	Fiesta de San Salvador
4 Agosto	Fiesta de San Salvador
5 Agosto	Fiesta de San Salvador
6 Agosto	Fiesta de San Salvador
15 Septiembre	Día de la Independencia
2 Noviembre	Día de los Muertos
24 Diciembre	Noche Buena
25 Diciembre	Navidad
31 Diciembre	Fin de Año

Tabla 4.1 Días festivos en El Salvador.

Los valores de demanda de un día festivo, que haya ocurrido entre lunes y sábado, se sustituyen mediante la interpolación con la información del día respectivo de las semanas adyacentes a la semana donde se encuentra dicho día festivo, de la siguiente manera:

$$Demanda_{a,s,d} = \frac{Demanda_{a,s-1,d} + Demanda_{a,s+1,d}}{2}$$

Donde:

$Demanda_{a,s,d}$  es la demanda de energía para el año  $a$  de la semana  $s$  del día  $d$  que sustituirá la demanda del día festivo, calculado interpolando el día respectivo de la semana anterior y posterior que no sea festivo, en caso de encontrarse en unas de esas semanas que el día a tomar para la interpolación también es un festivo, se desplazará una semana adicional para realizar la interpolación con días tipo.

$Demanda_{a,s-1,d}$ ,  $Demanda_{a,s+1,d}$  son la demanda de energía para el año  $a$  de la semana  $s-1$  y  $s+1$ , respectivamente, y del día  $d$  del día tipo ubicado una semana anterior y posterior, respectivamente, del día donde ha ocurrido el festivo a partir de los cuales se calcula la demanda que sustituirá al día festivo.

- ii) Determinar el valor de sustitución de un día festivo en las predicciones

Como se indicó anteriormente, el objeto fue tener la serie semanas tipo, tal que no contengan el efecto de días festivos en ella. De esta manera, las predicciones realizadas no contienen el efecto de los mismos.

Para incluir el efecto de esos festivos en las predicciones de la demanda de energía semanal, se realizó un estudio de: Relación de días festivos con días laborales y sábados, determinando para este último su parte festiva, y con ello lograr la determinación de la semana tipo.

La técnica utilizada para la selección de los días fue el análisis de varianza, la cual fue aplicada para cada uno de los años, con el objetivo de comparar las medias de la demanda de energía entre los diferentes días laborales. Con ello se logró determinar los

días laborales que se consideran iguales, la intención de esto es reducir el volumen de información al momento de buscar las relaciones de los días festivos con laborales, la parte festiva de los días sábados respecto de los días laborales y para la determinación de la semana tipo.

Aplicando la técnica se logra tener un solo factor (Año) con 5 niveles del factor (Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes). A los niveles del factor se da el nombre de tratamientos, estas observaciones corresponden a la demanda de energía para días considerados laborales de los años 2002 a 2011, de modo que se logra omitir los días sábados, domingos y festivos. Teniendo los cinco diferentes niveles del factor que se quieren comparar, una observación  $Y_{ij}$  representará la observación j-ésima de demanda de energía en GWh hecha bajo el tratamiento i-ésimo.

Del análisis realizado se concluyó que los días martes, miércoles y jueves pueden considerarse iguales en la medía, mientras que los días lunes y viernes tienen diferente media.

### **Relación de días festivos con días laborales y sábados**

Se realizó este procedimiento con el objeto de poder incluir en las predicciones el efecto de la disminución de la demanda de energía en un día laboral o sábado, para determinar la relación de los días festivos con los días laborales y sábados. El objeto es encontrar una factor constante en el tiempo tal que al aplicarlo a la demanda de un día laboral o sábado se obtenga la reducción para modelar el efecto del día festivo a ocurrir, si no

llegara a ser constante ese factor en el tiempo se utiliza la recta de regresión para decidir el factor que se utilizará en cada año.

El primer paso fue separar de la serie de demanda diaria los días laborales (lunes a viernes), los días sábados, y los días festivos. Posteriormente se calcularon los valores medios de demanda de energía de los días laborales, sábados y festivos para cada año, tal como se muestra en la Tabla 4.2.

<b>Año</b>	<b>Lunes</b>	<b>Martes</b>	<b>Miércoles</b>	<b>Jueves</b>	<b>Viernes</b>	<b>Sábado</b>	<b>Festivos</b>
<b>2002</b>	12.074	12.391	12.402	12.406	12.288	10.826	9.6985
<b>2003</b>	12.600	12.901	12.934	12.954	12.785	11.297	9.8353
<b>2004</b>	12.966	13.279	13.267	13.311	13.218	11.635	10.5327
<b>2005</b>	13.624	13.930	13.996	13.980	13.865	12.351	11.2570
<b>2006</b>	14.811	15.157	15.192	15.164	15.080	13.482	12.1587
<b>2007</b>	15.319	15.610	15.649	15.649	15.556	13.855	12.2134
<b>2008</b>	15.874	16.266	16.257	16.250	16.072	14.382	12.8301
<b>2009</b>	16.017	16.369	16.373	16.341	16.175	14.405	13.0663
<b>2010</b>	16.250	16.669	16.734	16.700	16.644	14.992	13.2545
<b>2011</b>	16.790	17.115	17.140	17.093	16.949	15.112	13.8369

**Tabla 4.2 Demanda de energía promedio por año para los días laborales, sábado y festivos.**

A continuación se muestran en la Tabla 4.3 los valores medios de demanda de energía de los días laborales luego de ser agrupados según los resultados obtenidos del análisis de varianza, sábados y festivos para cada año.



Año	Lunes	Martes-Jueves	Viernes	Sábado	Festivos
2002	12.074	12.400	12.288	10.826	9.6985
2003	12.600	12.929	12.785	11.297	9.8353
2004	12.966	13.286	13.218	11.636	10.5327
2005	13.624	13.969	13.865	12.352	11.2570
2006	14.811	15.171	15.080	13.482	12.1587
2007	15.319	15.636	15.556	13.855	12.2134
2008	15.874	16.257	16.072	14.383	12.8301
2009	16.017	16.361	16.175	14.406	13.0663
2010	16.250	16.701	16.644	14.993	13.2545
2011	16.790	17.116	16.949	15.112	13.8369

**Tabla 4.3 Demanda de energía promedio por año para los días laborales agrupados por igualdad de medias, para sábado y festivos.**

Posterior se procedió a calcular el ratio del festivo en cada día para cada año, obteniendo los resultados que se muestran en la Tabla 4.4.

Año	Ratio Festivo-Lunes	Ratio Festivo-Martes-Jueves	Ratio Festivo - Viernes	Ratio Festivo-Sábado
2002	0.8032	0.7821	0.78926	0.89584
2003	0.7806	0.7607	0.76930	0.87060
2004	0.8123	0.7928	0.79683	0.90522
2005	0.8263	0.8059	0.81193	0.91138
2006	0.8209	0.8014	0.80629	0.90184
2007	0.7973	0.7811	0.78512	0.88151
2008	0.8082	0.7892	0.79827	0.89203
2009	0.8158	0.7986	0.80783	0.90701
2010	0.8156	0.7936	0.79637	0.88406
2011	0.8241	0.8084	0.81639	0.91560

**Tabla 4.4 Ratio por año de los días festivos con los días laborales agrupados por igualdad de medias y para sábado.**

Como se indicó anteriormente, se realizó la comprobación si las relaciones se mantienen constantes a lo largo del tiempo mediante la aplicación de regresión lineal, y para cada

caso se determinó el p-valor de la pendiente y se determinó que se puede omitir y considerar un factor constante, tal como se muestra en la Tabla 4.5 y en la Figura 4.3 a Figura 4.6.

Pendiente	p-valor
$\beta_{\text{Festivo-Lunes}}$	0.14694909
$\beta_{\text{Festivo-Martes-Jueves}}$	0.09732753
$\beta_{\text{Festivo-Viernes}}$	0.09326795
$\beta_{\text{Festivo-Sábado}}$	0.47188525

Tabla 4.5 p-valor obtenido de la regresión lineal de cada ratio de días festivos con los días laborales y sábado.

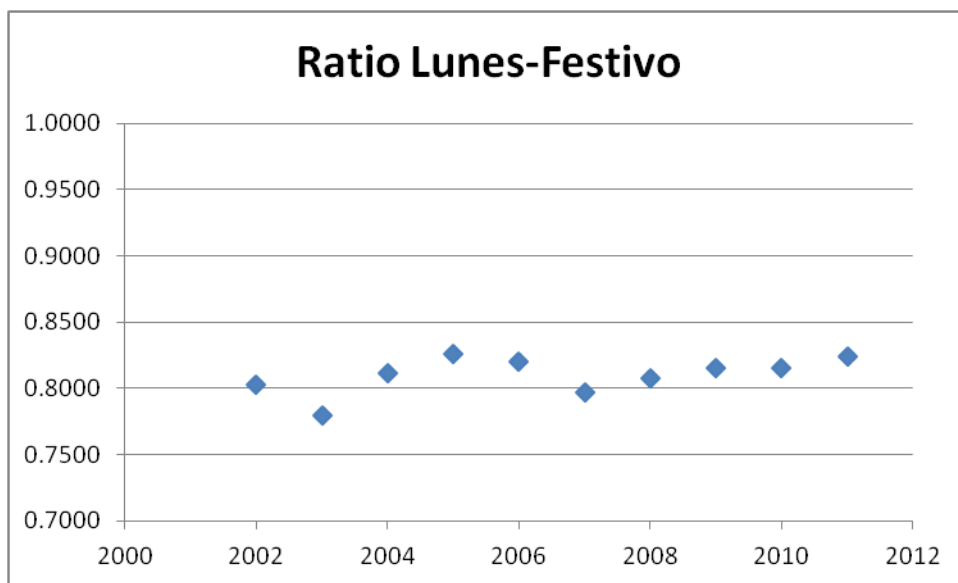
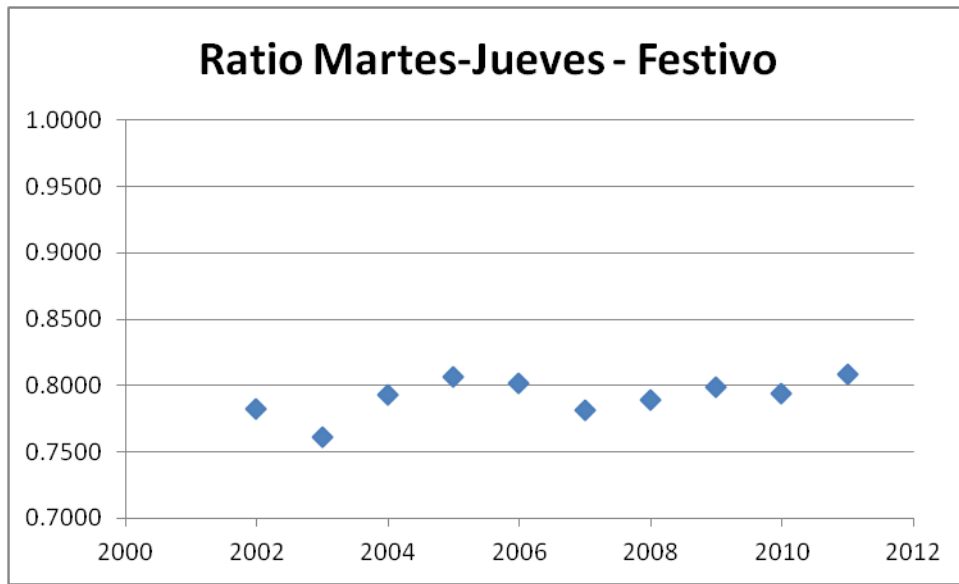
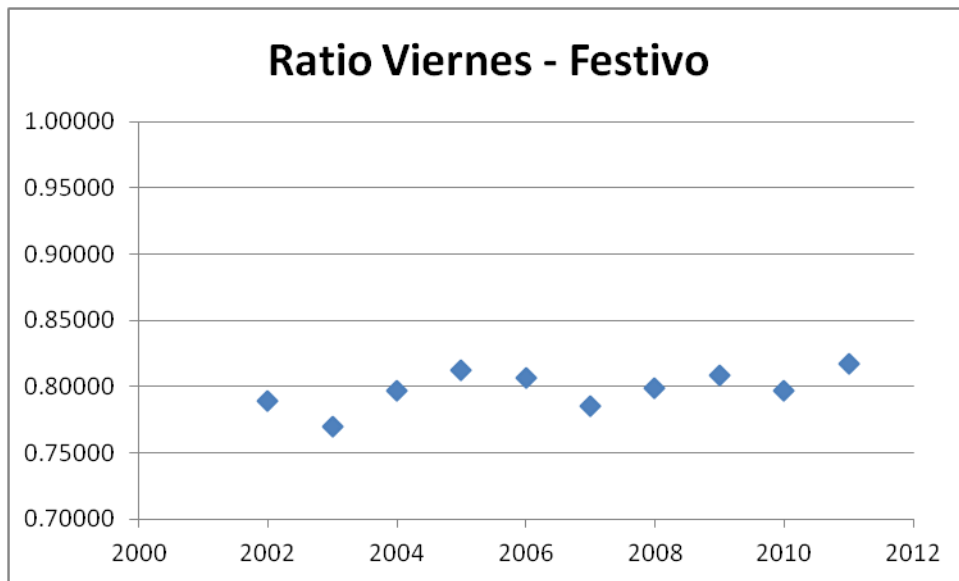


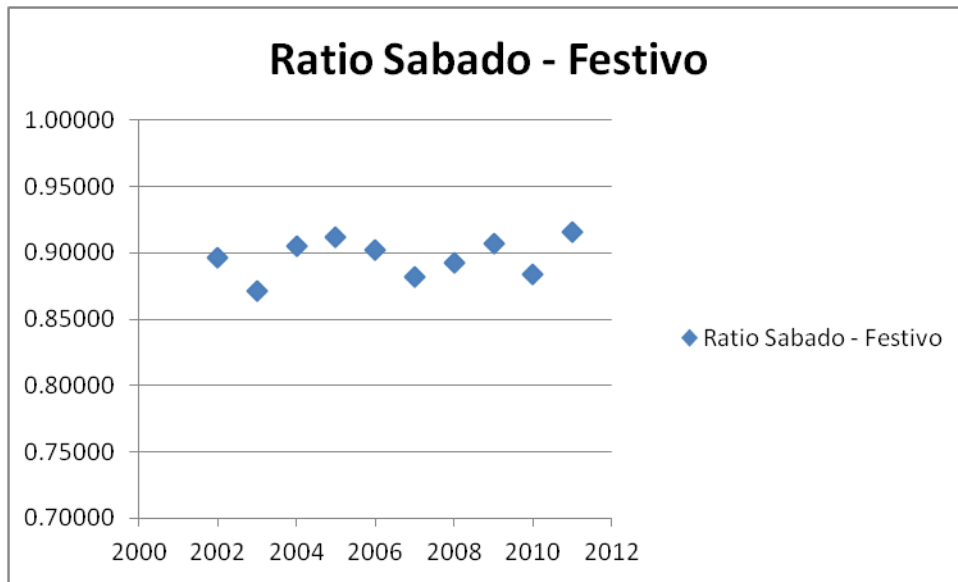
Figura 4.3 Ratio entre día lunes y festivo donde se considera que es una constante.



**Figura 4.4** Ratio entre día martes-jueves y festivo donde se considera que es una constante.



**Figura 4.5** Ratio entre día viernes y festivo donde se considera que es una constante.



**Figura 4.6 Ratio entre día sábado y festivo donde se considera que es una constante.**

Los factores resultantes a utilizar son:

Ratio entre días festivos y días de la semana						
Año	Ratio-Lunes	Ratio-Martes	Ratio-Miércoles	Ratio-Jueves	Ratio-Viernes	Ratio-Sábado
2009	0.8070	0.7876	0.7876	0.7876	0.7939	0.8941
2010	0.8081	0.7890	0.7890	0.7890	0.7956	0.8957
2011	0.8089	0.7895	0.7895	0.7895	0.7957	0.8944
2012	0.8104	0.7914	0.7914	0.7914	0.7978	0.8965
2013	0.8104	0.7914	0.7914	0.7914	0.7978	0.8965

**Tabla 4.6 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como festivos.**

En conclusión, si se estima una demanda en el año 2012 de 12 GWh para un lunes tipo y éste es festivo, la demanda real estimada será calculada como:  $0.8104 \cdot 12 = 9.7248$  GWh, donde el factor 0.8104 es utilizado para pasar de un lunes normal a un lunes festivo.

## **Relación de días sábados con días laborales**

Dado que se ha considerado que los días sábados no son considerados ni laborales ni festivos, se trata de determinar qué parte de ese día es laboral y qué parte se considera festiva, además es usual que al ocurrir un día festivo los días adyacentes que sean laborales, tengan un comportamiento similar a un sábado y esto se conoce como “puente”, donde hay sectores que toman esos días como festivos generando una disminución en el consumo de energía eléctrica.

De esta manera a las predicciones donde se considere que puede haber un día laboral que tendrá reducción debido a un “puente” se puede aplicar el valor obtenido para provocar una reducción en la demanda. Como fue aplicado a los festivos, ahora el objeto es encontrar un factor constante en el tiempo tal que al aplicarlo a la demanda de un día laboral se obtenga la reducción para modelar el efecto de un día medio-festivo (“puente”) a ocurrir, si no llegara a ser constante ese factor en el tiempo se utiliza la recta de regresión para decidir el factor que se utilizará en cada año.

Se utilizaron los valores medios de demanda de energía de los días laborales y sábados de la Tabla 4.3, y luego se procedió a calcular el ratio del día sábado en cada día laboral para cada año, obteniendo los resultados que se muestran en la Tabla 4.7.

Ratio entre día sábado y días laborales			
Año	Ratio Sábado-Lunes	Ratio Sábado-Martes-Jueves	Ratio Sábado-Viernes
2002	0.8966	0.8731	0.8810
2003	0.8966	0.8738	0.8836
2004	0.8974	0.8758	0.8803
2005	0.9066	0.8842	0.8909
2006	0.9103	0.8887	0.8940
2007	0.9045	0.8861	0.8907
2008	0.9061	0.8847	0.8949
2009	0.8994	0.8805	0.8906
2010	0.9226	0.8977	0.9008
2011	0.9001	0.8829	0.8916

Tabla 4.7 Ratio de lo festivo que tiene un sábado determinado para cada año y día laboral.

De manera similar como se calculó el ratio de festivos y días laborales y sábado, luego se realizó la comprobación si las relaciones se mantienen constantes a lo largo del tiempo mediante la aplicación de regresión lineal, y para cada caso se determinó el p-valor de la pendiente y se determinó que se puede omitir y considerar un factor constante para los días lunes, pero habrá que aplicar la recta de regresión para los días martes-jueves y viernes.

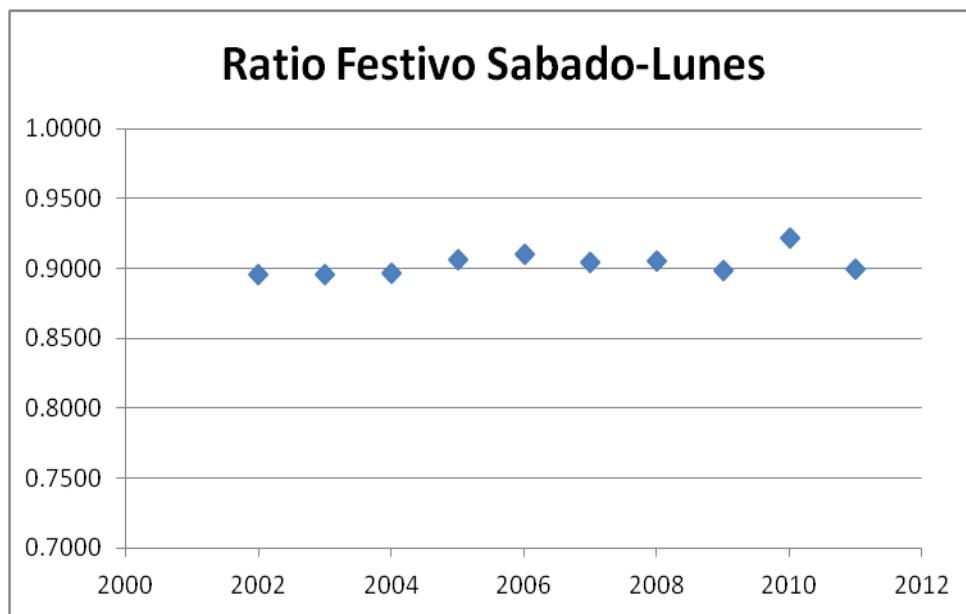
Pendiente	p-valor
$\beta_{\text{Sábado-Lunes}}$	0.150
$\beta_{\text{Sábado-Martes-Jueves}}$	0.029
$\beta_{\text{Sábado-Viernes}}$	0.007

Tabla 4.8 p-valor obtenido de la regresión lineal de cada  $\alpha$  del día sábado con los días laborales.

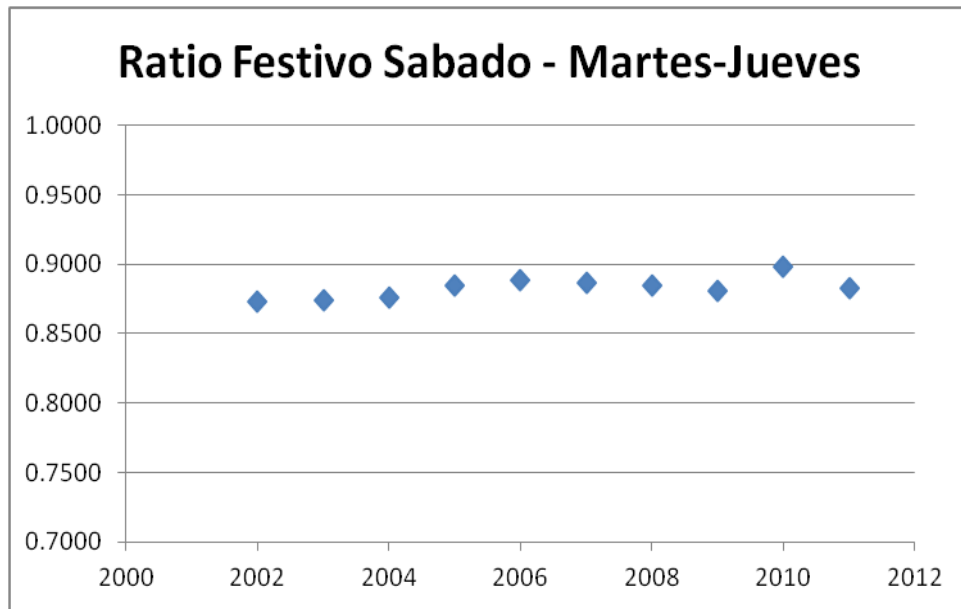
Los valores constantes de participación de los días lunes, viernes y las rectas de regresión de los demás días se muestran a continuación:

Día	Ratio de día sábado y días laborales
Lunes	Ratio sábado-lunes = 0.9040
Martes – Jueves	Ratio sábado-martes-jueves = $-2.507 + 0.001689 \cdot \text{Año}$
Viernes	Ratio sábado-viernes = $-2.4695 + 0.001674 \cdot \text{Año}$

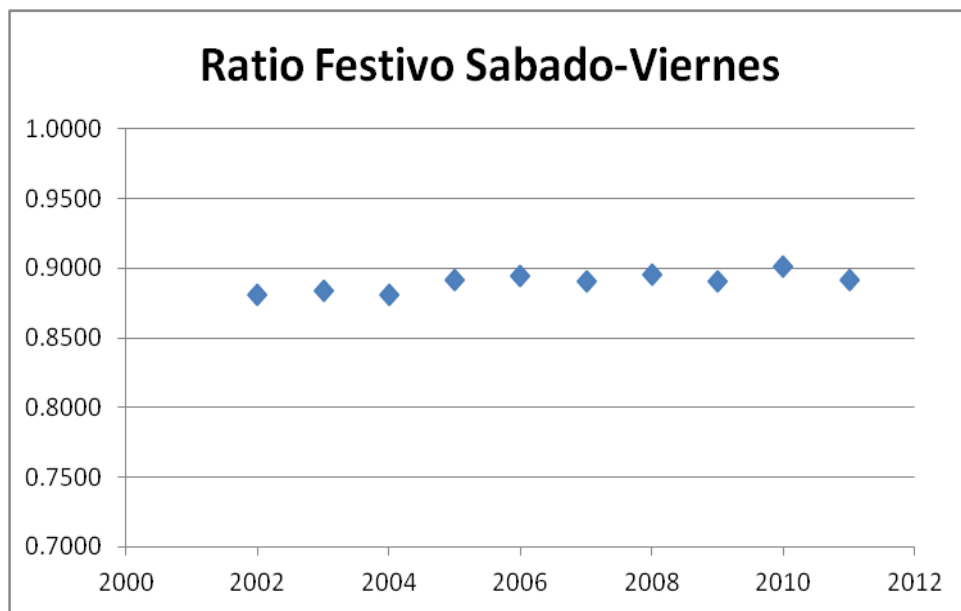
**Tabla 4.9** Factor constante y la recta regresión a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como medio-festivos (“puentes”).



