

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA



TESIS:

**ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS COORDENADAS DEL
SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL (GPS) DEL
VOLCÁN CHAPARRASTIQUE, SAN MIGUEL, EL
SALVADOR, 2015.**

POR:

RENÉ ADALBERTO RIVAS MORENO

PARA OPTAR AL GRADO DE:

LICENCIADO EN ESTADÍSTICA

Ciudad universitaria, diciembre de 2016

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA



TESIS:

**ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS COORDENADAS DEL
SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL (GPS) DEL
VOLCÁN CHAPARRASTIQUE, SAN MIGUEL, EL
SALVADOR, 2015.**

POR:

RENÉ ADALBERTO RIVAS MORENO

PARA OPTAR AL GRADO DE:

LICENCIADO EN ESTADÍSTICA

ASESORES:

Msc. GIOVANNI MOLINA

Msc. PEDRO RAMOS

Ciudad universitaria, diciembre de 2016

AUTORIDADES

RECTOR INTERINO:

LIC. JOSÉ LUIS ARGUETA ANTILLÓN

SECRETARIA GENERAL:

DRA. ANA LETICIA ZAVALA DE AMAYA

FISCAL GENERAL:

LIC. NORA BEATRIZ MELÉNDEZ

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

DECANO:

LIC. MAURICIO HERNÁN LOVO CÓRDOVA

SECRETARIA:

LIC. DAMARIS MELANY HERRERA TURCIOS

ESCUELA DE MATEMÁTICA

DIRECTOR:

DR. JOSÉ NERYS FUNES TORRES

SECRETARIA:

MSC. ALBA IDALIA CÓRDOVA CUÉLLAR

Ciudad universitaria, diciembre de 2016

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA

Msc. GIOVANNI MOLINA
ASESOR

Msc. PEDRO RAMOS
ASESOR

Ciudad universitaria, diciembre de 2016

Agradecimientos

Este trabajo de grado ha sido realizado en un esfuerzo del que han sido partícipe directa o indirectamente varias personas, es por ello que, en este apartado deseo agradecer a todos los que fueron parte de este proceso.

- A mis padres Daniel Rivas y Teresa Moreno principalmente por su visión de superación académica y profesional para todos sus hijos, les dedico este logro ya que sin ustedes no lo habría logrado y no hay forma de pagarles todo lo que han hecho por mí. Gracias a mi madre por sus cariño y amor incondicional y a mi padre por sus consejos y sus palabras que han guiado mi vida.
- A Quetzalcóatl el dios civilizador prehispánico, como el dios de la vida, de la luz, de la sabiduría, del conocimiento para nuestros pueblos precolombinos, raíz y origen de nuestra civilización actual.
- A mis hermanas Claudia y Perla por ser mi compañía, por desearme continuamente lo mejor. A Claudia por confiar, creer en mí y en mis expectativas, darme su mano cuando lo necesité. Por ser el ejemplo de una hermana mayor y de la cual aprendí en aciertos y en momentos difíciles.
- A Silvia Alemán, quien con su ayuda desinteresada, brindó apoyo relevante a mí y mis hermanas, frente a realidad de nuestras necesidades.
- A mi asesores Giovanni Molina y Pedro Ramos por sus conocimientos, orientaciones, motivación. Inculcaron en mí el sentido de responsabilidad y rigor académico. Agradezco la confianza, apoyo y dedicación de tiempo.
- A Esmeralda la revisión del léxico, sintaxis, gramática, ortografía, coherencia argumental, expresividad y cualquier aspecto que pueda condicionar el texto. Sobre todo, por su amor incondicional.
- A mis amigos, con quienes nos apoyamos mutuamente en nuestra formación profesional y por compartir los buenos y malos momentos así como por confiar y creer en mí, por haber hecho de mi etapa universitaria un trayecto de vivencias que nunca olvidaré.

Contenido

Introducción	7
Antecedentes.....	8
Planteamiento del Problema.....	9
Justificación.....	11
Objetivos.....	12
General.....	12
Específicos.....	12
CAPITULO I: SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL (GPS)	13
1.1 Fundamentos históricos: Sistema de Posicionamiento Global GPS.....	13
1.2 Funcionamiento del sistema GPS.....	14
1.3 Sistema de Posicionamiento Global (GPS).....	15
1.3.1 Descripción del Sistema de Posicionamiento Global (GPS).....	15
1.3.2 Posición de los satélites.....	15
1.3.3 Pseudorango.....	16
1.3.4 Segmento espacial y segmento de control.....	16
1.3.5 El "pseudorango" observable.....	17
1.3.6 El código C/A.....	19
1.3.7 El código P.....	19
1.4 Transmisión de la señal del Sistema de Posicionamiento Global (GPS).....	20
1.5 La técnica de autocorrelación.....	20
1.5.1 Ecuaciones de observación de pseudorango.....	21
1.6 Posicionamiento de puntos usando "Pseudorango".....	24
1.6.1 Estimación de mínimos cuadrados.....	24
1.6.2 La solución de mínimos cuadrados.....	25
1.7 Cálculo del error.....	27
1.7.1 Las matrices de Covarianza y Cofactor.....	27
1.7.2 Interpretación de la matriz de covarianza.....	28
1.7.3 Los errores de coordenada locales.....	29
1.9 Utilidades del sistema de Posicionamiento Global (GPS).....	30
1.10 Utilidades del Sistema de Posicionamiento Global en el medio ambiente.....	31
1.11 Utilidad del Sistema de Posicionamiento Global (GPS) en la vulcanología	32
1.12 Sistema de Posicionamiento Global (GPS), utilidad en El Salvador.....	32
1.12.1 Red de monitoreo sísmico en El Salvador	33
CAPITULO II: EL VOLCÁN CHAPARRASTIQUE	34
2.1 Generalidades.....	34
2.2 Erupciones del Volcán de San Miguel.....	35
2.3 Vigilancia volcánica.....	37
2.3.1 Estudios de deformación realizados en el volcán de San Miguel.....	39
2.3.1.1 Proyecto MARN - Universidad de Winsconsin.....	39
2.3.1.2 Caracterización de la deformación usando interferometría de radar.....	40
2.3.1.3 Monitoreo reforzado por la erupción del 29 de diciembre de 2013.....	41
2.3.1.4 Medición de deformación proximal en la zona y datos actuales.....	42
CAPITULO III: EL ANÁLISIS ESTADÍSTICO	44
3.1 Introducción al análisis estadístico.....	44
3.2 Metodología para la obtención de las muestras.....	44

3.3 Medias aritméticas.....	45
3.4 Determinación de la normalidad de los datos.....	45
3.5 Determinación de la homocedasticidad (igualdad de varianzas) de los datos.....	46
3.6 Análisis de la Varianza (ANOVA).....	47
CAPITULO IV: APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO	51
4.1 Introducción a la aplicación del análisis estadístico.....	51
4.2 Selección de la muestra aleatoria.....	52
4.3 Prueba de los requisitos para la aplicación del análisis ANOVA.....	53
4.4 Aplicación del análisis ANOVA.....	56
4.4.1 Medias aritméticas.....	56
4.4.2 Determinación de igualdad o diferencia de tratamientos.....	59
4.5 Análisis gráfico	67
4.5.1 Variaciones de las coordenadas.....	67
4.5.2 Comparación gráfica de las estaciones de monitoreo.....	72
Conclusiones	83
Referencias	85
Anexo: Gráficos de las incertezas de las coordenadas	87

1. Introducción

A través de la historia, el hombre se ha preocupado por muchos siglos por conocer el lugar en el que habita, y consecuentemente la ubicación en una región determinada. En esa trayectoria de investigación se han utilizado diferentes sistemas, como el sistema TRANSIT (que también fue conocido como NAVSAT) que fue el primer sistema de navegación por satélite en funcionar para luego dar paso al sistema actual conocido como GPS.

El SPG o GPS (Sistema de Posicionamiento Global ó Global Positioning System) es un sistema global de navegación por satélite que permite determinar en todo el mundo la posición de un objeto, una persona, un vehículo, un barco, un avión o un iceberg sobre nuestro planeta con una precisión de hasta milímetros. Desarrollado por Estados Unidos, se ha incorporado masivamente a todo tipo de trabajos que necesitan una precisión exhaustiva a la hora de determinar la posición de los diferentes lugares representados por puntos en todo el espacio terrestre. La base de este sistema consiste en un conjunto de veinticuatro satélites que en todo momento están describiendo una órbita en torno a la tierra. Estos satélites emiten su señal durante las veinticuatro horas del día. La recepción de varias de estas señales es lo que permite al GPS portátil (del tamaño de un transistor de bolsillo), calcular su posición en la tierra.

En este trabajo de investigación se describe cómo la tecnología GPS ha tomado gran importancia en aplicaciones científicas y específicamente aplicada en el análisis y prevención del riesgo. Este análisis y prevención de riesgo ha resultado de interés aplicarlo como una necesidad en nuestro país por el tipo de geografía y en especial porque nos encontramos en *el cinturón de fuego del Pacífico*, encontrándose en nuestro país seis volcanes activos y con la herramienta del GPS es posible estudiar cómo se modifica la estructura territorial de dichos volcanes.

Desde finales del año 2013 a la fecha, el volcán Chaparrastique, ubicado en el departamento de San Miguel, ha tenido una fuerte actividad volcánica, lo cual lleva a las entidades de gobierno, vulcanólogos e investigadores a prestar especial atención al comportamiento de dicho volcán y con ello monitorear todos sus componentes: materiales expulsados, movimientos telúricos y deformaciones en su superficie. Este último aspecto, es el que se pretende estudiar y analizar en este proyecto de investigación, ya que además de clasificar y estructurar los datos que proporcionan los satélites a través de las diferentes estaciones de monitoreo, cuya información son datos obtenidos en secuencia, se estará presentando una serie de tiempo en la que se apreciarán los cambios sufridos en el volcán de Chaparrastique en toda su superficie geográfica durante el año 2015. Se analizará la incerteza de las coordenadas del volcán en distintos intervalos de tiempo, si es relevante o no considerar dichos intervalos para la posterior metodología de captura de datos que asegurará la mínima incerteza posible. Se mostrará por lo tanto, la situación actual de dicha tecnología, así como su importancia en la ejecución de proyectos estadísticos, principalmente en el área de georreferenciación.

Se pretende en esta investigación, definir la metodología para plantear la forma del abordaje y el análisis de la información obtenida a partir de la navegación satelital y establecer el ideal tratamiento de los datos que se obtienen. Se manifiestan los alcances de la investigación, así como las limitaciones o condiciones que puedan impedir en alguna medida la realización de la misma. Para poder realizar el análisis que se presenta en esta investigación se han utilizado los paquetes estadísticos *SPSS* y *R*.

Antecedentes

El lanzamiento del satélite espacial estadounidense *Vanguard* en 1959 puso de manifiesto que la transmisión de señales de radio desde el espacio podría utilizarse para orientarnos y situarnos en la superficie terrestre, o, a la inversa, localizar un punto cualquiera en la tierra.

Los sistemas anteriores de posicionamiento que empleaban estaciones terrestres de A.M. (Amplitud Modulada) cubrían un área mayor que los de UHF (Frecuencias ultracortas), pero no podían determinar con exactitud una posición debido a las interferencias atmosféricas que afectan a las señales de radio de amplitud modulada y a la propia curvatura de la Tierra que desvía las ondas.

Por tanto, la forma de resolver este problema era colocando transmisores de radio en el espacio cósmico que emitieran constantemente señales codificadas en dirección a la Tierra. De hecho esas señales cubrirían un área mucho mayor que las de A.M., sin introducir muchas interferencias en su recorrido. Sin embargo, no fue hasta 1993 que el Departamento de Defensa de los Estados Unidos de América, basado en la experiencia recogida del satélite *Vanguard* (en un principio para uso exclusivamente militar) puso en funcionamiento un sistema de localización por satélite conocido por las siglas en inglés GPS (Global Positioning System - Sistema de Posicionamiento Global).

En sus inicios el propio Departamento de Defensa programó errores de cálculo codificados en las transmisiones de los satélites GPS para limitarlo solamente a la actividad militar que sí contaba con decodificadores para interpretar correctamente las señales, pero a partir de mayo de 2000 esta práctica quedó cancelada y hoy en día el sistema GPS ha mejorado en comparación a los sistemas de navegación anteriores, los cuales quedaron obsoletos ya que las mejoras electrónicas permitieron al sistema GPS realizar mediciones y cálculos de manera mucho más eficiente. Se utiliza ampliamente en muchas actividades de la vida civil, aunque no está exento de ser reprogramado de nuevo en caso de cualquier conflicto bélico.

Este sistema permite conocer la posición y la altura a la nos encontramos situados en cualquier punto de la Tierra en todo momento, ya sea que estemos situados en un punto fijo sin desplazarnos, e incluso en movimiento, tanto de día como de noche. El sistema GPS permite rastrear también, en tiempo real, la ubicación de una persona, animal, vehículo, etc., desde cualquier sitio y prestar auxilio si fuera necesario, con la condición que estén equipados con un dispositivo que pueda emitir algún tipo de señal, ya sea de radio o telefónica, que permita su localización. La primera prueba exitosa del sistema GPS desde el punto de vista práctico como instrumento de ayuda a la navegación, la realizó el trasbordador espacial Discovery en el mismo año (1993) que se puso en funcionamiento el sistema. Actualmente los satélites GPS pertenecen a una segunda generación denominada Block II (García Álvarez, 2015).

Planteamiento del problema

El Salvador se ubica en el Cinturón de Fuego de Pacífico, es un país con muchos volcanes activos donde el 90% de su territorio está conformado por materiales volcánicos. En El Salvador se han realizado reconocimientos del campo y estudios geológicos que han establecido criterios para la clasificación de los volcanes activos. Uno de ellos es el volcán Chaparrastique, ubicado en el departamento de San Miguel, El Salvador.

Actualmente, el volcán Chaparrastique se ha convertido en foco de atención para los investigadores y observadores del MARN, ya que desde el año 2013 hasta la fecha, dicho volcán ha incrementado su actividad eruptiva, y por lo tanto se vuelve muy importante su observación para prevenir posibles desastres. Esto es debido a que hay asentamientos humanos organizados en comunidades y/o cantones en las faldas del volcán y para éstos se vuelve una situación de peligro el hecho de que la actividad del volcán derive en una erupción de grandes magnitudes, produciendo catástrofes en dichas comunidades y/o cantones.

El Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales a través del área de Vulcanología realizan todo tipo de observaciones a este volcán. Para ello se realizó la instalación de cámaras para la observación de emisiones de materiales volcánicos como gases, roca, etc. Se lleva a cabo el registro de lecturas de movimientos sísmicos dentro y alrededor del volcán, registros de erupciones, lluvias y lecturas satelitales con ayuda del GPS, para monitorear y estudiar la deformación del territorio del volcán. En este último ámbito mencionado, es el interés de esta investigación. Se cuenta con las bases de datos del MARN y se estudiarán dichas bases con el objetivo de determinar cuál es el intervalo óptimo en el que deben tomarse las mediciones. Se desarrollará un mecanismo estadístico para analizar todos los datos que el software libre GIPSY (GPS Inferred Positioning System) -desarrollado por la NASA para la conversión de las lecturas satelitales a coordenadas geocéntricas- proporciona para conocer la situación específica en días u horas de cómo se ha comportado el terreno en toda la estructura del volcán, y usando los paquetes de software *SPSS* y *R*.

Dentro del desarrollo de ese mecanismo estadístico, lo que se pretende específicamente es, construir una metodología de análisis que permita el correcto procesamiento de los datos, estudiando su variabilidad, indicando cuál es el intervalo óptimo de lectura de coordenadas (cada día, cada doce horas, cada ocho horas, cada cuatro horas, cada dos horas, cada hora o cada treinta minutos) además de realizar comparaciones entre los diferentes intervalos de medición. Se utilizará además la incerteza de las coordenadas (el nivel de error que el sistema GPS comete al calcular cada medida) para determinar qué estaciones capturan los datos más precisos. Finalmente, proveer de un documento base en el que se tenga una referencia para el análisis adecuado de futuros datos y para otros volcanes.

Delimitación teórica del problema de investigación

Objeto de estudio

Coordenadas satelitales del volcán Chaparrastique.

Campo de acción

Análisis estadístico de las coordenadas satelitales del volcán Chaparrastique.

Delimitación temática

El presente trabajo pretende desarrollar una metodología de análisis estadístico de la deformación del volcán Chaparrastique, a través de sus coordenadas satelitales.

Delimitación temporal

El estudio está enmarcado en los datos recolectados en serie de tiempo año 2015.

Delimitación geográfica

Este estudio tendrá como espacio territorial el volcán Chaparrastique de San Miguel, El Salvador.

Justificación

La relevancia de esta tecnología del Sistema de Posicionamiento Global (GPS), es que se utiliza como una herramienta de ubicación territorial de última generación que describe la posición de cualquier objeto en el planeta tierra, es aplicada comúnmente en Geodesia, Topografía, Cartografía y áreas afines con el propósito de generar precisiones milimétricas, con el uso de pequeños sistemas GPS y minimizar costos y tiempos de ejecución de los proyectos. En cuanto al monitoreo volcánico, hoy en día es muy rápido y fácil conocer los parámetros y otros datos de localización sobre los eventos volcánicos que ocurren en El Salvador. Pero para poder llegar a desarrollar ese sistema de monitoreo efectivo, las investigaciones en El Salvador han tenido que recorrer un duro y largo camino. La estadística, como ciencia del análisis de datos, propone muchas herramientas para procesar y analizar dichos datos, en este caso, los que brindan los satélites y de esta forma llegar a una correcta interpretación de estos de manera que al transformarlos se obtenga el mínimo error y los cálculos de las coordenadas sean lo más fidedignos posible, gracias a las pruebas estadísticas de fidelidad que la misma ciencia provee.

Lo importante de la tecnología de Posicionamiento Global para la medición de deformación es que ha permitido al Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales (MARN) realizar mediciones en la estructura del volcán de San Miguel. Estas mediciones representan ese comportamiento de deformación, de ahí entonces es importante contar con la estadística para analizar las coordenadas satelitales y que el registro de dichas coordenadas se elabore de la mejor manera posible. Se establecerá entonces cuál es el periodo idóneo en el que se deben registrar dichas coordenadas (cada día, cada doce horas, cada ocho horas, cada cuatro horas, cada dos horas, cada hora o cada treinta minutos) y un análisis de la variabilidad de éstas a través del tiempo para complementar el estudio y así elegir cual es ese intervalo ideal para futuras mediciones. Así, la tecnología GPS se complementará con un correcto tratamiento de los datos que luego servirá al MARN para la elaboración de informes de deformación volcánica más precisos.

La precisión de los datos es milimétrica, por lo tanto el estudio de estos se realizará a este mismo nivel, en donde se investigará que los datos que se usan para presentar como informe final por la institución no sobrepasen el margen de error (el milímetro) que se ha considerado para la toma de dichos datos. Es por eso que dentro de las diferentes bases de datos que se estudiarán, se tomará como referente la que menor variabilidad presente de todas ellas y que este margen de error no sea sobrepasado.

El presente trabajo dará a conocer el funcionamiento y beneficio que la tecnología GPS brinda a los usuarios. Además, dará a conocer, tanto al MARN como a la Universidad de El Salvador, una correcta interpretación estadística de los datos proporcionados por estaciones de monitoreo volcánico, proveyendo una metodología de adecuado análisis de los datos para estudios de otros volcanes ya sea nacional o internacionalmente.

Objetivos

Objetivo general

- Estudiar las lecturas satelitales GPS de la deformación del volcán Chaparrastique de San Miguel utilizando la información satelital de GPS registrada durante el año 2015, para validar estadísticamente la metodología del registro de las coordenadas GPS en intervalos de medición adecuados.

Objetivos específicos

- Generar bases de datos de las coordenadas GPS del volcán de San Miguel de distintos intervalos de tiempo.
- Analizar la serie de lecturas satelitales tomadas en los distintos intervalos de tiempo y determinar cuál es el intervalo de tiempo óptimo en el que deben tomarse las mediciones, apoyado de evidencia estadística sustentable.
- Estudiar la variabilidad de las coordenadas GPS para establecer qué serie de datos presenta la menor varianza.
- Proponer una metodología de captura de datos que asegure la mínima incerteza posible en el registro de las coordenadas satelitales para futuras referencias.

CAPÍTULO I

1. SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL (GPS)

1.1 Fundamentos históricos: Sistema de Posicionamiento Global GPS

De acuerdo con Jorge R. Rey (2000) el GPS surgió debido a la necesidad de las fuerzas armadas de tener un sistema de navegación preciso, que funcionara en aplicaciones diversas. El desarrollo de la tecnología de GPS descansa en progresos en ciencias físicas, en la electrónica, en ciencias de materiales y en muchas otras, pero fue el desarrollo de dispositivos extremadamente precisos para medir el tiempo (relojes atómicos), junto con el progreso en la tecnología espacial, que en realidad hicieron posible el GPS.

Los relojes precisos son esenciales porque el GPS depende del cronometraje del tiempo que toma señales de los satélites, de los receptores en la tierra para determinar la posición, y de los tiempos de viaje de éstas señales.

La semilla de la navegación por satélites fue sembrada casi al mismo tiempo que el comienzo de la era espacial. Cuando los soviéticos lanzaron el primer satélite en órbita terrestre, (el *Sputnik I*), en 1957, investigadores en el Laboratorio de Física Aplicada de Johns Hopkins en Baltimore, descubrieron que, debido a que ellos sabían exactamente su posición en la tierra, ellos podían calcular la posición exacta del satélite midiendo el corrimiento en la señal de radio transmitida por Sputnik según se acercaba y alejaba de ellos. (Jorge R. Rey, 2000)

El corrimiento en la frecuencia, conocido como el efecto Doppler o el corrimiento Doppler, se conocía desde el año 1842, cuando Christian Doppler propuso que la frecuencia de ondas en movimiento con respecto a un observador, aparentemente aumenta según la fuente de las ondas se acerca al observador, y disminuye según se aleja. Solo tomó un pequeño salto de intuición concluir que lo opuesto también era posible; que uno puede determinar su posición exacta en la tierra si se conoce la posición exacta del satélite. En 1965, la Marina Estadounidense desarrolló el sistema "Transit" debido a la necesidad de tener un sistema de navegación fiable para submarinos que podían mantenerse sumergidos por semanas y meses. El sistema estaba compuesto de seis satélites en órbitas polares. La posición era determinada usando el corrimiento Doppler. Los satélites transmitían una señal que incluía la hora e información sobre su órbita a la unidad receptora, la cual calculaba su posición usando el corrimiento de la señal y la información temporal y posicional de la señal sin corrimiento Doppler.

Usando este sistema, se podía determinar la posición en dos dimensiones en 6 a 10 minutos con una precisión de 25 metros. Durante la década de los 60, varias ramas de las fuerzas armadas trabajaron en sus propias versiones de sistemas de navegación por satélite.