**Figura 4.7** Parte festiva de un día sábado con el lunes, donde se considera que es una constante.



**Figura 4.8** Parte festiva de un día sábado con los días martes-jueves, donde se considera utilizar la recta de regresión.



**Figura 4.9** Parte festiva de un día sábado con el viernes, donde se considera utilizar la recta de regresión.



Los valores de ratio resultantes a utilizar en las predicciones son:

Año	Ratio de día sábado y días laborales				
	Ratio Sábado - Lunes	Ratio Sábado - Martes	Ratio Sábado - Miércoles	Ratio Sábado - Jueves	Ratio Sábado - Viernes
2009	0.9107	0.8913	0.8913	0.8913	0.8978
2010	0.9022	0.8809	0.8809	0.8809	0.8967
2011	0.9151	0.8943	0.8943	0.8943	0.9004
2012	0.9040	0.8920	0.8920	0.8920	0.8991
2013	0.9040	0.8937	0.8937	0.8937	0.9007

**Tabla 4.10 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como medio festivos o “puentes”.**

### **Determinación de la semana tipo**

Con el objeto de incluir el efecto puntual de un día festivo en la demanda de energía semanal pronosticada, se necesita determinar los factores de participación de cada día de la semana en el total de la demanda semanal, para cada año. El procedimiento es encontrar un factor de participación para cada día de la semana que sea constante en el tiempo tal que al aplicarlo se obtenga la demanda esperada de cada día de esa semana, para luego modelar el efecto del día festivo a ocurrir, si no llegara a ser constante ese factor en el tiempo se utiliza la recta de regresión para decidir el factor que se utilizará en cada año.

Año	Lunes	Martes-Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
2002	0.1478	0.1518	0.1504	0.1325	0.1140
2003	0.1478	0.1517	0.1500	0.1325	0.1147
2004	0.1478	0.1515	0.1507	0.1327	0.1144
2005	0.1473	0.1510	0.1499	0.1336	0.1161
2006	0.1471	0.1507	0.1498	0.1339	0.1171
2007	0.1476	0.1507	0.1499	0.1335	0.1169
2008	0.1472	0.1507	0.1490	0.1333	0.1183
2009	0.1474	0.1506	0.1489	0.1326	0.1192
2010	0.1459	0.1500	0.1494	0.1346	0.1202
2011	0.1475	0.1504	0.1489	0.1328	0.1195

**Tabla 4.11 Porcentaje de participación de cada día en la demanda tipo de cada año.**

Luego se realizó la comprobación si las relaciones se mantienen constantes a lo largo del tiempo mediante la aplicación de regresión lineal, y para cada caso se determinó el p-valor de la pendiente y se determinó que se puede omitir y considerar un factor constante para los días lunes y sábado, pero habrá que aplicar la recta de regresión para los días martes-jueves, viernes y domingo.

Pendiente	p-valor
$\beta_{\text{Lunes}}$	0.09294311
$\beta_{\text{Martes-Jueves}}$	0.000084
$\beta_{\text{Viernes}}$	0.00195145
$\beta_{\text{Sábado}}$	0.23132697
$\beta_{\text{Domingo}}$	0.00000195

**Tabla 4.12 p-valor obtenido de la regresión lineal de la participación de cada día en la demanda tipo.**

Los valores constantes de participación de los días lunes, viernes y las rectas de regresión de los demás días se muestran a continuación:

Día	Factor de Participación
Lunes	$FP_{\text{lunes}} = 0.147$
Martes – Jueves	$FP_{\text{martes-jueves}} = 0.51 - 0.000179 * \text{Año}$
Viernes	$FP_{\text{viernes}} = 0.4967 - 0.00017295 * \text{Año}$
Sábado	$FP_{\text{sabado}} = 0.133$
Domingo	$FP_{\text{domingo}} = -1.3235 + 0.00071795 * \text{Año}$

**Tabla 4.13 Factor de participación constante y la recta regresión para el cálculo de la participación de cada día en la demanda tipo.**

Los valores obtenidos a aplicar, para determinar la participación de la demanda de cada día en la demanda semanal pronosticada para cada uno de los años, calculados de forma proporcional a los valores de la Tabla 4.14 para que sumen 1 son:

Factor de participación de cada día en las semanas tipo por año							
Día Semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
2009	0.1475	0.1502	0.1502	0.1502	0.1491	0.1339	0.1189
2010	0.1472	0.1503	0.1503	0.1503	0.1489	0.1331	0.1199
2011	0.1467	0.1501	0.1501	0.1501	0.1490	0.1334	0.1206
2012	0.1473	0.1499	0.1499	0.1499	0.1487	0.1332	0.1211
2013	0.1473	0.1497	0.1497	0.1497	0.1486	0.1332	0.1218

**Tabla 4.14 Valores de factor de participación empleados para determinar la demanda de cada día en la demanda semanal proyectada.**

Para determinar el valor de sustitución de un día festivo en las predicciones se utilizan como primer paso los factores de participación de cada día en la semana tipo del año para el cual se ha realizado el pronóstico.

Una vez se calcula la demanda de cada día se procede a aplicar el ratio respectivo al día que será festivo, así mismo, se puede utilizar el ratio calculado respectivo al día que se considera que será un “puente”. Ya obtenidos los valores de cada día de la semana que

se esperan debido al efecto de festivos o puentes, se totaliza la demanda diaria de manera de obtener la nueva demanda semanal.

b) Efecto semana 53

La serie de demanda de energía utilizada, debido a que se ha considerado que cada año inicia el primer lunes del año, además de que el número de semanas varía con el mes y debido a los años bisiestos, la serie se ve afectada y como consecuencia cada cierto número de años se tienen años con 53 semanas.

Dado que es un efecto determinista y se sabe exactamente qué año tendrá el total de 53 semanas, el tratamiento sobre dicha semana para la serie fue el siguiente:

- i) Determinar la conversión a realizar en la serie para pasar de 53 semanas a 52 semanas.

Para realizar la conversión de 53 a 52 semanas, y para respetar el período estacional en la serie, se aplicó una función matemática biyectiva. Las semanas consideradas para realizar la conversión son las últimas semanas del año, a partir de la semana 50 a la 53.

Las ecuaciones aplicadas para realizar la conversión fueron:

$$Demanda_{50_n} = \frac{Demanda_{50} + \frac{1}{3} * Demanda_{51}}{\frac{4}{3}}$$

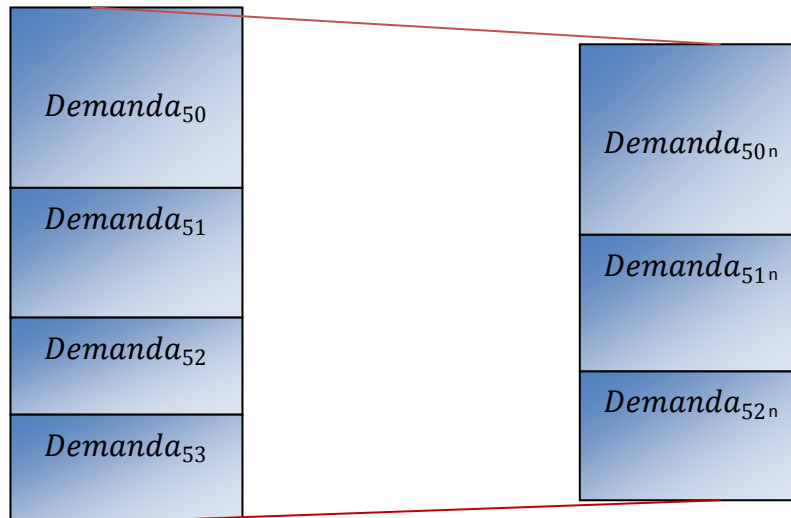
$$Demanda_{51_n} = \frac{\frac{2}{3} * Demanda_{51} + \frac{2}{3} * Demanda_{52}}{\frac{4}{3}}$$

$$Demanda_{52_n} = \frac{\frac{1}{3} * Demanda_{52} + Demanda_{53}}{\frac{4}{3}}$$

Donde

$Demanda_{50}$ ,  $Demanda_{51}$ ,  $Demanda_{52}$  y  $Demanda_{53}$  son las demandas de la energía de las semanas 50 a 53 de la serie obtenida posterior al tratamiento de los días festivos que se convertirán para tener un año con 52 semanas.

$Demanda_{50_n}$ ,  $Demanda_{51_n}$  y  $Demanda_{52_n}$  son las demandas de energía de las semanas 50 a 52 nuevas, resultado de aplicar la conversión.



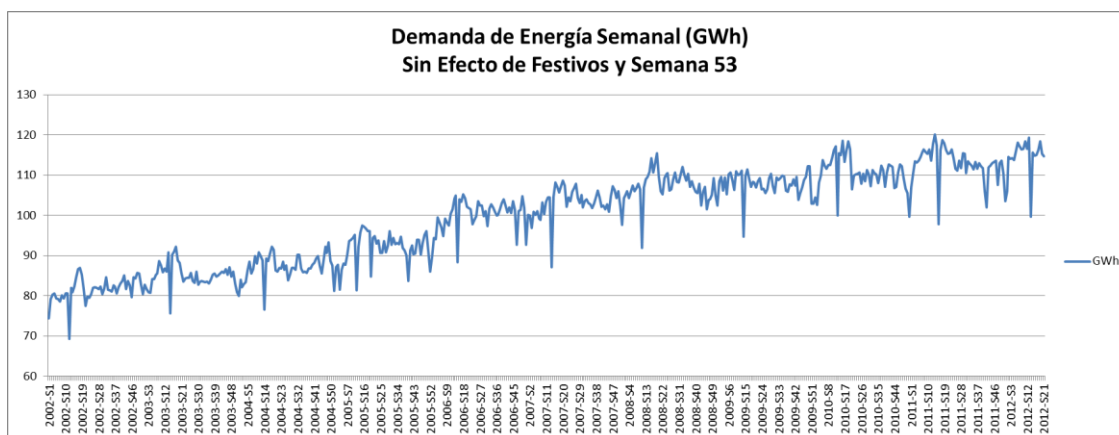
**Figura 4.10** Conversión de la demanda de energía eléctrica de las semanas 50, 51, 52 y 53 a las semanas 50, 51 y 52.

ii) Realizar la conversión de las semanas 50, 51, 52 y 53.

Se determinó que el único año de la serie que contiene 53 semanas es el año 2007, se calculó la demanda de energía de las semanas 50, 51 y 52, aplicando las funciones definidas anteriormente, y los valores así obtenidos se utilizaron para sustituir a las semanas 50, 51, 52 y 53.

Año	Semana	Datos Iniciales	Datos Convertidos
2007	50	106.35	105.96
2007	51	104.82	102.47
2007	52	100.12	97.70
2007	53	96.90	

**Tabla 4.15** Conversión de la demanda de energía eléctrica de las semanas 50, 51, 52 y 53 a las semanas 50, 51 y 52.



**Figura 4.11** Demanda de energía eléctrica de El Salvador en el período Semana 1 de 2002 a Semana 21 de 2012, sin el efecto de Días Festivos y sin el efecto de la semana 53.

Posterior a efectuar el pronóstico de demanda de energía se procederá a convertir las demandas de energía de las semanas 50, 51 y 52 del año en que se determine que tendrá 53 semanas.

Para ello se realiza el proceso inverso de conversión, de manera que se calculó la demanda de las semanas 51 a 53 a partir de las semanas 50, 51 y 52 obtenidas del pronóstico, utilizando las siguientes ecuaciones

$$Demanda_{50} = Demanda_{50_p}$$

$$Demanda_{51} = \frac{1}{3} * Demanda_{50_p} + \frac{2}{3} * Demanda_{51_p}$$

$$Demanda_{52} = \frac{2}{3} * Demanda_{51_p} + \frac{1}{3} * Demanda_{52_p}$$

$$Demanda_{53} = Demanda_{52_p}$$

Donde

$Demanda_{50}$ ,  $Demanda_{51}$ ,  $Demanda_{52}$  y  $Demanda_{53}$  son demandas de energía eléctrica para las semanas 50 a 53 resultantes de la conversión para tener un año con 53 semanas.

$Demanda_{50_p}$ ,  $Demanda_{51_p}$  y  $Demanda_{52_p}$  son las demandas de energía eléctrica en GWh resultado del pronóstico para las semanas 50, 51 y 52, respectivamente.

Así como se indicó anteriormente, una vez se tenga el pronóstico de la demanda de energía y se identifique el año que tendrá 53 semanas, se toma la demanda de energía de las semanas 50, 51 y 52 pronosticadas, y se utilizan las funciones anteriores para calcular los valores de las semanas 50, 51, 52 y 53.

c) Semana Santa

Siendo la Semana Santa un evento de ocurrencia conocido de antemano con exactitud, su comportamiento diferente y tratamiento independiente se derivan del hecho de que no se repiten siempre en el mismo instante temporal dentro del año.

La demanda en las Semanas Santas ocurridas, se identifican en color rojo en la Tabla 4.16.

Año	Demanda semana 11	Demanda semana 12	Demanda semana 13	Demanda semana 14	Demanda semana 15	Demanda semana 16
2002	80.55	69.21	82.03	80.91	82.23	84.55
2003	85.86	86.79	85.98	90.81	75.69	90.14
2004	90.84	89.83	88.73	76.53	89.32	88.63
2005	95.24	81.34	92.18	95.82	97.44	97.21
2006	100.38	101.59	104.10	104.97	88.39	104.06
2007	103.34	104.45	104.49	87.05	104.67	108.20
2008	91.95	106.99	108.91	109.55	110.83	114.21
2009	109.99	110.25	111.08	94.78	109.82	111.38
2010	116.25	117.24	100.05	115.53	114.99	118.64
2011	116.37	113.66	117.81	120.09	117.35	97.86
2012	118.51	116.54	119.30	99.71	115.61	114.89

**Tabla 4.16 Demanda de energía eléctrica de El Salvador en GWh, durante Semana Santa, en el período 2002 a 2012.**



Dado que todos los días de la Semana Santa son diferentes a los días laborales, ya que empresas y personas cambian su consumo durante toda ella, se procede a eliminar su efecto de forma íntegra. Para tratar la Semana Santa en la serie se siguió el procedimiento de la siguiente manera:

- i) Determinar el valor de sustitución de la Semana Santa en la serie

Para realizar la sustitución de los valores de demanda de la Semana Santa, se realizó la interpolación con las semanas adyacentes a ella, según el siguiente cálculo:

$$Demanda_{a,s} = \frac{Demanda_{a,s-1} + Demanda_{a,s+1}}{2}$$

Donde:

$Demanda_{a,s}$  es la demanda de Semana Santa para el año  $a$  de la semana  $s$ .

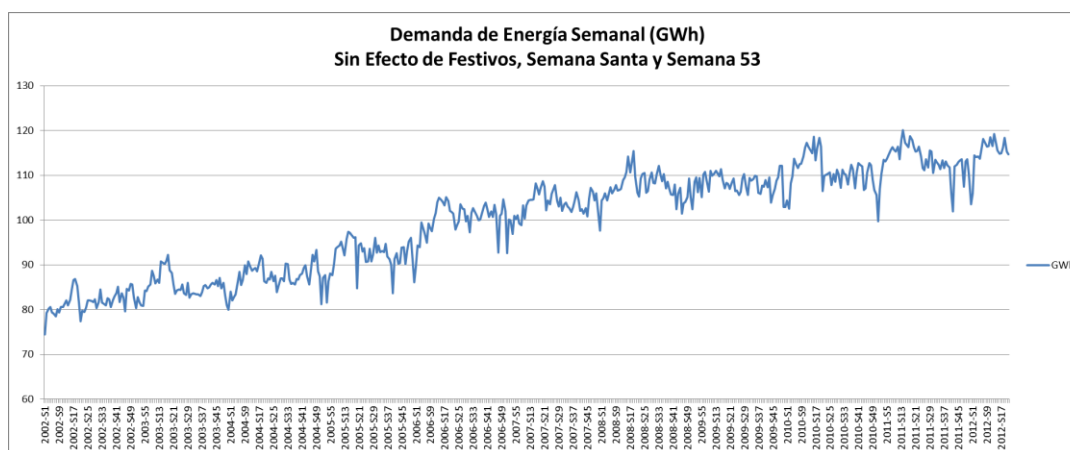
$Demanda_{a,s}$  es la demanda anterior de Semana Santa para el año  $a$  de la semana  $s-1$ .

$Demanda_{a,s}$  es la demanda posterior de Semana Santa para el año  $a$  de la semana  $s+1$ .

De esta manera los valores determinados quedaron de la siguiente manera:

Año	Demanda semana 11	Demanda semana 12	Demanda semana 13	Demanda semana 14	Demanda semana 15	Demanda semana 16
2002	80.55	81.29	82.03	80.91	82.23	84.55
2003	85.86	86.79	85.98	90.81	90.48	90.14
2004	90.84	89.83	88.73	89.03	89.32	88.63
2005	95.24	93.71	92.18	95.82	97.44	97.21
2006	100.38	101.59	104.10	104.97	104.515	104.06
2007	103.34	104.45	104.49	104.58	104.67	108.20
2008	106.78	106.99	108.91	109.55	110.83	114.21
2009	109.99	110.25	111.08	110.45	109.82	111.38
2010	116.25	117.24	116.38	115.53	114.99	118.64
2011	116.37	113.66	117.81	120.09	117.35	116.83
2012	118.51	116.54	119.30	117.46	115.61	114.89

**Tabla 4.17** Sustitución de la demanda de energía eléctrica de El Salvador, durante Semana Santa, en el período 2002 a 2012.



**Figura 4.12** Demanda de energía eléctrica de El Salvador en el período Semana 1 de 2002 a Semana 21 de 2012, sin el efecto de festivos, Semanas Santas y Semana 53.

- ii) Determinar el valor de sustitución de la Semana Santa en las predicciones

Dado que la serie a utilizar, para crear el modelo, ya no tendrá el efecto de las Semanas Santas y debido a esto cuando se realice el pronóstico de la demanda de energía de las

siguientes 52 semanas, no se verá reflejado dicho efecto en la predicción. Ello se consideraría erróneo y por eso, posterior a realizar el pronóstico habrá que realizar un ajuste a la semana donde sucederá la Semana Santa.

En la serie se evaluó el factor de decremento que tiene la Semana Santa respecto de la semana anterior a ella, para cada año:

$$Factor_a = \frac{Demanda_{a,s}}{Demanda_{a,s-1}}$$

A continuación se muestra el valor que resultó de aplicar para cada año dicho cálculo:

Semana	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
10	80.6	87.5	88.0	94.4	97.5	100.3	106.6	111.0	114.2	115.3	116.5
11	80.6	85.9	90.8	95.2	100.4	103.3	91.9	110.0	116.2	116.4	118.5
12	69.2	86.8	89.8	81.3	101.6	104.5	107.0	110.2	117.2	113.7	116.5
13	82.0	86.0	88.7	92.2	104.1	104.5	108.9	111.1	100.1	117.8	119.3
14	80.9	90.8	76.5	95.8	105.0	87.0	109.6	94.8	115.5	120.1	99.7
15	82.2	75.7	89.3	97.4	88.4	104.7	110.8	109.8	115.0	117.4	115.6
16	84.5	90.1	88.6	97.2	104.1	108.2	114.2	111.4	118.6	97.9	114.9
Factor <sub>a</sub>	0.859	0.833	0.862	0.854	0.842	0.833	0.863	0.853	0.853	0.834	0.836

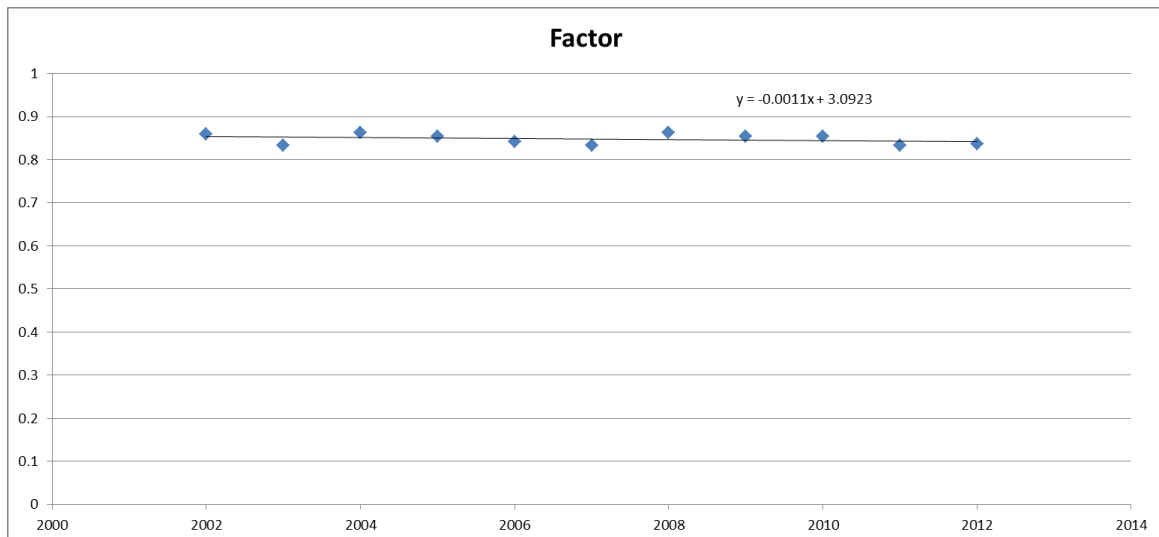
**Tabla 4.18 Factor de decremento de la demanda de energía previa a la Semana Santa, en el período 2002 a 2012.**

Con los valores calculados de Factor se procedió a realizar el análisis de regresión lineal para corroborar el valor de la pendiente, y determinar si los factores se pueden considerar constantes en el tiempo. Del p-valor resultado del análisis de regresión (p-valor = 0.359) se concluye que la pendiente obtenida no es significativa, por lo que se puede considerar que el factor calculado no tiene tendencia en el tiempo.

Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.	Intervalo de confianza de 95.0% para B	
	B	Error típ.	Beta			Límite inferior	Límite superior
1 (Constante)	3.092	2.323		1.331	.216	-2.162	8.347
Año	-.001	.001	-.307	-.966	.359	-.004	.001

a. Variable dependiente: Factor

**Tabla 4.19 Resultados del SPSS del análisis de regresión lineal aplicada al factor de decremento de la demanda de energía previa a la Semana Santa, en el período 2002 a 2012.**

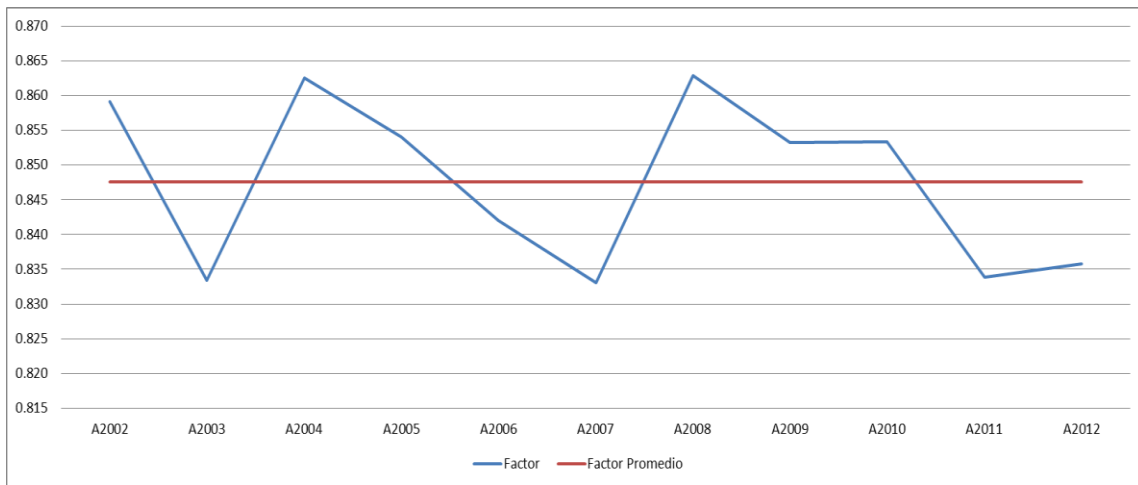


**Figura 4.13 Recta de regresión del factor de decremento de la demanda de energía previa a la Semana Santa, en el período 2002 a 2012.**

Entonces el factor a utilizar para afectar la demanda de energía de la predicción es el promedio de los factores determinados anteriormente:

$$\overline{Factor} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Factor_i$$

Por lo tanto, el factor promedio obtenido utilizando el cálculo anterior fue de 0.848.



**Figura 4.14** Decremento de la demanda de energía previa a la Semana Santa, en el período 2002 a 2012.

## 4.2 Aplicación de la metodología Box-Jenkins

Una vez realizada la preparación de la serie de tiempo, se procedió a aplicar la metodología descrita por Box y Jenkins (1976), sobre la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador.

### 4.2.1 Identificación

La identificación del modelo requirió evaluar si la serie tenía estructura no estacionaria, y después identificar la estructura ARMA estacionaria. La identificación de la estructura no estacionaria consistió en detectar qué transformaciones habría que aplicar para conseguir un proceso ARMA estacionario con varianza y media constante. En particular, se determinó si era necesario: a) transformar la serie para que tenga varianza constante;

b) diferenciar la serie para que tuviera media constante. Posteriormente se identificó la estructura ARMA para la serie estacionaria.

#### **4.2.1.1 Determinación de la transformación para estabilizar la varianza**

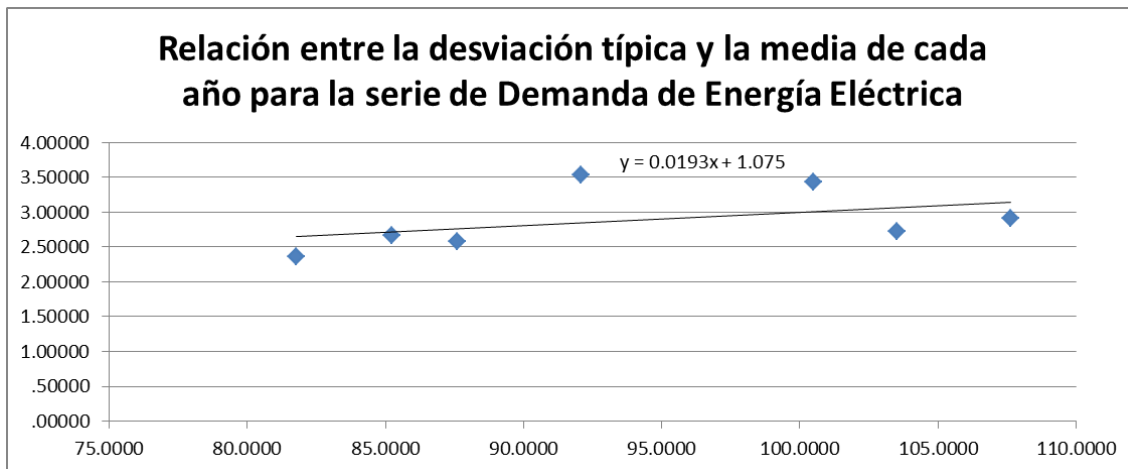
El procedimiento para la determinación de la transformación a realizar en la serie, consistió en realizar una comparación homogénea, entre los diferentes años haciendo un gráfico entre la desviación típica y la media local.

Para hacer comparaciones homogéneas, se consideró que la serie es estacional de período 52 y se forman grupos de ese tamaño, para incluir todos los períodos estacionales en todos los grupos. Una vez realizados los grupos homogéneos se calcularon en cada período la desviación típica y la media.

A continuación se representa la desviación típica de cada período como función de la media y la relación de dependencia entre ambas variables.

<b>Año</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. Típ.</b>
<b>2002</b>	81.7720	2.36664
<b>2003</b>	85.2235	2.66781
<b>2004</b>	87.5951	2.57340
<b>2005</b>	92.0787	3.53126
<b>2006</b>	100.4775	3.43598
<b>2007</b>	103.5308	2.72797
<b>2008</b>	107.6271	2.90651

**Tabla 4.20 Desviación típica y media de las observaciones para cada período, 2002 a 2008.**



**Figura 4.15** Relación entre la desviación típica y la media de cada año para la serie de demanda de energía eléctrica.

La serie no sugiere una relación entre el nivel y la variabilidad, y se estimó el valor de  $\alpha$  mediante la aplicación de regresión lineal. La valoración fue que la pendiente de la recta de regresión  $\beta$  no es significativa y no hay evidencia de relación de dependencia del valor de la desviación típica con respecto al nivel de la serie. En tal sentido, no hubo necesidad de realizar transformación sobre la serie.

**Coefficientes<sup>a</sup>**

Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.
	B	Error típ.	Beta		
1 (Constante)	1.075	1.687		.637	.552
Media	.019	.018	.435	1.079	.330

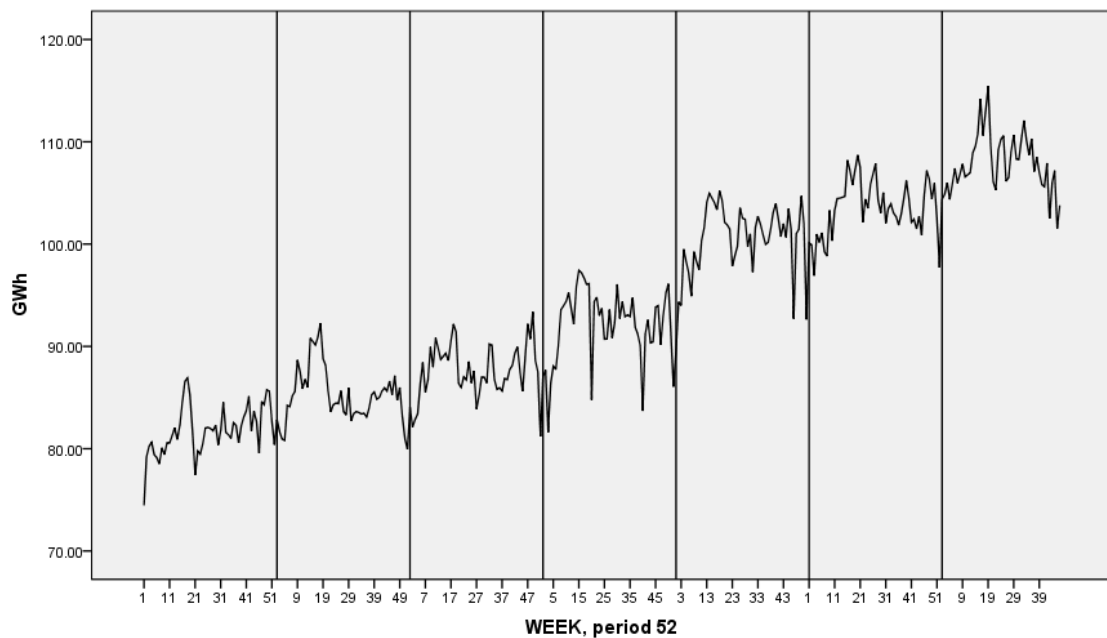
a. Variable dependiente: Desviación\_Típica

**Tabla 4.21** Resultados de SPSS al realizar el análisis de regresión lineal para verificar la dependencia de la desviación típica y la media de las observaciones para cada período, 2002 a 2008.

#### 4.2.1.2 Determinación de la transformación para estabilizar la media

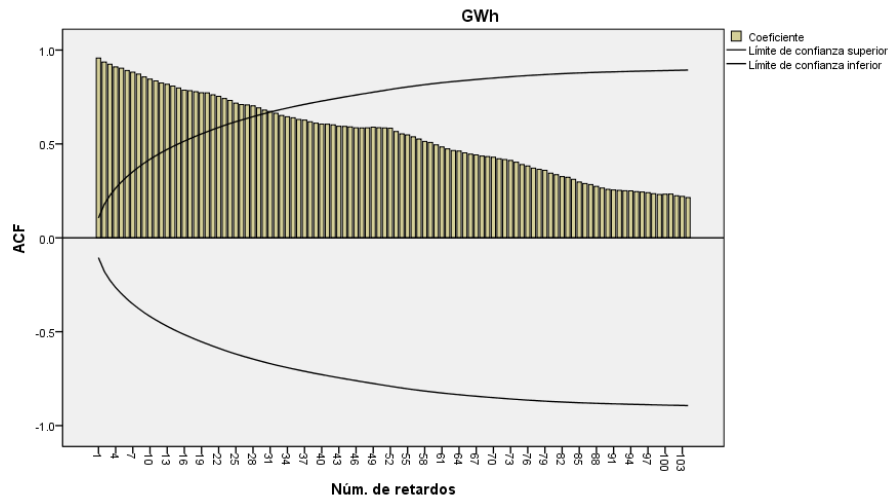
##### a) Determinación de la diferenciación regular

Del análisis gráfico de la serie se observa que la misma tiene una marcada tendencia creciente y, además, al evaluar la función de autocorrelación simple (*fas*) para identificar si la serie es no estacionaria, se nota que presenta un decrecimiento lento en forma lineal, lo cual indica que la *fas* no se amortigua para retardos altos (ver Figura 4.17).



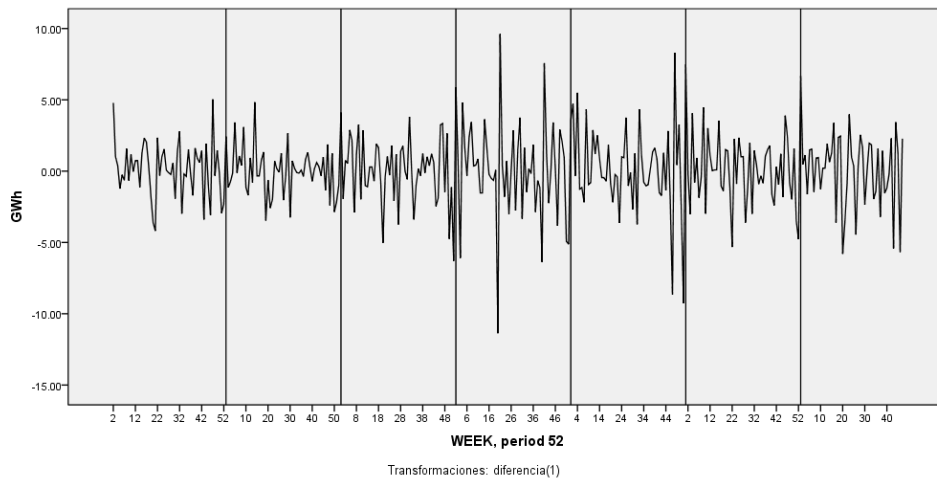
**Figura 4.16** Gráfico de Secuencia de la demanda de energía eléctrica de El Salvador de la S1/2002 a S47/2008.





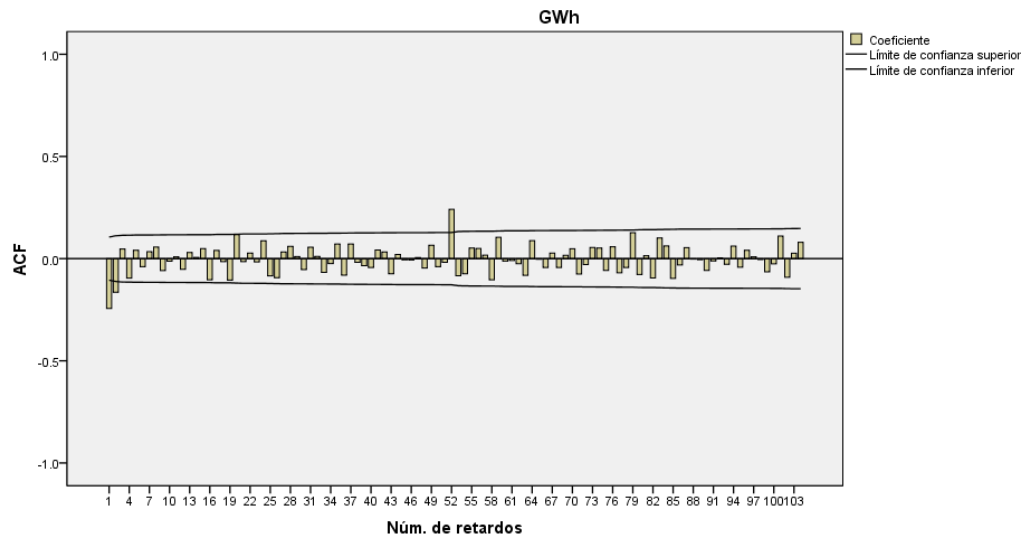
**Figura 4.17 Función de autocorrelación simple demanda de energía eléctrica de El Salvador de la S1/2002 a S47/2008.**

Seguidamente se procedió a realizar la aplicación de diferenciación regular (1-B) para transformarla en una serie estacionaria. La serie resultante de aplicar la diferenciación regular fue la siguiente:



**Figura 4.18 Primera diferenciación regular de la serie de la demanda de energía eléctrica de El Salvador.**

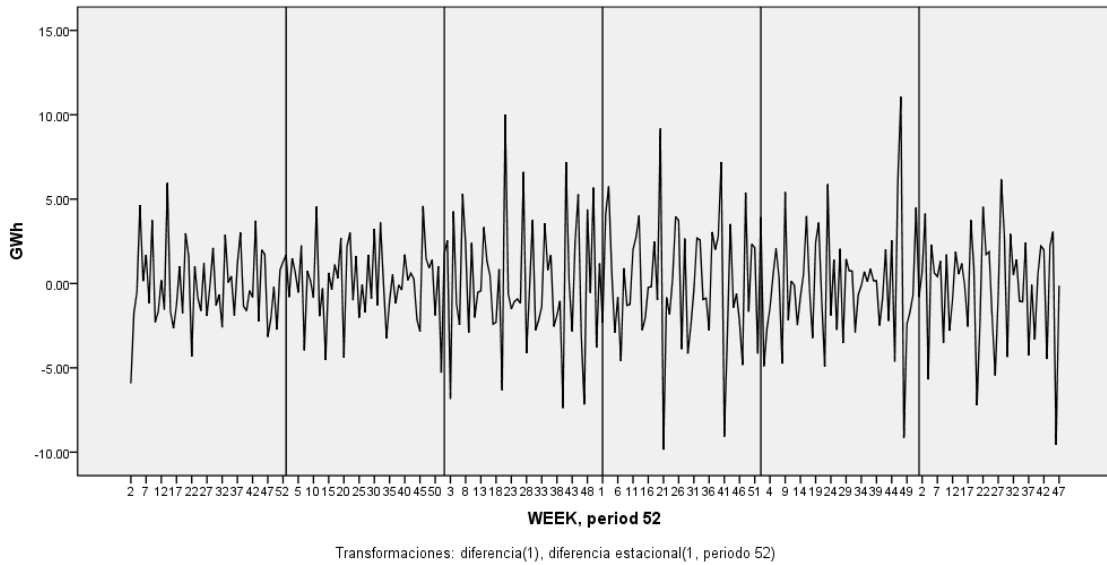
La función de autocorrelación simple posterior a aplicar la diferenciación regular (1-B) se muestra en la Figura 4.19 y se puede apreciar que la *fas* se amortigua para retardos altos, por lo que no habría necesidad de aplicar otra diferenciación regular.



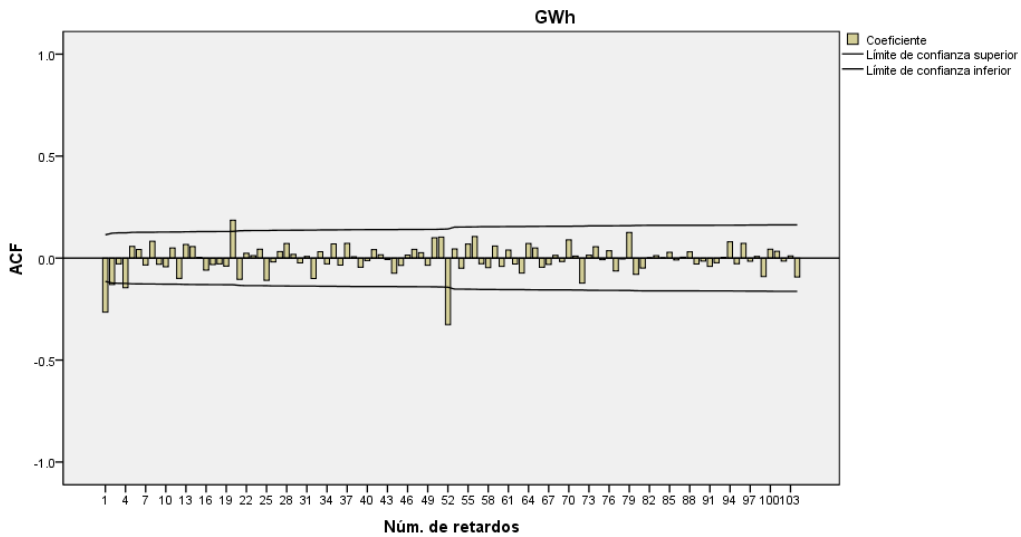
**Figura 4.19 Función de autocorrelación simple de la primera diferencia regular de la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador de la S1/2002 a S47/2008.**

#### b) Determinación de la diferenciación estacional

Analizando la serie original se determinó que presenta una pauta repetida de período 52, además, después de aplicar la diferenciación regular, se observó que la función de autocorrelación simple de la Figura 4.19, y dado que la serie presenta estacionalidad, se procedió a aplicar una diferencia estacional  $(1 - B^s)$ , para conseguir una serie estacionaria.



**Figura 4.20 Primera diferencia estacional, posterior a la diferenciación regular aplicada a la serie de la demanda de energía eléctrica de El Salvador.**



**Figura 4.21 Función de autocorrelación simple de la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador con una diferencia regular y otra estacional.**

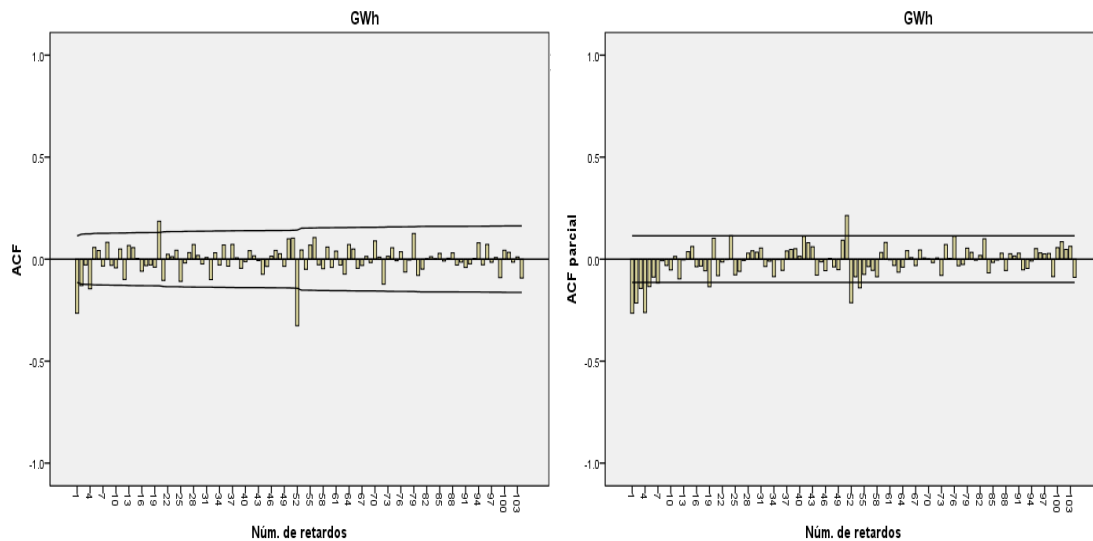
Se concluyó que no es necesario realizar más diferenciaciones dado que la serie diferenciada regular y estacional muestra ser estable en la media.

#### 4.2.1.3 Identificación de la estructura ARMA

Una vez obtenida la serie estacionaria fue posible determinar las estructuras potenciales útiles. La identificación de los órdenes del modelo se realizó comparando las funciones estimadas de autocorrelación simple y parcial con las funciones teóricas de procesos ARMA. Y como el proceso es estacional, se tomaron en cuenta los coeficientes de la *fas* y la *fap* en los retardos 52, 104, ..., para determinar la estructura ARMA estacional.