En el 1973, el Departamento de Defensa, ordenó a las diferentes ramas que cooperaran en el desarrollo de un sistema unificado. El resultado fue el *Sistema de*

*Posicionamiento Global Navstar*¹, el cual depende de satélites que llevaban relojes atómicos a bordo, estaciones terrestres que controlan el sistema, y posicionadores (receptores) para el usuario que no dependen de relojes atómicos. El primer satélite de GPS fue lanzado en el 1978. Comenzando en el 1989, una segunda generación de satélites (Satélites de Bloque II) fue puesta en servicio. El sistema alcanzó operación plena en el año 1995. En el presente, la flotilla de satélites de GPS consiste en por lo menos 24 satélites. (Jorge R. Rey, 2000)

1.2 Funcionamiento del sistema GPS

El sistema GPS se basa en la constelación de satélites NAVSTAR², que comenzó su operación entre los meses de febrero y diciembre de 1978, con el lanzamiento de los primeros cuatro satélites. Luego se llegó a un total de 24 satélites ubicados en seis planos orbitales, que tienen una inclinación de 55° con respecto al Ecuador.

Los satélites se encuentran a una distancia aproximada de 20.200 km de la Tierra y describen una órbita elíptica, casi circular, de doce horas de duración. (Marcelino Glaret M., Manuel Palacios M. 2001)

Con esta configuración se garantiza que en cualquier parte de la Tierra habrá al menos cuatro satélites sobre el horizonte en todo momento, número mínimo requerido para obtener una posición mediante un receptor.

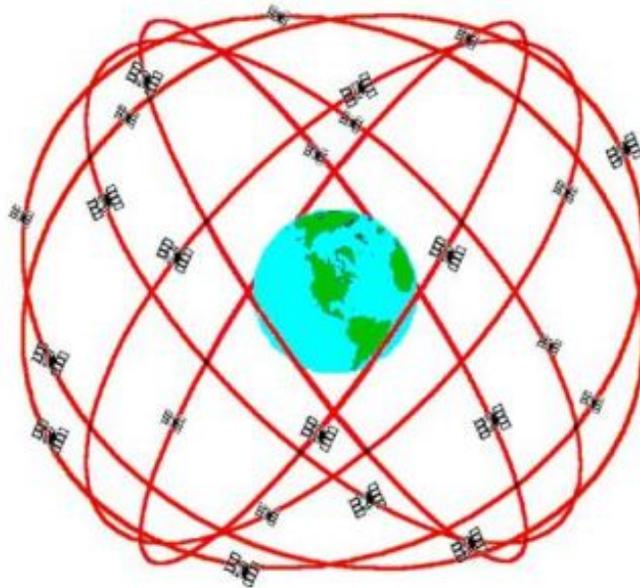


Figura 1: Constelación de satélites del GPS. 24 Satélites en 6 planos orbitales a unos 200.00km de La Tierra.

¹Concepto que fue probado con anterioridad en un programa de la Marina llamado "Timation"

²(Navegación por Satélite en Tiempo y Distancia)

1.3 Sistema de Posicionamiento Global (GPS)

El sistema de Posicionamiento Global, conocido por sus siglas en inglés GPS (Global Positioning System), es actualmente un sistema de radionavegación³ satelital operado por el departamento de Defensa de los Estados Unidos de América.

Es un sistema que tiene como objetivo la determinación de las coordenadas espaciales de puntos respecto de un sistema de referencia mundial. Los puntos pueden estar ubicados en cualquier lugar del planeta, pueden permanecer estáticos o en movimiento y las observaciones pueden realizarse en cualquier momento del día.

Para la obtención de coordenadas el sistema se basa en la determinación simultánea de las distancias a cuatro satélites (como mínimo). Estas distancias se obtienen a partir de las señales emitidas por los satélites, las que son recibidas por receptores especialmente diseñados. Las coordenadas de los satélites son provistas al receptor por el sistema. (Eduardo Huerta, 2005)

1.3.1 Descripción del Sistema de Posicionamiento Global (GPS)

Este sistema se basa en la trilateración⁴, requiere como mínimo cuatro rangos hacia cuatro puntos (puntos de posicionamiento GPS) además, requiere cuatro “pseudorangos”⁵ hacia cuatro satélites.

1.3.2 Posición de los satélites

Se transmite una señal de cada satélite en la dirección de la tierra. Esta señal es codificada con el “mensaje de la navegación”⁶, que puede ser leído por los receptores GPS del usuario. El mensaje de navegación incluye parámetros de órbita (a menudo llamados las “efemérides de difusión”), de los cuales el receptor puede obtener las coordenadas geocéntricas (X, Y, Z). Jorge R. Rey (2000) afirma que:

Estas son coordenadas cartesianas en un sistema geocéntrico, conocidas como WGS-84, que tienen su origen en el centro de masa de la tierra, con el eje “Z” apuntando hacia el Polo Norte, “X” apuntando hacia el meridiano (que cruza Greenwich), y “Y” formando un ángulo recto, con “X” y “Z” para formar un sistema de coordenadas ortogonal. El algoritmo que transforma los parámetros de la órbita en coordenadas de WGS-84 vía satélite en cualquier momento especificado se llama el “algoritmo de efemérides”.

³La radionavegación se basa en la recepción de señales procedentes de satélites en órbita alrededor de la tierra y en la determinación de la posición a partir de las mismas. Los satélites por su situación en el espacio, son capaces de cubrir grandes áreas de la superficie terrestre.

⁴Método matemático para determinar las posiciones relativas de objetos usando la geometría de triángulos de forma análoga a la triangulación.

⁵Medida de la distancia que no ha sido corregida de los errores de sincronización entre los relojes y que se expresa en el tiempo de propagación aparente desde el satélite a la antena del receptor. Se obtiene al multiplicar el tiempo de propagación aparente de la señal por la velocidad de la luz.

⁶La información de la posición proveniente de los satélites GPS se envían en forma de códigos repetidos, que identifican al satélite transmisor, da las posiciones de los otros satélites del sistema y da los datos de navegación.

1.3.3 Pseudorange

Es la medida de la distancia que no ha sido corregida de los errores de sincronización entre los relojes y se expresa en el tiempo de propagación aparente desde el satélite a la antena del receptor. Se obtiene al multiplicar el tiempo de propagación aparente de la señal por la velocidad de la luz.

$$Pseudorange = (diferenciahoraria) \times (velocidaddelaluz)$$

Hay que tener en cuenta que el pseudorange es casi como un rango, excepto que incluye errores de reloj porque los relojes del receptor están lejos de ser perfectos.

¿Cómo corregimos los errores de los relojes?

El error de reloj del satélite se da en el mensaje de navegación, en la forma de un polinomio. El error del reloj receptor desconocido puede estimarlo el usuario junto con coordenadas de estación desconocida. Estas son cuatro incógnitas; por lo tanto, se necesita un mínimo de cuatro mediciones pseudorange.

De acuerdo a Manuel Berrocoso (2003) existen cuatro segmentos GPS:

- El segmento espacial: incluye la constelación de satélites GPS, que transmiten las señales al usuario.
- El segmento de Control: es responsable de la supervisión y operación del segmento espacial.
- El segmento de usuarios: que incluye software, hardware y procesamiento de usuario para posicionamiento, navegación y aplicaciones.
- El segmento terrestre: que incluye redes de seguimiento civil que proporcionan el segmento de usuarios con control de referencia, efemérides precisas y servicios (DGPS) en tiempo real que mitigan los efectos de la “disponibilidad selectiva”.

Antes de entrar en los detalles de la señal de GPS, modelos de observación y cálculos de posición, en primer lugar se ofrece más información sobre el segmento espacial y el segmento de control.

1.3.4 Segmento espacial y segmento de control

La constelación de satélites está diseñada para tener al menos cuatro satélites en vista, en cualquier momento, para un usuario en la tierra. Para ello, normalmente hay veinte y cuatro satélites GPS distribuidos en seis planos orbitales. Para que se pueda discutir el diseño de la órbita y las implicaciones de ese diseño, se debe divagar un poco mientras se explica la geometría de la constelación de GPS.

De acuerdo a las leyes de Kepler citado por Eduardo Huerta (2005) del movimiento orbital, cada órbita tiene la forma aproximada de una elipse, con centro de masa de la tierra en el foco de la elipse. Para una órbita GPS, la excentricidad de la elipse es tan pequeña (0.02) que es casi circular. El semieje mayor (mayor radio) de la elipse es aproximadamente 26,600 kilómetros, o aproximadamente cuatro radios de la tierra.

Los seis planos orbitales se levantan sobre el Ecuador con un ángulo de inclinación de 55° . El punto en el que se levantan desde el sur al hemisferio norte en el Ecuador se llama “Ascensión derecha del nodo ascendente”. Puesto que los planos orbitales se distribuyen uniformemente, el ángulo entre los seis nodos ascendentes es 60° .

Cada plano orbital contiene normalmente cuatro satélites, que generalmente no suelen ser espaciados uniformemente alrededor de la elipse. Por lo tanto, el ángulo del satélite dentro de su propio plano orbital, la “anomalía verdadera”, sólo se encuentra espaciada por aproximadamente 90° .

Según Holanda Blass (1998) La anomalía verdadera se mide desde el punto de enfoque más cercano a la tierra (perigeo)⁷.

Tener en cuenta que en lugar de especificar la anomalía del satélite en cada momento relevante, equivalentemente se podría especificar el tiempo que el satélite ha pasado perigeo y, a continuación, calcular las posiciones futuras de los satélites sobre la base de las leyes conocidas de movimiento del satélite alrededor de una elipse.

Por último, el argumento del perigeo es el ángulo entre el Ecuador y el perigeo. Puesto que la órbita es casi circular, este parámetro orbital no está bien definido, y a menudo se usan esquemas de parametrización alternativa.

Tomando juntos (la excentricidad, los semiejes mayores, inclinación, ascensión recta del modo ascendente, el tiempo de paso del perigeo y el argumento del perigeo), estos seis parámetros definen la órbita del satélite. Estos parámetros se conocen como elementos Keplerianos. Teniendo en cuenta los elementos Keplerianos y la hora actual, es posible calcular las coordenadas del satélite.

En Fundamentos y Aplicaciones de los Sistemas de Posicionamiento (2005) se afirma que:

Los satélites GPS no se mueven en elipses perfectas, por lo que los parámetros adicionales son necesarios. Sin embargo, el GPS utiliza las leyes de Kepler a su ventaja, y se describen las órbitas en los parámetros que son de comportamiento de Kepler. Incluso este conjunto de parámetros debe ser actualizado por el Segmento de Control cada hora para que puedan permanecer lo suficientemente válidos.

1.3.5 El “pseudorange” observable

Para ayudar a entender la medida pseudorange se explicará la actual generación de los códigos. Para ello Pedro Gutovnik (1996) manifiesta que:

⁷(Notar aquí que hay otros tipos de “anomalía” en la terminología GPS, que son los ángulos más útiles para calcular las coordenadas del satélite dentro de su plano orbital).

La señal portadora se multiplica por una serie de 1 o -1, que están separados por la longitud del chip (293 m para código de C/A y 29,3 m código P). Esta serie de multiplicadores de 1 y -1 puede interpretarse como una secuencia de dígitos binarios (0 y 1).

¿Cómo se decide esta secuencia de dígitos binarios?

Son determinados por un algoritmo, conocido como un registro de retroalimentación lineales. Para comprender un registro lineal, debemos introducir primero la función “O Exclusiva” XOR binario.

Una función binaria toma dos dígitos binarios de entrada y saca un dígito binario (0 o 1). Más funciones familiares binarias podrían ser “AND” y “OR”. Por ejemplo, la función AND da un valor de 1 si los dos dígitos de entrada son idénticos, que es (0,0) o (1,1). Si los dígitos de entrada son diferentes, la función AND da un valor de 0. La función OR da un valor de 1 si cualquiera de los dos dígitos de entrada es igual a 1, es decir (0,1), (1,0), o (1,1).

La función XOR da un valor de 1 si las dos entradas son diferentes, que es (1,0) o (0,1). Si las dos entradas son iguales, (0,0) o (1,1), entonces el valor es 0.

¿Qué es XOR (A, B)?

Recordar esto: ¿es A diferente de B? Si es así, la respuesta es 1.

- Si $A = B$, entonces $XOR(A,B)=1$
- Si $A \neq B$, entonces $XOR(A,B)=0$

La función XOR puede ser representada por la “tabla de verdad” mostrada en la tabla 1.

Input A	Input B	Output XOR(A,B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabla 1: tabla de verdad para la función XOR.

Los registros de retroalimentación lineales se utilizan para generar una secuencia de números pseudoaleatoria⁸. Sin embargo, las propiedades estadísticas de la secuencia son muy buenas, en que la secuencia parece ser ruido blanco. Volvemos a estas propiedades más adelante, ya que son importantes para entender el proceso de medición.

Entonces, se pueden escribir las salidas (1, 1, 1, 0, . . .). Esta secuencia de dígitos se conoce como la “secuencia de registro de retroalimentación lineal”. Esta secuencia empieza a repetir después de un tiempo. Resulta que durante un ciclo completo, el registro de la información producirá cada posible combinación de números binarios, excepto (0, 0, 0). Se puede por lo tanto fácilmente calcular la longitud de la secuencia antes de que se empiece a repetir. Para

⁸La secuencia es pseudoaleatoria, puesto que la secuencia se repite después de un cierto número de dígitos (que, como se verá, depende del tamaño del registro).

un registro de la tercera etapa, hay ocho posibles combinaciones de dígitos binarios. Esto significa que la secuencia se repetirá después de siete ciclos. La longitud de la secuencia es siete bits. Más generalmente, la longitud de la secuencia es:

$$L(N) = 2^N - 1$$

Donde N es el tamaño del registro (número de dígitos en el estado). Por ejemplo, un registro de retroalimentación lineal 4 tendrá una longitud de secuencia de 15 bits.

1.3.6 El código C/A

Gutovnik (1996) expone que:

El código C/A es un código basado en la sucesión de registro de realimentación lineal, para la cual la longitud de sucesión es $L(10) = 2^{10} - 1 = 1023$ bits. El código C/A realmente tiene una sucesión repetidora de 1023 bits. Este código es en realidad un “código de oro”, que se deriva por tomar el XOR de la salida de dos registros de realimentación lineales. Únicamente códigos C/A pueden generarse para cada satélite para seleccionar pares diferentes de celdas de cada registro, para definir la salida.

En resumen, el código C/A es un código único en cada satélite, ya que es una sucesión pseudoaleatoria de bits con una longitud de sucesión repetidora de 1023 bits. Cada una de las transiciones del código C/A ocurren a 1023 Mhz. También, la frecuencia fundamental en el satélite tiene 10.23 Mhz, así esto representa una transición cada 10 ciclos. A este paso de las transiciones, la sucesión completa de 1023 bits es transmitida en 1 ms. Por lo tanto, la sucesión se repite 1000 veces por segundo. La longitud del chip (distancia entre las transiciones de bit) es 293 m. Por lo tanto, la sucesión repite cada 300 km.

1.3.7 El código P

El código P se genera también de una combinación de dos registros diferentes, en tal vía que se repite cada 266.4 días. A cada sección de siete días es asignado un “código de PRN”⁹. Los satélites se identifican por este código; sin embargo, el usuario debe cuidar de que cualquier satélite dado puede haber cambiado dicho código. (Fundamentos y Aplicaciones del sistema de Posicionamiento GPS, 2005)

Por lo tanto, los códigos de PRN no deben estar siendo usados en el lugar de los Números de Vehículo del Satélite (SVN) cuando se hable de satélites particulares¹⁰. Existen treinta y ocho posibles códigos de PRN; suponiendo que allí están 24 satélites nominales, ciertos

⁹PRN significa Pseudo Random Noise (Ruido pseudo aleatorio). Ese nombre proviene de que la señal parece ruido (de hecho una señal aleatoria larga funciona “casi” igual de bien) y lo de “pseudo” es porque no es realmente aleatorio, sino que se obtiene de una fórmula.

¹⁰Si alguien escribe el software que identifica los satélites usando números de PRN, podría existir un problema en el modelado de la órbita, por ejemplo, PRN2 es asignado a un satélite Block II ahora, pero luego puede cambiarse a un satélite Block IIR el siguiente año.

códigos se quedan sin usar. La secuencia de PRN se reinicia a medianoche de cada sábado, definiendo el inicio de la “semana de sistema de posición global (GPS)”.

Se resumirá ahora cómo la señal del Sistema de Posicionamiento Global (GPS) es transmitido del espacio, y luego se recibe sobre el terreno.

1.4 Transmisión de la señal del Sistema de Posicionamiento Global (GPS)

La señal de Sistema de Posicionamiento Global (GPS) arranca en el satélite como un voltaje que oscila a la frecuencia de reloj fundamental de 10.23 Mhz¹¹. Este aviso es entonces separadamente multiplicado en la frecuencia por los enteros 154 y 120, para crear las señales portadoras de L1 y L2. Las señales se multiplican entonces por +1 y -1 acorde con los algoritmos descritos anteriormente para generar el código C/A (en L1) y el código P (en L1 y L2).

Estos códigos son únicos para cada satélite. Finalmente, el mensaje de navegación es codificado en la señal. Las señales son empujadas por un amplificador, y enviadas a las antenas de transmisión, que apuntan hacia la Tierra. Estas antenas son conductores un poco más expuestos que conductores eléctricos que generan un radio para la señal en el espacio en forma de ondas electromagnéticas.

Estas ondas electromagnéticas pasan por el espacio y la atmósfera de la Tierra, hasta que alcanzan la antena del destinatario. Las ondas crean un aviso muy pequeño en la antena, en forma de voltaje oscilante. La señal es ahora preamplificada a la antena, para mejorar la intensidad de señal, de modo que no sea superada por el ruido en el momento de llegar al otro punto de la antena. (Holanda Blass, 1998)

La señal, entonces, entra en el destinatario, que entonces usa la medición con un proceso conocido como “autocorrelación”¹². Revisar esos detalles está más allá del alcance de este documento, como examinar los detalles del destinatario, así el objetivo será explicar la teoría requerida para comprender cómo el modelo puede desarrollarse, como examinar los detalles del destinatario, y así el objetivo será explicar la teoría requerida para comprender cómo el modelo puede desarrollarse.

1.5 La técnica de autocorrelación

Se ha descrito cómo los satélites de Sistema de Posicionamiento Global (GPS) construyen las señales. En realidad, el destinatario también genera avisos parecidos al Sistema de Posicionamiento Global (GPS) internamente.

¹¹Si la disponibilidad selectiva está disponible, se genera un aviso de movimiento de modo que la frecuencia varía impredeciblemente.

¹²La herramienta Autocorrelación espacial (I de Moran) es una estadística deductiva, lo que significa que los resultados del análisis siempre se interpretan dentro del contexto de la hipótesis nula. Para la estadística I de Moran global, la hipótesis nula establece que el atributo que se analiza está distribuido en forma aleatoria entre las entidades del área de estudio; es decir, los procesos espaciales que promueven el patrón de valores observado constituyen una opción aleatoria. Imagínese que pudiera elegir los valores para el atributo que analiza, arrojarlos sobre las entidades y dejar que cada valor caiga donde caiga. Este proceso (elegir y arrojar los valores) es un ejemplo de un proceso espacial de opción aleatoria.

De acuerdo con Fundamentos y aplicaciones GPS, (2005) El destinatario sabe precisamente lo que la señal ha transmitido de GPS, y genera una réplica electrónica, en la sincronización con el reloj propio del destinatario. El destinatario entonces compara la señal de réplica con la señal real. Después que la señal de GPS se crea en el satélite en algún tiempo previamente (cerca de 0.07 segundos atrás, debido a la velocidad de encendido), la señal de réplica del destinatario debe ser retrasada para coincidir con la señal entrante. Esta vez el retraso es en realidad lo que el destinatario está midiendo fundamentalmente.

Claramente, esto representa el tiempo tomado por la señal para pasar del satélite al destinatario, pero ello también incluye cualquier error en el reloj de satélite, y cualquier error en el reloj del destinatario. Uno puede ver que el retraso de tiempo está por lo tanto relacionado con el rango del satélite. Regresamos a este modelo más tarde, y ahora volvamos nuestra atención para ver cómo el destinatario hace coincidir las dos señales.

La diferencia de tiempo es computada por autocorrelación. El primer bit de la señal uno es multiplicada por el primer bit de la señal dos. Por ejemplo, si el primer bit de las dos señales tiene valores de -1, entonces el resultado es $(-1) \times (-1) = +1$. Similarmente, si ambos bits tienen valores +1, entonces el resultado es +1. Por otra parte, si el bit dos discrepa, el resultado es $(+1) \times (-1) = -1$.

Este proceso es repetido para el segundo par de los bits, y así sucesivamente. El resultado puede ser escrito como una sucesión de +1 (donde el bit coincide) y -1 (donde el bit discrepa). Esta secuencia es entonces sumada, y dividida por el número total de bits en cada señal. Por ejemplo, si una señal A puede escribirse (+1, -1, -1, +1, -1), y una señal B puede escribirse (+1, +1, -1, -1, +1), entonces la multiplicación da (+1, -1, +1, -1, -1); la suma da -1; entonces dividiendo por el número de bits (5) da -0.2. Notar que si las dos señales coincidieron perfectamente, el resultado podría ser +1. Si las dos señales eran completamente aleatorias, debemos esperar un resultado cerca del cero.

Esto es porque las señales de GPS son diseñadas para parecer aleatorias. Cuando las dos señales no son correctamente igualadas a tiempo, el resultado de autocorrelación da a una respuesta cerca de cero; si las señales son igualadas a tiempo, el resultado está cerca de +1 (sino no exactamente, desde una realidad la señal tendrá también el ruido, así ciertos bits serán incorrectos). Uno puede ver que entre más grande es el número de bits comparado, mejor será la resolución. Esto es porque los bits aleatorios alcanzarán un promedio más cercano al cero. Ahora que hemos encontrado la máxima autocorrelación, el desplazamiento de tiempo inferido entre las dos señales se multiplica por la velocidad de la luz. Esta observación es llamada el pseudorango. La medida de pseudorango es descrita esquemáticamente en la figura 2.

1.5.1 Ecuaciones de observación de pseudorango

Los destinatarios registran datos regularmente, especificando los intervalos (por ejemplo, cada 30 segundos, siguiendo las instrucciones recibidas por el usuario de destinatario). Es la lectura T de tiempo de reloj de destinatario, que está acostumbrado a decir exactamente cuando la medida es probada. Por lo tanto, el valor de T a una cierta medida es conocido exactamente, y está escrito en el fichero de datos conjuntamente con la observación. (Lo que

no es conocido, es el momento verdadero de la medición). La observación actual al satélite “s” puede escribirse:

$$P^s = (T - T^s)c$$

Donde T es la lectura conocida del reloj de destinatario cuando se recibe la señal, T^s es la lectura del reloj de satélite cuando la señal es transmitida, y c es la velocidad de la luz (en el vacío) = 299792,458 m/s.

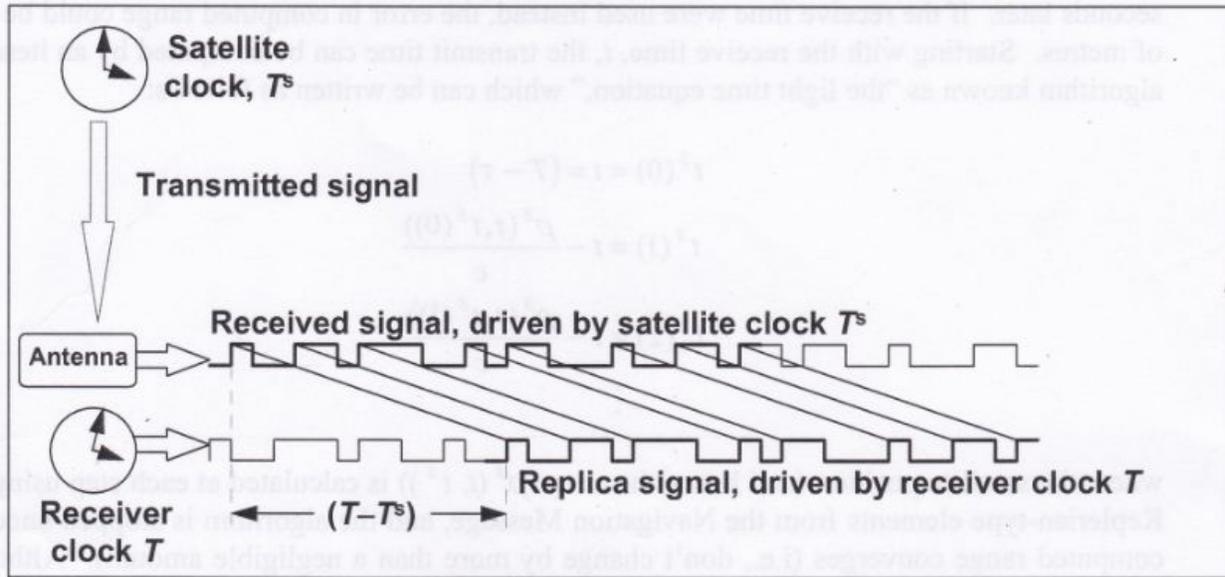


Figura 2: Esquema de cómo la observación de pseudorange de sistema de posición global (GPS) está relacionada con los relojes de satélite y destinatario.

La observación modelada puede desarrollarse por fijar el tiempo de reloj T igual al verdadero t de tiempo más la polarización de reloj τ , para ambos relojes de destinatario y satélite, y se representa por:

$$T = t + \tau$$

$$T^s = t^s + \tau^s$$

La sustitución da el pseudorange como una función del verdadero momento cuando la señal es recibida, haciendo las sustituciones de T y T^s :

$$P^s(t) = ((t + \tau) - (t^s + \tau^s))c$$

$$P^s(t) = (t - t^s)c + c\tau - c\tau^s$$

$$P^s(t) = \rho^s(t, t^s) + c\tau - c\tau^s$$

Donde $\rho^s(t, t^s)$ es el rango del destinatario (a recibir a tiempo) al satélite (a transmitir a tiempo). Este modelo es simplificado; por ejemplo, si se supone que la velocidad de luz en la atmósfera es la c , e ignorando la teoría de relatividad; pero este modelo simplificado es útil para ganar perspicacia en los principios de GPS. Por el teorema de Pitágoras, podemos escribir:

$$\rho^s(t, t^s) = \sqrt{(x^s(t^s) - x(t))^2 + (y^s(t^s) - y(t))^2 + (z^s(t^s) - z(t))^2}$$

Que describe la distancia del satélite al punto receptor.

De acuerdo con Berrocoso (2003) el mensaje de navegación nos permite computar la posición de satélite (x^s, y^s, z^s) y la polarización del reloj del satélite τ^s . Por lo tanto, nos quedamos con 4 incógnitas, la posición del destinatario (x, y, z) y la polarización del reloj del destinatario τ .

Es necesario notar aquí una complicación: que la posición del satélite debe ser calculada al tiempo de la transmisión, T^s . Esto es importante, porque el rango de satélite puede cambiar tanto como 60 metros cuando el momento de la señal es transmitido, al tiempo que la señal es recibido, aproximadamente 0.07 segundos después. Si el tiempo de recibido es usado en su lugar, el error en el rango computado puede ser de diez metros. Comenzando con el tiempo de recibido, T , el tiempo de transmisión puede computarse por un algoritmo iterativo conocido como “la ecuación de tiempo claro” que puede ser escrito como sigue:

$$\begin{aligned} t^s(0) &= t = (T - \tau) \\ t^s(1) &= t - \frac{\rho^s(t, t^s(0))}{c} \\ t^s(2) &= t - \frac{\rho^s(t, t^s(1))}{c} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \end{aligned}$$

Donde la posición del satélite (y por lo tanto el rango $\rho^s(t, t^s)$, es calculado a cada paso usando los elementos de tipo Keplerianos del mensaje de navegación, y el algoritmo es detenido una vez el rango computado converja (que no cambie por más de una cantidad insignificante). Aunque más métodos de convergencia y más rápidos han sido implementados, el método anterior es probablemente el más fácil de comprender¹³.

Podemos ver ahora el sistema de ecuaciones de observación de cuatro satélites en vista del destinatario. Usando la notación anterior, se puede escribir los pseudorangos para cada satélite como:

¹³Notar que el algoritmo anterior arranca con el verdadero tiempo recibido, que requiere la polarización de reloj del destinatario. Normalmente no se sabe por adelantado lo que la polarización es, pero para la mayor parte de los destinatarios ello nunca consigue retrasar más que unos cuantos milisegundos (más allá de cuando el destinatario reinicia su reloj). Si nosotros suponemos que es cero en la computación anterior, el error producido es unos cuantos metros, que es mucho más pequeño que la típica precisión de posicionamiento de aproximadamente 50 metros. Nosotros podemos ignorar por lo tanto sin peligro este efecto por ahora.

$$\begin{aligned}
P^1 &= ((x^1 - x)^2 + (y^1 - y)^2 + (z^1 - z)^2)^{1/2} + c\tau - c\tau^1 \\
P^2 &= ((x^2 - x)^2 + (y^2 - y)^2 + (z^2 - z)^2)^{1/2} + c\tau - c\tau^2 \\
P^3 &= ((x^3 - x)^2 + (y^3 - y)^2 + (z^3 - z)^2)^{1/2} + c\tau - c\tau^3 \\
P^4 &= ((x^4 - x)^2 + (y^4 - y)^2 + (z^4 - z)^2)^{1/2} + c\tau - c\tau^4
\end{aligned}$$

En esta y en las ecuaciones subsecuentes, los índices sobrescritos junto a las coordenadas de satélite son excelentes para identificar el satélite, y no deben ser confundidos con exponentes. En la sección siguiente, se procede a resolver este sistema de ecuaciones para las 4 incógnitas, (x, y, z, τ) usando métodos de mínimos cuadrados familiares. Aunque esto no es estrictamente necesario para 4 incógnitas con 4 parámetros, generaliza la solución al caso donde se tengan $m \geq 4$ satélites en vista.

1.6 Posicionamiento de puntos usando “Pseudorango”

1.6.1 Estimación de mínimos cuadrados

Se resuelve el problema de posicionamiento de puntos, primero por la linealidad de las ecuaciones de observación de pseudorango, y luego usando los métodos familiares del análisis de mínimos cuadrados. Para complementar, se resume el procedimiento de linearización y el desarrollo de los métodos de mínimos cuadrados específicamente para el problema de posicionamiento de puntos GPS. En primer lugar, se supone que se puede escribir la observación actual para ser la suma de una observación modelada, más un término de error:

$$\begin{aligned}
P_{observado} &= P_{modelado} + ruido \\
P_{observado} &= P(x, y, z, \tau) + v
\end{aligned}$$

Después, se aplica el teorema de Taylor, donde se extiende sobre el modelo cómputo usando valores de parámetros provisionales (x_0, y_0, z_0, τ_0) , e ignorando el segundo y el término de más alto orden.

$$\begin{aligned}
P(x, y, z, \tau) &\cong P(x_0, y_0, z_0, \tau_0) + (x - x_0) \frac{\partial P}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial P}{\partial y} + (z - z_0) \frac{\partial P}{\partial z} + (\tau - \tau_0) \frac{\partial P}{\partial \tau} \\
&= P_{calculado} + \frac{\partial P}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial P}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial P}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial P}{\partial \tau} \Delta \tau
\end{aligned}$$

Notar que las derivadas parciales en la expresión anterior se calculan también usando valores provisionales (x_0, y_0, z_0, τ_0) . La observación residual es definida para ser la diferencia entre la observación actual y la observación calculada usando los valores de parámetros provisionales:

$$\Delta P \equiv P_{observado} - P_{calculado} = \frac{\partial P}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial P}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial P}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial P}{\partial \tau} \Delta \tau + v$$

Esto puede ser escrito en forma de matriz:

$$\Delta P = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} & \frac{\partial P}{\partial y} & \frac{\partial P}{\partial z} & \frac{\partial P}{\partial \tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta \tau \end{pmatrix} + v$$

Se consigue tal ecuación para cada satélite en vista. Por lo general, para m satélites, podemos escribir este sistema de m ecuaciones de en forma de matriz:

$$\begin{pmatrix} \Delta P^1 \\ \Delta P^2 \\ \Delta P^3 \\ \vdots \\ \Delta P^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P^1}{\partial x} & \frac{\partial P^1}{\partial y} & \frac{\partial P^1}{\partial z} & \frac{\partial P^1}{\partial \tau} \\ \frac{\partial P^2}{\partial x} & \frac{\partial P^2}{\partial y} & \frac{\partial P^2}{\partial z} & \frac{\partial P^2}{\partial \tau} \\ \frac{\partial P^3}{\partial x} & \frac{\partial P^3}{\partial y} & \frac{\partial P^3}{\partial z} & \frac{\partial P^3}{\partial \tau} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P^m}{\partial x} & \frac{\partial P^m}{\partial y} & \frac{\partial P^m}{\partial z} & \frac{\partial P^m}{\partial \tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta \tau \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

La ecuación puede ser escrita usando símbolos matriciales como:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

Que expresa una relación lineal entre las observaciones residuales \mathbf{b} (las observaciones registradas menos las observaciones calculadas) y la corrección desconocida para los parámetros \mathbf{x} . La matriz columna \mathbf{v} contiene todos los términos de ruido, que son también desconocidos en este punto. Se le llama a la ecuación anterior matriz de “ecuaciones de observación linealizadas”.

Los coeficientes lineales, contenidos en la “matriz de diseño” \mathbf{A} , son actualmente las derivadas parciales para cada observación con respecto a cada parámetro, calculado usando los parámetros provisionales. Note que \mathbf{A} tiene el mismo número de columnas como parámetros, $n = 4$, y tiene el mismo número de filas como datos existentes, $m \geq 4$. Se pueden derivar los coeficientes de \mathbf{A} por diferenciación parcial de las ecuaciones de observación, produciendo la expresión siguiente:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{x_0 - x^1}{\rho} & \frac{y_0 - x^1}{\rho} & \frac{z_0 - x^1}{\rho} & c \\ \frac{x_0 - x^2}{\rho} & \frac{y_0 - x^2}{\rho} & \frac{z_0 - x^2}{\rho} & c \\ \frac{x_0 - x^3}{\rho} & \frac{y_0 - x^3}{\rho} & \frac{z_0 - x^3}{\rho} & c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_0 - x^m}{\rho} & \frac{y_0 - x^m}{\rho} & \frac{z_0 - x^m}{\rho} & c \end{pmatrix}$$

Notar que \mathbf{A} se muestra para ser puramente una función de la dirección a cada uno de los satélites como es observado desde el destinatario.

1.6.2 La solución de mínimos cuadrados

Nos permitimos, en esta parte, considerar una solución para las ecuaciones de observación linealizadas, denotada por \mathbf{x} . Los “residuos estimados” son definidos por Marcelino Glaret M.

(2001) como la diferencia entre las observaciones actuales y las nuevas, modelo estimado para las observaciones. Usando la forma linearizada de las ecuaciones de observación, se pueden escribir los residuos estimados como:

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$$

La solución de “mínimos cuadrados” puede encontrarse variando el valor de \mathbf{x} hasta que la siguiente función es minimizada:

$$J(x) \equiv \sum_{i=1}^m v_i^2 = \mathbf{v}^T \mathbf{v} = (\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x})^T (\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x})$$

Es decir, se está minimizando la suma de cuadrados de los residuos estimados. Si nosotros variamos la \mathbf{x} por una cantidad pequeña, entonces $J(x)$ debe variar también, exceptuando a la solución deseada donde es estacionario (desde la inclinación de una función es cero a un mínimo punto). Lo siguiente ilustra la aplicación de este método para derivar la solución de mínimos cuadrados:

$$\begin{aligned} \delta J(\hat{\mathbf{x}}) &= \mathbf{0} \\ \delta(\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}) &= \mathbf{0} \\ \delta(\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}) + (\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}})^T \delta(\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}) &= \mathbf{0} \\ (-\mathbf{A}\delta\mathbf{x})^T (\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}) + (\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}})^T (-\mathbf{A}\delta\hat{\mathbf{x}}) &= \mathbf{0} \\ (-2\mathbf{A}\delta\mathbf{x})^T (\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}) &= \mathbf{0} \\ (\delta\mathbf{x}^T \mathbf{A}^T) (\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}) &= \mathbf{0} \\ \delta\mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{b} - \mathbf{A}^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{A}^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}^T \mathbf{b} \end{aligned}$$

Como resultado de las ecuaciones anteriores, la última línea es llamada el sistema de las “ecuaciones normales”. La solución a las ecuaciones normales, por lo tanto, viene dada por:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}$$

Esto supone que la inversa de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ existe. Por ejemplo, $m \geq 4$ es un requisito necesario (pero no suficiente). Los problemas pueden existir si, por ejemplo, un par de satélites estriba en la misma línea de mira, o si los satélites están todos en el mismo plano orbital. En casi todas las situaciones prácticas, $m \geq 5$ es suficiente. Alternativamente, un parámetro puede quedarse inestimado¹⁴.

¹⁴(por ejemplo, la altura pudo ser fija para el nivel del mar para un barco).

1.7 Cálculo del error

1.7.1 Las matrices de Covarianza y Cofactor

Si la observación b no tuvo ningún error, y el modelo estaba perfecto, entonces las estimaciones de x dadas por la expresión anterior podrían ser exactas. Cualquier error v en la observación original b mapeará obviamente los errores v_x en las estimaciones de x . También es claro que esta asignación se llevará a exactamente la misma forma lineal, como la fórmula anterior:

$$\mathbf{V}_x = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{v}$$

Si se tiene (a priori) un valor estimado para el error en los datos, σ , entonces se puede calcular el error estimado en los parámetros. Se discute la interpretación de la “matriz de covarianzas” más tarde, pero por ahora, se define como la matriz de valores esperados de un error multiplicado por otro error; es decir, $C_{ij} = E(v_i v_j)$. un elemento diagonal C_{ii} es llamado “varianza” y es a menudo escrito como el cuadrado de la desviación estándar, $C_{ii} \equiv E(v_i^2) = \sigma_i^2$. Se puede definir concretamente la matriz de covarianzas por la ecuación de matriz siguiente:

$$\mathbf{C} \equiv \mathbf{E}(\mathbf{v}\mathbf{v}^T)$$

Supóngase ahora que se puede caracterizar el error en las observaciones por un número, la varianza $\sigma = E(v^2)$, que es asumida para aplicar a todas las observaciones m . Se supone también que todas las observaciones están incorreladas, $E(v_i v_j) = 0$ (para $i \neq j$). Se puede escribir por lo tanto la matriz de covarianzas de observaciones como la matriz diagonal, $C_\sigma = \sigma^2 \mathbf{I}$, donde \mathbf{I} es la matriz identidad de $m \times m$:

$$\mathbf{C}_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

Bajo estas suposiciones, la covarianza estimada en los parámetros para la solución de mínimos cuadrados toma una forma simple:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_x &= \mathbf{E}(\mathbf{v}_x \mathbf{v}_x^T) \\ \mathbf{C}_x &= \mathbf{E}(((\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{v})((\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{v})^T) \\ \mathbf{C}_x &= \mathbf{E}((\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{v} \mathbf{v}^T \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}) \\ \mathbf{C}_x &= (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{E}(\mathbf{v} \mathbf{v}^T) \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \\ \mathbf{C}_x &= (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T C_\sigma \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \\ \mathbf{C}_x &= (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T (\sigma^2 \mathbf{I}) \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \\ \mathbf{C}_x &= \sigma^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \end{aligned}$$

$$\mathbf{C}_x = \sigma^2 \times \langle \mathbf{matrizcofactor} \rangle$$

Tener en cuenta que la “matriz de cofactores” $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$ también aparece en la ecuación para la estimación de los mínimos cuadrados, $\hat{\mathbf{x}}$. La “matriz de cofactores” es también a veces llamada la “matriz de covarianzas”, donde es implícitamente sobreentendido que debe ser escalada por la varianza de los errores de observación de entrada. Dado que los errores de observación GPS son una fuerte función de la situación particular (por ejemplo, debido a factores ambientales), es común enfocarse en la matriz de cofactor, que como \mathbf{A} , es meramente una función de la geometría de destinatario de satélite en el momento de las observaciones. La matriz de cofactor puede por lo tanto estar acostumbrada a evaluar la fortaleza relativa de la geometría de observación, y para cuantificar cómo el nivel de errores en las medidas puede estar relacionado con el nivel estimado de errores en las estimaciones de posición.

Ello por lo tanto debe limpiarse porque \mathbf{A} es llamada “la matriz de diseño”; podemos, de hecho, calcular la matriz de cofactores antes de una sesión de levantamiento si sabemos dónde estarán los satélites. Se puede por lo tanto “diseñar” nuestro estudio (en este caso específico, seleccionando la hora del día) para asegurar que la precisión de posición no se limitará por la pobreza de la geometría de satélite.

1.7.2 Interpretación de la matriz de covarianza

La matriz de covarianza para los parámetros estimados puede ser escrita en términos de sus componentes:

$$\mathbf{C}_x = \sigma^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$$

$$\mathbf{C}_x = \sigma^2 \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} & \sigma_{x\tau} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} & \sigma_{y\tau} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 & \sigma_{z\tau} \\ \sigma_{\tau x} & \sigma_{\tau y} & \sigma_{\tau z} & \sigma_\tau^2 \end{pmatrix}$$

Como un ejemplo de cómo interpretar estos componentes, si los errores de observación estaban al nivel de $\sigma = 1$, el error en la coordenada Y podría estar al nivel de σ_y metros; si los errores de observación eran $\sigma = 2$ metros, el error en Y sería $2\sigma_y$ metros, y así sucesivamente.

Los elementos fuera de la diagonal indican el grado de correlación entre parámetros. Si σ_{yz} fuese negativo, esto significa que un error positivo en Y probablemente será acompañado por un error negativo en z , y viceversa. Una medida útil de correlación es el “coeficiente de correlación” que está definido como

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2}}$$

El coeficiente de correlación es sólo una función de la matriz de cofactores, y es independiente de la variación de observación, σ^2 . su valor comprende el rango de entre -1 a +1, donde 0 indica que no existe correlación, y +1 indica perfecta correlación (los dos parámetros son efectivamente idénticos). Varios libros de texto muestran que la “elipse de error” en el

plano definido por las coordenadas (z, y) (por ejemplo) puede calcularse usando los elementos σ_z^2, σ_y^2 y ρ_{zy} .

1.7.3 Los errores de coordenada locales

Para Pedro Gutovnik las aplicaciones tienden a enfocarse en posición horizontal y vertical. También, la altura h , tiende a tener un error más grande que las coordenadas horizontales. Es por lo tanto, más conveniente para ver errores en coordenadas geodésicas locales; eso es para transformar coordenadas geocéntricas (u, v, w) a coordenadas topocéntricas locales (n, e, h) . Para esto, se necesita transformar la matriz de covarianza, usando las leyes de la propagación de errores. Considérese la matriz de rotación G que nos lleva desde un vector relativamente pequeño en sistema geocéntrico en el sistema local a la latitud φ y la longitud λ :

$$\Delta \mathbf{L} = \mathbf{G} \Delta \mathbf{X}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta n \\ \Delta e \\ \Delta h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{sen}\varphi \cos \lambda & -\text{sen}\varphi \text{sen}\lambda & \cos \varphi \\ -\text{sen}\lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \text{sen}\lambda & \text{sen}\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Obviamente, la matriz G puede transformar también los errores en $\Delta \mathbf{X}$ en errores $\Delta \mathbf{L}$:

$$\mathbf{v}_L = \mathbf{G} \mathbf{v}_X$$

Se deriva ahora cómo transformar la matriz de covarianzas de coordenadas de sistema geocéntrico al sistema local. Este procedimiento es a veces mencionado como el “ley de la propagación de errores”:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_L &= \mathbf{E}(\mathbf{v}_L \mathbf{v}_L^T) \\ &= \mathbf{E}((\mathbf{G} \mathbf{v}_X)(\mathbf{G} \mathbf{v}_X)^T) \\ &= \mathbf{E}(\mathbf{G} \mathbf{v}_X \mathbf{v}_X^T \mathbf{G}^T) \\ &= \mathbf{G} \mathbf{E}(\mathbf{v}_X \mathbf{v}_X^T) \mathbf{G}^T \\ &= \mathbf{G} \mathbf{C}_X \mathbf{G}^T \end{aligned}$$

Para referencia futura, la forma general de la ecuación resultante $\mathbf{C}_L = \mathbf{G} \mathbf{C}_X \mathbf{G}^T$ es aplicable a cualquier problema que supone una transformación afín (como la multiplicación de un vector columna por cualquier matriz rectangular, G). Para este problema particular, C_X es realmente la submatriz de 3x3 tomada de la matriz original de 4x4 (que incluye también los coeficientes para el parámetro del reloj τ). La matriz de covarianzas en el sistema local C_L puede ser escrita en términos de sus componentes:

$$\mathbf{C}_L = \sigma^2 \begin{pmatrix} \sigma_n^2 & \sigma_{ne} & \sigma_{nh} \\ \sigma_{en} & \sigma_e^2 & \sigma_{eh} \\ \sigma_{hn} & \sigma_{he} & \sigma_h^2 \end{pmatrix}$$

Se ha podido usar entonces esta covarianza, por ejemplo, para graficar las elipses de error en el plano horizontal.

1.9 Utilidades del sistema de Posicionamiento Global (GPS)

De acuerdo con el desarrollo del GPS, los costos y la miniaturización de componentes electrónicos, han hecho que el GPS se encuentre disponible a casi todo el mundo, lo cual ha facilitado que el GPS esté convirtiéndose en una necesidad en muchas facetas de la vida cotidiana. Enumerar todas las aplicaciones para el GPS sería una labor imposible.