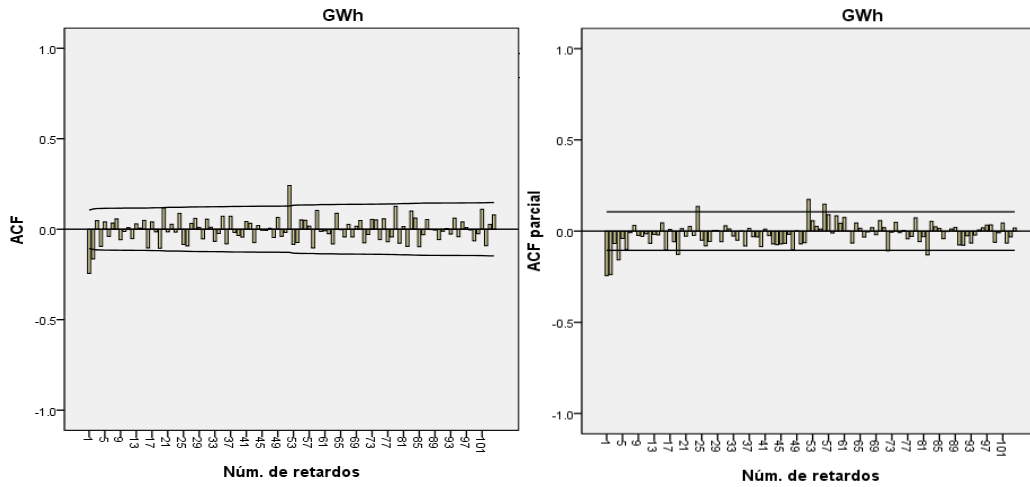
Las funciones de autocorrelación simple y parcial para esta serie se presentan en la Figura 4.22. Comenzando por la *fas*, se observaron puntualmente dos coeficientes significativos que sugiere estructura MA de orden 2 para la parte regular, y los coeficientes significativos distintos de cero que decaen a cero en la *fap* dan un indicio que provienen de un modelo MA. La estructura estacional muestra en la *fas* un coeficiente significativo en 52, lo que sugiere estructura MA de orden 1. En la *fap*, aunque el valor del retardo estacional de orden 104 no sea significativo, presenta una interacción alrededor de este coeficiente semejante a la que ocurre para el coeficiente de orden 52, lo que implica estructura MA.

El modelo a considerar fue un:  $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$



**Figura 4.22 Función de autocorrelación simple y parcial de la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador con una diferencia regular y otra estacional.**

Alternativamente, se consideró un modelo sin aplicar la diferencia estacional, que en la parte regular en la *fas*, se observan puntualmente dos coeficientes significativos que sugiere estructura MA de orden 2 para la parte regular, y los coeficientes significativos distintos de cero que decaen a cero en la *fap* dan un indicio de que provienen de un modelo MA. Mientras que la estructura estacional muestra en la *fas* un coeficiente significativo en 52, y el coeficiente en el retardo 104 parece ser no significativo lo que sugiere estructura MA como se aprecia en la Figura 4.23, así mismo hay un coeficiente significativo distinto de cero de orden 52 en la *fap* y no así en el retardo 104, lo que indica que el orden puede ser un MA(1) o un AR(1). El modelo propuesto es  $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$  y los modelos alternativos a considerar fueron:  $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$  y  $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ .



**Figura 4.23** Función de autocorrelación simple y parcial de la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador con una diferencia regular.

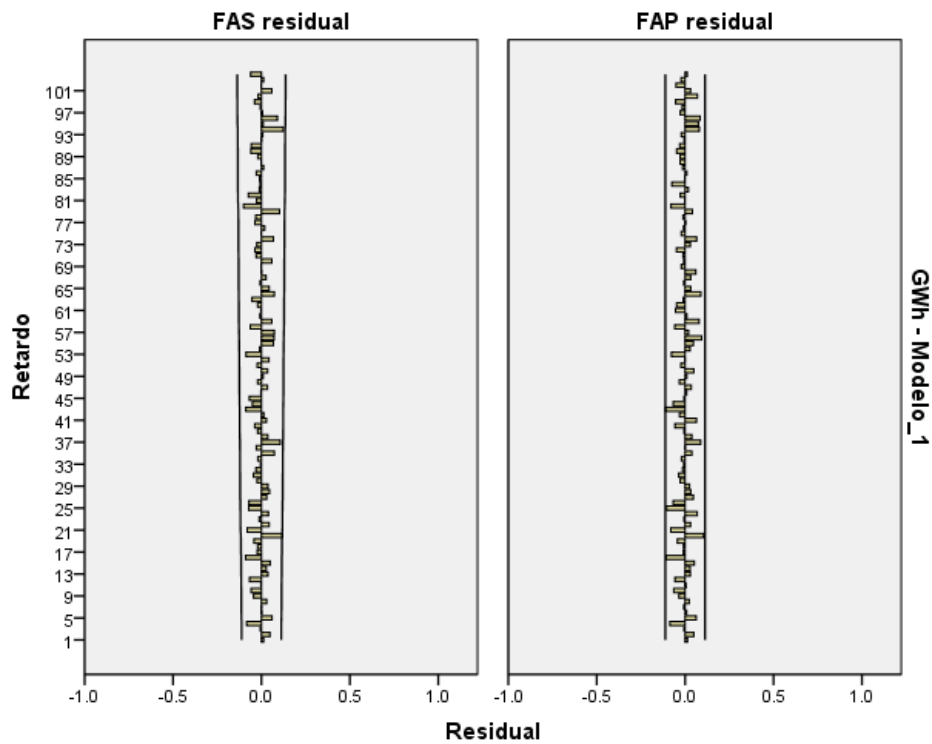
#### 4.2.2 Análisis de valores atípicos

Una vez identificada la estructura ARIMA de los tres modelos propuestos a utilizar, se procedió a obtener los modelos estimados con el SPSS sin incluir en los parámetros los datos atípicos. En la Tabla 4.22 se presenta un resumen de los modelos estimados sin incluir atípicos, ya que con los residuos obtenidos se procedió a realizar dicho análisis para determinar los datos atípicos a incluir en los modelos.

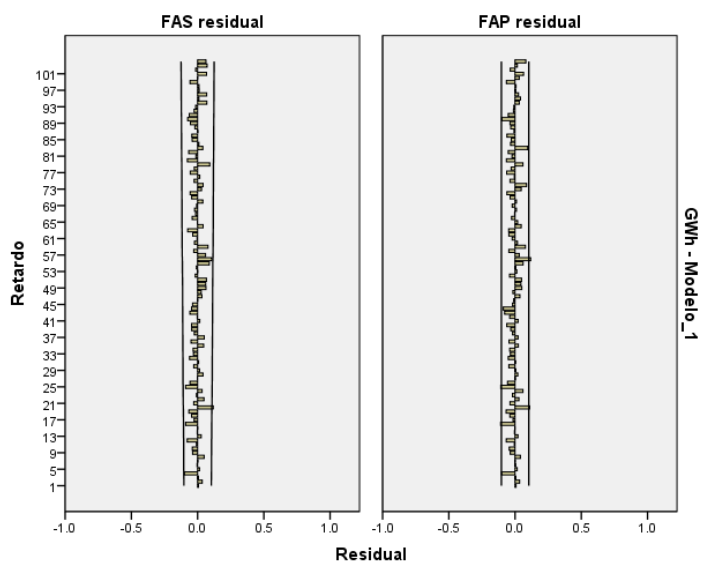
Modelos	
<b>ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub></b>	$(1 - B^{52})(1 - B)X_t = (1 - 0.938B^{52})(1 - 0.545B - 0.251B^2)a_t$
<b>ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub></b>	$(1 - B)X_t = (1 + 0.269B^{52})(1 - 0.374B - 0.244B^2)a_t$
<b>ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub></b>	$(1 - 0.328B^{52})(1 - B)X_t = (1 - 0.4B - 0.255B^2)a_t$

**Tabla 4.22** Resumen de los modelos estimados para la serie de la demanda de energía eléctrica de El Salvador.

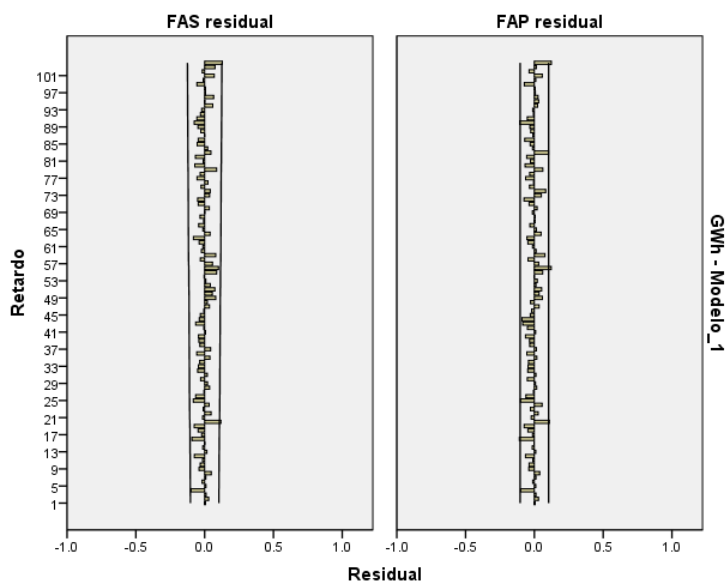
Como se puede ver en las Figuras 4.24, 4.25 y 4.26 las funciones de autocorrelación simple de los residuos obtenidos con los tres modelos propuestos no muestran indicios de falta de independencia en los residuos estimados y la función de autocorrelación parcial de los residuos no muestra en ninguno de los casos algún coeficiente de correlación significativamente distinto de cero.



**Figura 4.24** Función de autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{S_2}$ , sin incluir atípicos, para la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador.



**Figura 4.25** Función de autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ , sin incluir atípicos, para la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador.



**Figura 4.26** Función de autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ , sin incluir atípicos, para la serie de demanda de energía eléctrica de El Salvador.



El análisis de los residuos para identificar valores atípicos detectó atípicos aditivos. En la semana 20 del año 2005 (observación 176) se estimó un AO, este efecto corresponde a la ocurrencia del huracán Adrián en Mayo de 2005. El segundo valor atípico ocurrió en la semana 40 del año 2005 (observación 196) se estimó como AO, este efecto corresponde a la ocurrencia del huracán Stan en Octubre de 2005. El tercer valor atípico ocurrió en la semana 47 del año 2006 (observación 255) se estimó como AO, este efecto corresponde a la ocurrencia de un frente frío durante toda la semana. Los residuos para cada modelo se pueden ver en las Figuras 4.27, 4.28 y 4.29.

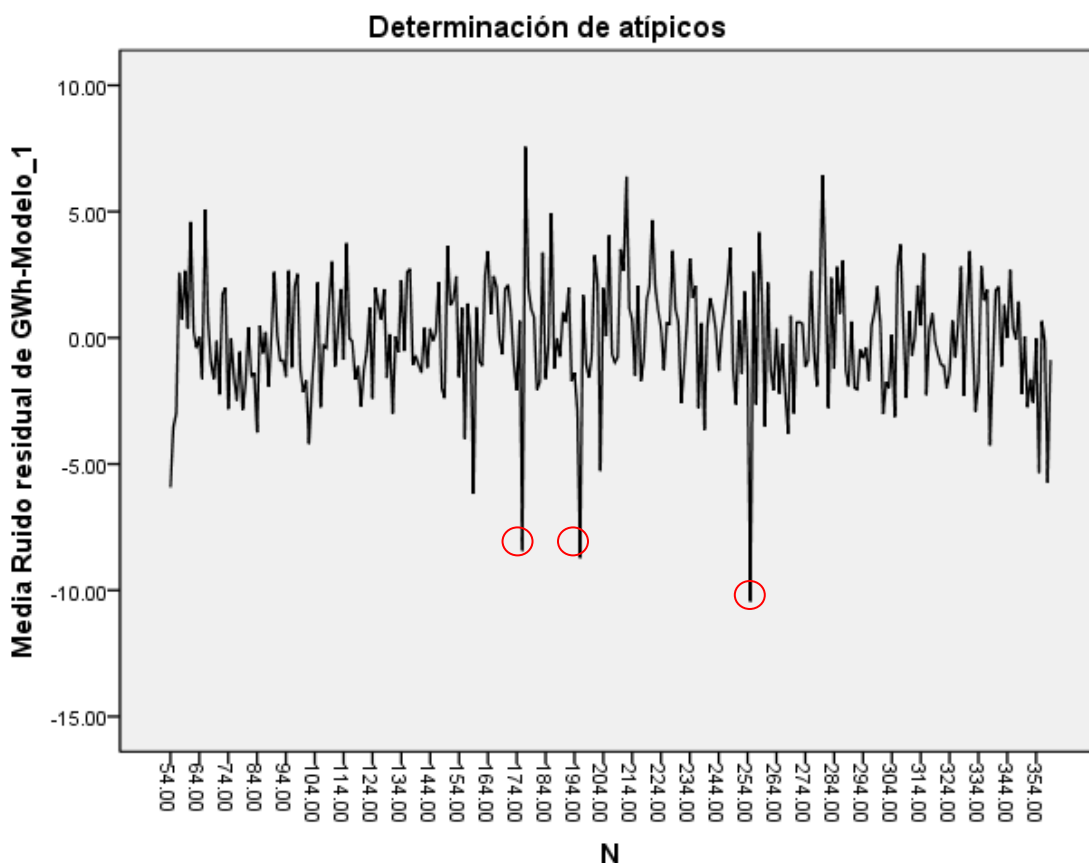


Figura 4.27 Gráfico de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ .

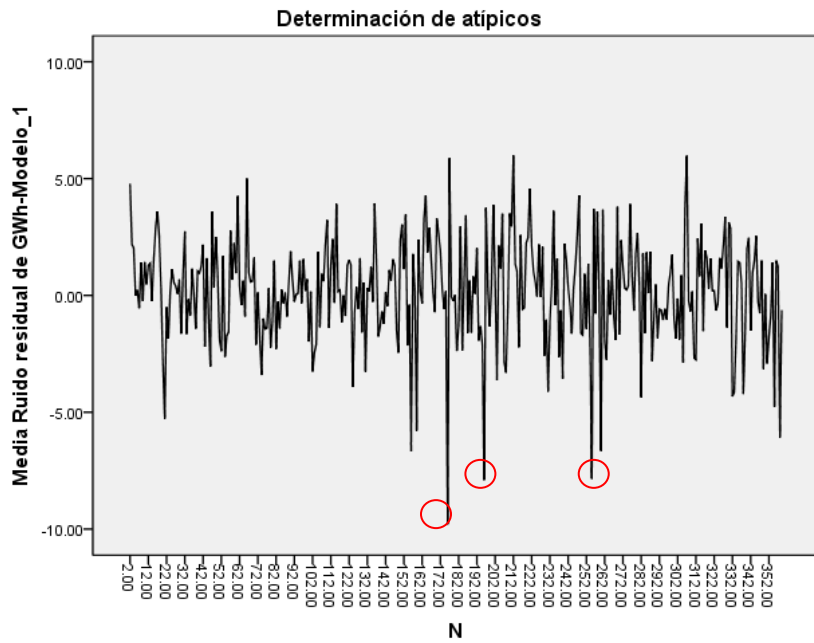


Figura 4.28 Gráfico de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ .

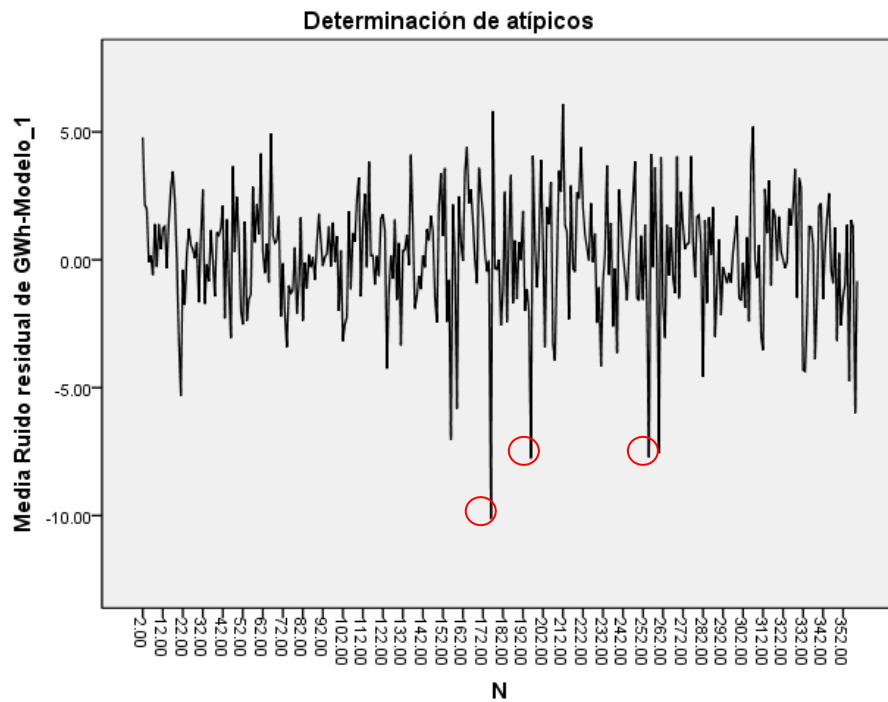


Figura 4.29 Gráfico de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ .

Una vez identificados los valores atípicos, se estimaron los parámetros de los modelos  $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ ,  $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$  y  $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$  incorporando estos efectos.

#### 4.2.3 Estimación de los parámetros

La estimación de los parámetros de los modelos se muestran a continuación, donde se incluye la intervención de los valores atípicos al modelo: la variable  $I_t^{(176)}$ , toma el valor uno en la semana 20 del año 2005 y es cero en otro caso, la variable  $I_t^{(196)}$ , toma el valor uno en la semana 40 del año 2005 y es cero en otro caso, la variable  $I_t^{(255)}$ , toma el valor uno en la semana 47 del año 2006 y es cero en otro caso.

**$ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ :**

$$\begin{aligned} (1 - B^{52})(1 - B)X_t &= (1 - 0.948B^{52})(1 - 0.48B - 0.266B^2)a_t + 10.014I_t^{(176)} \\ &+ 7.837I_t^{(196)} + 9.454I_t^{(255)} \end{aligned}$$

Modelo	Número de predictores	Estadísticos de ajuste del modelo						Número de valores atípicos
		R-cuadrado estacionaria	R-cuadrado	RMSE	MAPE	MAE	BIC normalizado	
GWh-Modelo_1	0	.564	.945	2.074	1.756	1.669	1.571	3

**Tabla 4.23 Estadísticos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ .**

				Estimación	ET	t	Sig.
GWh-Modelo_1	GWh	Sin transformación	Diferencia	1			
		MA	Retardo 1	.480	.056	8.546	.000
			Retardo 2	.266	.057	4.652	.000
			Diferenciación estacional	1			
			MA, estacional Retardo 1	.948	.446	2.124	.034

**Tabla 4.24 Parámetros del modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>.**

			Estimación	ET	t	Sig.
GWh-Modelo_1	2005 20	Aditivo	-10.014	1.671	-5.994	.000
	2005 40	Aditivo	-7.837	1.675	-4.680	.000
	2006 47	Aditivo	-9.454	1.691	-5.589	.000

**Tabla 4.25 Valores atípicos del modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>.**

**ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>:**

$$(1 - 0.376B^{52})(1 - B)X_t$$

$$= (1 - 0.355B - 0.256B^2)a_t + 9.387I_t^{(176)} + 7.668I_t^{(196)} + 7.847I_t^{(255)}$$

Modelo	Número de predictores	Estadísticos de ajuste del modelo						Número de valores atípicos
		R-cuadrado estacionaria	R-cuadrado	RMSE	MAPE	MAE	BIC normalizado	
GWh-Modelo_1	0	.365	.955	2.043	1.695	1.584	1.527	3

**Tabla 4.26 Estadísticos del modelo ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>.**

				Estimación	ET	t	Sig.
GWh-Modelo_1	GWh	Sin transformación	Diferencia	1			
			MA Retardo 1	.355	.052	6.758	.000
			Retardo 2	.256	.052	4.879	.000
			AR, estacional Retardo 1	.376	.055	6.847	.000

**Tabla 4.27 Parámetros del modelo ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>.**

			Estimación	ET	t	Sig.
GWh-Modelo_1	2005 20	Aditivo	-9.387	1.574	-5.962	.000
	2005 40	Aditivo	-7.668	1.575	-4.868	.000
	2006 47	Aditivo	-7.847	1.589	-4.939	.000

**Tabla 4.28 Valores atípicos del modelo ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>.**

**ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>**

$$(1 - B)X_t = (1 + 0.281B^{52})(1 - 0.319B - 0.244B^2)a_t + 9.338I_t^{(176)} + 7.501I_t^{(196)} + 7.685I_t^{(255)}$$

Modelo	Número de predictores	Estadísticos de ajuste del modelo						Número de valores atípicos
		R-cuadrado estacionaria	R-cuadrado	RMSE	MAPE	MAE	BIC normalizado	
GWh-Modelo_1	0	.342	.953	2.080	1.713	1.601	1.563	3

**Tabla 4.29 Estadísticos del modelo ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>.**

				Estimación	ET	t	Sig.
GWh-Modelo_1	GWh Sin transformación	Diferencia		1			
		MA	Retardo 1	.319	.052	6.088	.000
			Retardo 2	.244	.053	4.635	.000
		MA, estacional	Retardo 1	-.281	.060	-4.676	.000

**Tabla 4.30 Parámetros del modelo ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>.**

				Estimación	ET	t	Sig.
GWh-Modelo_1	2005 20	Aditivo		-9.338	1.630	-5.727	.000
	2005 40	Aditivo		-7.501	1.626	-4.614	.000
	2006 47	Aditivo		-7.685	1.654	-4.647	.000

**Tabla 4.31 Valores atípicos del modelo ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>.**

#### 4.2.4 Diagnósis

Realizada la estimación de los parámetros de los posibles modelos se pasó a la diagnósis para comprobar que las hipótesis básicas realizadas respecto a los residuos son ciertas. Estos debían tener: a) media igual a cero; b) varianza constante; c) falta de correlación para cualquier retardo; d) distribución normal.

##### 4.2.4.1 Contraste de media cero

Se debía determinar que la media de los residuos fuese cero, aplicando el contraste estadístico “t de Student”, tal que:

$$t_{\mu_a} = \frac{\mu_a}{\sigma_a} \sim N(0,1)$$

Y donde la hipótesis nula  $H_0: \mu_a = 0$  es aceptada para un nivel de significancia  $\alpha$ , cuando  $|t_{\mu_a}| < N_{\frac{\alpha}{2}}(0,1)$ , en caso contrario sería rechazada. Aplicando el contraste con el SPSS se obtuvo lo siguiente para cada modelo:

a) ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>

	Valor de prueba = 0					
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
					Inferior	Superior
Ruido residual de GWh- Modelo_1	-0.399	305	.690	-0.04693	-0.2782	.1844

Tabla 4.32 Resultado del SPSS del contraste de media cero para el modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>.

b) ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>

	Valor de prueba = 0					
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
					Inferior	Superior
Ruido residual de GWh-Modelo_1	1.278	357	.202	.13666	-0.0737	.3470

Tabla 4.33 Resultado del SPSS del contraste de media cero para el modelo ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>.

c) ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>

	Valor de prueba = 0					
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
					Inferior	Superior
Ruido residual de GWh-Modelo_1	1.363	357	.174	.14838	-.0657	.3625

**Tabla 4.34 Resultado del SPSS del contraste de media cero para el modelo ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>.**

Para los tres modelos se concluyó que no se rechaza la hipótesis nula, que la media sea distinta de cero, con un nivel de significación del 5%.

#### **4.2.4.2 Contraste de varianza estable (homocedasticidad)**

Si no se llegara a detectar a la vista un cambio en la variabilidad de los residuos, se puede proceder a aplicar un contraste de igualdad de varianzas para los diferentes períodos estacionales. Aplicando el test de Levene con el SPSS, para contrastar la hipótesis de que los grupos definidos por la variable factor (agrupando por años) proceden de poblaciones con la misma varianza y se obtuvo lo siguiente para cada modelo:



a) ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>

**Prueba de homogeneidad de varianzas**

Ruido residual de GWh-Modelo\_1

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
.271	5	300	.929

**Tabla 4.35 Resultado del SPSS del contraste de varianza estable para el modelo**

**ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>.**

b) ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>

**Prueba de homogeneidad de varianzas**

Ruido residual de GWh-Modelo\_1

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
1.098	6	351	.363

**Tabla 4.36 Resultado del SPSS del contraste de varianza estable para el modelo**

**ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>.**

c) ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>

**Prueba de homogeneidad de varianzas**

Ruido residual de GWh-Modelo\_1

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
1.050	6	351	.392

**Tabla 4.37 Resultado del SPSS del contraste de varianza estable para el modelo**

**ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>.**

Para los tres modelos se concluyó que no se rechaza la hipótesis nula, que los grupos definidos proceden de poblaciones con la misma varianza, con un nivel de significación del 5%.

#### 4.2.4.3 Contraste sobre las autocorrelaciones

Se utilizó el SPSS para realizar el contraste y se obtuvo:

a) ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>

Ljung-Box Q(18)		
Estadísticos	GL	Sig.
8.638	15	.896

**Tabla 4.38 Resultado del SPSS del contraste de la independencia en los residuos para el modelo**

**ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>.**

b) ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>

Ljung-Box Q(18)		
Estadísticos	GL	Sig.
10.887	15	.761

**Tabla 4.39 Resultado del SPSS del contraste de independencia en los residuos para el modelo**

**ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub>.**

c) ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>

Ljung-Box Q(18)		
Estadísticos	GL	Sig.
11.456	15	.720

**Tabla 4.40 Resultado del SPSS del contraste de independencia en los residuos para el modelo ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub>.**

Para los tres modelos se concluyó que no se rechaza la hipótesis nula, de incorrelación en los residuos, con un nivel de significación del 5%.

#### **4.2.4.4 Contraste de normalidad**

La hipótesis de que los residuos tienen una distribución normal se comprobó con la prueba de Kolmogorov-Smirnov. El contraste trata de verificar la hipótesis nula  $H_0$ : La distribución observada se ajusta a una distribución normal, contra la hipótesis alternativa  $H_1$ : La distribución observada no se ajusta a la distribución normal. Utilizando el SPSS para realizar el contraste se obtuvo:

a) ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>

Después de aplicar el contraste de normalidad a los residuos del modelo se obtuvo:

**Pruebas de normalidad**

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>		
	Estadístico	gl	Sig.
Ruido residual de GWh-Modelo_1	.039	306	.200*

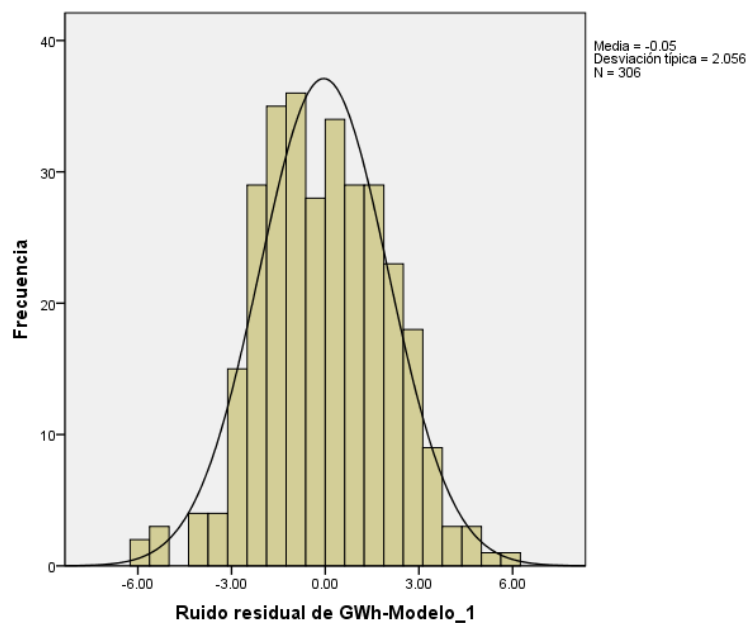
a. Corrección de la significación de Lilliefors

\*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

**Tabla 4.41 Resultado del SPSS del contraste de normalidad de los residuos para el modelo**

**ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>.**

Para el modelo no se rechazó la hipótesis nula, que los residuos provienen de una distribución normal, con un nivel de significación del 5%. Sin embargo, puede observarse en el histograma y en el gráfico Q-Q que hay valores muy extremos.



**Figura 4.30 Histograma de los residuos del modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub>.**

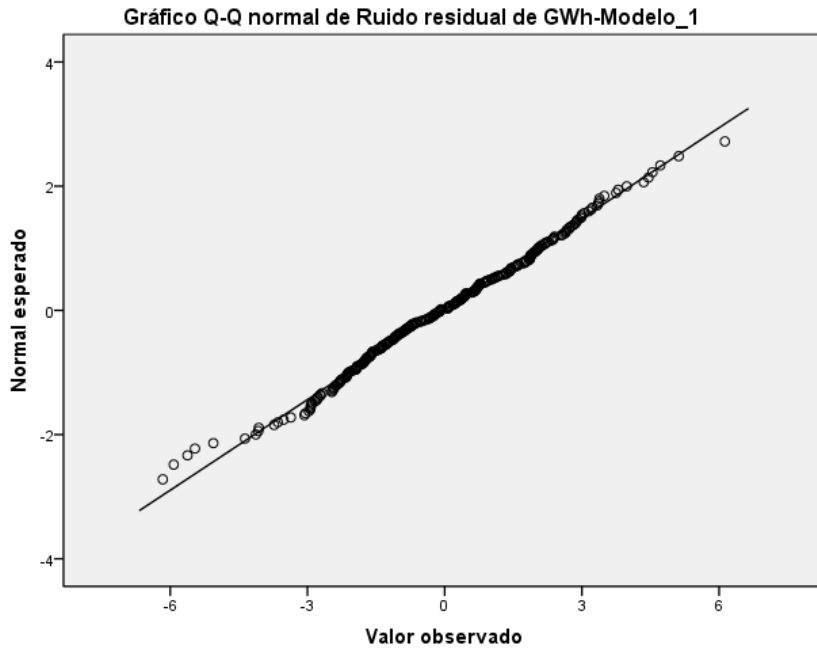


Figura 4.31 Gráfico Q-Q de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$ .

b)  $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$

Después de aplicar el contraste de normalidad a los residuos del modelo se obtuvo:

**Pruebas de normalidad**

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>		
	Estadístico	gl	Sig.
Ruido residual de GWh-Modelo_1	.034	358	.200*

a. Corrección de la significación de Lilliefors

\*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

Tabla 4.42 Resultado del SPSS del contraste de normalidad de los residuos para el modelo

$ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ .

Para el modelo no se rechazó la hipótesis nula, que los residuos provienen de una distribución normal, con un nivel de significación del 5%. Sin embargo, puede observarse en el histograma y en el gráfico Q-Q que hay valores muy extremos.

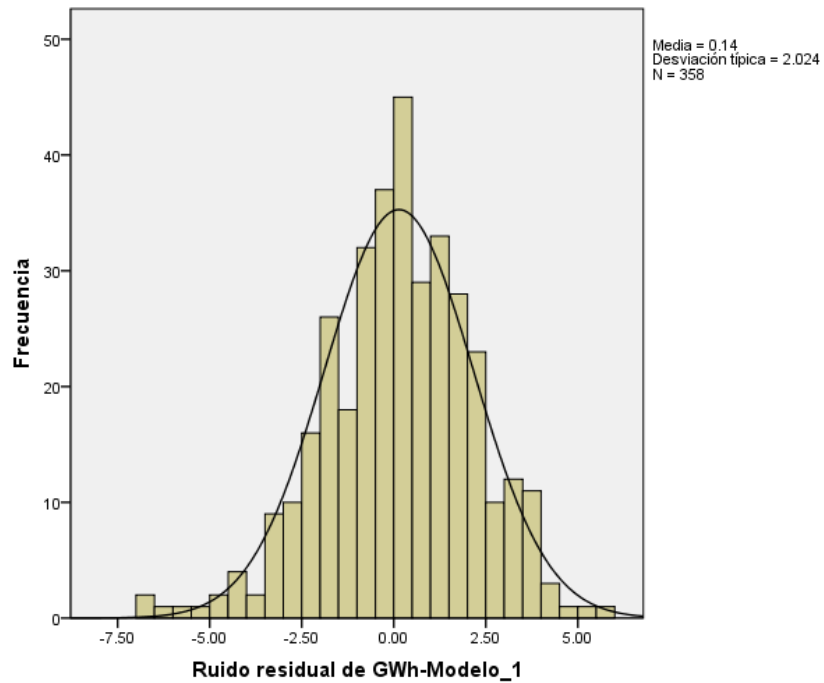


Figura 4.32 Histograma de los residuos del modelo ARIMA(0,1,2)x(1,0)<sub>52</sub>.

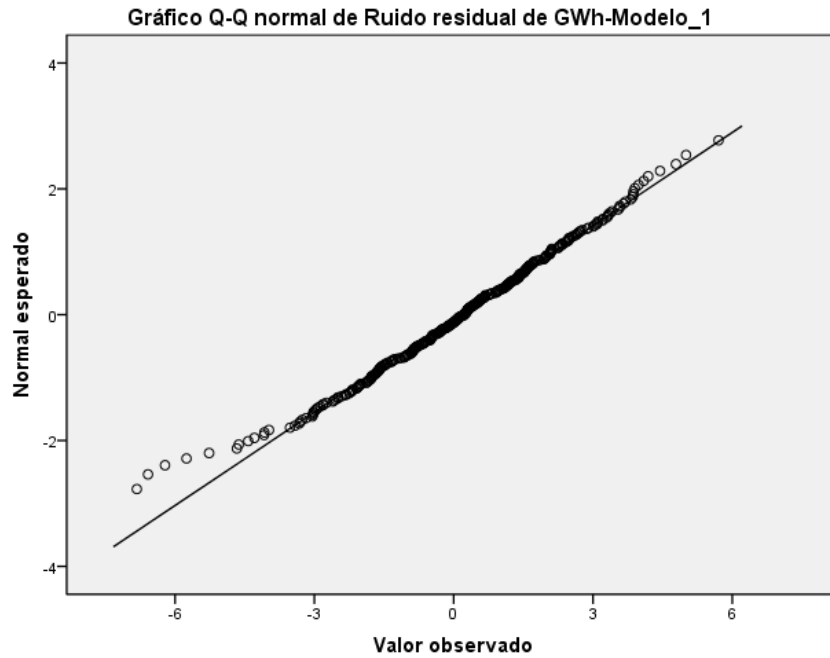


Figura 4.33 Gráfico Q-Q de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (1,0,0)_{52}$ .

c)  $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$

Después de aplicar el contraste de normalidad a los residuos del modelo se obtuvo:

Pruebas de normalidad			
	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>		
	Estadístico	gl	Sig.
Ruido residual de GWh-Modelo_1	.042	358	.197

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Tabla 4.43 Resultado del SPSS del contraste de normalidad de los residuos para el modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ .

Para el modelo no se rechazó la hipótesis nula, que los residuos provienen de una distribución normal, con un nivel de significación del 5%. Sin embargo, puede observarse en el histograma y en el gráfico Q-Q que hay valores muy extremos.

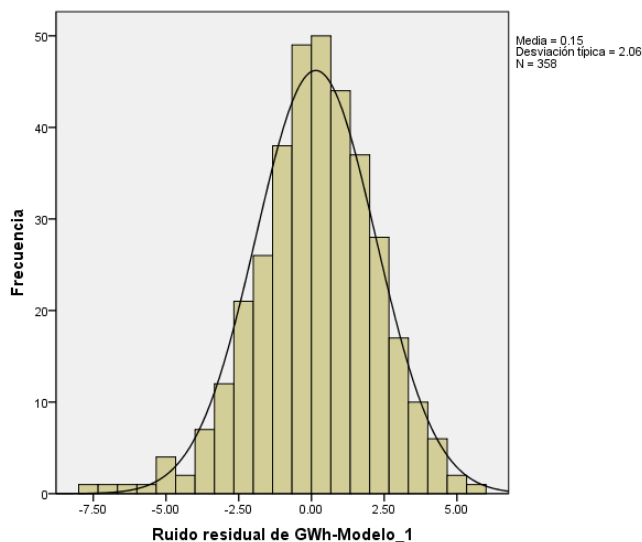


Figura 4.34 Histograma de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ .

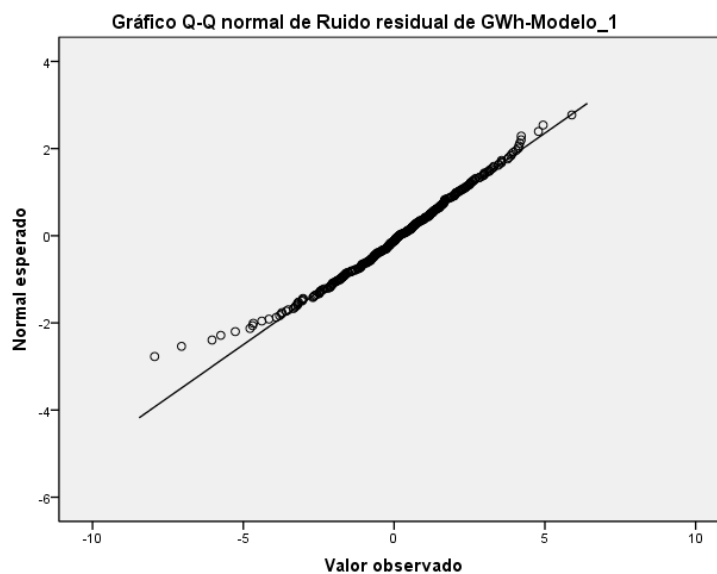


Figura 4.35 Gráfico Q-Q de los residuos del modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,0,1)_{52}$ .



### 4.3 Selección del modelo

Una vez identificados los modelos y habiendo verificado el cumplimiento de las hipótesis: significación de los parámetros, contraste sobre las autocorrelaciones, media cero, homocedasticidad y normalidad. En todos los casos se cumplieron dichas hipótesis, de manera que la selección del mejor modelo se realizó partiendo del indicador MAPE de las predicciones realizadas para el año 2009 con los modelos obtenidos. El indicador llamado Error Medio Absoluto Porcentual, MAPE, se calcula de la siguiente manera:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{|Demanda_{a,s} - \widehat{Demanda}_{a,s}|}{Demanda_{a,s}}}{n} \times 100$$

Donde:

*MAPE* es el Error Medio Absoluto Porcentual.

*Demanda<sub>a,s</sub>* es el valor real de la demanda de energía eléctrica del año *a* para la semana *s*.

*Demanda<sub>a,s</sub>* es el valor pronosticado de la demanda de energía eléctrica del año *a* para la semana *s*.

*n* es el total de semanas pronosticadas.

Una vez obtenidas las predicciones de los modelos se procedió a realizar el procedimiento de incorporar a las predicciones el efecto de los días festivos y de Semana Santa. Los factores utilizados para incluir los efectos de festivos, puentes y para calcular

la semana tipo que se obtuvieron con datos hasta 2008, se muestran en las Tablas 4.44, 4.45 y 4.46. Para el efecto de Semana Santa se utilizó el factor igual a 0.849.

<b>Ratio de Días de la semana y festivos para 2009</b>					
Ratio-Lunes	Ratio-Martes	Ratio-Miércoles	Ratio-Jueves	Ratio-Viernes	Ratio-Sábado
0.8070	0.7876	0.7876	0.7876	0.7939	0.8941

**Tabla 4.44 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como festivos para el pronóstico del año 2009.**

<b>Ratio de Días laborales y Sábado para 2009</b>				
Ratio-Lunes	Ratio-Martes	Ratio-Miércoles	Ratio-Jueves	Ratio-Viernes
0.9107	0.8913	0.8913	0.8913	0.8978

**Tabla 4.45 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como medio-festivos (“puentes”) para el pronóstico del año 2009.**

<b>Factor de participación de Semanas Tipo para 2009</b>						
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
0.1475	0.1502	0.1502	0.1502	0.1491	0.1339	0.1189

**Tabla 4.46 Valores de factor de participación empleados para determinar la demanda de cada día en la demanda semanal proyectada para el año 2009.**

En la Tabla 4.47 se muestran las predicciones para el año 2009 realizada con los tres modelos.

Pronóstico para el año 2009				
Semana	GWh Real	Pronóstico ARIMA(0,1,2)(0,1,1) <sub>52</sub>	Pronóstico ARIMA(0,1,2)(0,0,1) <sub>52</sub>	Pronóstico ARIMA(0,1,2)(1,0,0) <sub>52</sub>
1	108.53	103.77	104.50	104.63
2	109.61	104.81	104.75	104.81
3	106.22	103.77	105.33	105.23
4	109.43	105.70	104.65	104.62
5	105.20	106.58	105.09	105.18
6	110.14	106.98	105.43	105.76
7	110.73	106.17	105.11	105.22
8	108.77	107.80	105.47	105.56
9	106.39	109.31	105.37	105.92
10	111.03	108.36	105.23	105.45
11	109.99	109.53	105.11	105.53
12	110.25	109.77	105.12	105.61
13	111.08	110.04	105.72	106.33
14	94.78	94.58	89.95	90.52
15	109.82	111.89	106.22	107.05
16	111.38	112.99	106.88	108.32
17	105.73	107.73	101.18	102.16
18	107.12	113.58	106.76	107.86
19	108.29	113.22	107.31	108.78
20	108.15	110.77	105.53	106.60
21	106.96	108.96	104.62	105.26
22	108.49	108.27	104.81	104.97
23	109.27	108.42	105.68	106.46
24	106.55	109.10	106.05	106.83
25	106.67	109.11	105.99	106.96
26	105.58	109.49	104.75	105.29
27	106.42	109.12	104.72	105.42
28	109.32	108.69	105.74	106.37
29	110.34	109.27	106.23	106.99
30	107.21	109.20	105.41	106.10
31	95.19	96.24	94.12	94.73
32	109.45	110.28	106.10	106.82
33	108.80	110.13	106.62	107.52
34	109.25	109.09	106.12	106.78
35	109.91	108.49	105.72	106.25
36	109.80	108.91	106.21	106.85
37	103.13	104.80	101.88	102.28
38	105.87	108.90	105.56	106.18

Pronóstico para el año 2009				
Semana	GWh Real	Pronóstico ARIMA(0,1,2)(0,1,1) <sub>52</sub>	Pronóstico ARIMA(0,1,2)(0,0,1) <sub>52</sub>	Pronóstico ARIMA(0,1,2)(1,0,0) <sub>52</sub>
39	107.71	109.24	105.03	105.60
40	107.49	109.32	104.84	105.16
41	108.93	108.85	104.95	105.09
42	107.35	109.63	105.53	105.95
43	109.58	108.22	104.12	103.92
44	100.48	105.51	101.97	102.21
45	105.49	109.14	105.49	105.68
46	107.02	108.43	103.55	103.55
47	108.80	110.12	104.01	104.41
48	109.56	109.93	104.42	104.95
49	112.19	110.97	104.41	104.72
50	112.16	110.67	104.41	104.94
51	94.65	101.16	98.01	98.05
52	95.54	94.92	96.39	95.80
<b>Total GWh</b>	5577.80	5609.934	5424.173	5449.245
	<b>% Error</b>	<b>0.576%</b>	<b>-2.754%</b>	<b>-2.305%</b>

Tabla 4.47 Pronóstico de demanda de energía eléctrica realizado con los modelos ARIMA.

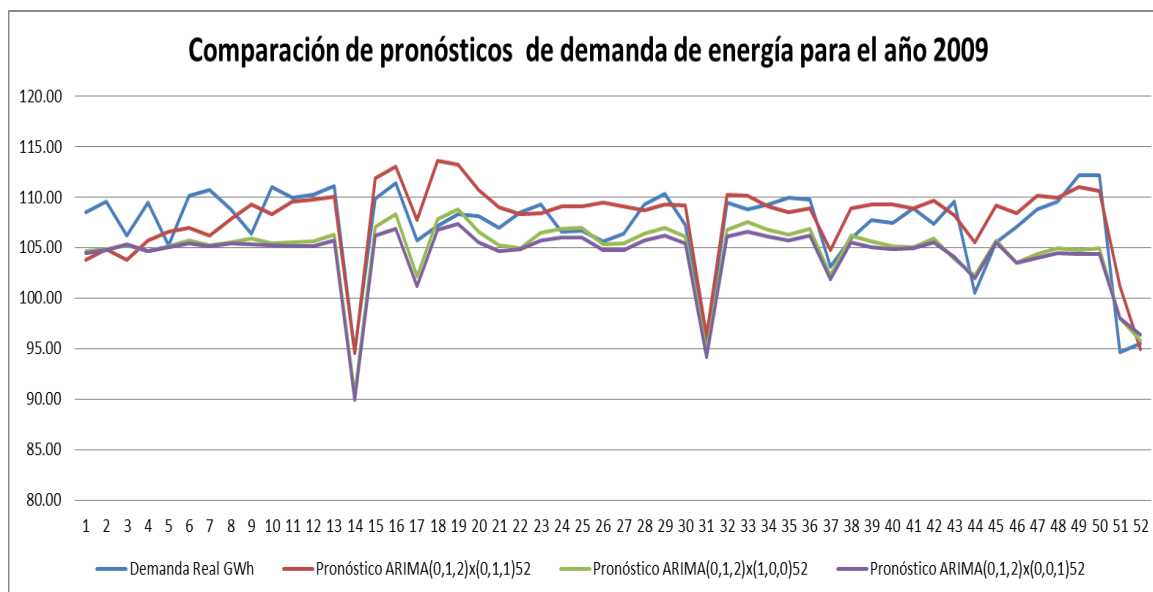


Figura 4.36 Comparación de los pronósticos de demanda de energía por los modelos ARIMA.

	Pronóstico ARIMA(0,1,2)x(0,1,1) <sub>52</sub>	Pronóstico ARIMA(0,1,2)x(0,0,1) <sub>52</sub>	Pronóstico ARIMA(0,1,2)x(1,0,0) <sub>52</sub>
GWh Reales	5577.80	5577.80	5577.80
Pronóstico	5609.934	5424.173	5449.245
%Error	0.58%	-2.75%	-2.30%
MAPE	2.00%	2.93%	2.55%

**Tabla 4.48 Comparación de los pronósticos de demanda de energía eléctrica realizado con los modelos ARIMA.**

De los resultados obtenidos se concluye que el mejor modelo para realizar el pronóstico de demanda de energía es el ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub> ya que con él obtenemos menor error relativo porcentual en la predicción, y el MAPE obtenido es el menor de los tres modelos. Adicionalmente, se puede observar en la Figura 4.36 que para casi todas las semanas la demanda de energía eléctrica obtenida con los modelos ARIMA(0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub> y ARIMA(0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub> es subestimada. Además, es de destacar que el modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub> es el que con mayor cumplimiento verifica todas las hipótesis, como se puede ver con su p-valor que siempre es mayor o igual en las cuatro pruebas que en los otros dos modelos.

Adicional a los modelos analizados previamente, que consideran *interpolar la Semana Santa e interpolar días festivos*, se realizó el análisis de series de demanda de energía eléctrica tratando los días festivos y Semana Santa de maneras alternativas. Los modelos alternativos considerados son los siguientes:

### **Interpolando todos los festivos**

Se consideraron para este caso tanto los días festivos definidos en la Tabla 4.1 y como los días festivos que pertenecen a la Semana Santa para ser sustituidos. La sustitución consistió en que todos los valores de demanda que fueran de un día festivo que haya ocurrido entre lunes y sábado, se sustituyen mediante la interpolación con la información del día respectivo de las semanas adyacentes a la semana donde se encuentra dicho día festivo, siguiendo la metodología expuesta en el presente capítulo y que fue aplicada a los días festivos definidos en la Tabla 4.1.