Algunos ejemplos de aplicaciones de GPS Según el blog usos y perspectivas del GPS (2010) en el mundo moderno son:

- **Agricultura:** La navegación por satélite puede ayudar a los agricultores a aumentar su producción y a mejorar la eficiencia de sus métodos de cultivo. Sistemas de GPS ubicados en los tractores y en otros vehículos agrícolas, junto con sofisticados sistemas de información geográficos utilizan varios métodos para recoger datos sobre las condiciones del suelo, humedad, temperatura y muchas otras variables. Con esta información, el sistema puede controlar muchos aspectos de la operación agrícola, por ejemplo, la intensidad de siembra por terreno, la aplicación de fertilizantes e insecticidas, los patrones de riego y mucho más. Estos sistemas también puede ayudar a los agricultores a mantenerse al tanto de la operación de sus fincas, manteniendo registros de rendimiento, historia de aplicación de productos químicos, análisis del suelo, registros de pérdidas y ganancias por terreno, y muchos otros. Aplicaciones modernas de la tecnología GPS también incluyen el posicionamiento y la operación de equipos de agricultura robóticos en el campo.
- **Tierra y Mar:** Además de sus usos directos para determinar posición usando sistemas de navegación a bordo, GPS se utiliza para mejorar la precisión de cartas marinas, para guiar sistemas de auto-piloto, para marcar objetos sumergidos como obstrucciones o su sitio favorito de pesca, y para determinar la posición exacta de naves en alta mar. Agencias de socorro y primeros auxilios dependen de sistemas de GPS para reducir el tiempo en tránsito a emergencias. Empresas de fletes y mudadas usan sistemas de GPS para mantenerse al tanto de la ubicación de sus vehículos, para planificar más eficientemente sus horarios de recogidas y entregas, y para determinar las tablas de mantenimiento para los vehículos. El GPS también se está usando para mantenerse al tanto de la posición de vehículos y otras propiedades móviles.
- **Uso Militar:** Además de las aplicaciones más comunes tal como la navegación general, los servicios militares utilizan el GPS en gran variedad de aplicaciones incluyendo dirigir proyectiles y “bombas inteligentes” a sus blancos, para organizar el despliegue de tropas, para la coordinación en el campo y muchas otras.
- **Ciencias:** Las aplicaciones de GPS en las ciencias son innumerables. El GPS es especialmente valioso para investigadores de campo, para construir mapas y localizar sus estaciones de muestreo, para definir límites de hábitáculos, para análisis espacial de rasgos naturales, para seguir a poblaciones de animales, y muchas otras. GPS también es usado ampliamente en la sismología, física, ciencias del espacio y en muchas otras ramas de la ciencia.
- **Recreación:** GPS es usado por operadores de embarcaciones para mantener el curso y para regresar a sitios favoritos, por ciclistas y naturistas para mantenerse al tanto de

sus posiciones y rutas, y por grupos de viaje para compartir información sobre viajes y rutas.

- **Referencia de Tiempo:** GPS se usa frecuentemente como un cronómetro fiable. Por ejemplo, el GPS puede ser usado para sincronizar múltiples instrumentos científicos desplegados en el campo, o para cualquier experimento que requiera sincronización precisa. La tecnología de GPS también se está usando para sincronizar torres de comunicaciones celulares, redes de telecomunicación y muchas otras. Cronometraje por GPS se usó en las olimpiadas por primera vez en los juegos del 2000.

1.10 Utilidades del Sistema de Posicionamiento Global en el medio ambiente

Según el sitio información oficial del Gobierno de los Estados Unidos relativa al Sistema de Posicionamiento Global (2006), Con ayuda de la tecnología del GPS, se pueden llevar a cabo estudio aéreos de las zonas más impenetrables para evaluar su flora y fauna, topografía e infraestructura humana.

Algunas naciones recopilan y utilizan esta información cartográfica para gestionar sus programas normativos, tales como el control del canon de las operaciones mineras, la determinación de líneas fronterizas y la gestión de la extracción de la madera de sus bosques.

La tecnología GPS apoya los esfuerzos por comprender y pronosticar cambios en el medio ambiente. Al integrar las mediciones del GPS con métodos de medición de operación empleados por los meteorólogos, se puede determinar el contenido de humedad de la atmósfera y elaborar pronósticos del tiempo más exactos. Además, la proliferación de puntos de rastreo de las mareas con GPS, unida a mejores estimaciones del componente vertical de la posición de dichos puntos sobre la base de las mediciones del GPS, ofrece una oportunidad singular para la observación directa de los efectos de las mareas.

Receptores del GPS instalados en boyas pueden seguir el movimiento y expansión de los derrames de petróleo. Los helicópteros dotados del GPS pueden determinar el perímetro de los incendios forestales para que pueda hacerse uso eficiente de los recursos contra incendios.

Las costumbres migratorias de especies en peligro de extinción, como los gorilas de montaña de Ruanda, se rastrean con el GPS y se reflejan en mapas a fin de contribuir a la conservación y propagación de esas mermadas poblaciones.

En zonas propensas a terremotos, como el Cinturón de Fuego del Pacífico, el GPS está desempeñando un papel prominente como ayuda a los científicos para predecir los terremotos. Utilizando la información precisa de posicionamiento proporcionada por el GPS, los científicos pueden estudiar cómo crecen lentamente las presiones a lo largo del tiempo para tratar de caracterizar y, quizás en un futuro, predecir los terremotos¹⁵.

1.11 Utilidad del Sistema de Posicionamiento Global (GPS) en la vulcanología

De acuerdo con Martínez, A. y Garat, E.F., (1996), los volcanes activos son observados a través de diversas tecnologías que incluyen:

¹⁵En El Salvador, ubicado en el Cinturón de Fuego del Pacífico, la subducción de la Placa de Cocos por debajo de la Placa Caribe provoca diferentes fenómenos: por una parte una intensa actividad sísmica y por otra la fusión de rocas de la corteza terrestre sometidas a altas temperaturas y presiones.

- Sismógrafos: para detectar sobrepresiones internas y movimiento de fluidos.
- Barómetros-sensores infracústicos: que miden las mismas sobrepresiones pero en la atmósfera.
- GPS - inclinómetros - EDM: para detectar hinchamiento o deflación en los flancos relacionados con el ingreso o expulsión de magma.
- Detectores de gases volcánicos en relación al ingreso y desgasificación del magma cerca de la superficie
- Sensores AFM: que detectan el paso de lahares o flujos piroclásticos¹⁶.

La constelación actual de satélites provee al usuario del GPS de 5 a 8 satélites a la vista desde cualquier lugar de la Tierra si uno tiene una vista obstruida del cielo en todas las direcciones. Con toda esta información, un receptor de GPS puede determinar rápidamente su posición en cuestión de metros. Sin embargo, en el caso de los volcanes, la precisión de unos cuantos centímetros resulta extremadamente importante para detectar la acumulación de presión y deformación ocasionada por el magma que sube en dirección a la superficie. Para obtener este tipo de precisión en las medidas, se deben tomar en cuenta otros factores, que incluyen la variación de la velocidad de la señal transmitida desde el satélite mientras viaja por la atmósfera y la incertidumbre en la posición del satélite.

Una forma muy común de eliminar estos errores potenciales es el instalar receptores GPS en diversos puntos de referencia del volcán al mismo tiempo para poder recolectar datos de los mismos satélites simultáneamente. Debido a que la mayoría de los errores asociados con el retraso de la señal por la atmósfera y la ubicación de satélite es la misma para todos los sitios, podemos determinar sus posiciones en relación a otro por menos de un centímetro. Para mayor precisión, se recolectan los datos GPS de 8 a 24 horas y luego se calcula la posición del punto de referencia utilizando ubicaciones satelitales más precisas y modelando el despliegue atmosférico. Los satélites registran imágenes de la superficie de la Tierra, y estas imágenes pueden combinarse para mostrar el movimiento sutil de la superficie del suelo, llamado deformación.

1.12 Sistema de Posicionamiento Global (GPS), utilidad en El Salvador

El Salvador es un país con muchos accidentes geográficos. Además, se ubica en el *Cinturón de Fuego del Pacífico*. Actualmente el Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales, MARN, se encarga del monitoreo de los fenómenos naturales que ocurren en el país con el fin de estudiar la información que generan cada uno de dichos fenómenos para efectos de evaluarlos y determinar la amenaza que representan para la población informando de manera oportuna. Para el MARN el GPS se ha convertido en una herramienta necesaria ya que con ésta se cuenta con el proceso de captura, almacenamiento, transmisión de datos en tiempo real y representación gráfica de los fenómenos en el tiempo con precisión y rapidez, con el propósito de mantener una vigilancia continua en el tiempo de cada uno de los fenómenos. En este caso, para el volcán Chaparrastique del departamento de San Miguel, se elaborarán análisis

¹⁶El nivel de instrumentación dedicado a cada volcán está en directa relación con la amenaza que significa para la población asentada en su cercanía.

que permitan elaborar planes de prevención por parte del MARN, los cuales beneficiarán a las comunidades adyacentes.

Según artículo publicado en el 2005 en el sitio web del MARN, el monitoreo de deformación con GPS, en el ámbito de la geología, permite definir el comportamiento de deformación de placas tectónicas, fallas locales y volcanes.

Con esta información se pueden caracterizar las zonas de peligro, estableciendo zonas de deformación y acumulación de esfuerzos en fallas geológicas locales y volcanes, así como el potencial de eventos tsunamigénicos que se generan frente a nuestra costa, producto de los procesos de deformación en los límites de las placas tectónicas Cocos-Caribe.

Las mediciones de deformación de corteza han permitido la elaboración de mapas de vectores de velocidad, que indican que El Salvador está dividido principalmente en dos segmentos que se desplazan a velocidades diferentes con una dirección predominantemente paralela a la Trincherá Centroamericana (límite entre las Placas Cocos- Caribe).

La primera red de medición con GPS de precisión milimétrica se instaló en 2004 en coordinación con el departamento de Geología de la Universidad de Wisconsin, Madison y su objeto fue medir la deformación de corteza en el territorio nacional a través de la instalación de equipo GPS móvil en 13 mojones geodésicos¹⁷. A esta modalidad de medición se le conoce como *Campañas Discretas*.

En este mismo esfuerzo, entre los años 2007 y 2008, fueron instaladas cuatro estaciones de medición continua ubicadas en volcán de Santa Ana, Santa Tecla, Comalapa y volcán de San Miguel. Para 2014, se instalaron tres estaciones permanentes de GPS adicionales ubicadas en San Vicente y Ahuachapán, zonas sísmicas muy activas.

Los equipos utilizados tanto para las campañas discretas como para la medición continua son receptores geodésicos con bifrecuencia de precisión milimétrica¹⁸.

1.12.1 Red de monitoreo sísmico en El Salvador

Según el MARN Actualmente, a través de la Dirección General de Observatorio Ambiental, opera una red de 96 estaciones sísmicas.

Como tal la red sísmica se estableció desde inicios de siglo. En la década de 1950 se instaló la red de registro con tres estaciones en Ahuachapán, Santiago de María y San Salvador. En la década de 1960 se instaló una red más en La Palma. Luego, en 1983, se estableció el concepto de *telemetría*¹⁹ en las redes y se instaló una nueva gama de equipos que transmitían sus mediciones en tiempo real hasta la estación sísmica de procesamiento. En el 2001, después de los terremotos, hubo una nueva iniciativa en la cual se amplió aún más la red y se reforzó; y hasta el año 2014 con el impulso de la cooperación japonesa es que se tiene la actual red de monitoreo en la cual también se mantiene en vigilancia el volcán Chaparrastique. Toda esta labor, con el propósito de brindar información oportuna a la población, a los medios de comunicación y tomadores de decisión entre otros, sobre la situación sísmica en El Salvador.

¹⁷Mojón: Punto de referencia para estudiar la estructura del terreno de un volcán.

¹⁸Existen diferentes formas de clasificar los receptores en función de su precisión: navegadores, monofrecuencia y bifrecuencia. Esta última es la ideal para buena parte de los levantamientos topográficos.

¹⁹La palabra telemetría procede de las palabras *tele*, que quiere decir *a distancia*, y la palabra *metría*, que quiere decir *medida*. Es una tecnología que permite la medición remota de magnitudes físicas y el posterior envío de la información hacia el operador del sistema.

CAPÍTULO II

2. EL VOLCÁN CHAPARRASTIQUE

2.1 Antecedentes

El Volcán de San Miguel, también conocido como Volcán Chaparrastique, está ubicado en el municipio de San Miguel a once kilómetros de la ciudad del mismo nombre en El Salvador. Se levanta aislado de la cordillera de Chinameca. Tiene una altura de 2129 msnm, siendo el tercer volcán más alto del país. Presenta un cráter central de unos 800 metros de diámetro y varios adventicios por los cuales ha expulsado lava. Además, su cono es considerado como el mejor formado del país²⁰.

El edificio volcánico es asimétrico y constituye el único elemento significativo del relieve sobre una planicie de 100 metros de altitud media que lo rodea en sus laderas este, sur y oeste. En su flanco norte se interstratifica con el cono truncado del volcán del Pacayal, actualmente inactivo. En la parte más baja de las laderas de estos dos volcanes discurre la carretera que une la Panamericana con la Litoral a través de San Jorge.

Sus laderas forman parte de las municipalidades de San Miguel, Quelepa, Moncagua, Chinameca, San Jorge, San Rafael Oriente y El Tránsito, todas del Departamento de San Miguel. Este volcán se considera entre los seis más activos de El Salvador. Se calculan al menos 26 erupciones en los últimos 304 años, la más notable la del año 1787. Desde la fundación de la ciudad de San Miguel en 1530, se cuentan ocho flujos de lava a través de las fisuras del cono volcánico.



Figura 3: Volcán Chaparrastique. Año 2003.

²⁰Ministerio de Obras Públicas (1986). Diccionario Geográfico de El Salvador, Tomo II, p. 54. San Salvador: Instituto Geográfico Nacional.

Este volcán es conocido por el supuesto nombre nativo lenca de Chaparrastique, que significaría tierra calurosa del chaparro o tierra del calor. Sin embargo, el historiador Jorge Lardé y Larín (2000) asevera que tal denominación no existió en ningún lugar de la antigua Provincia de San Miguel. La primera mención de tal nombre la hizo Bernal Díaz del Castillo en su obra Historia verdadera de la conquista de la Nueva España, donde describe, en un viaje por la región en 1526, que dieron con unos pueblos a los que pusieron por nombre los Chaparrastiques. Posteriormente Francisco Antonio de Fuentes y Guzmán en su trabajo Recordación Florida menciona esa región como pueblo de Chaparrastiques, lo cual Lardé y Larín (2000) alude como “ocurrencia”.

Al final el coronel y licenciado Manuel Fernández, en su obra Bosquejo físico, político e histórico de la República del Salvador (1869), afirmó que el volcán era llamado Chaparrastique, a pesar que en diversos documentos desde la colonia española se conocía como San Miguel.

2.2 Erupciones del Volcán de San Miguel

Desde la fundación de la ciudad de San Miguel, en 1530, el volcán ha producido ocho flujos de lava a través de fisuras en las laderas del cono volcánico. La erupción más recordada ocurrió en 1762, cuando la lava se dirigió a la ciudad de San Miguel. El volcán también ha producido de pequeñas a moderadas explosiones de ceniza, gases y lodo caliente a través del cráter central, los cuales han sido distribuidos al norte y oeste del mismo. La última actividad eruptiva con emisión de lava ocurrió en 1976 y la última pequeña explosión con lanzamiento de tefra del tamaño de cenizas tuvo lugar el 16 de enero de 2002. La actividad sísmica relacionada al volcán disminuyó gradualmente al año 2006.

El domingo 29 de diciembre de 2013 a las 10:30 am, el Volcán Chaparrastique entró en erupción. La parte intensa duró desde las 10:30 hasta las 13:00 horas del 29 de diciembre. Una columna eruptiva de gases y cenizas se elevó aproximadamente a 7.6 kilómetros y se dispersó predominantemente hacia el occidente del volcán, con reporte de caída de ceniza hasta en San Salvador.

El 31 de diciembre se realizó un sobrevuelo sobre el cráter habiéndose observado que no habían cambios significativos en la forma de su relieve (morfología). Las dos planicies que se encuentran dentro del cráter no sufrieron modificaciones. Se estima que los espesores de los depósitos de la erupción en los alrededores del cráter oscilaron en aproximadamente 50cm y estaban constituidos por material fino.

También se observaron algunos pocos fragmentos (bloques o balísticos) en esta misma zona. Se realizaron tomas de temperatura con una cámara térmica, detectándose una temperatura máxima de 92.1°C, similares a las que se habían tomado previamente a la erupción en la misma zona del cráter. No se identificaron nuevos focos de temperatura en el interior del cráter. Las emanaciones se mantuvieron de forma continua y moderada intensidad.

Las emisiones diarias de dióxido de azufre continuaron elevadas. El promedio diario para el día 29 de diciembre de 2013 fue de 637 toneladas de dióxido de azufre SO_2 , mientras que el día 30 alcanzó 1244 toneladas y para el día 31 de diciembre alcanzó 2200 toneladas²¹.

²¹Informe Especial. Erupción del Volcán Chaparrastique, San Miguel, 31 de diciembre de 2013. Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales. Dirección General del Observatorio Ambiental.

En cuanto a la erupción del 12 de febrero de 2014, la tarde de ese día el volcán presentó una pequeña erupción de gases y cenizas con una altura aproximada de 500 m sobre el cráter y una duración de aproximadamente 10 minutos, alcanzando el máximo entre las 11:00am y 12:00 m de ese día. En esa oportunidad la pluma eruptiva se dirigió hacia el Este-Sureste. Los gases se mostraron de color gris claro y se desplazaron con dirección predominante al sur. Las emanaciones de dióxido de azufre registradas en la Estación San Jorge indicaron un promedio de 1043 ton/día, presentando un leve incremento respecto a los días anteriores (promedio de los últimos siete días 838 ton/día).

Sin embargo, en lo que a calidad de aire se refiere las concentraciones de Dióxido de Azufre (SO_2) medidas durante las 24 horas en la Finca La Piedra (ubicada en el caserío Las Piedritas), oscilaron en el rango de 0.009 y 0.063 ppm (partes por millón) lo que correspondió a condiciones buenas para la salud. La velocidad promedio predominante del viento fue de 5 kilómetros por hora con dirección sur.

Por las características del evento, se trató de una segunda fase eruptiva del volcán y de menor magnitud a la ocurrida anteriormente. Así mismo, persistió la ocurrencia de sismos de pequeña magnitud (entre 0.6 y 1.9) en la zona del volcán. Desde el 27 de enero del 2014 se registraron un total de 99 sismos (no sentidos) en el flanco Norte del volcán Chaparrastique, de los cuales ocho ocurrieron desde las 3:00 p.m. del martes 11 y las 3:00 p.m. del mismo día²².

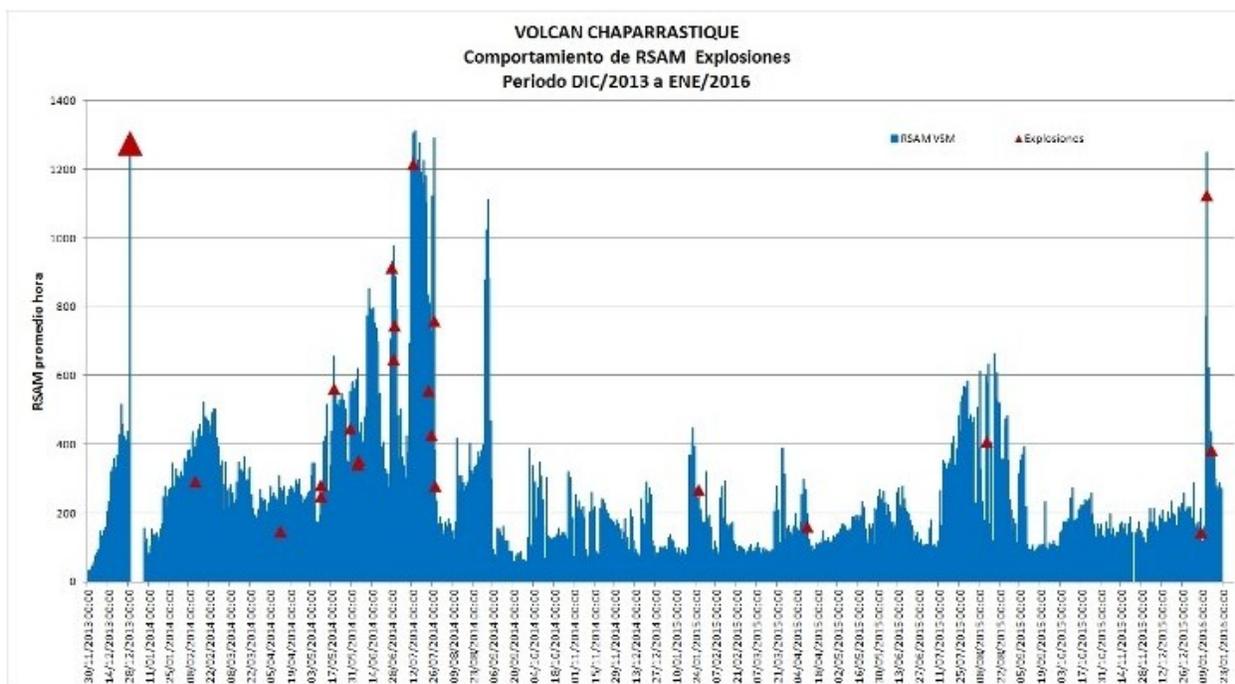


Figura 4: Explosiones registradas en el volcán Chaparrastique desde el 29 de diciembre 2013 (Fuente: MARN).

²²Informe Especial. Erupción del Volcán Chaparrastique, San Miguel, 12 de febrero de 2014. Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales. Dirección General del Observatorio Ambiental.

2.3 Vigilancia volcánica

De acuerdo con el MARN La vigilancia volcánica consiste en realizar mediciones sistemáticas y periódicas de diferentes parámetros físicos y químicos de los volcanes activos con el objetivo de establecer las líneas base de su comportamiento e identificar cambios que puedan indicar una posible reactivación volcánica. La medición de estos parámetros se realiza a través de diferentes técnicas de monitoreo y con el apoyo de los observadores locales.

Los volcanes que se monitorean a través del Programa de Vigilancia Permanente y las redes de instrumentación son el de San Miguel, el de San Salvador, el de Santa Ana, el volcán de San Vicente y el de Izalco. También se realizan tareas de vigilancia en el Lago de Ilopango.

Los parámetros que se monitorean para observar cambios en los volcanes de El Salvador son:

- La actividad sísmica
- Los gases que se desprenden a través del terreno
- La química de las aguas (lagos, lagunas, manantiales y pozos)
- Las fumarolas (cantidad de gases, temperatura y composición)
- La geomorfología del cono (deformaciones, grietas)
- La emisión de nubes de ceniza y otras manifestaciones volcánicas

Técnicas de Monitoreo

SÍSMICO: es el estudio y registro de los movimientos de fracturas asociadas a los volcanes o a la intrusión magmática de ocurrencia de sismos usando el equipo tecnológico apropiado.

El procedimiento que se lleva a cabo para este estudio es el siguiente:

- Se realiza un conteo diario de los diferentes tipos de señales registradas
- Se instala y opera la red de estaciones sísmicas telemétricas
- Se hace uso además, de las estaciones sísmicas portátiles.

GEOQUÍMICO: consiste en el muestreo de gases, condensados, temperatura de la fumarola y muestreos de las fuentes termales.

En colaboración con la Universidad de El Salvador, las actividades que se desarrollan en este tipo de vigilancia son:

- Registro de la emisión difusa de CO_2 de los flancos de los volcanes (UES).
- Registro del contenido de Radón en agua (UES).
- Toma de muestras de gases en modo discreto para análisis químico.
- Operatividad y mantenimiento de la red de estaciones geoquímicas, financiada por la Agencia de Cooperación Española: 2 estaciones de radón y 5 estaciones de CO_2 .

- Registro de la emisión difusa de CO_2 en el Volcán de San Miguel (UES).

HIDROGEOQUÍMICO: análisis de la temperatura, el Ph y la composición (cloruros, sulfatos, etc.) de las aguas asociadas a los complejos volcánicos.

Las actividades y recursos empleados en esta área son:

- Toma de muestras de lagunas, manantiales o pozos cercanos a los volcanes.
- Análisis de muestras en el laboratorio de aguas de la Dirección del Observatorio Ambiental (Servicio Hidrológico).
- Medida de temperatura en fumarolas, siempre que sea posible el acceso a las mismas.
- Termómetros de precisión (termocuplas).
- COSPEC²³ para medición de volúmenes (apoyo de misiones internacionales)

DEFORMACIONES: consiste en la medición absoluta de distancias y elevaciones en distintos puntos del edificio volcánico. Se basa en el principio de que una intrusión magmática puede provocar inflación o deflación en los flancos de la estructura volcánica.

Para ello se utilizan los siguientes recursos:

- GPS
- Teodolito de precisión
- Bancos de Marca²⁴

VISUAL GEOMORFOLÓGICO: descripción de fenómenos de inestabilidad en laderas y toma de fotografías referenciadas

Algunos pasos que se realizan para esta actividad son:

- Observación del cono y cráter.
- Medición de la apertura de grietas en el interior de los cráteres.
- Monitoreo y recopilación de datos de precipitación local en el área de los volcanes.
- Observación de la actividad del volcán por parte de pobladores de las áreas próximas al volcán (observadores locales).
- Uso de pluviómetros.
- Uso de ficha de datos para observadores locales.

Por otra parte se mantiene coordinación con el Grupo de Investigación Vulcanológica de la Universidad de El Salvador, quien está a cargo del monitoreo geoquímico de gases difusos, para el intercambio y análisis de datos.

²³COSPEC: Espectrómetro de correlación. Es un instrumento de medición remota de las emisiones de CO_2 .

²⁴Los bancos de marca son sitios de referencia de medición del terreno en cuanto a su inflación o deflación. Similar a un mojón.

2.3.1 Estudios de deformación realizados en el volcán de San Miguel

En el volcán de San Miguel, se han realizado por lo menos cuatro estudios en el marco del monitoreo de su deformación:

1. Instalación de la estación “piedra azul” en el marco de cooperación UW-MARN en el 2008.
2. Estudio de Interferimetría de Radar y sísmico en 2008, ejecutado por Schiek (2008).
3. Red de Monitoreo reforzado en el marco de cooperación INGV-MARN (2014) después de la erupción del 29 de diciembre de 2013.
4. Medición de deformación proximal en la zona del volcán de San Miguel, ejecutado por personal del MARN, a través de campañas discretas de medición. procesando datos con GIPSY/OASIS II.

2.3.1.1 Proyecto MARN - Universidad de Wiconsin

Durante 2007 y 2008, en el marco de un proyecto de investigación a largo plazo por el MARN y la Universidad de Wiconsin en Madison, sobre terremotos y tectónica, estaciones continuas de GPS se instalaron cerca de los volcanes de Santa Ana, San Salvador y San Miguel. En el caso particular de San Miguel, la estación de GPS se instaló el 27 de junio de 2007 como proyecto inicial en la localidad Piedra Azul en el flanco suroeste del volcán (Fig. 5). El equipo desplegado comprendió receptores de doble frecuencia de Trimble y antenas geodésicas Zephyr, configurado para adquirir datos cada 30 segundos (Fig. 6).



Figura 5: Estación cerrada de monitoreo GPS en el volcán de San Miguel

Este proyecto fue la prueba piloto del MARN para luego continuar con el monitoreo constante del volcán Chaparrastique, desde el año 2014, con equipo propio de la institución.



Figura 6: Receptor de GPS instalado en el volcán de San Miguel.

2.3.1.2 Caracterización de la deformación usando interferometría de radar

En el año 2008, Cara Schiek presentó una investigación en la que mostraba cómo los reservorios se deforman, usando las técnicas de superficie y subsuelo. La superficie técnica que se empleó es la interferometría²⁵ de radar, también conocida como InSAR (Interferometric Synthetic Aperture Radar).

El análisis de subsuelo que se exploró incluyó modelado de la gravedad y las técnicas sísmicas que consisten en determinar la ubicación del terremoto de una pequeña red sísmica temporal de seis sismógrafos. Estas técnicas se utilizaron en tres proyectos diferentes para determinar cómo se deforman los depósitos en el subsuelo y cómo esto se relaciona con su deformación de la superficie de teledetección.

Las mediciones de subsidencia se compararon visualmente para los modelos de gravedad con el fin de determinar la influencia de las fallas cerca de la superficie de la subsidencia y las propiedades físicas de los acuíferos en estas cuencas. Aquí, se integró InSAR con localizaciones de terremotos utilizando modelado para investigar el vulcanismo explosivo. Esta investigación determinó las áreas alrededor del volcán en las que la deformación observada es un resultado directo de la actividad sísmica a lo largo de y dentro de una zona de fractura (denominada *Zona de Fractura de San Miguel, ZFSM*), que corta a través del cráter de la cumbre del

²⁵La interferometría es una familia de técnicas utilizadas en múltiples ciencias y tecnologías como astronomía, climatología, fibra óptica, oceanografía, sismología, etc. Consiste en combinar la luz, como principio de superposición proveniente de diferentes receptores, telescopios o antenas de radio para obtener una imagen de mayor resolución.

volcán. Desde el modelado directo, se muestra que el gas dentro de la zona de la fractura y la migración de fluidos es el mecanismo de accionamiento de la actividad volcánica en San Miguel. Sobre la base de la gran cantidad de terremotos concentrados allí y la fracturación que sugieren los resultados de localización, se llegó a la conclusión de que la pendiente sudoeste de San Miguel es la más susceptible a los peligros volcánicos tales como flujos de lava y deslizamientos.

En conjunto, este proyecto exploró la dinámica de sistemas de depósito, tanto hidrológico y magmática. Mostró la utilidad de la teledetección geodésica para limitar la importancia relativa de los diversos procesos, del subsuelo, complejos, incluyendo fallas, la migración de fluidos y la deformación que podría conducir a riesgos volcánicos tales como falla de la pendiente de los flujos de un volcán de lava fracturada. En la investigación se usaron los hipocentros de terremotos para definir la geometría del subsuelo de la fuente de deformación.

2.3.1.3 Monitoreo reforzado por la erupción del 29 de diciembre de 2013

En enero de 2014, una colaboración de un equipo italiano (llamado V-EMER) del INGV (Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia) y un equipo local del MARN fue organizado para mejorar el sistema de monitoreo multiparamétrico de geoquímica y geofísica después de la erupción del 29 de diciembre de 2013. El equipo conjunto instaló en, y alrededor del volcán, una red multi-paramétrica móvil que fue enviada desde Italia. Consistió en la instalación de estaciones automáticas geoquímicas, infrasonido sensores, estaciones sísmicas de banda ancha, sensores radiométricos y estaciones GPS.

La red instalada de deformación del suelo se diseñó para cubrir la totalidad del volcán desde la menor a la mayor altitud posible. Se requería una distribución detallada y óptima de los puntos de medición y dirigida a controlar no sólo la parte central de volcán, sino también sus flancos, debido a la peligrosidad de éstos y/o la inestabilidad del talud. Para simplificar la logística para la rápida instalación y por razones de seguridad, algunos sensores GPS, siempre que fuera posible, se ubicarían alrededor de estaciones geoquímicas/geofísicas ya existentes (sísmicas, infrasonido, plumas de gas y radiométrica) como el ejemplo de la Fig. 7.



Figura 7: Estación multiparamétrica Ranchito.

La red geodésica consistió en 10 puntos de referencia de auto-centrado del mismo tipo, por lo general instalada en el monte Etna en Italia (Puglisi y Bonforte, 2004; Bonforte y Puglisi, 2006); estos puntos de referencia permiten una rápida instalación y configuración de la instrumentación y tienen un impacto mínimo al medio ambiente. Los puntos de referencia se componen de cilindros de cobre que son instalados de forma permanente en afloramientos sólidos o estructuras de hormigón estables, simplemente perforando un agujero de 5 cm de ancho y fijando con precisión con resina epoxy (A. Bonforte, D. Hernandez, E. Gutiérrez, L. Handal, C. Polío, S. Rapisarda and P. Scarlato., 2015).

En total, las estaciones de monitoreo desplegadas actualmente sobre el volcán son:

Nombre	Descripción
LACA	Lacayo (finca)
VMIG	Volcán de San Miguel (alias cantón Piedra Azul)
BEMI	Bellamira (finca)
LACA	Lacayo (finca)
TANQ	Tanque (de agua en cantón San Carlos el Amate)
MOPG	Ministerio de Obras Públicas (San Miguel)
PATI	Patio (patio de secado de finca Santa Isabel)
RANC	Ranchito (parte alta de finca La Piedra)
VSMG	Volcán de San Miguel (parte alta)
SJOR	San Jorge (alcaldía)
CHAP	Chapeltique (alcaldía)
USU	Usulután (alcaldía)

Tabla 2: Estaciones de monitoreo instaladas en el volcán Chaparrastique.

2.3.1.4 Medición de deformación proximal en la zona y datos actuales

Gracias a la colaboración desde enero del 2014 hasta octubre del mismo año del equipo italiano con el equipo del MARN, se desarrolló un plan de mejoramiento de la red de monitoreo, instalando inicialmente seis estaciones de recepción de datos satelitales. Se realizan desde esa fecha campañas de captura de datos por todas las estaciones (tabla 2) cada 30 segundos.

A partir de este esfuerzo, la Dirección de Observatorio Ambiental desarrolla estudios de deformación de corteza terrestre usando GPS de alta precisión, se cuenta con mapas de amenaza sísmica a escala nacional para distintos períodos de retorno (mapas de zonificación sísmica) en base a la red de monitoreo de las estaciones mencionadas anteriormente.

Gracias a los estudios de deformación realizados, esta investigación se centrará en el último realizado por el personal del área de vulcanología en seis de los diez puntos de marca instalados por el INGV-MARN (ya que solo interesaba medir la deformación próxima al volcán), correspondiente al año 2015. La base de datos que se empleará entonces para este estudio es la que corresponde a dicho año.



Figura 7: Instalación de receptor de GPS "Lacayo".



Figura 8: Instalación de receptor de GPS "Ranchito".

CAPÍTULO III

3. EL ANÁLISIS ESTADÍSTICO

3.1 Introducción al análisis estadístico

En este trabajo de investigación se aborda el problema de la medida de la precisión, eficiencia posicional, la precisión superficial y longitudinal de receptores GPS. Se realiza un conjunto de muestreos con varios receptores GPS instalados en diversos puntos del volcán de San Miguel. Se dividen los archivos que contienen las coordenadas en segmentos menores usando el software *TEQC*²⁶ con el objeto de aplicar una técnica estadística que permitan definir intervalos ideales de tiempo de medición.

Quintana (2004) recomienda realizar un análisis estadístico de los errores posicionales, incluyendo los obtenidos cuando se promedian posiciones, con el fin de determinar las funciones de distribución. Entre estas pruebas de ajustes a distribución, se realiza la prueba de normalidad para luego aplicar el análisis de varianzas ANOVA. Esto partiendo desde una correcta selección de muestras para poder determinar la precisión con un determinado nivel de confianza. Se analizan estadísticamente las incertezas con el fin de determinar el intervalo ideal de tiempo en el que deben registrarse las coordenadas.

3.2 Metodología para la obtención de las muestras

El procesamiento de la información en formato RINEX²⁷ se realizó a través de la estrategia de posicionamiento puntual preciso (precise point-positioning strategy), del Servicio Automático de Posicionamiento Preciso (APPS) del Sistema Global Diferencial GPS (GDGPS), usando el programa GIPSY- OASIS II (GPS Inferred Positioning SYstem-Orbit Analysis and SIMulation Software, por sus siglas en inglés) (JPL 2014), obteniendo la posición absoluta de cada sitio de la red geodésica en el sistema de coordenadas geocéntricas X, Y, Z , referidas al Marco de Referencia Internacional Terrestre 2008 (International Terrestrial Reference Frame, ITRF08), en modo estático.

Por parte del MARN se recolectan diversas lecturas de diversos receptores GPS ubicados en lugares estratégicos por todo el edificio volcánico. Cada archivo diario colectado se procesa a través del software GIPSY - OASIS 6.3 del *Servicio de Posicionamiento Instantáneo* de la Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio (NASA, por sus siglas en inglés), a través de la metodología del Sistema Diferencial Global GPS. De dicho software se genera un archivo *ASCII* con las coordenadas precisas que debe ser cargado al *servicio de Posicionamiento Instantáneo* de la NASA para obtener finalmente las coordenadas (X, Y, Z) de un punto en específico del volcán de forma diaria, y así sucesivamente para los distintos intervalos de tiempo.

²⁶TEQC es una herramienta desarrollada por UNAVCO para resolver problemas de pre-procesamiento de datos GPS. Su nombre obedece a los principales componentes del inglés: Translation, Editing, Quality Check, rutinas que permiten la lectura y conversión de formatos nativos binarios a archivos RINEX.

²⁷RINEX: Receiver Independent Exchange format (Formato de Intercambio Independiente). Archivos de observación, navegación y/o meteorológicos.

En primer lugar, ya que los datos se encuentran divididos por estaciones de monitoreo, se procede a realizar un muestreo de dichas estaciones. Se han tomado, de las doce estaciones, las cuatro que poseen más datos registrados. Por lo que las estaciones que se toman para el análisis de sus datos son:

1. VMIG: Volcán de San Miguel (alias cantón Piedra Azul)
2. PATI: Patio (patio de secado de finca Santa Isabel)
3. TANQ: Tanque (de agua en cantón San Carlos el Amate)
4. BEMI: Bellamira (finca)

Se han seleccionado las estaciones de esa manera para descartar diferencias en la precisión de los datos entre una estación y otra.

Se aplica la técnica del **muestreo sistemático** para seleccionar los días que formarán parte de la muestra, garantizando que ésta sea representativa. Debido a que los datos son listas de coordenadas sin ningún tipo de agrupamiento en ellas de manera individual (como estratos y/o conglomerados), este es el método de muestreo más adecuado.

Sea N el tamaño de la población y n el tamaño de la muestra que deseamos elegir.

Sea

$$k = \frac{N}{n}$$

y sea h un número al azar entre los k primeros de una lista de todos los elementos poblacionales. Un muestreo sistemático de n elementos consiste en seleccionar la muestra formada por los elementos $h, h + k, h + 2k, \dots, h + (n - 1)k$.

Con cada muestra, se calcula el estadístico buscado. A continuación, se ajusta el conjunto de estimaciones a distintas funciones de distribución y se evalúa el ajuste usando los test de bondad de ajuste.

3.3 Medias aritméticas

Una medida puramente descriptiva para conocer los cambios que hay en cada una, según el periodo que se esté estudiando.

Coor. X	Coor. Y	Coor. Z
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$	$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$	$\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n}$

Para cada uno de los intervalos de tiempo que se estudian.

3.4 Determinación de la normalidad de los datos

El conjunto de datos es sometido a un análisis estadístico univariado, en el cual se calculan estadísticos básicos. Se determina la normalidad de los datos mediante los coeficientes de simetría (skewness) y agudeza (kurtosis).

Además, se utilizarán los tests estadísticos:

- **De bondad de ajuste χ^2**

La prueba Ji cuadrada hace uso de la distribución del mismo nombre para probar la bondad de ajuste al comparar el estadístico de prueba X_o^2 con el valor en tablas de la mencionada distribución Ji cuadrada con v grados de libertad y un nivel de significancia **alfa**.

Sea X una variable aleatoria con valores x_1, x_2, \dots, x_n . Se propone la hipótesis nula H_0 , de que la distribución de donde proviene la muestra se comporta según un modelo teórico específico, como la Distribución Normal. Entonces FO_i , representa el número de veces que ocurre el valor x_i mientras que FE_i , es la frecuencia esperada proporcionada por el modelo teórico propuesto. A menudo ocurre que muchas de las frecuencias FE_i (y también las FO_i) son muy pequeñas, entonces, como regla práctica se adopta el criterio de agrupar los valores consecutivos de estas frecuencias esperadas hasta que su suma sea la de al menos cinco. La medida estadística de prueba para la hipótesis nula es

$$X_o^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(FE_i - FO_i)^2}{FE_i}$$

Para n grande este estadístico de prueba tiene una distribución X^2 aproximada con V grados de libertad dados por

$$V = (k - 1) - (\text{número de parámetros estimados})$$

Así, si se estiman dos parámetros, como la media y la varianza, la medida estadística tendrá $(k-3)$ grados de libertad.

- **De *Kolmogorov-Smirnov***

Cuando la prueba de *Kolmogorov – Smirnov* se aplica para contrastar la hipótesis de normalidad de la población, el estadístico de prueba es la máxima diferencia:

$$D = \text{máx} |F_n(x) - F_o(x)|$$

Siendo $F_n(x)$ la función de distribución muestral y $F_o(x)$ la función teórica o correspondiente a la población normal especificada en la hipótesis nula.

El test de *Kolmogorov – Smirnov* presenta la ventaja de que mide la máxima discrepancia entre la función de distribución muestral y la ajustada. Este hecho es importante porque los tests de bondad del ajuste son muy sensibles al número de elementos de la muestra. Cuando

este número es reducido, los tests son muy poco restrictivos a la hora de rechazar la hipótesis de un ajuste correcto y cuando es elevado, son muy restrictivos. Esta máxima discrepancia nos informa, independientemente del tamaño muestral, de la calidad en la predicción de la función de distribución muestral a partir de la ajustada.

En general, el test χ^2 es más restrictivo, es decir, tiende a rechazar la hipótesis de la existencia del ajuste con mayor probabilidad que el de *Komolgorov – Smirnov*.

Dichos tests se han programado debido al gran número de series de datos que serán analizadas, comprobándose la correcta programación a través de la comparación de los resultados de algunas series con los obtenidos utilizando programas comerciales de estadística.

3.5 Determinación de la homocedasticidad (igualdad de varianzas) de los datos

Con el test de Levene, y secundariamente con un gráfico de residuales respecto a los niveles de cada factor.

El test de Levene (1960) se usa para contrastar si k muestras tienen la misma varianza, es decir, la homogeneidad de varianzas. Esto ya que un análisis posterior, el Análisis de la Varianza, supone que las varianzas son iguales para todos los grupos. De ahí la importancia de verificar con este test esa hipótesis.

Si el P-valor resultante de la prueba de Levene es inferior a un cierto nivel de significación (típicamente 0.05), es poco probable que las diferencias obtenidas en las variaciones de la muestra se hayan producido sobre la base de un muestreo aleatorio de una población con varianzas iguales. Por lo tanto, la hipótesis nula de igualdad de varianzas se rechaza y se concluye que hay una diferencia entre las variaciones en la población.

Este test se realizará usando el software **SPSS**.

3.6 Análisis de la Varianza (ANOVA)

En caso de cumplirse los supuestos anteriores, se realiza el test del ANOVA unifactorial/multifactorial de efectos fijos ($H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$), que nos va a permitir:

1. Verificar si alguno de los factores es significativo (alguna de las medias de los niveles difiere del resto), esto es, si alguno de los tratamientos (la partición de los archivos en segmentos menores) influye de manera significativa en la exactitud.
2. Verificar si hay interacciones entre factores (Peña, 1982).

Análisis de la Varianza, Modelos de ANOVA

A continuación se exponen los fundamentos del Análisis de varianza y su aplicación en este proyecto concreto con el programa **SPSS** y **R**.

La técnica del Análisis de la Varianza (ANOVA o AVAR) es una de las técnicas más utilizadas en los análisis de los datos de los diseños experimentales. Se utiliza cuando queremos contrastar más de dos medias, por lo que puede verse como una extensión de la prueba t para diferencias de dos medias (Vicente, 2005).

En el caso unifactorial:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu$$

$$H_1 : \exists \mu_j \neq \mu \quad j = 1, 2, \dots, K$$

El ANOVA requiere el cumplimiento los siguientes supuestos:

- Las poblaciones (distribuciones de probabilidad de la variable dependiente correspondiente a cada factor) son normales.
- Las K muestras sobre las que se aplican los tratamientos son independientes.
- Como ya se ha mencionado, las poblaciones tienen todas igual varianza (homocedasticidad).

Además, se basa en la descomposición de la variación total de los datos con respecto a la media global (SCT), que bajo el supuesto de que H0 es cierta es una estimación de obtenida a partir de toda la información muestral, en dos partes:

- Variación dentro de las muestras (SCD) o Intra-grupos, cuantifica la dispersión de los valores de cada muestra con respecto a sus correspondientes medias.
- Variación entre muestras (SCE) o Inter-grupos, cuantifica la dispersión de las medias de las muestras con respecto a la media global. Las expresiones para el cálculo de los elementos que intervienen en el ANOVA son las siguientes:

$$\text{Media Global: } \bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}}{n}$$

$$\text{Variación Total: } SCT = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{X})^2$$

$$\text{Variación Intra-grupos: } SCD = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{X}_j)^2$$

$$\text{Variación Inter-grupos: } SCE = \sum_{j=1}^K (\bar{X}_j - \bar{X})n_j$$

Siendo x_{ij} el i-ésimo valor de la muestra j-ésima; n_j el tamaño de dicha muestra y \bar{X}_j su media.

Cuando la hipótesis nula es cierta SCE/K-1 y SCD/n-K son dos estimadores insesgados de la varianza poblacional y el cociente entre ambos se distribuye según una F de Snedecor con K-1 grados de libertad en el numerador y N-K grados de libertad en el denominador. Por lo tanto, si H0 es cierta es de esperar que el cociente entre ambas estimaciones será aproximadamente igual a 1, de forma que se rechazará H0 si dicho cociente difiere significativamente de 1.

El ANOVA es un método muy flexible que permite construir modelos estadísticos para el análisis de los datos experimentales cuyo valor ha sido constatado en muy diversas circunstancias. Básicamente es un procedimiento que permite dividir la varianza de la variable dependiente en dos o más componentes, cada uno de los cuales puede ser atribuido a una fuente (variable o factor) identificable.

Los modelos que permite construir el ANOVA pueden ser reducidos a la siguiente forma:

$$\text{Valor observado} = \sum (\text{efectos atribuibles}) + \sum (\text{efectos no atribuibles o residuales})$$

El valor observado se refiere al que se obtiene en la variable cuantitativa dependiente. Los efectos atribuibles son parámetros o variables aleatorias que son el resultado de cambios en los factores o variables independientes y, por tanto, atribuibles a ellos. Aquellos efectos no atribuibles a ningún factor controlado se denominan efectos residuales o variables aleatorias residuales. El ANOVA está basado en ciertos supuestos, unos más plausibles que otros, acerca de dichas variables aleatorias. Es evidente que cuantos más factores introduzcamos menos cantidad de variación residual (error) quedará por explicar. Pero siempre quedará alguna variación residual. Los supuestos en los que está basado respecto a la variación residual se resumen en los siguientes:

1. El valor esperado de cada variable aleatoria residual es cero. Esto significa que toda la variación de los valores esperados es debida a los parámetros (y/o variables aleatorias) que representan efectos atribuibles. En la mayor parte de las situaciones este supuesto no es incorrecto.
2. Las variables aleatorias residuales son mutuamente independientes. Significa que entre las observaciones no existe nexo alguno que no sea explicado por los factores controlados. El supuesto no es tan claramente correcto como el primero, pero se puede mantener razonablemente si los individuos se eligen al azar y la medición se hace separadamente para cada uno.
3. Todas las variables aleatorias residuales tienen la misma desviación típica. Es el llamado supuesto de homocedasticidad o de igualdad de varianzas. Es el menos viable, pues los métodos de medida producen variaciones de diferente magnitud y sabemos que los valores esperados están relacionados con las desviaciones típicas. Hay distintos métodos para conseguir que tal supuesto sea satisfecho:
 - número igual de sujetos en los tratamientos
 - transformación de las observaciones originales, etc.
4. Toda variable aleatoria residual se distribuye normalmente. Es probablemente, el menos válido de los cuatro. Sin embargo, se puede tolerar cierto alejamiento de la normalidad con mínimo efecto práctico sobre las propiedades del ANOVA.