Una vez realizados los pronósticos con los modelos obtenidos con esta serie de demanda, *interpolando todos los festivos*, para incluir el efecto de estos días festivos en las predicciones se aplicaron los factores de las Tablas 4.44, 4.45 y 4.46.

### **Interpolando Semanas Santas sin tomar en cuenta días festivos**

Se consideró realizar el tratamiento previo para la demanda de Semana Santa, debido a que ella puede suceder en semanas diferentes, y además, no se realizó ningún tratamiento a los demás días festivos del año, de manera que el modelo obtenido considerara sus efectos en la parte estacional de la serie. Para eliminar de forma íntegra el efecto de la Semana Santa, se realizó la sustitución de los valores de demanda, mediante la interpolación con las semanas adyacentes a ella, utilizando la metodología expuesta en el presente capítulo para el tratamiento de la Semana Santa.

Una vez realizados los pronósticos con los modelos obtenidos con esta serie de demanda, *interpolando Semanas Santas sin tomar en cuenta días festivos*, se procedió a incluir el efecto de Semana Santa utilizando un factor igual a 0.849.

### **Interpolando Semanas Santas e interpolando días festivos de agosto**

Se consideraron para este caso eliminar el efecto tanto de los días festivos pertenecientes a la semana de agosto como a los de Semana Santa. La sustitución consistió en que todos los valores de demanda que fueran de un día festivo de la vacación de agosto que haya ocurrido entre lunes y sábado, se sustituyen mediante la interpolación con la información del día respectivo de las semanas adyacentes a la semana de vacación de agosto. Además, para eliminar el efecto de la Semana Santa, se realizó la sustitución de los valores de demanda siguiendo la metodología expuesta en este capítulo.

Una vez realizados los pronósticos con los modelos obtenidos con esta serie de demanda, *interpolando Semanas Santas e interpolando días festivos de agosto*, para incluir el efecto de estos días festivos de agosto en las predicciones se aplicaron los factores de la Tabla. 4.49. y además, se procedió a incluir el efecto de Semana Santa utilizando un factor igual a 0.849.

<b>Ratio de Días de la semana y festivos para 2009</b>					
Ratio-Lunes	Ratio-Martes	Ratio-Miércoles	Ratio-Jueves	Ratio-Viernes	Ratio-Sábado
0.8234	0.8041	0.8041	0.8041	0.81056	0.91084

**Tabla 4.49 Factores a aplicar a la demanda de energía de los días que se definan como días festivos para la vacación de agosto para el pronóstico del año 2009.**

A continuación se muestra un cuadro resumen con los resultados obtenidos en cada caso:

<b>Modelo</b>	<b>ARIMA (0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub></b>	<b>ARIMA (0,1,2)x(0,0,1)<sub>52</sub></b>	<b>ARIMA (0,1,2)x(1,0,0)<sub>52</sub></b>
<b>Interpolando Semanas Santas e interpolando días festivos</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: Sí</b>  MAPE(2009) =2.00% <b>%Error: 0.58%</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: Sí</b>  MAPE(2009) =2.93% <b>%Error: -2.75%</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: Sí</b>  MAPE(2009) =2.55% <b>%Error: -2.3%</b>
<b>Interpolando todos los festivos</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: Sí</b>  MAPE(2009) =2.04% <b>%Error: 0.59%</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: Sí</b>  MAPE(2009) =2.90% <b>%Error: -2.75%</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: Sí</b>  MAPE(2009) =2.54% <b>%Error: -2.31%</b>
<b>Interpolando Semanas Santas sin tomar en cuenta días festivos</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: Sí</b>  MAPE(2009) =2.45% <b>%Error: 1.41%</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: No</b> <b>Normalidad: No</b>  MAPE(2009) =2.58% <b>%Error: -0.54 %</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: No</b>  MAPE(2009) =2.33% <b>%Error: -0.02%</b>
<b>Interpolando Semanas Santas e interpolando días festivos de Agosto</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: Sí</b>  MAPE(2009) =2.37% <b>%Error: 1.35%</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: No</b>  MAPE(2009) =2.61% <b>%Error: -1.29%</b>	Hipótesis <b>Media 0: Sí</b> <b>Homocedasticidad: Sí</b> <b>Autocorrelaciones: Sí</b> <b>Normalidad: Sí</b>  MAPE(2009) =2.31% <b>%Error: -0.72%</b>

**Tabla 4.50 Resumen de resultado obtenidos con formas alternativas de tratar los festivos y Semana Santa.**

De manera que el modelo obtenido con la serie de demanda ajustada aplicando la metodología expuesta en esta tesis, *interpolando Semana Santa e interpolando días festivos*, presenta los mejores resultados, y utilizar las formas alternativas de tratar los



festivos y Semanas Santas aunque unas veces presentan mejores resultados para el pronóstico en cuanto al MAPE y al %Error ellos no cumplen con las hipótesis planteadas respecto a los residuos del modelo, como sucede por ejemplo, para la serie *Interpolando Semanas Santas sin tomar en cuenta días festivos*.

Además, para la serie *interpolando todos los festivos* y el modelo  $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,1)_{52}$  el parámetro de media móvil estacional resulta ser no significativo y sin embargo, al quitarlo del modelo quedando como un  $ARIMA(0,1,2) \times (0,1,0)_{52}$  se obtienen en los residuos coeficientes de correlación significativos en la parte estacional por cuanto no se estaría cumpliendo la hipótesis para los residuos de ese modelo.



## **CAPÍTULO V. RESULTADOS DEL PRONÓSTICO DE LA DEMANDA DE ENERGÍA DE MEDIANO PLAZO DE EL SALVADOR**

### **5.1 Resultados de los pronósticos**

A continuación se presentan los resultados obtenidos del pronóstico para los años 2009, 2010 y 2011 utilizando el modelo ARIMA, a los que se aplicó la corrección por la Semana Santa, según lo definido en el capítulo IV, y también se muestran los pronósticos realizados con el modelo econométrico que utiliza la UT. Las tablas con los valores reales y de las predicciones de demanda, realizadas con el modelo ARIMA y el modelo econométrico, para los años 2009, 2010 y 2011 se encuentran en el ANEXO IV.

Una vez realizados los pronósticos, se calculó el MAPE para cada modelo, utilizando la demanda real y así se evaluó la precisión de los mismos.

#### **5.1.1 Año 2009**

El modelo obtenido una vez se han identificado los valores atípicos y se estimaron los parámetros del modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub> fue:

$$\begin{aligned} (1 - B^{52})(1 - B)X_t &= (1 - 0.948B^{52})(1 - 0.48B - 0.266B^2)a_t + 10.014I_t^{(176)} \\ &+ 7.837I_t^{(196)} + 9.454I_t^{(255)} \end{aligned}$$

Con dicho modelo se generó el pronóstico del año 2009, realizando en el pronóstico la corrección por la Semana Santa y por los días festivos para ello. Los factores utilizados

se obtuvieron con datos hasta 2008. En las Tablas 4.44, 4.45 y 4.46 se muestran los factores utilizados y para el efecto de Semana Santa se utilizó el factor igual a 0.849.

El modelo econométrico para realizar el pronóstico del año 2009 fue:

$$Demanda_a = e^{(5.423 + 1.428 * \ln(PIB_a))}$$

Donde,

$Demanda_a$  es la demanda de energía eléctrica anual en GWh.

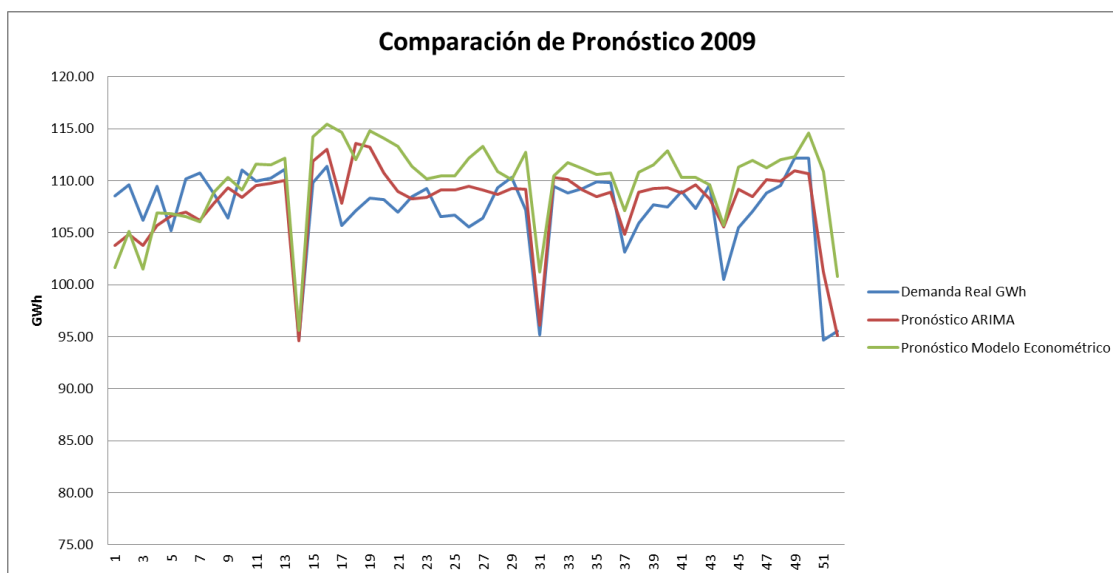
$PIB_a$  es el Producto Interno Bruto para el año a calcular la demanda de energía eléctrica anual.

Una vez realizado el pronóstico de demanda de energía anual realizado con el modelo econométrico se procedió a desagregarlo en cada una de las 52 semanas del año 2009. Para ello se realizó el procedimiento descrito en la Justificación de esta tesis. Por ejemplo, para obtener la demanda de energía semanal correspondiente a la semana 10, y con la demanda anual pronosticada por el modelo econométrico de 5713.13 GWh para el año 2009, primero se calculan las participaciones de las demandas de energía de la semana 10 de los 3 años anteriores en la energía total de cada uno de esos años, siendo estas: 0.01984, 0.01879 y 0.01876, respectivamente.

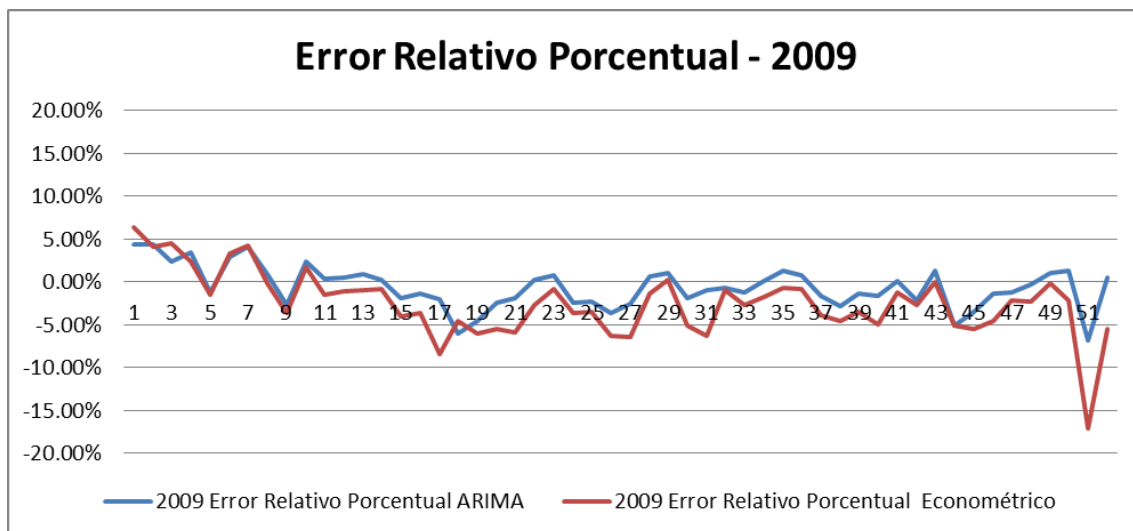
Luego se calcula el promedio de las participaciones obtenidas que es igual a 0.0191 cuyo valor se utiliza para obtener el valor de demanda de energía de la semana 10 para el año 2009 el cual es de 109.11 GWh.

Además, para calcular la demanda semanal de energía correspondiente a la Semana Santa del año a pronosticar se aplica el mismo factor empleado que para el modelo ARIMA, y para las demás semanas que contienen días festivos, se hace la simplificación que los mismos ocurren en las mismas semanas por lo que al calcular los factores de participación de cada semana de años anteriores.

Una vez estimado el modelo y realizado el pronóstico para el año 2009, se calculó el MAPE para evaluar la capacidad predictiva de ambos modelos. A continuación, se muestran las gráficas comparativas de los modelos con respecto a la demanda real para el año 2009. La Figura 5.2 presenta el error relativo porcentual de cada semana de de cada modelo para el año 2009. Además, se incluye la tabla con los valores del error relativo porcentual de cada semana para los pronósticos, realizados con el modelo ARIMA y el modelo econométrico, que se encuentran en el ANEXO V.



**Figura 5.1 Comparación de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2009.**



**Figura 5.2 Comparación de los errores relativos porcentuales de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2009.**

### 5.1.2 Año 2010

Como se indicó anteriormente, el modelo econométrico realiza sus pronósticos en períodos anuales, por lo que para evaluar la capacidad predictiva del modelo ARIMA, se tuvo que desplazar el período de un año para poder realizar una comparación equivalente entre los modelos. Por lo que, como segunda prueba para evaluar la capacidad predictiva de los modelos, se actualizaron los modelos con la información más reciente antes de realizar el pronóstico del año 2010. Para ello ambos modelos se actualizaron hasta la semana 47 del año 2009. El modelo obtenido una vez actualizados los parámetros fue:

$$\begin{aligned}
 &(1 - B^{52})(1 - B)X_t \\
 &= (1 - 0.894B^{52})(1 - 0.483B - 0.268B^2)a_t + 10.002I_t^{(176)} \\
 &+ 7.657I_t^{(196)} + 9.43I_t^{(255)}
 \end{aligned}$$

Con dicho modelo se generó el pronóstico del año 2010, realizando en el pronóstico la corrección por la Semana Santa y por los días festivos para ello, los factores utilizados se obtuvieron con datos hasta 2009. En las Tablas 4.6, 4.10 y 4.14 se muestran los factores utilizados y para el efecto de Semana Santa se utilizó el factor igual a 0.8498.

El modelo econométrico para realizar el pronóstico del año 2010 fue:

$$Demanda_a = e^{(5.403+1.438*\ln(PIB_a))}$$

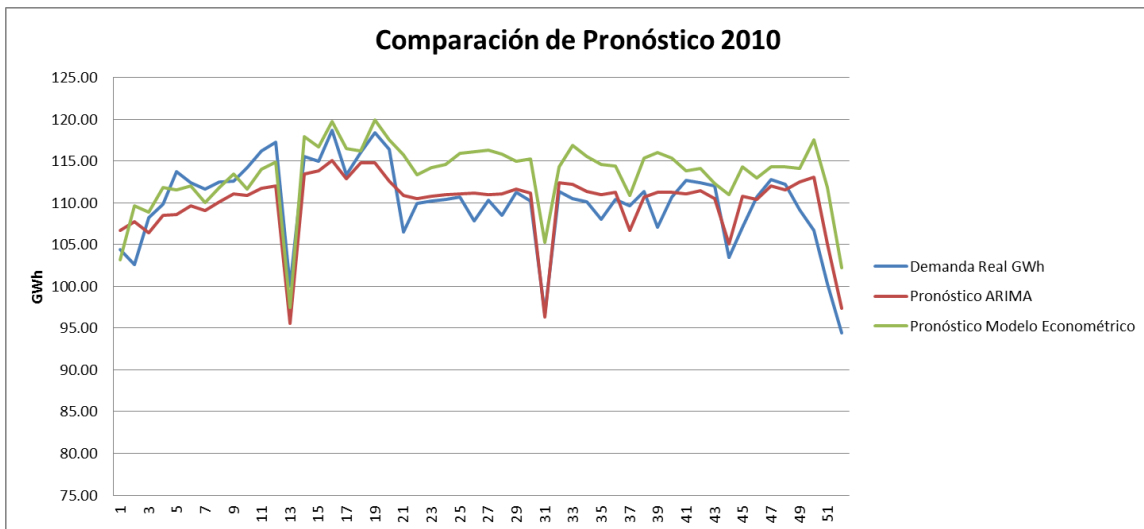
Donde,

$Demanda_a$  es la demanda de energía eléctrica anual en GWh.

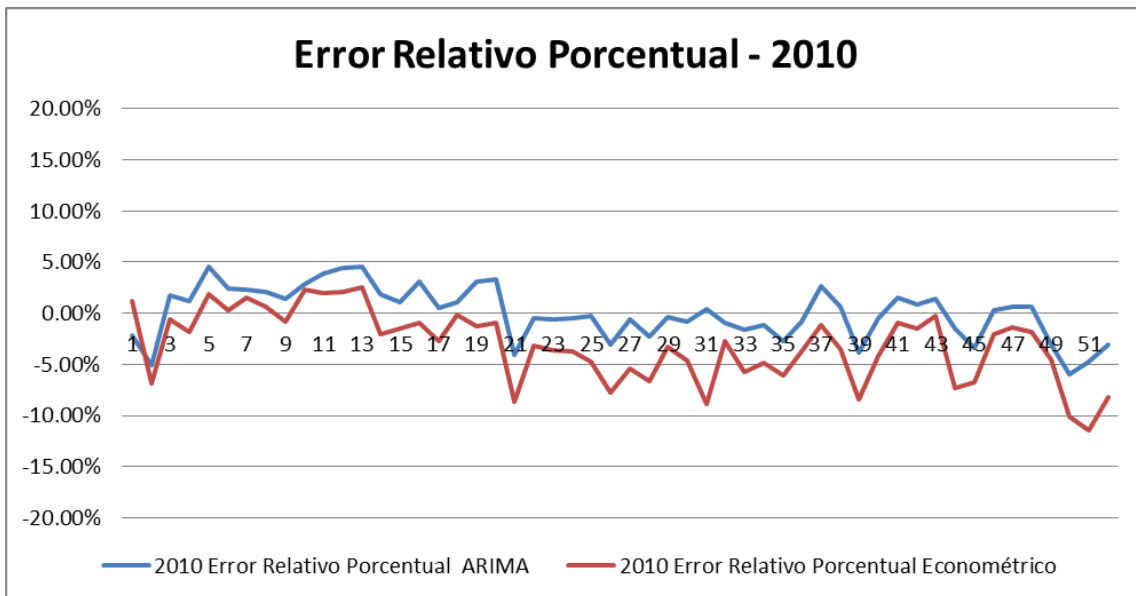
$PIB_a$  es el Producto Interno Bruto para el año a calcular la demanda de energía eléctrica anual.

Luego el paso de  $Demanda_a$  a la  $Demanda_{a,s}$  se realiza de forma similar a lo detallado para el año 2009.

Una vez estimado el modelo, se procedió a realizar el pronóstico para el año 2010 y se calculó el MAPE para evaluar la capacidad predictiva de ambos modelos. A continuación, se muestran las gráficas comparativas de los modelos con respecto a la demanda real para el año 2010. La Figura 5.4 presenta el error relativo porcentual de cada semana de de cada modelo para el año 2010. Además, se incluye la tabla con los valores del error relativo porcentual de cada semana para los pronósticos, realizados con el modelo ARIMA y el modelo econométrico, que se encuentran en el ANEXO V.



**Figura 5.3 Comparación de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2010.**



**Figura 5.4 Comparación de los errores relativos porcentuales de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2010.**



### 5.1.3 Año 2011

Una vez realizado de esta manera el pronóstico del año 2010 y habiendo calculado el MAPE, se procedió a realizar la actualización de los modelos con la información más reciente para proceder a realizar el pronóstico del año 2011 y para ello ambos modelos se actualizaron hasta la semana 47 del año 2010.

Al realizar el análisis de los residuos para identificar valores atípicos se detectó un atípico aditivo. En la semana 21 del año 2010 (observación 437) se estimó como AO. Este efecto corresponde a la ocurrencia del huracán Agatha en Mayo de 2010. Una vez identificado el valor atípico, se estimaron los parámetros del modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub> incorporando estos efectos y se generó el pronóstico del año 2010, realizando en el pronóstico la corrección por la Semana Santa y por los días festivos. El modelo obtenido fue:

$$\begin{aligned} & (1 - B^{52})(1 - B)X_t \\ &= (1 - 0.923B^{52})(1 - 0.489B - 0.267B^2)a_t + 10.23I_t^{(176)} \\ &+ 7.734I_t^{(196)} + 9.444I_t^{(255)} + 5.521I_t^{(437)} \end{aligned}$$

Con dicho modelo se generó el pronóstico del año 2011, realizando en el pronóstico la corrección por la Semana Santa y por los días festivos para ello, los factores utilizados se obtuvieron con datos hasta 2010. En las Tablas 4.6, 4.10 y 4.14 se muestran los factores utilizados y para el efecto de Semana Santa se utilizó el factor igual a 0.8502.

El modelo econométrico para realizar el pronóstico del año 2011 fue:

$$Demanda_a = e^{(5.365+1.46*\ln(PIB_a))}$$

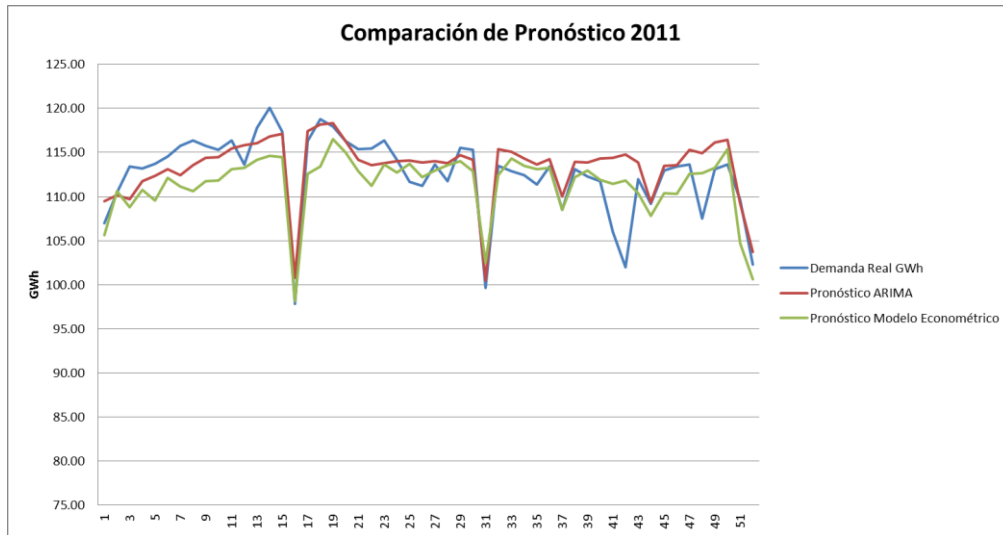
Donde,

$Demanda_a$  es la demanda de energía eléctrica anual en GWh.