Los modelos del ANOVA son muchos, pero no sirven para todas las situaciones. Tres son los criterios que se utilizan para clasificar los modelos:

- a) Número de factores: Aquellos experimentos que utilizan una sola variable independiente o factor y una variable dependiente se analizan mediante varianza llamado de un factor, de clasificación simple, unidireccional o de una vía (one way). Se trata de comparar grupos o muestras que difieren sistemáticamente en un solo factor. Si varios grupos o muestras se asignan a diferentes combinaciones de dos factores, el ANOVA correspondiente es llamado de dos factores, de clasificación doble, bidireccional o de dos vías (two way). Se trata de comparar grupos o muestras que difieren sistemáticamente en dos factores. Y así sucesivamente.
- b) Muestreo de niveles: Como sabemos, el factor es la variable independiente o experimental controlada por el investigador. Puede tomar pocos o muchos valores o niveles, a cada uno de los cuales se asignan los grupos o muestras. Si se toman K niveles del factor, a cada uno se asignan las muestras y las inferencias se refieren exclusivamente a los K niveles y no a otros que podrían haber sido incluidos, el ANOVA se llama de efectos fijos, sistemático o paramétrico. El interés del diseño se centra en saber si esos niveles concretos difieren entre sí. Cuando los niveles son muchos y se seleccionan al azar K niveles, pero las inferencias se desean hacer respecto al total de niveles, el análisis de varianza se denomina de efectos aleatorios. La idea básica es que el investigador no tiene interés en niveles particulares del factor. Cuando se utilizan dos factores, cada uno con varios niveles, uno de efectos fijos y otro de efectos aleatorios, el análisis de varianza es mixto.
- c) Tipo de aleatorización: Sabemos que la aleatorización es el procedimiento por el cual las unidades experimentales (en general, los sujetos) se asignan al azar a los niveles del factor o tratamientos, de modo que todas ellas tengan la misma probabilidad de recibir un tratamiento o nivel determinado. Esta aleatorización se puede llevar a cabo en el total de las observaciones o por bloques. Ello dará origen a dos tipos distintos de diseño experimental: completamente aleatorizado (CA) o aleatorizado en bloques (BA). Cuando una variable extraña se utiliza para dividir a los sujetos en subgrupos o bloques se denomina variable de bloqueo. El objetivo es eliminar su efecto. Diseños más complejos pueden utilizar más de una variable de bloqueo. El bloqueo llevado a sus extremos puede ser aquel en el que un bloque son medidas de un único sujeto. Es decir, sólo un sujeto recibe todos los tratamientos, de modo que se eliminará mayor número de variables exógenas o extrañas. Este tipo de diseño se suele llamar de medidas repetidas o intrasujetos.

Resultados esperados

A partir del análisis de datos, se espera:

1. Identificar la distribución de los datos (Distribución Normal), haciendo uso de las técnicas de comprobación, el test Chi-cuadrado de Pearson y el test de *Komolgorov-Smirnov*.
2. Si el ajuste es a una Distribución Normal, aplicar el análisis de datos ANOVA. Este proveerá de información acerca de la igualdad o diferencia de las medias de las coordenadas, que nos ayudará a decidir si un intervalo específico de tiempo es el ideal o, por el contrario, cualquier intervalo de tiempo es bueno para el análisis futuro de los datos.

3. Además del estudio de diferencias entre medias, realizar un estudio de la variabilidad de cada una de las coordenadas para finalmente indicar cuál es el intervalo de tiempo ideal para trabajar, que vendrá a ser el intervalo que menos inestabilidad muestre de los datos.
4. Presentar una metodología para análisis futuros de las coordenadas GPS, en donde se haya mostrado a través de los pasos anteriores, la evidencia estadística que sustente y valide dicha metodología.

CAPÍTULO IV

4. APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO

4.1 Introducción a la aplicación del análisis estadístico

Metodología de estudio

Del conjunto de datos obtenido gracias a la Dirección General de Observatorio Ambiental del Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales en cuanto al monitoreo del volcán Chaparrastique, se han seleccionado para este estudio los referentes a las coordenadas GPS del terreno de dicho volcán, capturadas por cada una de las doce estaciones de monitoreo instaladas en todo el edificio volcánico. Se han seleccionado además las que corresponden al año 2015, las cuales inicialmente se encuentran clasificadas en una coordenada por día.

Para llevar a cabo este análisis, se han llevado a cabo los siguientes pasos:

- Obtención de la base de datos: se obtuvo una serie de archivos fuente los cuales son procesados a través de la herramienta “*Instant Positioning*” de la Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio (NASA, por sus siglas en inglés). Estos archivos están clasificados por estaciones y cada archivo fuente proporciona como máximo la coordenada espacial de **un día**, así para todas las lecturas que ha sido posible tomar por cada estación de monitoreo. Para obtener los archivos segmentados en más intervalos de tiempo (12, 8, 4, 2, 1 horas y 30 minutos) se ha utilizado la herramienta **TEQC**, que es un software que se usa a través de línea de comandos de Windows y que particiona cada archivo fuente en más partes, partes que servirán para cargarlos a *Instant Positioning* y así obtener las coordenadas de un punto específico en intervalos diferentes.
- Lectura de las variables: para este estudio, las variables a analizar son las tres coordenadas (x , y , z) de cada estación de monitoreo, para cada intervalo de tiempo específico. El siguiente esquema general, describe como se visualiza la base de datos de todas las estaciones y todos los intervalos de tiempo

C/ 1 día			C/ 12 horas			C/ 8 horas			C/ 4 horas			C/ 2 horas			C/ 1 horas			C/ 30 min.		
x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
.
.

Y sus correspondientes incertezas

C/ 1 día			C/ 12 horas			C/ 8 horas			C/ 4 horas			C/ 2 horas			C/ 1 horas			C/ 30 min.		
Ix	Iy	Iz	Ix	Iy	Iz	Ix	Iy	Iz	Ix	Iy	Iz	Ix	Iy	Iz	Ix	Iy	Iz	Ix	Iy	Iz
.
.

donde los valores de las coordenadas están expresadas en metros: la distancia desde el centro de gravedad de la tierra hacia la superficie.

4.2 Selección de la muestra aleatoria

Se realizó un *muestreo aleatorio sistemático* extrayendo el 25% en cada una de las diferentes bases de datos (denominando base de datos a cada partición que se genera al dividir los datos en los diferentes intervalos de tiempo a estudiar). Se obtuvieron las diferentes muestras, detalladas en la siguiente tabla:

Distribución de muestras a analizar								
		Muestras						
Estación	Población	1 Día	12H	8H	4H	2H	1H	30 min.
VMIG	305	77	154	231	462	470	480	490
PATI	132	33	66	99	198	396	400	420
TANQ	20	-	40	60	120	240	480	490
BEMI	17	-	34	51	102	204	408	450

Tabla 3: Muestras obtenidas para los distintos intervalos de tiempo para cada estación.

La tabla 3 muestra la distribución de las muestras para cada una de las estaciones y para cada intervalo de tiempo. Se indica la población de datos para cada estación y la muestra diaria necesaria que cumple con el 25% establecido anteriormente. Luego, después de hacer las particiones de los archivos fuente, se definen las muestras subsiguientes de los archivos diarios y que se convierten en múltiplos de 2.

A partir del intervalo de dos horas en adelante, se definen las muestras alrededor de los 400 datos debido a la gran cantidad de ellos que surgen, y no es necesario tan grande dimensión para obtener los resultados esperados.

Se debe notar también que para las estaciones *TANQ* y *BEMI* no se posee la cantidad de datos diaria mínima para que una muestra sea representativa, que es de 30 datos. Por lo tanto se estudiarán las muestras del intervalo de 12 horas en adelante y así para los posteriores estudios de esta estación deberá obviarse la toma de datos diarios en dichas estaciones.

4.3 Prueba de los requisitos para la aplicación del análisis ANOVA

Antes de realizar la prueba de igualdad o diferencia de tratamientos, es necesario comprobar si se cumplen los supuestos que este método exige. Por lo que se llevarán a cabo los siguientes tests.

4.3.2 Prueba de normalidad de los datos

Uno de los primeros requisitos que la prueba de variabilidad del método ANOVA exige, es de la Normalidad de los datos. Bajo este contexto, se supone que los errores experimentales se distribuyen normalmente. Lo que supone que cada una de las puntuaciones se distribuirá normalmente. Para comprobarlo se aplica un test de ajuste a la distribución Normal: *Komolgorov-Smirnov*.

Contraste de hipótesis:

Para hacer esta prueba, se definen inicialmente las hipótesis a demostrar, las cuales se establecen de la siguiente forma:

Ho: Los datos proceden de una distribución normal

H1: Los datos no proceden de una distribución normal

Los resultados son los siguientes:

Resultados de la prueba de Normalidad							
	P - valores						
Estación	1 Día	12H	8H	4H	2H	1H	30 min.
VMIG	0.16	0.16	0.14	0.15	0.17	0.14	0.14
PATI	0.15	0.14	0.15	0.15	0.15	0.18	0.14
TANQ	-	0.13	0.12	0.12	0.13	0.12	0.09
BEMI	-	0.12	0.11	0.11	0.10	0.10	0.14

Tabla 4: Valores P para cada una de las muestras.

Para este tipo de datos, es aceptable un análisis estadístico con un nivel de confianza del 95% (Bernardino, L; Galán, 2009).

Según los resultados obtenidos en la tabla 4, los valores P se comparan con el nivel de significancia establecido para la prueba, 5% (0.05). La regla a considerar es

Si $p - valor > \alpha$, no se rechaza la hipótesis de normalidad.

Si $p - valor \leq \alpha$, se rechaza la hipótesis de normalidad.

Por lo tanto para los resultados mostrados en la tabla, aunque los valores del p-valor son bajos, son todos mayores a 0.05, por lo que se acepta la hipótesis nula de Normalidad.

4.3.3 Independencia de los errores

Se procede a garantizar la independencia de los errores. Para ello es necesario entonces que los elementos de los diversos grupos hayan sido elegidos por *muestreo aleatorio*. Esta condición ya ha sido cumplida, ya que se ha usado el muestreo aleatorio sistemático para elegir los elementos de cada muestra.

4.3.3 Prueba de homocedasticidad

Otra prueba a realizar para poder realizar el análisis de varianzas es la prueba de homocedasticidad. Esto es, que todas las muestras posean igual varianza, ya que están debidas al error. Se utiliza entonces *la prueba de Levene*:

Prueba de homogeneidad de varianzas				
	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
X1Dia	25.312	1	161	.076
Y1Dia	9.045	1	161	.487
Z1Dia	1.012	1	161	.635
X12H	27.431	1	91	.135
Y12H	18.534	1	91	.334
Z12H	8.121	1	91	.587
X8H	15.112	1	119	.174
Y8H	9.015	1	119	.478
Z8H	3.934	1	119	.744
X4H	34.021	1	178	.106
Y4H	11.881	1	178	.121
Z4H	2.480	1	178	.117
X2H	10.101	1	143	.133
Y2H	6.322	1	143	.478
Z2H	1.486	1	143	.723
X1H	11.201	1	166	.107
Y1H	.378	1	166	.540
Z1H	.039	1	166	.843
X30min	7.034	1	190	.112
Y30min	.382	1	190	.537
Z30min	.080	1	190	.777

Tabla 5: Prueba de igualdad de varianzas para las observaciones.

Los resultados de la tabla 5 muestran un nivel de significancia mayor que $\alpha = 0.05$ para las tres coordenadas en todos los intervalos. Se demuestra entonces la homocedasticidad de las muestras, las varianzas pueden establecerse como iguales.

Las pruebas de independencia, normalidad y homocedasticidad, nos llevan a concluir que podemos aplicar el análisis de variabilidad ANOVA, ya que se han demostrado cada uno de estos supuestos. En la sección siguiente se da inicio a este análisis.

4.4 Aplicación del análisis ANOVA

Para establecer una metodología paso a paso del análisis de cada una de las bases de datos, el análisis ANOVA se realiza en cada una de las estaciones seleccionadas. Para ello se muestran las medias aritméticas de cada coordenada en cada estación, para establecer un parámetro de cómo son las medidas en cada una.

4.4.1 Medias aritméticas

Los promedios que pueden obtenerse para cada coordenada, en cada intervalo de tiempo, en cada estación aparecen clasificados en las siguientes tablas:

VMIG: Volcán de San Miguel (alias cantón Piedra Azul)

Promedios VMIG			
	X	Y	Z
1 Día	183609.245	-6203362.389	1468161.713
12H	183609.243	-6203362.392	1468161.712
8H	183609.245	-6203362.388	1468161.725
4H	183609.241	-6203362.382	1468161.702
2H	183609.255	-6203362.385	1468161.728
1H	183609.235	-6203362.396	1468161.711
30 min.	183609.233	-6203362.387	1468161.713

Tabla 6: Promedios para la estación VMIG.

La tabla 6 muestra los promedios de las coordenadas para la estación VMIG. se puede observar que los valores enteros de estos promedios no cambian de intervalo a intervalo, sin embargo la parte decimal, la parte milimétrica, es la que experimenta cambios. Significa que las variaciones de las coordenadas se dan a nivel milimétrico, lo cual demuestra la precisión con que la tecnología GPS funciona.

PATI: Patio (patio de secado de finca Santa Isabel)

Promedios PATI			
	X	Y	Z
1 Día	186918.684	-6201755.088	1476098.158
12H	186918.687	-6201755.087	1476098.157
8H	186918.686	-6201755.087	1476098.157
4H	186918.681	-6201755.082	1476098.158
2H	186918.684	-6201755.084	1476098.155
1H	186918.682	-6201755.083	1476098.156
30 min.	186918.673	-6201755.086	1476098.156

Tabla 7: Promedios para la estación PATI.

En la tabla 7 se muestran los resultados de los promedios para la estación PATI, los cuales al igual que con la estación anterior, revelan que la captura de datos por las estaciones es muy precisa, tanto que la variación se da hasta en las centésimas. Es por ello que en el marco teórico se menciona que la precisión del Sistema GPS es a nivel milimétrica.

TANQ: Tanque (de agua en cantón San Carlos el Amate)

Promedios TANQ			
	X	Y	Z
12H	190677.9823	-6203040.503	1468105.587
8H	190677.9823	-6203040.502	1468105.586
4H	190677.9825	-6203040.503	1468105.586
2H	190677.9831	-6203040.501	1468105.584
1H	190677.9822	-6203040.504	1468105.587
30 min.	190677.9819	-6203040.502	1468105.582

Tabla 8: Promedios para la estación TANQ.

En el caso de la estación TANQ, la precisión de los datos se comporta de manera similar con respecto a las dos estaciones anteriores. Hay que notar aquí que el intervalo de datos diario se ha descartado, ya que no se posee la cantidad de datos necesaria para efectuar su análisis.

BEMI: finca Bellamira

Promedios BEMI			
	X	Y	Z
12H	190813.3875	-6202149.957	1473212.069
8H	190813.3874	-6202149.956	1473212.068
4H	190813.3875	-6202149.954	1473212.062
2H	190813.3876	-6202149.957	1473212.063
1H	190813.3874	-6202149.956	1473212.066
30 min.	190813.3879	-6202149.951	1473212.067

Tabla 9: Promedios para la estación BEMI.

Finalmente, los promedios para la estación BEMI son similares. También para esta estación ha sido necesario descartar el intervalo de datos diario. En los posteriores análisis de esta investigación se analizará si es necesario eliminar aún más intervalos, con el objetivo de detectar el o los intervalos que son ideales para la recolección de datos por el MARN.

Se plantea entonces, a nivel milimétrico, un análisis de la variabilidad de las coordenadas dentro de todas las mediciones para todos los tratamientos (los intervalos de tiempo), y finalmente establecer cuál es el que ofrece el mayor nivel de precisión.

4.4.2 Determinación de igualdad o diferencia de tratamientos

Una vez calculados los promedios para las estaciones en estudio, será necesario iniciar con el proceso de análisis ANOVA. Antes de partir con este análisis, se establece que las hipótesis a contrastar en esta etapa son:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu$$

$$H_1 : \exists \mu_j \neq \mu \quad j = 1, 2, \dots, K$$

En que la hipótesis nula que se plantea establece que todas las medias son iguales, que cada factor o tratamiento (las particiones en intervalos de tiempo) no influyen significativamente en las coordenadas. La hipótesis alternativa plantea por lo tanto que al menos una de las medias es distinta del resto, así alguno de los tratamientos es estadísticamente distinto de los demás. Dicha prueba se aplica para cada una de las estaciones como sigue:

Estudio del análisis ANOVA para VMIG: Volcán de San Miguel (alias cantón Piedra Azul)

ANOVA de un factor

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
X	Inter-grupos	.020	6	.003	.833	.545
	Intra-grupos	4.177	2357	.004		
	Total	4.197	2363			
Y	Inter-grupos	.202	6	.034	4.188	.106
	Intra-grupos	8.463	2357	.008		
	Total	8.666	2363			
Z	Inter-grupos	.005	6	.001	1.027	.406
	Intra-grupos	.779	2357	.001		
	Total	.783	2363			

Tabla 10: Resumen de análisis ANOVA.

La tabla 10 es la salida básica de un Análisis de la Varianza: a través de los datos que muestra podremos saber si realmente existe una relación de dependencia entre las variables objeto de estudio o no, podremos saber si los distintos niveles de la variables cualitativa o factor (los distintos intervalos de tiempo en análisis) determinan el valor de la variable cuantitativa (precisión de las coordenadas).

Los resultados obtenidos tras realizar la prueba ANOVA para VMIG son lo que en la tabla aparece como “Inter-grupos”, es el valor de la VARIACIÓN ENTRE; el valor de “Intra-grupos”, es la VARIACIÓN INTRA. También aparece el valor de la VARIACIÓN TOTAL. A continuación, la salida muestra los grados de libertad, que para el caso de la “Variación Entre” son $g - 1 = 6$ y en el caso de la “Variación Intra” son $n - g = 1051$. La columna “Media cuadrática” muestra los valores del cociente de la Variación Entre y la Variación Intra por sus correspondientes grados de libertad. Se recuerda que cuanto más se aproximen la media cuadrática factorial (Variación Entre/ $g-1$) y la media cuadrática residual (Variación Intra/ $n-g$) mayor será la probabilidad de aceptar la hipótesis nula (H_0) o no influencia del factor.

Por último la salida de SPSS muestra el valor calculado del estadístico F y su nivel de significación. El nivel de significación va a permitir aceptar o rechazar la hipótesis nula (independencia entre las variables) sin necesidad de tener que comparar el valor de la F con su valor real de las tablas estadísticas de una F de Snedecor.

El valor que sirve de referencia a la hora de aceptar o rechazar la hipótesis nula es el nivel de significación. Si el nivel de significación es mayor que 0.05, se acepta la hipótesis nula de independencia entre las variables (no existen efectos diferenciales entre los tratamientos). Si el nivel de significación es menor que 0.05 se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, es decir, se concluirá que existe una relación de dependencia entre las variables, y en este caso se podrá decir que los distintos niveles del factor sí influyen sobre los valores de la variable cuantitativa. El nivel de significación como se expuso en el capítulo anterior es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo cierta.

En este primer caso, dado que los valores del nivel de significación es 0.545, 0.360 y 0.406 para X, Y, Z respectivamente; y estos valores son mayores que 0.05, se acepta la hipótesis nula de que no existen efectos diferenciales entre los tratamientos. Esto quiere decir que cualquiera que sea la partición que se elija esta no influye en la precisión de las coordenadas. El intervalo de tiempo que se elija no hace que las coordenadas sean estadísticamente diferentes.

Sin embargo, y a manera de describir el comportamiento de las coordenadas, se presenta a continuación las desviaciones estándar para cada intervalo de tiempo, como un estadístico razonable para elegir con cuál partición trabajar, con el fin de descartar los intervalos de tiempo que poseen más variación:

Desviaciones típicas	
	Desv. típ.
1Día	0.009798707
12H	0.007326063
8H	0.008895325
4H	0.012579176
2H	0.025733898
1H	0.064551658
30min	0.123427345

Tabla 11: desviaciones típicas para la estación VMIG.

Se puede observar en estos resultados (tabla 11) que los tres primeros intervalos de tiempo son los que poseen menor desviación típica. El intervalo diario posee una desviación de 0.009 metros, el intervalo de 12 horas tiene una desviación de 0.007 metros y el intervalo de 8 horas posee una desviación estándar de 0.008 metros. A partir del intervalo de 4 horas la desviación típica aumenta, lo cual se considera que es demasiada imprecisión para los efectos prácticos de captura de datos por el Observatorio Ambiental. Por lo tanto, se rechazarán estos intervalos, y así los tres primeros intervalos son los ideales para aceptar.

Estudio del análisis ANOVA para PATI: Patio (patio de secado de finca Santa Isabel)

ANOVA de un factor

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
X	Inter-grupos	.032	6	.005	1.263	.272
	Intra-grupos	4.025	1606	.004		
	Total	4.057	1612			
Y	Inter-grupos	.214	6	.036	4.426	.081
	Intra-grupos	7.628	1606	.008		
	Total	7.842	1612			
Z	Inter-grupos	.007	6	.001	1.642	.132
	Intra-grupos	.677	1606	.001		
	Total	.685	1612			

Tabla 12: Resumen de análisis ANOVA.

De igual forma los resultados de la prueba indican que para la estación *PATI* ocurre la misma situación que para la estación *VMIG*. El nivel de significación resultante nos permite concluir que no debemos rechazar la hipótesis nula. No existe diferencia entre los factores (los distintos tipos de medición) y así se puede concluir que existe libertad de elegir cualquiera de los tipos de medición estudiadas, ya que no hay diferencia significativa alguna entre una medición y otra.

Para esta estación también se han calculado las desviaciones típicas por intervalo:

Desviaciones típicas

	Desv. típ.
1Día	0.003270211
12H	0.003185248
8H	0.003399284
4H	0.012095014
2H	0.024934113
1H	0.065677962
30min	0.124891356

Tabla 13: desviaciones típicas para la estación PATI.

Las desviaciones típicas de la estación PATI se muestran mucho más bajas en comparación de la estación VMIG. significa esto que las coordenadas que se toman para esta no varían demasiado, que este punto en específico se mueve menos que el punto en estudio de la estación VMIG. Igualmente, los tres intervalos con desviación típica menor son los de dato diario, el de cada 12 horas y el de cada 8 horas.

Estudio del análisis ANOVA para TANQ: Tanque de agua en cantón San Carlos el Amate

ANOVA de un factor

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
X	Inter-grupos	.036	5	.007	1.411	.218
	Intra-grupos	3.701	1424	.005		
	Total	3.737	1429			
Y	Inter-grupos	.188	5	.038	3.842	.078
	Intra-grupos	7.037	1424	.010		
	Total	7.225	1429			
Z	Inter-grupos	.006	5	.001	1.362	.237
	Intra-grupos	.601	1424	.001		
	Total	.606	1429			

Tabla 14: Resumen de análisis ANOVA.

Para la estación TANQ se puede observar que las significancias aún siguen siendo arriba de 0.05, lo que da la confianza de aplicar nuevamente el análisis ANOVA, aunque con una pequeña reducción. La siguiente tabla muestra las desviaciones típicas para esta estación, en donde ya no aparece el intervalo diario por las razones expuestas anteriormente.

	Desv. típ.
12H	0.00782204
8H	0.008402751
4H	0.012110582
2H	0.024174546
1H	0.066657817
30min	0.127566237

Tabla 15: desviaciones típicas para la estación TANQ.

Estudio del análisis ANOVA para BEMI: finca Bellamira

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
X	Inter-grupos	.029	5	.006	1.184	.316
	Intra-grupos	3.144	1243	.005		
	Total	3.172	1248			
Y	Inter-grupos	.160	5	.032	3.288	.071
	Intra-grupos	6.255	1243	.010		
	Total	6.414	1248			
Z	Inter-grupos	.005	5	.001	1.326	.251
	Intra-grupos	.515	1243	.001		
	Total	.520	1248			

Tabla 16: Resumen de análisis ANOVA.

Aún mostrándose una reducción en los valores de las significancias, lo que genera la sospecha de que entre menos datos se tienen menos se podrá comprobar la igualdad de medias, se puede concluir que las medias son similares en esta estación. No existe por lo tanto diferencias

entre un tratamiento u otro para seleccionar un intervalo adecuado para la captura de datos, según la prueba ANOVA.

Esta prueba proporciona entonces la certeza que la forma de registro de las coordenadas satelitales por el MARN no está equivocada. Aún así, sería interesante analizar las desviaciones de cada intervalo, para precisar en qué intervalo se presenta la menor variabilidad. La siguiente tabla muestra las desviaciones para esta estación y en un apartado posterior, una generalización de todas las desviaciones por estación de monitoreo como por intervalo de tiempo.

Desviaciones típicas	
	Desv. típ.
12H	0.007007214
8H	0.008358274
4H	0.011454046
2H	0.024279273
1H	0.059449997
30min	0.127124188

Tabla 17: desviaciones típicas para la estación BEMI.

Las desviaciones típicas nos muestran qué tanto se mueve ese punto en el espacio, si hay variación en ese espacio de terreno y en qué medida dicho terreno se está deformando (milimétricamente). Se muestra en este trabajo de investigación también, con qué nivel de precisión o de confianza este comportamiento es certero, haciendo un análisis de las incertezas de cada coordenada (anexo). Las incertezas son datos asociados a cada lectura satelital y que explican el nivel de error que se comete al tomar dicha lectura en GPS.

En resumen, los resultados de las significancias son las siguientes:

	VMIG	PATI	TANQ	BEMI
	Sig.	Sig.	Sig.	Sig.
X	.545	.272	.218	.316
Y	.106	.081	.078	.071
Z	.406	.132	.237	.251

Tabla 18: Resumen de significancias.

Se puede concluir para estas observaciones que los niveles de significancia de la prueba para cada estación experimentan una leve disminución, significa que entre más datos se poseen en la muestra más certeza se tiene de la igualdad de medias. También, de entre todas las coordenadas, la coordenada “Y” es la que presenta las significancias más pequeñas, por lo que es más tentativa a rechazar la igualdad de sus medias. Entre menos datos se tienen, mayor es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula.

4.5 Análisis gráfico

4.5.1 Variaciones de las coordenadas

Como un estudio más profundo del comportamiento de las coordenadas satelitales, se ha agregado a este estudio una serie de gráficos que muestran las variaciones de las lecturas a través del tiempo a lo largo del año 2015.

En estos gráficos se muestran los cambios que sufren las lecturas de datos alrededor de su promedio, ajustándolas también dentro de una banda confiabilidad del 95%. Esta banda de confiabilidad corresponde al término estadístico conocido como *intervalo de confianza*, definido como

$$\bar{X} \pm 2\sigma$$

El cual define para todos los datos, como se menciona anteriormente, que el 95% de éstos se encuentra dentro de esas bandas de confianza.

Estación VMIG

En los gráficos siguientes, se muestran las variaciones para los datos capturados por la estación VMIG, los cuales se separan por intervalos de tiempo.

Como se puede observar para el intervalo diario, las mediciones fluctúan en el rango de 183,609.23 a 183,609.26 metros (coordenada “X”), de -6203,362.39 a -6203,362.38 (coordenada “Y”) y de 1468,161.70 a 1468,161.72 (coordenada “Z”). La muestra posee un efecto de ruido muy pronunciado en sus primeras lecturas. Luego de eso, su ajuste alrededor de la media se va volviendo más estrecho, lo que indica que no hubo movimientos del terreno tan grandes a medida transcurrió el tiempo (figura 9).

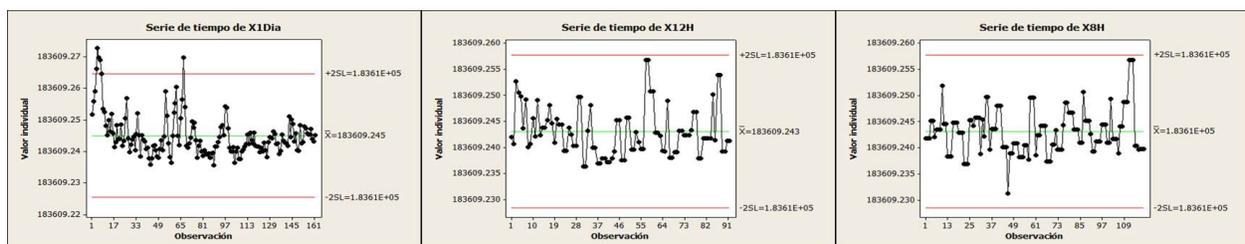


Figura 9: Comparación de los tres intervalos de tiempo para la coordenada X.

Al comparar los tres intervalos de tiempo para una misma coordenada, los intervalos de 12 horas y 8 horas son los que se mantienen dentro de la banda confianza, que coincide con su varianza general (tabla 11). El intervalo de 12 horas posee además la distribución más suavizada de sus coordenadas, su ajuste dentro de la banda de $\pm 2\sigma$ es completo. Ninguna lectura sobrepasa este intervalo de confianza. Las lecturas 56 y 57 del intervalo de 12 horas

son las que más se acercan al límite superior, que corresponden a lecturas dentro del mes de agosto, que es donde se obtuvo un evento eruptivo del volcán (31 de agosto de 2015).

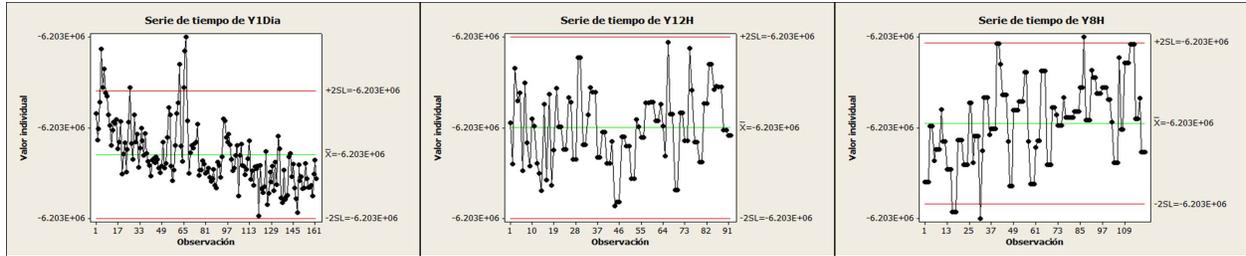


Figura 10: Comparación de los tres intervalos de tiempo para la coordenada Y.

En la comparación de la coordenada Y para los tres intervalos de tiempo (figura 10), la más “ruidosa” es la del intervalo diario, con puntos que sobrepasan el límite superior de 2σ . En cambio, para los intervalos de 12 y 8 horas, los puntos se encuentran dentro de la banda de confianza, aunque las variaciones dentro de esa banda son más marcadas.

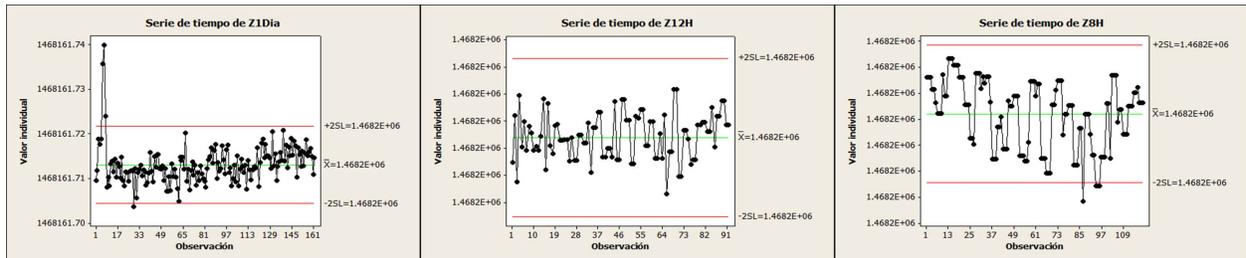


Figura 11: Comparación de los tres intervalos de tiempo para la coordenada Z.

Esta coordenada Z es la que presenta más estabilidad en cuanto a su variación. A excepción de los primeros valores, los datos del intervalo diario se mantienen dentro de la banda de confianza como para las 12 horas y las 8 horas (figura 11).

Estación PATI

Se muestran a continuación los gráficos de las oscilaciones de las coordenadas alrededor de sus correspondientes promedios.

La coordenada X muestra una oscilación alrededor de su promedio muy ajustada, no se sale de las bandas de $\pm 2\sigma$, además presenta una leve tendencia hacia la parte superior de la media en las últimas lecturas y una normalización muy profunda en las últimas seis lecturas específicamente. Estas lecturas varían entre los 186,918.68 y los 186,918.70 metros (figura 12).

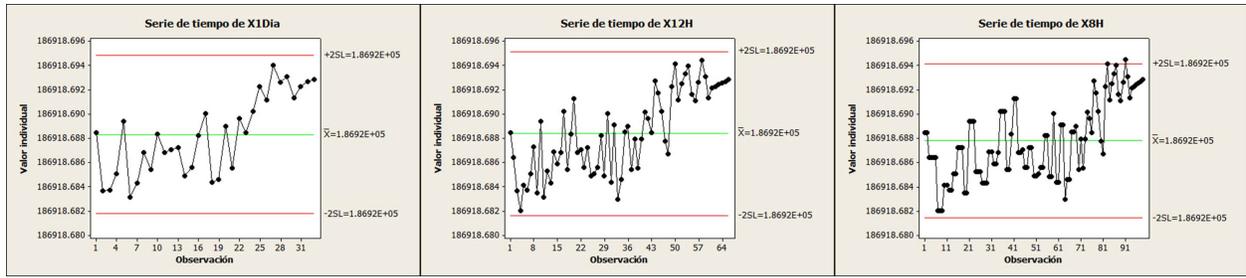


Figura 12: Comparación de los tres intervalos de tiempo para la coordenada X.

La coordenada Y presenta una oscilación alrededor de su promedio aceptablemente ajustada. Son solo algunos valores los que se salen de las bandas de la confianza del 95%, aunque más oscilantes dentro del intervalo, lo cual coincide con su desviación típica, que es mayor. Esto es el caso similar que con la desviación estándar encontrada para la estación VMIG (figura 13).

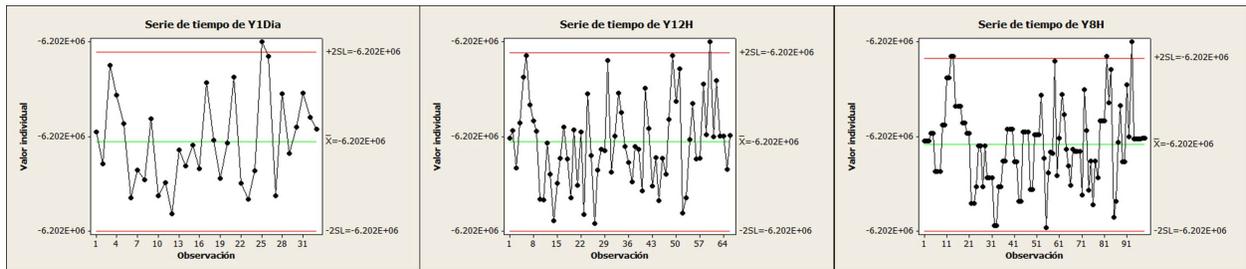


Figura 13: Comparación de los tres intervalos de tiempo para la coordenada Y.

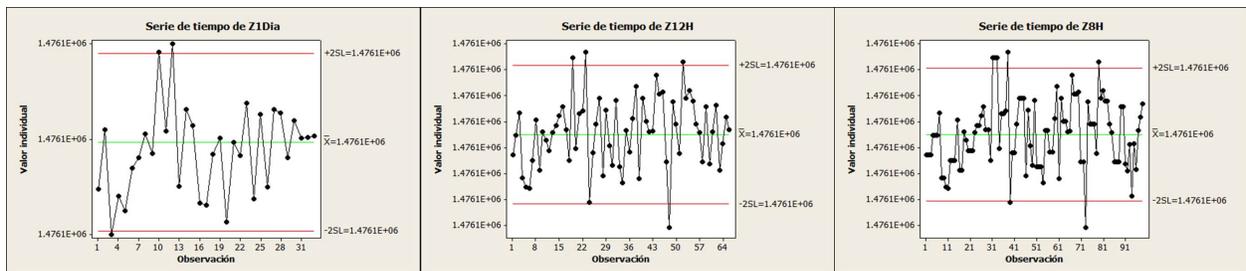


Figura 14: Comparación de los tres intervalos de tiempo para la coordenada Z.

La coordenada Z muestra una variación similar que con la coordenada Y, ya que aunque se mantiene dentro del intervalo de confianza, varía mucho. A pesar de estas variaciones, se mantiene la aceptación inicial que se había establecido, que consistía en elegir estos tres intervalos de tiempo que son los que menor variabilidad presentan en sus lecturas (figura 14).

Estación TANQ

Para la estación TANQ se muestran los gráficos comparativos en sus intervalos, que pasa este caso, se muestran solamente dos intervalos: el de 12 horas y el de 8 horas. Esto debido a la situación planteada anteriormente de que no se ha tomado en cuenta el intervalo diario por falta de datos, luego los intervalos de 4, 2, 1 hora y 30 minutos tampoco se han incluido debido a su alta variabilidad.

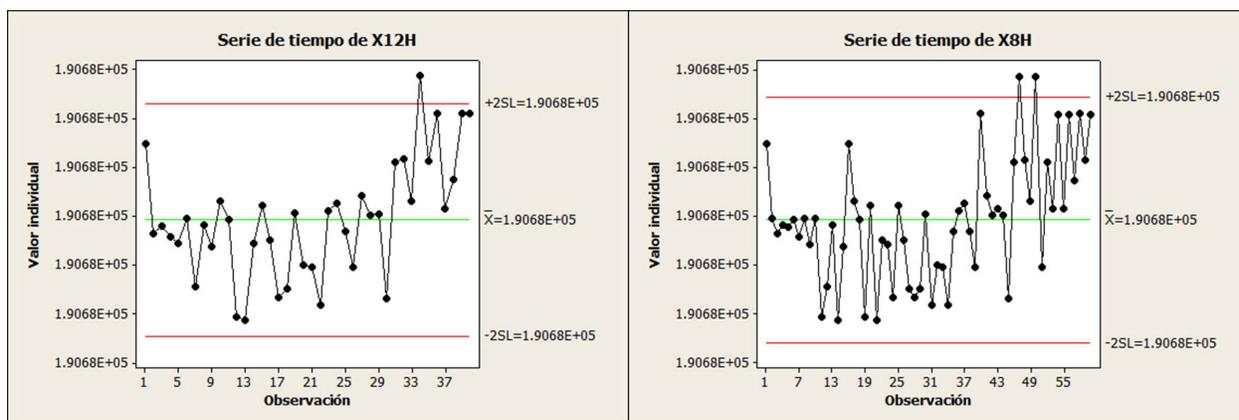


Figura 15: Comparación de los dos intervalos de tiempo para la coordenada X.

para la estación TANQ en la coordenada X (figura 15) se observan ligeras variaciones en los movimientos del punto en estudio. al compararlos con el espacio de 8 horas es una situación muy similar. El punto se ha movido mostrando la misma tendencia hacia arriba, es decir aumentando su medición en metros en las últimas lecturas.

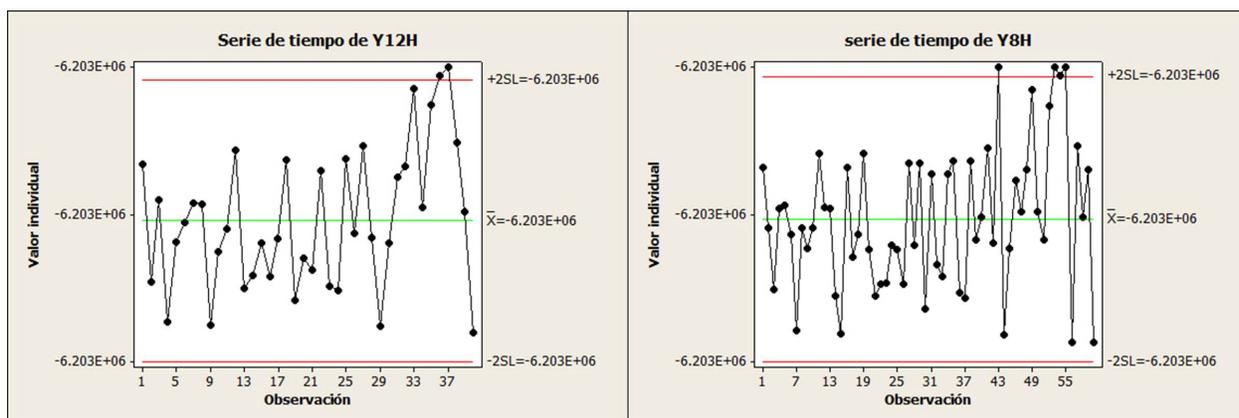


Figura 16: Comparación de los dos intervalos de tiempo para la coordenada Y.

la figura 16, muestra un comportamiento similar y relativamente ajustado a la media, y de las observaciones de agosto del 2015 en adelante ha variado mucho más. Se denota por lo tanto que el evento eruptivo de esa fecha del año hizo que la estación TANQ moviera mucho su posición.

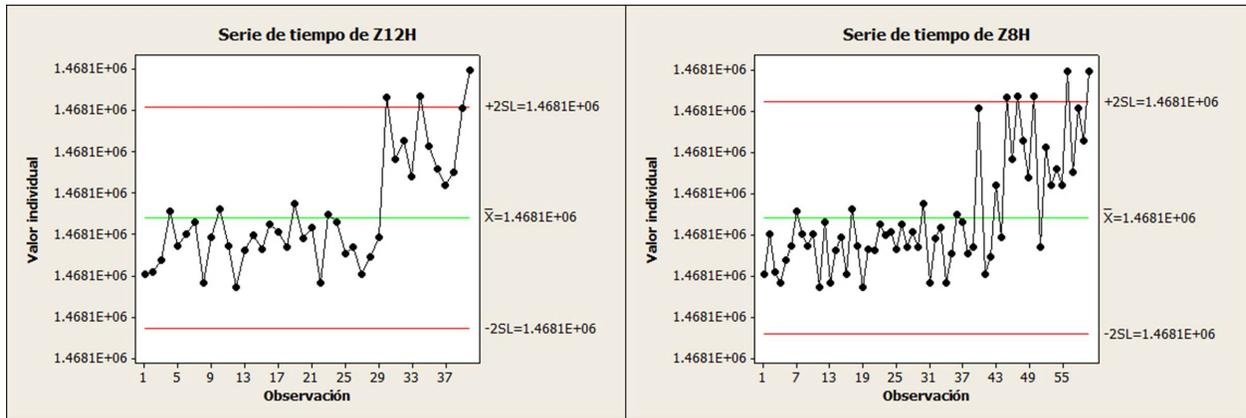


Figura 17: Comparación de los dos intervalos de tiempo para la coordenada Z.

Existe un traslado a los largo del eje Z a partir de agosto en adelante. Si su distancia ha aumentado, significa que la altura a la que se encontraba la estación aumentó, lo cual sería una inflación del terreno en ese punto de esa fecha en adelante.

Estación BEMI

Igualmente para esta estación, se presentan dos intervalos de tiempo, los que poseen la menor incerteza.

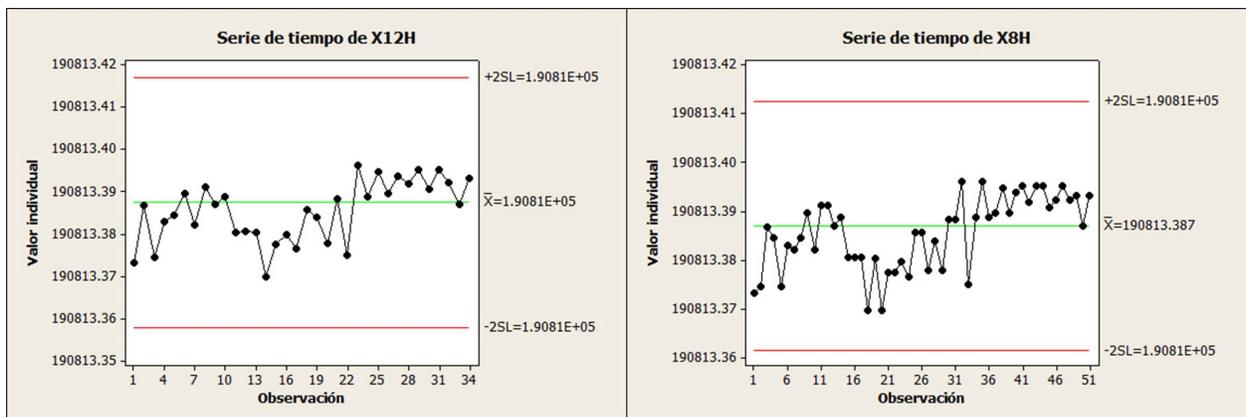


Figura 18: Comparación de los dos intervalos de tiempo para la coordenada X.

El comportamiento es muy similar, significa que no hay distinción entre un intervalo y otro. Parece que en las 8 horas están exactamente las mismas medidas pero duplicadas, lo que muestra que no se reportan variaciones al hacer más estrecha la medición en tiempos de esta estación (figura 18). El mismo comportamiento se muestra para la coordenada Y (figura 19).

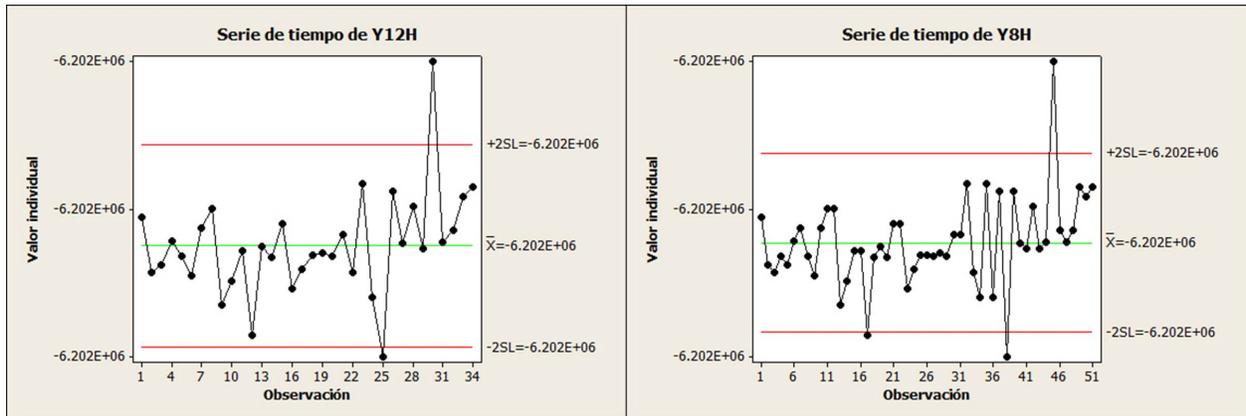


Figura 19: Comparación de los dos intervalos de tiempo para la coordenada Y.