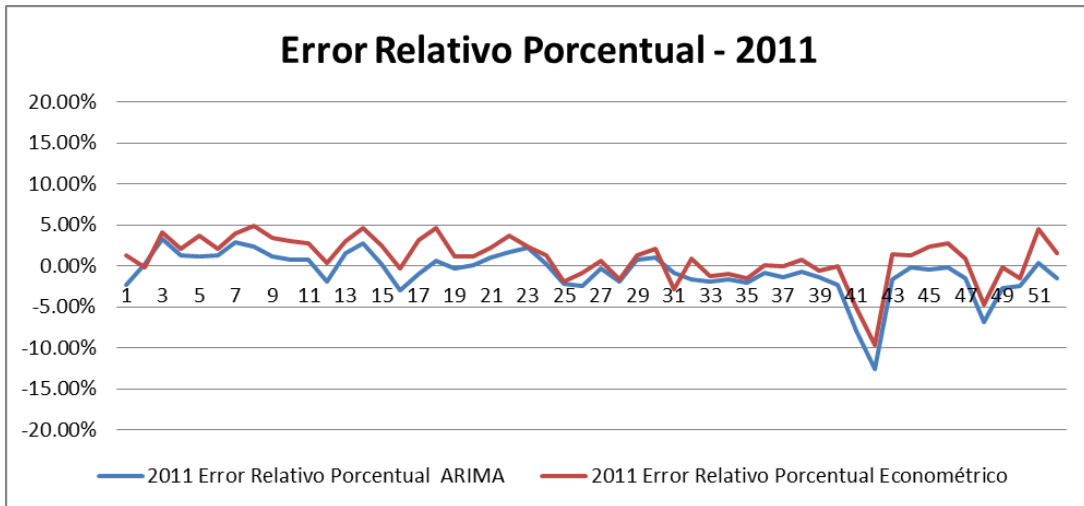
$PIB_a$  es el Producto Interno Bruto para el año a calcular la demanda de energía eléctrica anual.

Luego el paso de  $Demanda_a$  a la  $Demanda_{a,s}$  se realiza de forma similar a lo detallado para el año 2009.

Una vez estimado el modelo, se procedió a realizar el pronóstico para el año 2011 y se calculó el MAPE para evaluar la capacidad predictiva de ambos modelos. A continuación, se muestran las gráficas comparativas de los modelos con respecto a la demanda real para el año 2011. La Figura 5.6 presenta el error relativo porcentual de cada semana de de cada modelo para el año 2011. Además, se incluye la tabla con los valores del error relativo porcentual de cada semana para los pronósticos, realizados con el modelo ARIMA y el modelo econométrico, que se encuentran en el ANEXO V.



**Figura 5.5 Comparación de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2011.**



**Figura 5.6 Comparación de los errores relativos porcentuales de los pronósticos de demanda de energía eléctrica de El Salvador para el año 2011.**

## 5.2 Comparación de modelos

En la Tabla 5.1, se detalla la diferencia de los datos reales y los pronosticados tanto del modelo ARIMA, como del modelo Econométrico. De la comparación cabe mencionar que se obtuvieron resultados notablemente aceptables ya que el MAPE del modelo ARIMA fue en cada uno de los años menor al MAPE obtenido con el modelo econométrico, lo que indica que es un modelo más preciso.

El Salvador	2009	2010	2011
<b>Demanda Real</b>	5577.80	5724.75	5852.32
<b>Demanda Modelo ARIMA</b>	5609.93	5720.44	5893.80
<b>Demanda Modelo Econométrico</b>	5713.130	5898.72	5793.84
<b>Diferencia Real vs ARIMA</b>	-32.14	4.32	-41.48
<b>Diferencias Real vs Econométrico</b>	-135.33	-173.97	58.48
<b>% de Error (ARIMA)</b>	-0.58%	0.08%	-0.71%
<b>% de Error (Econométrico)</b>	-2.43%	-3.04%	1.00%
<b>MAPE (ARIMA)</b>	2.00%	2.08%	1.83%
<b>MAPE (Econométrico)</b>	3.53%	3.68%	2.22%

Tabla 5.1 Resultados de los pronósticos y comparación con datos reales.

La diferencia en el tanto por ciento de Error en el modelo econométrico se debe, en parte, a que el pronóstico realizado con este modelo es en períodos anuales (calendario). No así para la demanda real y del modelo ARIMA, donde el año inicia el primer lunes del año y finaliza un día antes del primer lunes del año siguiente.

Adicionalmente, la diferencia notable en la demanda pronosticada por los modelos y la real para los años 2009, 2010 y 2011 se debe principalmente a huracanes, en particular el huracán IDA ocurrido en Noviembre de 2009, el huracán Agatha ocurrido en Mayo de 2010 y la depresión tropical 12E ocurrida en Noviembre de 2011 que provocaron una gran disminución atípica en el consumo de energía eléctrica.



## CAPÍTULO VI. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

### 6.1 Consideraciones

El modelo econométrico si bien tiene la ventaja de relacionar la demanda de energía con el PIB del país, tiene la desventaja de que la variable PIB solamente se cuenta con valores anuales y los mismos son estimaciones que tardan cinco años en ser datos definitivos, sin contar que para el año  $t$  el valor oficial se logra obtener en el período  $t+3$ , por lo que se debe realizar una estimación propia del PIB.

En tal sentido, el modelo econométrico pierde representatividad debido a que para realizar la estimación de una variable macroeconómica no solamente se debe considerar su propia historia, sino otros elementos que repercuten ya sea positiva o negativamente en las cuentas del país, por lo que una estimación basada en su propia serie, podría arrojar resultados completamente distintos a las metas económicas del país. Esta situación provoca que el método econométrico utilizado por la UT no sea concluyente en sus resultados. Visto desde otra óptica, un crecimiento real observado en la serie de demanda de energía y una estimación del PIB baja, no captaría dicho crecimiento y generaría datos subestimados del comportamiento del consumo, que de ser utilizados pueden repercutir en daños cuantiosos en el sistema eléctrico del país.

Las actualizaciones de los modelos se realizaron en la semana 47 de los años 2008, 2009 y 2010, debido a que en ese momento se contaba con la información más reciente de SIMEC y de PIB. Esto con el objetivo de poder realizar el pronóstico de demanda a utilizar en la programación anual del año siguiente, la cual inicia el primer lunes del año,

y como el modelo econométrico realiza pronósticos en períodos anuales, es el momento en que se podía realizar una comparación equivalente entre el modelo ARIMA y el econométrico.

## 6.2 Conclusiones

- En la medida que se cuenten con pronósticos de demanda más precisos se logrará operar el sistema eléctrico de manera eficiente y efectiva, garantizando el uso óptimo de las instalaciones de generación de energía, así como también se proporcionará una indicación más certera a las plantas de generación para planificar las compras de combustibles y realizar el programa de mantenimientos mayores de las unidades de generación.
- Los modelos de series de tiempo de Box y Jenkins son muy adecuados para aplicaciones para la predicción de la demanda de energía.
- En la Tabla 5.1, se puede observar la diferencia de los datos reales y los estimados tanto del modelo ARIMA, como del modelo Econométrico. Cabe mencionar que tenemos resultados notablemente aceptables, ya que el MAPE del modelo ARIMA fue, en cada uno de los años, menor al MAPE obtenido con el modelo econométrico. Esto indica, que es un modelo más preciso y se puede concluir que, en este trabajo de tesis, ha sido posible identificar un modelo ARIMA estacional para realizar el pronóstico de la demanda de energía eléctrica de Mediano Plazo de El Salvador, que es más preciso que el modelo econométrico actualmente utilizado por la UT.
- La inclusión al modelo de los datos atípicos ha permitido determinar un modelo simple que incorpora la información proporcionada por los datos atípicos.



- Una vez comparados los pronósticos de los años 2009, 2010 y 2011 para medir la capacidad predictiva de ambos modelos utilizando el MAPE, se procedió a realizar la actualización del modelo con la información más reciente para proceder a obtener el modelo definitivo para Mayo de 2012 a Mayo 2013.

En la semana 42 del año 2011 (observación 510) se estimó un AO, este efecto corresponde a la ocurrencia de la depresión tropical 12E ocurrida en Septiembre de 2011, se ha añadido al modelo ARIMA(0,1,2)x(0,1,1)<sub>52</sub> este efecto. El modelo finalmente obtenido es:

$$\begin{aligned}
 (1 - B^{52})(1 - B)X_t &= (1 - 0.862B^{52})(1 - 0.471B - 0.294B^2)a_t + 10.065I_t^{(176)} \\
 &+ 7.841I_t^{(196)} + 9.535I_t^{(255)} + 5.781I_t^{(437)} + 8.177I_t^{(510)}
 \end{aligned}$$

Las predicciones realizadas para el período 2012-2013 utilizando el modelo anterior y realizando en el pronóstico la corrección por la Semana Santa y por los días festivos para ello, los factores utilizados se obtuvieron con datos hasta 2011. En las Tablas 4.6, 4.10 y 4.14 se muestran los factores utilizados y para el efecto de Semana Santa se utilizó el factor igual a 0.848. Los resultados pueden observarse en el ANEXO VI, y podemos concluir que este es un modelo aplicable de una forma fácil y sencilla.

- Por último y desde un punto matemático, dado que el modelo determinado es un proceso MA(2)xMA(1)<sub>52</sub> es siempre estacionario, por ser la suma de procesos

estacionarios. Además, el proceso es invertible dado que cumple las siguientes condiciones:

a)  $1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 = 0$ , soluciones fuera de  $|B| \leq 1$

b) 
$$\begin{cases} -1 < \theta_2 < 1 \\ \theta_1 + \theta_2 < 1 \\ \theta_2 - \theta_1 < 1 \end{cases}$$

Siendo  $\theta_1 = 0.471$  y  $\theta_2 = 0.294$  se obtiene:

a)  $1 - 0.471B - 0.294B^2 = 0$ , las soluciones de  $B$  son:  $-2.8117$  y  $1.2097$   
verificando que están fuera de  $|B| \leq 1$

b) Se verifican: 
$$\begin{cases} -1 < \theta_2 = 0.294 < 1 \\ \theta_1 + \theta_2 = 0.765 < 1 \\ \theta_2 - \theta_1 = -0.177 < 1 \end{cases}$$

Se concluye que el modelo obtenido para la serie de la demanda de energía eléctrica cumple con las condiciones de estacionariedad y de invertibilidad.

## BIBLIOGRAFÍA

- Al-Alawi, Islam (1996) Principles of electricity demand forecasting, part I Methodologies. Power Engineering Journal. Vol. 10. pp. 139 – 143. Extraído el 18 de Agosto de 2011 desde:

<http://0ieeexplore.ieee.org.cisne.sim.ucm.es/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=503164>.

- Al-Alawi, Islam (1997) Principles of electricity demand forecasting, part II Applications. Power Engineering Journal. Vol. 11. pp. 91 – 95. Extraído el 18 de Agosto de 2011 desde:

<http://0ieeexplore.ieee.org.cisne.sim.ucm.es/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=591498>.

- Box, Jenkins. (1976) Time series analysis. San Francisco: Holden-Day.
- Corte Suprema de Justicia (2006) Ley General de Electricidad [En línea]. Consultado: [16 de agosto de 2011]. Disponible en:

[http://www.siget.gob.sv/images/documentos/electricidad/legislacion/ley\\_general\\_de\\_electricidad\\_junio2009\\_0.pdf](http://www.siget.gob.sv/images/documentos/electricidad/legislacion/ley_general_de_electricidad_junio2009_0.pdf)

- Deng, Jirutitijaroen (2010) Short-Term Load Forecasting Using Time Series Analysis: A Case Study for Singapore. Cybernetics and Intelligent Systems (CIS),

2010 IEEE Conference on. Pp. 1 – 6. Extraído el 18 de Agosto de 2011 desde:

<http://0ieeexplore.ieee.org.cisne.sim.ucm.es/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=5518553>

- Hagan. (1987) The time series approach to short term load forecasting. Transactions on Power Systems, Vol. 2. pp. 785 – 791. Extraído el 18 de Agosto de 2011 desde:

<http://0ieeexplore.ieee.org.cisne.sim.ucm.es/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=43352>

[10](#).

- Hernández, José. (2009) Análisis de series temporales económicas II: modelos ARIMA. Madrid: editorial ESIC.

- Hor, Watson, Majithia (2006) Daily Load Forecasting and Maximum Demand Estimation using ARIMA and GARCH. Probabilistic Methods Applied to Power Systems, 2006. PMAPS 2006. International Conference on. Pp. 1 – 6. Extraído el 18 de Agosto de 2011 desde:

<http://0ieeexplore.ieee.org.cisne.sim.ucm.es/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=42022>

[49](#)

- Juberias, Moreno, Yunta, Mendivil (1999) A New ARIMA Model For Hourly Load Forecasting. Transmission and Distribution Conference, 1999 IEEE, Vol. 1. pp. 314 – 319. Extraído el 18 de Agosto de 2011 desde:

<http://0ieeexplore.ieee.org.cisne.sim.ucm.es/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=75537>

[1](#)

- Peña, Daniel. (2005) Análisis de series de tiempo. Madrid: Alianza Editorial.

- SIGET (2011) Reglamento de Operación del Sistema de Transmisión y del Mercado Mayorista Basado en Costos de Producción [En línea]. Consultado: [16 de agosto de 2011]. Disponible en:

[http://costos.ut.com.sv/c/document\\_library/get\\_file?p\\_l\\_id=10254&folderId=60892  
&name=DLFE-4761.pdf](http://costos.ut.com.sv/c/document_library/get_file?p_l_id=10254&folderId=60892&name=DLFE-4761.pdf)



**ANEXO I. DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA DE EL SALVADOR EN EL  
PERÍODO SEMANA 1 DE 2002 A SEMANA 21 DE 2012, SIN TRATAMIENTO  
DE: DÍAS FESTIVOS, SEMANA SANTA Y SEMANA 53.**

<b>Semana</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>
<b>1</b>	74.5	82.8	84.1	87.1	89.6	95.7	104.4	108.5	104.4	107.0	106.0
<b>2</b>	79.2	81.7	82.1	87.7	94.3	99.9	104.9	109.6	102.6	110.4	114.5
<b>3</b>	80.3	80.9	82.9	81.6	94.0	96.9	106.0	106.2	108.2	113.4	114.1
<b>4</b>	80.6	80.8	83.4	86.4	99.5	101.0	104.4	109.4	109.8	113.2	114.3
<b>5</b>	79.4	84.2	86.3	88.1	98.2	100.2	105.9	105.2	113.7	113.7	113.7
<b>6</b>	79.1	84.1	88.4	87.7	97.1	101.1	107.4	110.1	112.4	114.6	115.9
<b>7</b>	78.5	85.2	85.5	90.2	94.9	99.2	106.0	110.7	111.7	115.7	118.1
<b>8</b>	80.1	85.6	86.7	93.6	99.3	98.8	106.9	108.8	112.5	116.4	117.2
<b>9</b>	79.4	88.7	89.9	94.0	98.3	103.3	107.8	106.4	112.6	115.7	116.4
<b>10</b>	80.6	87.5	88.0	94.4	97.5	100.3	106.6	111.0	114.2	115.3	116.5
<b>11</b>	80.6	85.9	90.8	95.2	100.4	103.3	91.9	110.0	116.2	116.4	118.5
<b>12</b>	69.2	86.8	89.8	81.3	101.6	104.5	107.0	110.2	117.2	113.7	116.5
<b>13</b>	82.0	86.0	88.7	92.2	104.1	104.5	108.9	111.1	100.1	117.8	119.3
<b>14</b>	80.9	90.8	76.5	95.8	105.0	87.0	109.6	94.8	115.5	120.1	99.7
<b>15</b>	82.2	75.7	89.3	97.4	88.4	104.7	110.8	109.8	115.0	117.4	115.6
<b>16</b>	84.5	90.1	88.6	97.2	104.1	108.2	114.2	111.4	118.6	97.9	114.9
<b>17</b>	83.3	88.2	89.1	96.7	103.4	107.2	106.9	105.7	113.4	116.3	114.9
<b>18</b>	86.9	92.3	92.2	96.1	101.8	102.1	113.0	107.1	116.0	118.8	116.2
<b>19</b>	85.2	88.8	91.4	96.1	104.3	107.3	115.4	108.3	118.4	117.9	118.4
<b>20</b>	81.6	88.2	86.4	84.8	102.1	108.7	109.6	108.1	116.4	116.3	115.4
<b>21</b>	77.4	85.6	86.0	94.4	101.9	107.5	106.1	107.0	106.5	115.4	114.7
<b>22</b>	79.8	83.6	87.0	94.8	101.5	102.1	105.3	108.5	109.9	115.5	
<b>23</b>	79.5	84.3	86.7	93.0	97.9	104.4	109.3	109.3	110.2	116.4	
<b>24</b>	80.5	84.5	88.5	93.7	98.9	103.5	110.3	106.6	110.4	114.2	
<b>25</b>	82.0	84.4	86.4	90.7	99.8	105.8	110.6	106.7	110.7	111.6	
<b>26</b>	82.1	85.7	87.6	90.7	103.5	106.9	106.1	105.6	107.8	111.2	
<b>27</b>	82.0	83.6	83.9	93.6	102.5	107.9	106.5	106.4	110.3	113.6	
<b>28</b>	81.7	83.3	85.2	90.8	102.4	104.3	109.0	109.3	108.5	111.7	
<b>29</b>	82.3	86.0	87.0	92.3	99.8	103.0	110.7	110.3	111.2	115.5	
<b>30</b>	79.5	82.7	87.0	96.1	101.0	105.0	108.3	107.2	110.3	115.3	
<b>31</b>	76.2	74.5	76.4	82.5	91.1	98.1	97.8	95.2	96.7	99.6	
<b>32</b>	84.6	83.6	90.2	94.4	101.6	99.9	110.2	109.5	111.3	113.5	
<b>33</b>	81.6	83.5	90.1	92.9	102.7	103.9	112.1	108.8	110.5	112.8	

<b>Semana</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>
<b>34</b>	81.4	83.4	86.8	93.1	102.0	103.0	110.1	109.2	110.2	112.4	
<b>35</b>	81.0	83.5	85.8	92.9	100.9	102.7	108.7	109.9	108.0	111.4	
<b>36</b>	82.5	83.1	86.0	94.8	100.0	101.9	110.3	109.8	110.4	113.4	
<b>37</b>	82.3	80.9	82.9	88.6	97.3	101.5	103.6	103.1	109.6	108.5	
<b>38</b>	80.6	85.3	86.9	91.2	101.5	104.4	108.5	105.9	111.4	113.1	
<b>39</b>	82.2	85.5	86.8	90.1	103.1	106.2	107.0	107.7	107.1	112.3	
<b>40</b>	83.1	84.8	87.8	83.7	103.9	104.5	105.8	107.5	110.7	111.8	
<b>41</b>	83.7	85.0	88.1	91.3	102.4	102.1	105.6	108.9	112.7	106.0	
<b>42</b>	85.1	85.6	89.4	92.6	100.7	102.4	107.9	107.4	112.4	102.0	
<b>43</b>	80.0	86.0	89.9	90.4	102.0	101.5	102.5	109.6	112.1	112.0	
<b>44</b>	83.7	85.6	84.5	86.8	96.9	99.8	105.9	100.5	103.5	109.2	
<b>45</b>	82.7	86.6	85.6	93.9	103.5	100.9	107.2	105.5	107.1	113.0	
<b>46</b>	79.6	85.3	88.9	94.0	101.4	104.8	101.5	107.0	110.7	113.4	
<b>47</b>	84.6	87.1	92.2	90.2	92.7	107.2	103.8	108.8	112.7	113.6	
<b>48</b>	84.3	84.7	90.7	93.1	101.0	106.4	104.0	109.6	112.3	107.5	
<b>49</b>	85.8	86.0	93.4	95.2	101.4	104.4	105.2	112.2	109.1	113.1	
<b>50</b>	85.6	83.1	88.6	96.1	104.7	106.3	109.3	112.2	106.7	113.7	
<b>51</b>	77.2	75.3	84.0	90.7	101.9	104.8	97.7	94.7	100.3	109.7	
<b>52</b>	74.5	73.9	76.4	85.7	88.4	93.4	94.1	95.5	94.4	102.3	
<b>53</b>						90.1					



**ANEXO II. DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA DE EL SALVADOR EN EL  
PERÍODO S1/2002 A S21/2012, SIN EL EFECTO DE: DÍAS FESTIVOS Y SIN  
EL EFECTO DE LA SEMANA 53.**

<b>Semana</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>
<b>1</b>	74.5	82.8	84.1	87.1	89.6	100.1	104.4	108.5	104.4	107.0	106.0
<b>2</b>	79.2	81.7	82.1	87.7	94.3	99.9	104.9	109.6	102.6	110.4	114.5
<b>3</b>	80.3	80.9	82.9	81.6	94.0	96.9	106.0	106.2	108.2	113.4	114.1
<b>4</b>	80.6	80.8	83.4	86.4	99.5	101.0	104.4	109.4	109.8	113.2	114.3
<b>5</b>	79.4	84.2	86.3	88.1	98.2	100.2	105.9	105.2	113.7	113.7	113.7
<b>6</b>	79.1	84.1	88.4	87.7	97.1	101.1	107.4	110.1	112.4	114.6	115.9
<b>7</b>	78.5	85.2	85.5	90.2	94.9	99.2	106.0	110.7	111.7	115.7	118.1
<b>8</b>	80.1	85.6	86.7	93.6	99.3	98.8	106.9	108.8	112.5	116.4	117.2
<b>9</b>	79.4	88.7	89.9	94.0	98.3	103.3	107.8	106.4	112.6	115.7	116.4
<b>10</b>	80.6	87.5	88.0	94.4	97.5	100.3	106.6	111.0	114.2	115.3	116.5
<b>11</b>	80.6	85.9	90.8	95.2	100.4	103.3	91.9	110.0	116.2	116.4	118.5
<b>12</b>	69.2	86.8	89.8	81.3	101.6	104.5	107.0	110.2	117.2	113.7	116.5
<b>13</b>	82.0	86.0	88.7	92.2	104.1	104.5	108.9	111.1	100.1	117.8	119.3
<b>14</b>	80.9	90.8	76.5	95.8	105.0	87.0	109.6	94.8	115.5	120.1	99.7
<b>15</b>	82.2	75.7	89.3	97.4	88.4	104.7	110.8	109.8	115.0	117.4	115.6
<b>16</b>	84.5	90.1	88.6	97.2	104.1	108.2	114.2	111.4	118.6	97.9	114.9
<b>17</b>	86.6	90.9	90.5	96.7	103.4	107.2	110.6	109.1	113.4	116.3	114.9
<b>18</b>	86.9	92.3	92.2	96.1	105.2	105.8	113.0	107.1	116.0	118.8	116.2
<b>19</b>	85.2	88.8	91.4	96.1	104.3	107.3	115.4	108.3	118.4	117.9	118.4
<b>20</b>	81.6	88.2	86.4	84.8	102.1	108.7	109.6	108.1	116.4	116.3	115.4
<b>21</b>	77.4	85.6	86.0	94.4	101.9	107.5	106.1	107.0	106.5	115.4	114.7
<b>22</b>	79.8	83.6	87.0	94.8	101.5	102.1	105.3	108.5	109.9	115.5	
<b>23</b>	79.5	84.3	86.7	93.0	97.9	104.4	109.3	109.3	110.2	116.4	
<b>24</b>	80.5	84.5	88.5	93.7	98.9	103.5	110.3	106.6	110.4	114.2	
<b>25</b>	82.0	84.4	86.4	90.7	99.8	105.8	110.6	106.7	110.7	111.6	
<b>26</b>	82.1	85.7	87.6	90.7	103.5	106.9	106.1	105.6	107.8	111.2	
<b>27</b>	82.0	83.6	83.9	93.6	102.5	107.9	106.5	106.4	110.3	113.6	
<b>28</b>	81.7	83.3	85.2	90.8	102.4	104.3	109.0	109.3	108.5	111.7	
<b>29</b>	82.3	86.0	87.0	92.3	99.8	103.0	110.7	110.3	111.2	115.5	
<b>30</b>	80.4	82.7	87.0	96.1	101.0	105.0	108.3	107.2	110.3	115.3	
<b>31</b>	81.8	83.4	86.4	92.7	97.3	102.0	108.3	105.6	107.2	110.5	
<b>32</b>	84.6	83.6	90.2	94.4	101.6	103.5	110.2	109.5	111.3	113.5	
<b>33</b>	81.6	83.5	90.1	92.9	102.7	103.9	112.1	108.8	110.5	112.8	

<b>Semana</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>
<b>34</b>	81.4	83.4	86.8	93.1	102.0	103.0	110.1	109.2	110.2	112.4	
<b>35</b>	81.0	83.5	85.8	92.9	100.9	102.7	108.7	109.9	108.0	111.4	
<b>36</b>	82.5	83.1	86.0	94.8	100.0	101.9	110.3	109.8	110.4	113.4	
<b>37</b>	82.3	84.0	85.6	91.9	100.2	102.9	107.1	106.2	112.4	111.7	
<b>38</b>	80.6	85.3	86.9	91.2	101.5	104.4	108.5	105.9	111.4	113.1	
<b>39</b>	82.2	85.5	86.8	90.1	103.1	106.2	107.0	107.7	107.1	112.3	
<b>40</b>	83.1	84.8	87.8	83.7	103.9	104.5	105.8	107.5	110.7	111.8	
<b>41</b>	83.7	85.0	88.1	91.3	102.4	102.1	105.6	108.9	112.7	106.0	
<b>42</b>	85.1	85.6	89.4	92.6	100.7	102.4	107.9	107.4	112.4	102.0	
<b>43</b>	81.7	86.0	89.9	90.4	102.0	101.5	102.5	109.6	112.1	112.0	
<b>44</b>	83.7	85.6	87.5	90.4	100.7	102.7	105.9	103.9	106.8	112.4	
<b>45</b>	82.7	86.6	85.6	93.9	103.5	100.9	107.2	105.5	107.1	113.0	
<b>46</b>	79.6	85.3	88.9	94.0	101.4	104.8	101.5	107.0	110.7	113.4	
<b>47</b>	84.6	87.1	92.2	90.2	92.7	107.2	103.8	108.8	112.7	113.6	
<b>48</b>	84.3	84.7	90.7	93.1	101.0	106.4	104.0	109.6	112.3	107.5	
<b>49</b>	85.8	86.0	93.4	95.2	101.4	104.4	105.2	112.2	109.1	113.1	
<b>50</b>	85.6	83.1	88.6	96.1	104.7	106.0	109.3	112.2	106.7	113.7	
<b>51</b>	82.7	81.0	87.5	91.2	101.9	102.5	105.0	103.0	105.6	110.3	
<b>52</b>	80.4	80.0	81.2	86.1	92.6	97.7	102.4	102.9	99.7	103.6	

**ANEXO III. DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN GWH DE EL  
SALVADOR EN EL PERÍODO S1/2002 A S21/2012, SIN EL EFECTO DE: DÍAS  
FESTIVOS, DE SEMANA SANTA Y EFECTO DE LA SEMANA 53.**

<b>Semana</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>
<b>1</b>	74.5	82.8	84.1	87.1	89.6	100.1	104.4	108.5	104.4	107.0	106.0
<b>2</b>	79.2	81.7	82.1	87.7	94.3	99.9	104.9	109.6	102.6	110.4	114.5
<b>3</b>	80.3	80.9	82.9	81.6	94.0	96.9	106.0	106.2	108.2	113.4	114.1
<b>4</b>	80.6	80.8	83.4	86.4	99.5	101.0	104.4	109.4	109.8	113.2	114.3
<b>5</b>	79.4	84.2	86.3	88.1	98.2	100.2	105.9	105.2	113.7	113.7	113.7
<b>6</b>	79.1	84.1	88.4	87.7	97.1	101.1	107.4	110.1	112.4	114.6	115.9
<b>7</b>	78.5	85.2	85.5	90.2	94.9	99.2	106.0	110.7	111.7	115.7	118.1
<b>8</b>	80.1	85.6	86.7	93.6	99.3	98.8	106.9	108.8	112.5	116.4	117.2
<b>9</b>	79.4	88.7	89.9	94.0	98.3	103.3	107.8	106.4	112.6	115.7	116.4
<b>10</b>	80.6	87.5	88.0	94.4	97.5	100.3	106.6	111.0	114.2	115.3	116.5
<b>11</b>	80.6	85.9	90.8	95.2	100.4	103.3	106.8	110.0	116.2	116.4	118.5
<b>12</b>	81.3	86.8	89.8	93.7	101.6	104.5	107.0	110.2	117.2	113.7	116.5
<b>13</b>	82.0	86.0	88.7	92.2	104.1	104.5	108.9	111.1	116.4	117.8	119.3
<b>14</b>	80.9	90.8	89.0	95.8	105.0	104.6	109.6	110.5	115.5	120.1	117.5
<b>15</b>	82.2	90.5	89.3	97.4	104.5	104.7	110.8	109.8	115.0	117.4	115.6
<b>16</b>	84.5	90.1	88.6	97.2	104.1	108.2	114.2	111.4	118.6	116.8	114.9
<b>17</b>	86.6	90.9	90.5	96.7	103.4	107.2	110.6	109.1	113.4	116.3	114.9
<b>18</b>	86.9	92.3	92.2	96.1	105.2	105.8	113.0	107.1	116.0	118.8	116.2
<b>19</b>	85.2	88.8	91.4	96.1	104.3	107.3	115.4	108.3	118.4	117.9	118.4
<b>20</b>	81.6	88.2	86.4	84.8	102.1	108.7	109.6	108.1	116.4	116.3	115.4
<b>21</b>	77.4	85.6	86.0	94.4	101.9	107.5	106.1	107.0	106.5	115.4	114.7
<b>22</b>	79.8	83.6	87.0	94.8	101.5	102.1	105.3	108.5	109.9	115.5	
<b>23</b>	79.5	84.3	86.7	93.0	97.9	104.4	109.3	109.3	110.2	116.4	
<b>24</b>	80.5	84.5	88.5	93.7	98.9	103.5	110.3	106.6	110.4	114.2	
<b>25</b>	82.0	84.4	86.4	90.7	99.8	105.8	110.6	106.7	110.7	111.6	
<b>26</b>	82.1	85.7	87.6	90.7	103.5	106.9	106.1	105.6	107.8	111.2	
<b>27</b>	82.0	83.6	83.9	93.6	102.5	107.9	106.5	106.4	110.3	113.6	
<b>28</b>	81.7	83.3	85.2	90.8	102.4	104.3	109.0	109.3	108.5	111.7	
<b>29</b>	82.3	86.0	87.0	92.3	99.8	103.0	110.7	110.3	111.2	115.5	
<b>30</b>	80.4	82.7	87.0	96.1	101.0	105.0	108.3	107.2	110.3	115.3	
<b>31</b>	81.8	83.4	86.4	92.7	97.3	102.0	108.3	105.6	107.2	110.5	
<b>32</b>	84.6	83.6	90.2	94.4	101.6	103.5	110.2	109.5	111.3	113.5	
<b>33</b>	81.6	83.5	90.1	92.9	102.7	103.9	112.1	108.8	110.5	112.8	

<b>Semana</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>
<b>34</b>	81.4	83.4	86.8	93.1	102.0	103.0	110.1	109.2	110.2	112.4	
<b>35</b>	81.0	83.5	85.8	92.9	100.9	102.7	108.7	109.9	108.0	111.4	
<b>36</b>	82.5	83.1	86.0	94.8	100.0	101.9	110.3	109.8	110.4	113.4	
<b>37</b>	82.3	84.0	85.6	91.9	100.2	102.9	107.1	106.2	112.4	111.7	
<b>38</b>	80.6	85.3	86.9	91.2	101.5	104.4	108.5	105.9	111.4	113.1	
<b>39</b>	82.2	85.5	86.8	90.1	103.1	106.2	107.0	107.7	107.1	112.3	
<b>40</b>	83.1	84.8	87.8	83.7	103.9	104.5	105.8	107.5	110.7	111.8	
<b>41</b>	83.7	85.0	88.1	91.3	102.4	102.1	105.6	108.9	112.7	106.0	
<b>42</b>	85.1	85.6	89.4	92.6	100.7	102.4	107.9	107.4	112.4	102.0	
<b>43</b>	81.7	86.0	89.9	90.4	102.0	101.5	102.5	109.6	112.1	112.0	
<b>44</b>	83.7	85.6	87.5	90.4	100.7	102.7	105.9	103.9	106.8	112.4	
<b>45</b>	82.7	86.6	85.6	93.9	103.5	100.9	107.2	105.5	107.1	113.0	
<b>46</b>	79.6	85.3	88.9	94.0	101.4	104.8	101.5	107.0	110.7	113.4	
<b>47</b>	84.6	87.1	92.2	90.2	92.7	107.2	103.8	108.8	112.7	113.6	
<b>48</b>	84.3	84.7	90.7	93.1	101.0	106.4	104.0	109.6	112.3	107.5	
<b>49</b>	85.8	86.0	93.4	95.2	101.4	104.4	105.2	112.2	109.1	113.1	
<b>50</b>	85.6	83.1	88.6	96.1	104.7	106.0	109.3	112.2	106.7	113.7	
<b>51</b>	82.7	81.0	87.5	91.2	101.9	102.5	105.0	103.0	105.6	110.3	
<b>52</b>	80.4	80.0	81.2	86.1	92.6	97.7	102.4	102.9	99.7	103.6	

## ANEXO IV. DEMANDA REAL Y PREDICCIONES DE LOS MODELOS

<b>Año 2009</b>			
<b>Semana</b>	<b>Demanda Real GWh</b>	<b>Pronóstico ARIMA</b>	<b>Pronóstico Modelo Econométrico</b>
1	108.53	103.77	101.65
2	109.61	104.81	105.13
3	106.22	103.77	101.49
4	109.43	105.70	106.88
5	105.20	106.58	106.80
6	110.14	106.98	106.58
7	110.73	106.17	106.08
8	108.77	107.80	108.91
9	106.39	109.31	110.30
10	111.03	108.36	109.11
11	109.99	109.53	111.58
12	110.25	109.77	111.55
13	111.08	110.04	112.13
14	94.78	94.58	95.60
15	109.82	111.89	114.23
16	111.38	112.99	115.45
17	105.73	107.73	114.62
18	107.12	113.58	111.98
19	108.29	113.22	114.79
20	108.15	110.77	114.11
21	106.96	108.96	113.26
22	108.49	108.27	111.39
23	109.27	108.42	110.14
24	106.55	109.10	110.47
25	106.67	109.11	110.45
26	105.58	109.49	112.19
27	106.42	109.12	113.33
28	109.32	108.69	110.90
29	110.34	109.27	110.07
30	107.21	109.20	112.74
31	95.19	96.24	101.22
32	109.45	110.28	110.47
33	108.80	110.13	111.72

<b>Año 2009</b>			
<b>Semana</b>	<b>Demanda Real GWh</b>	<b>Pronóstico ARIMA</b>	<b>Pronóstico Modelo Econométrico</b>
34	109.25	109.09	111.19
35	109.91	108.49	110.62
36	109.80	108.91	110.71
37	103.13	104.80	107.13
38	105.87	108.90	110.77
39	107.71	109.24	111.54
40	107.49	109.32	112.88
41	108.93	108.85	110.32
42	107.35	109.63	110.33
43	109.58	108.22	109.57
44	100.48	105.51	105.66
45	105.49	109.14	111.29
46	107.02	108.43	111.96
47	108.80	110.12	111.21
48	109.56	109.93	112.03
49	112.19	110.97	112.32
50	112.16	110.67	114.59
51	94.65	101.16	110.87
52	95.54	94.92	100.79
Total	5577.80	5609.93	5713.13

<b>Año 2010</b>			
<b>Semana</b>	<b>Demanda Real GWh</b>	<b>Pronóstico ARIMA</b>	<b>Pronóstico Modelo Econométrico</b>
1	104.41	106.72	103.17
2	102.60	107.76	109.68
3	108.19	106.36	108.84
4	109.83	108.49	111.84
5	113.74	108.58	111.60
6	112.41	109.68	112.05
7	111.68	109.05	110.02
8	112.51	110.13	111.85
9	112.58	111.06	113.47
10	114.20	110.92	111.62

<b>Año 2010</b>			
<b>Semana</b>	<b>Demanda Real GWh</b>	<b>Pronóstico ARIMA</b>	<b>Pronóstico Modelo Econométrico</b>
11	116.25	111.78	114.02
12	117.24	112.04	114.84
13	100.05	95.55	97.51
14	115.53	113.43	117.96
15	114.99	113.80	116.69
16	118.64	115.03	119.72
17	113.39	112.83	116.46
18	116.04	114.80	116.17
19	118.41	114.76	119.91
20	116.43	112.64	117.55
21	106.54	110.93	115.73
22	109.90	110.50	113.34
23	110.20	110.82	114.21
24	110.43	110.98	114.61
25	110.71	111.03	115.95
26	107.82	111.13	116.16
27	110.33	110.98	116.27
28	108.55	111.06	115.81
29	111.23	111.68	114.93
30	110.25	111.17	115.30
31	96.67	96.04	105.25
32	111.32	112.38	114.33
33	110.47	112.21	116.89
34	110.16	111.39	115.57
35	108.01	110.96	114.55
36	110.36	111.30	114.45
37	109.60	106.66	110.93
38	111.37	110.70	115.34
39	107.08	111.25	116.06
40	110.67	111.22	115.34
41	112.72	111.03	113.82
42	112.40	111.46	114.10
43	112.07	110.54	112.32
44	103.47	104.99	110.99
45	107.11	110.78	114.32
46	110.68	110.36	112.93

<b>Año 2010</b>			
<b>Semana</b>	<b>Demanda Real GWh</b>	<b>Pronóstico ARIMA</b>	<b>Pronóstico Modelo Econométrico</b>
47	112.74	112.05	114.34
48	112.26	111.59	114.26
49	109.13	112.53	114.11
50	106.70	113.03	117.53
51	100.28	105.01	111.80
52	94.41	97.26	102.20
Total	5724.754	5720.437	5898.720

<b>Año 2011</b>			
<b>Semana</b>	<b>Demanda Real GWh</b>	<b>Pronóstico ARIMA</b>	<b>Pronóstico Modelo Econométrico</b>
1	107.00	109.48	105.62
2	110.44	110.16	110.63
3	113.43	109.67	108.76
4	113.17	111.72	110.78
5	113.69	112.36	109.54
6	114.58	113.09	112.12
7	115.73	112.46	111.15
8	116.35	113.54	110.64
9	115.73	114.40	111.77
10	115.32	114.44	111.86
11	116.37	115.47	113.14
12	113.66	115.81	113.23
13	117.81	116.02	114.20
14	120.09	116.81	114.60
15	117.35	117.08	114.49
16	97.86	100.82	98.13
17	116.30	117.45	112.59
18	118.81	118.15	113.37
19	117.91	118.35	116.51
20	116.28	116.25	114.96
21	115.37	114.17	112.86
22	115.45	113.54	111.19
23	116.39	113.81	113.66



<b>Año 2011</b>			
<b>Semana</b>	<b>Demanda Real GWh</b>	<b>Pronóstico ARIMA</b>	<b>Pronóstico Modelo Econométrico</b>
24	114.20	114.02	112.74
25	111.63	114.08	113.75
26	111.18	113.85	112.18
27	113.64	114.01	112.96
28	111.72	113.81	113.55
29	115.53	114.70	114.03
30	115.31	114.15	112.85
31	99.62	100.48	102.51
32	113.45	115.36	112.44
33	112.85	115.08	114.31
34	112.40	114.31	113.46
35	111.39	113.65	113.07
36	113.37	114.26	113.29
37	108.49	109.97	108.51
38	113.08	113.90	112.23
39	112.28	113.83	112.97
40	111.78	114.29	111.88
41	106.03	114.38	111.45
42	101.97	114.74	111.82
43	111.99	113.88	110.36
44	109.16	109.26	107.80
45	112.97	113.47	110.36
46	113.39	113.56	110.32
47	113.61	115.31	112.60
48	107.52	114.93	112.64
49	113.08	116.11	113.24
50	113.67	116.45	115.36
51	109.65	109.23	104.72
52	102.26	103.68	100.64
<b>Total</b>	<b>5852.320</b>	<b>5893.798</b>	<b>5793.840</b>



**ANEXO V. ERROR RELATIVO PORCENTUAL DE LOS MODELOS PARA  
LOS AÑOS 2009, 2010 Y 2011**

Semana	2009		2010		2011	
	Error Relativo Porcentual ARIMA	Error Relativo Porcentual Econométrico	Error Relativo Porcentual ARIMA	Error Relativo Porcentual Econométrico	Error Relativo Porcentual ARIMA	Error Relativo Porcentual Econométrico
1	4.39%	6.35%	-2.22%	1.18%	-2.32%	1.28%
2	4.38%	4.09%	-5.03%	-6.90%	0.26%	-0.17%
3	2.30%	4.45%	1.69%	-0.60%	3.31%	4.12%
4	3.41%	2.33%	1.22%	-1.83%	1.27%	2.11%
5	-1.31%	-1.52%	4.54%	1.88%	1.17%	3.65%
6	2.87%	3.24%	2.43%	0.32%	1.29%	2.14%
7	4.12%	4.20%	2.35%	1.48%	2.83%	3.96%
8	0.89%	-0.13%	2.12%	0.59%	2.41%	4.91%
9	-2.74%	-3.67%	1.35%	-0.79%	1.14%	3.42%
10	2.40%	1.73%	2.87%	2.26%	0.76%	3.00%
11	0.42%	-1.45%	3.84%	1.91%	0.78%	2.78%
12	0.44%	-1.18%	4.44%	2.05%	-1.89%	0.38%
13	0.94%	-0.94%	4.50%	2.54%	1.52%	3.07%
14	0.21%	-0.87%	1.82%	-2.10%	2.73%	4.57%
15	-1.88%	-4.01%	1.04%	-1.48%	0.23%	2.44%
16	-1.45%	-3.66%	3.05%	-0.91%	-3.02%	-0.28%
17	-1.90%	-8.41%	0.49%	-2.71%	-0.99%	3.19%
18	-6.03%	-4.54%	1.07%	-0.11%	0.56%	4.58%
19	-4.55%	-6.00%	3.08%	-1.27%	-0.37%	1.18%
20	-2.42%	-5.51%	3.26%	-0.96%	0.02%	1.14%
21	-1.87%	-5.89%	-4.12%	-8.62%	1.04%	2.18%
22	0.20%	-2.67%	-0.55%	-3.14%	1.66%	3.69%
23	0.78%	-0.80%	-0.56%	-3.64%	2.21%	2.34%
24	-2.39%	-3.68%	-0.49%	-3.79%	0.16%	1.28%
25	-2.29%	-3.54%	-0.29%	-4.74%	-2.20%	-1.89%
26	-3.71%	-6.26%	-3.07%	-7.74%	-2.40%	-0.90%
27	-2.54%	-6.49%	-0.59%	-5.39%	-0.32%	0.60%
28	0.58%	-1.44%	-2.31%	-6.69%	-1.87%	-1.64%
29	0.97%	0.24%	-0.40%	-3.33%	0.72%	1.30%
30	-1.85%	-5.16%	-0.83%	-4.58%	1.01%	2.14%
31	-1.11%	-6.34%	0.66%	-8.87%	-0.87%	-2.90%

Semana	2009		2010		2011	
	Error Relativo Porcentual ARIMA	Error Relativo Porcentual Econométrico	Error Relativo Porcentual ARIMA	Error Relativo Porcentual Econométrico	Error Relativo Porcentual ARIMA	Error Relativo Porcentual Econométrico
32	-0.76%	-0.93%	-0.95%	-2.70%	-1.68%	0.89%
33	-1.23%	-2.69%	-1.58%	-5.81%	-1.97%	-1.30%
34	0.14%	-1.78%	-1.12%	-4.91%	-1.70%	-0.94%
35	1.29%	-0.65%	-2.73%	-6.06%	-2.04%	-1.52%
36	0.81%	-0.83%	-0.85%	-3.70%	-0.78%	0.07%
37	-1.62%	-3.89%	2.68%	-1.21%	-1.37%	-0.02%
38	-2.86%	-4.63%	0.60%	-3.57%	-0.73%	0.75%
39	-1.42%	-3.56%	-3.89%	-8.38%	-1.39%	-0.62%
40	-1.71%	-5.02%	-0.50%	-4.22%	-2.25%	-0.09%
41	0.07%	-1.28%	1.49%	-0.98%	-7.87%	-5.11%
42	-2.12%	-2.77%	0.84%	-1.51%	-12.52%	-9.65%
43	1.24%	0.02%	1.36%	-0.22%	-1.68%	1.46%
44	-5.00%	-5.16%	-1.47%	-7.26%	-0.10%	1.24%
45	-3.46%	-5.50%	-3.43%	-6.73%	-0.45%	2.31%
46	-1.32%	-4.61%	0.29%	-2.03%	-0.15%	2.71%
47	-1.21%	-2.22%	0.61%	-1.41%	-1.49%	0.89%
48	-0.33%	-2.25%	0.59%	-1.78%	-6.89%	-4.76%
49	1.08%	-0.12%	-3.12%	-4.56%	-2.68%	-0.14%
50	1.32%	-2.17%	-5.93%	-10.15%	-2.45%	-1.49%
51	-6.88%	-17.14%	-4.72%	-11.49%	0.38%	4.49%
52	0.65%	-5.49%	-3.02%	-8.25%	-1.38%	1.59%

**ANEXO VI. PRONÓSTICO DE DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA DE EL  
SALVADOR PARA EL PERÍODO SEMANA 22 DE 2012- SEMANA 21 DE 2013**

<b>Año</b>	<b>Semana</b>	<b>Pronóstico GWh</b>
2012	22	113.88
2012	23	114.04
2012	24	113.80
2012	25	113.50
2012	26	113.05
2012	27	113.70
2012	28	113.27
2012	29	114.65
2012	30	114.09
2012	31	106.93
2012	32	111.59
2012	33	114.51
2012	34	113.82
2012	35	113.07
2012	36	113.93
2012	37	111.51
2012	38	113.54
2012	39	113.24
2012	40	113.62
2012	41	112.86
2012	42	113.74
2012	43	113.33
2012	44	108.92
2012	45	112.96
2012	46	113.22
2012	47	114.73
2012	48	113.58
2012	49	114.87
2012	50	115.00
2012	51	112.57
2012	52	103.33
2012	53	100.47
2013	1	111.42
2012	2	113.55

<b>Año</b>	<b>Semana</b>	<b>Pronóstico GWh</b>
2013	3	113.66
2013	4	115.14
2013	5	115.56
2013	6	116.58
2013	7	116.59
2013	8	117.24
2013	9	117.57
2013	10	117.68
2013	11	118.86
2013	12	100.41
2013	13	119.61
2013	14	120.10
2013	15	119.62
2013	16	120.64
2013	17	115.81
2013	18	120.57
2013	19	121.09
2013	20	118.93
2013	21	117.21