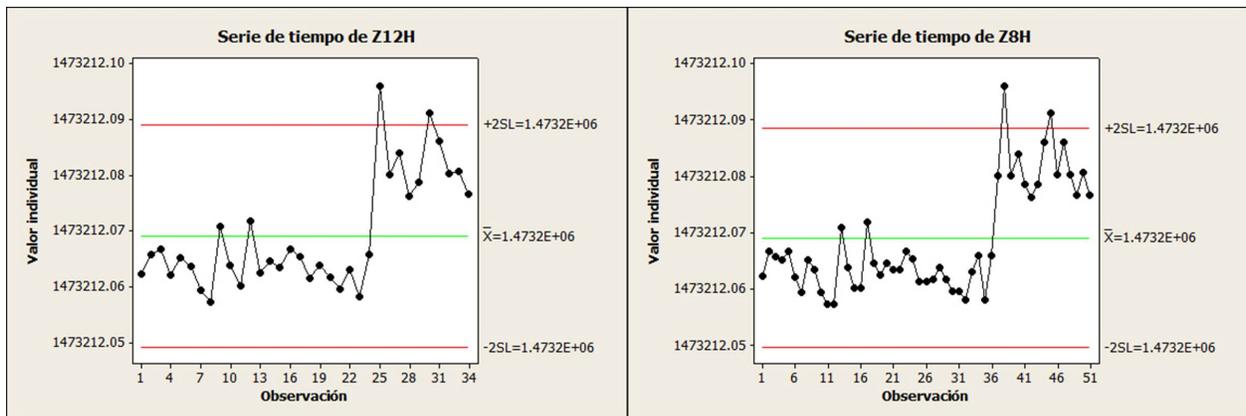


Figura 20: Comparación de los dos intervalos de tiempo para la coordenada Z.

En cambio, para la coordenada Z y su comparación mostrada en la figura 20, se nota un traslado del punto en cuestión. Desde la lectura 25 en adelante (12 horas), el punto se traslada a una posición más alta, mostrando que el terreno ha experimentado una inflación en ese punto de 30 milímetros aproximadamente.

Lo hecho hasta el momento es la comparación de intervalos de tiempo para la misma estación, se debe también comparar entre las cuatro estaciones, cómo es el comportamiento de sus lecturas a través del tiempo. Por ejemplo, estudiar la coordenada X de intervalo diario con la misma coordenada X pero de intervalo cada doce horas; la coordenada Y cada doce horas con la coordenada Y cada ocho horas, y así sucesivamente. Estas comparaciones se muestran en la sección 4.5.2.

4.5.2 Comparación gráfica de las estaciones de monitoreo

En esta sección se comparará el comportamiento estación a estación de cada una de las coordenadas (X , Y , Z) estudiadas, esto con el objetivo de establecer diferencias y similitudes entre gráficas que aporten a las conclusiones finales para la metodología de captura de coordenadas GPS posterior a este trabajo de investigación.

Lecturas cada 1 día

En la figura 21, se presenta la comparación estación a estación de la coordenada X , en la figura 22 la coordenada Y y en la figura 23 la coordenada Z .

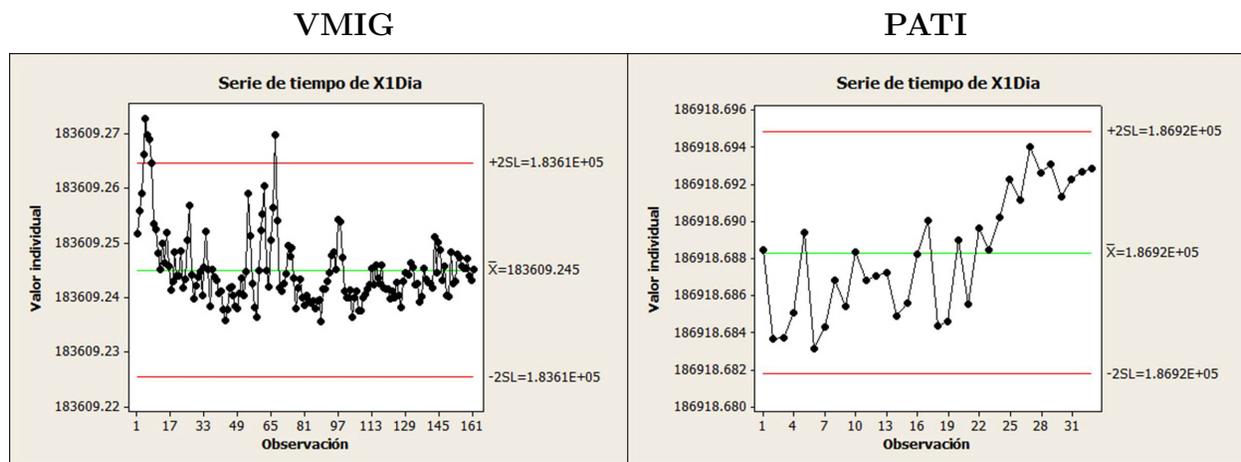


Figura 21: Comparación entre estaciones para la coordenada X - lectura diaria.

La coordenada X diaria muestra para las dos estaciones diferencias muy importantes. Los datos de la estación VMIG tienen una desviación típica de 0.00676 metros, los datos de la estación PATI 0.00327 metros, la mitad de la primera estación prácticamente. Para las incertezas de esta coordenada (ver anexo) es clara la variación que posee entre una estación y otra: la estación PATI es la que posee incertezas mucho menores, significa que el error en la toma de cada dato es mucho menor.

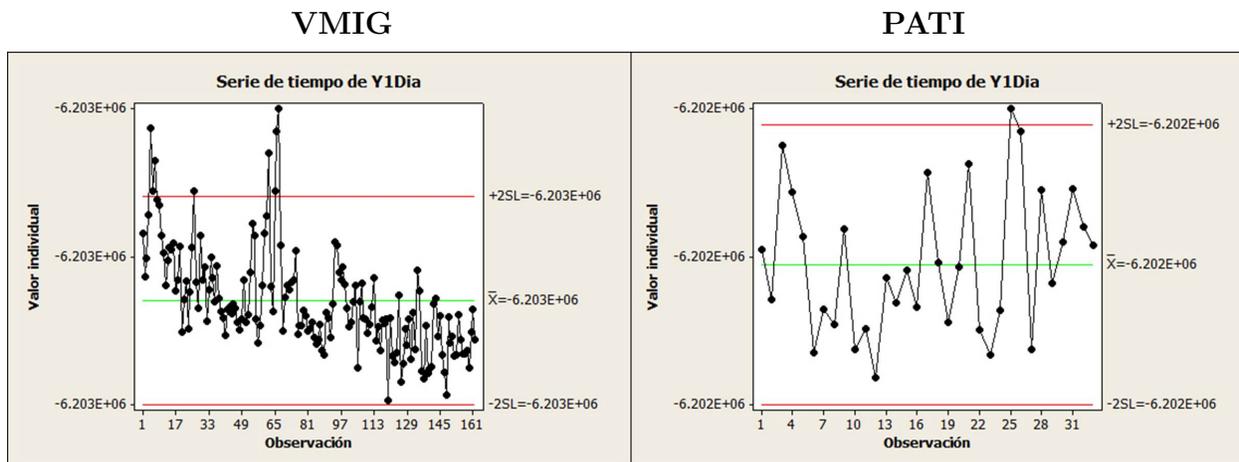


Figura 22: Comparación entre estaciones para la coordenada Y - lectura diaria.

La desviación típica de la estación VMIG es de 0.0183 metros, y para la estación PATI es de 0.00749 metros. Por la tanto la estación PATI posee menor variación en cuanto a sus datos. Y para sus incertezas ocurre la misma situación de ajuste de mejor manera para la segunda estación (ver anexo).

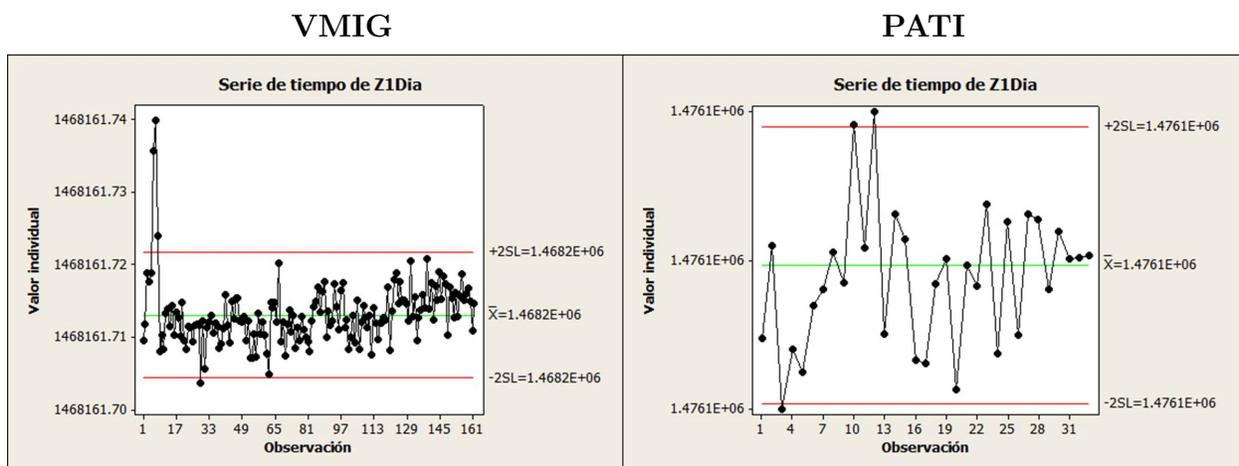


Figura 23: Comparación entre estaciones para la coordenada Z - lectura diaria.

Para la coordenada Z se pueden observar datos más variantes en la estación VMIG, con una desviación típica de 0.00434. La estación PATI, en cambio, posee una desviación de 0.00243. Esta vez la diferencia entre desviaciones es de casi el doble, sirve para definir cuál estación posee datos menos variantes.

Lecturas cada 12 horas

En la figura 24, se presenta la comparación estación a estación de la coordenada X. En la figura 25 la coordenada Y y en la figura 26 la coordenada Z.

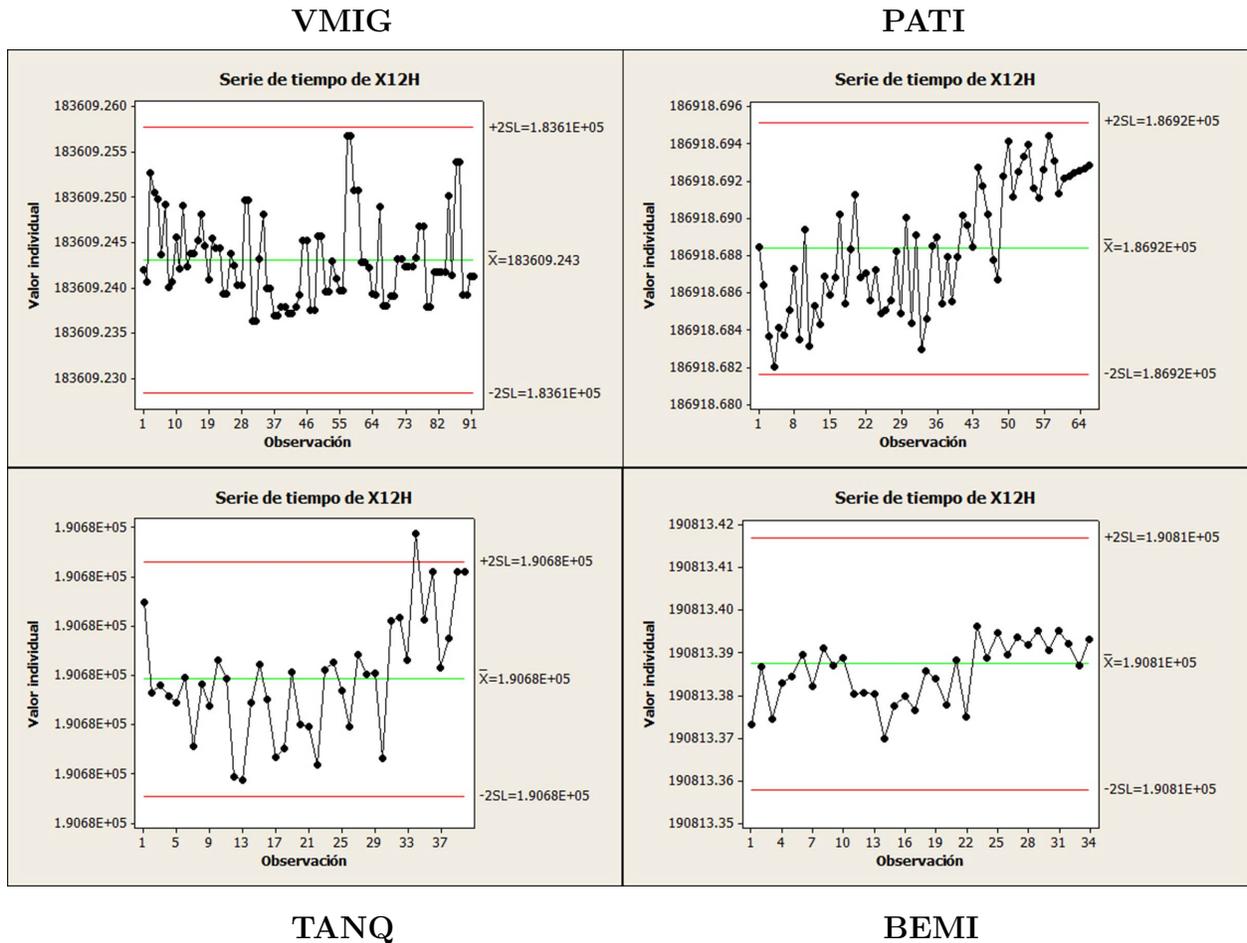


Figura 24: Comparación entre estaciones para la coordenada X - 12 horas.

La desviación de la coordenada X que se toma cada 12 horas y que pertenece a la estación VMIG es de 0.00474, la desviación de la estación PATI es de 0.00339. Para la estación TANQ es de 0.00297 y para la estación BEMI es de 0.0148. Esta vez resultan relativamente parecidas, aunque surge una pequeña diferencia a favor de la segunda estación. Las incertezas, nuevamente, muy diferentes entre las estaciones y que están a favor de la estación TANQ.

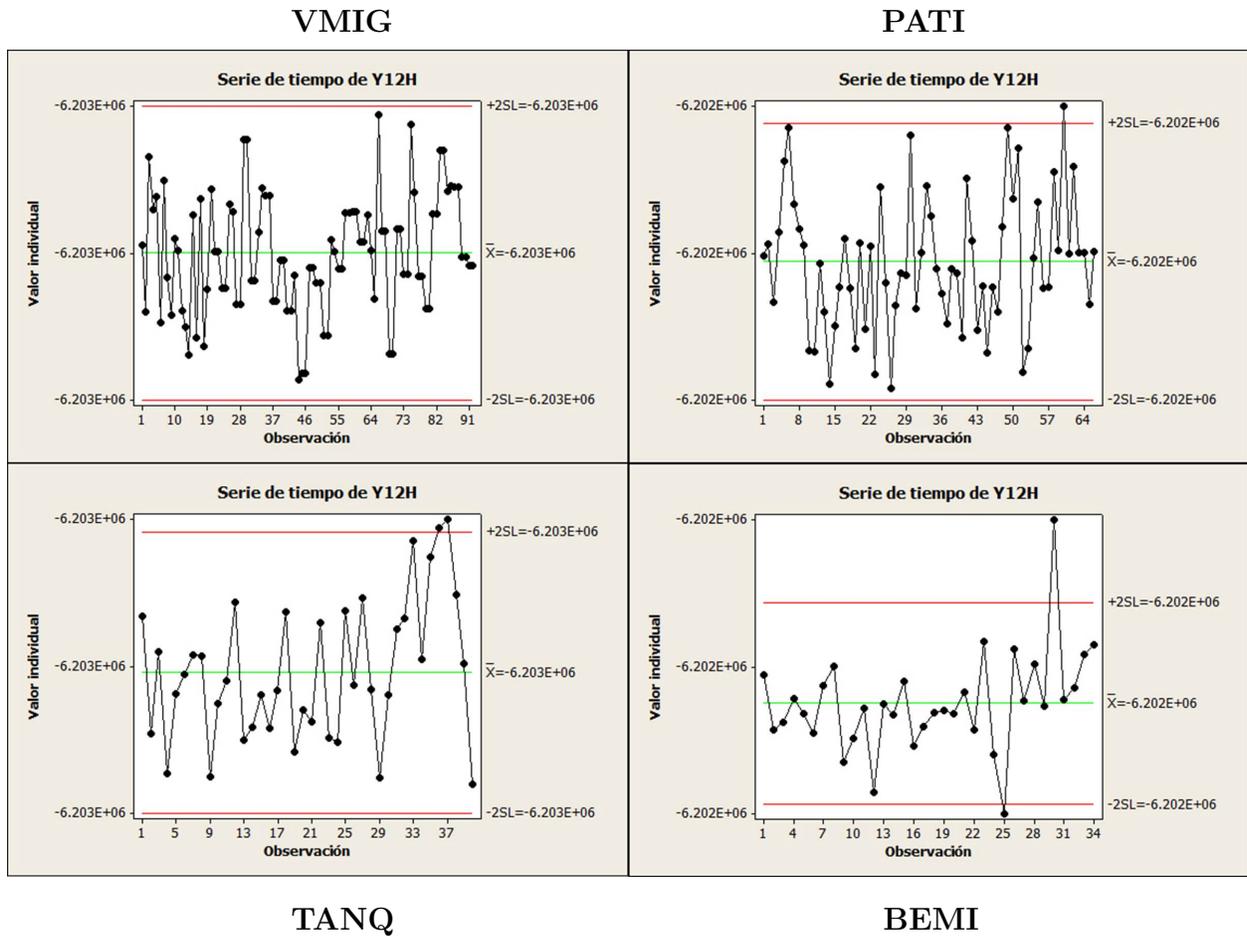


Figura 25: Comparación entre estaciones para la coordenada Y- 12 horas.

Las gráficas de las coordenadas Y para las estaciones esta vez resultan similares. Sus desviaciones son, para VMIG de 0.0106, para PATI de 0.00764, para TANQ de 0.0103 y para BEMI de 0.0163. Por lo tanto, varía mucho más la estación BEMI que el resto de estaciones y la que posee menos variación es la estación PATI.

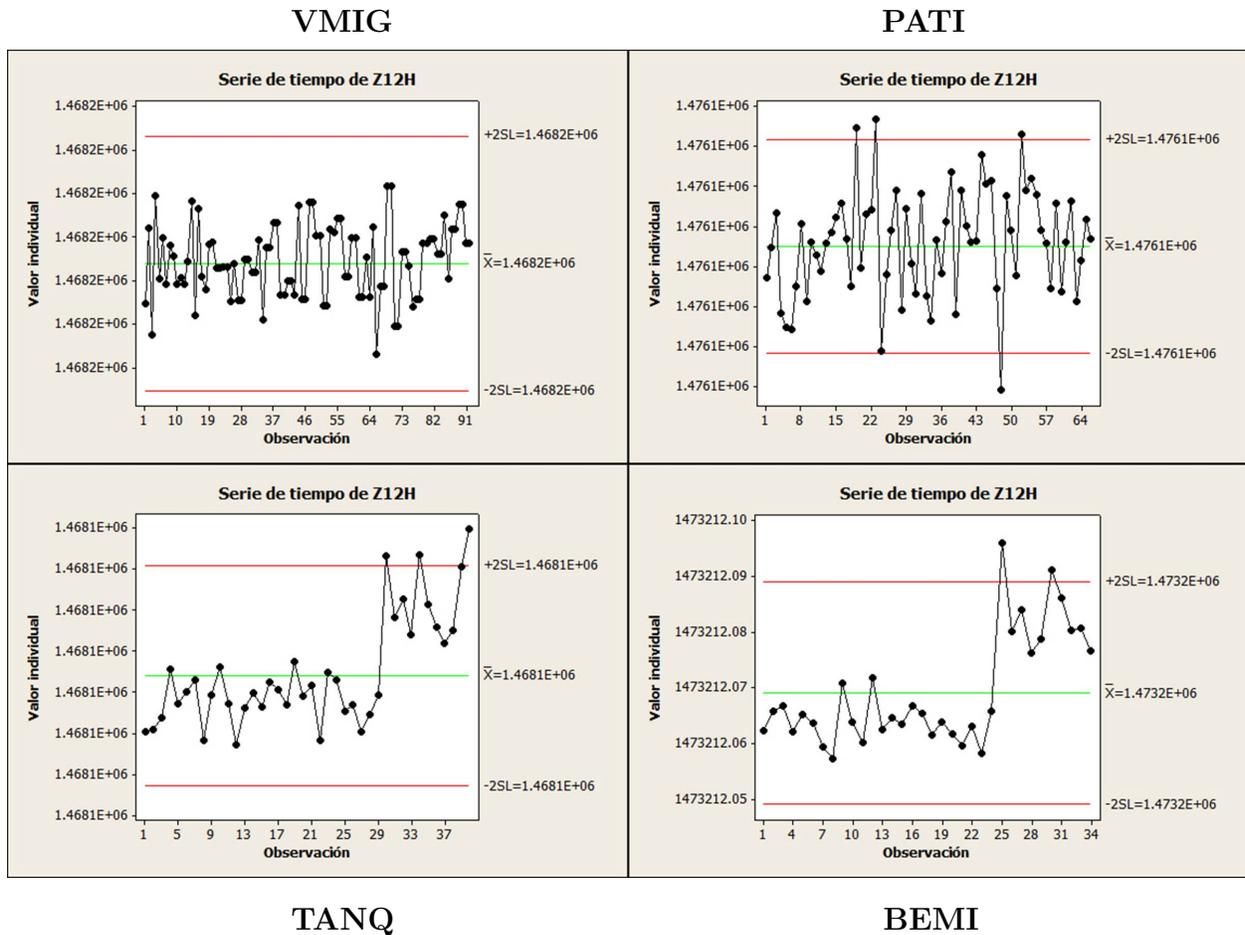


Figura 26: Comparación entre estaciones para la coordenada Z - 12 horas.

Parece, para la coordenada Z, que quien varía más esta vez es la estación PATI, porque hasta tiene puntos que aparecen fuera de la banda de confianza. Sin embargo para esta coordenada se registran desviaciones típicas de 0.00421 y de 0.00269, para las estaciones VMIG y PATI respectivamente. En cuanto a las estaciones TANQ y BEMI, son de 0.00671 y 0.01 respectivamente. Gráficamente parece que la estación VMIG varía menos que la estación PATI, pero estas diferencias se deben a que se está trabajando con medidas distintas, es decir, con posiciones en el espacio distintas. La banda de confianza de PATI es más cerrada que la de VMIG, debido a que su desviación típica es menor.

Por lo tanto, la estación con menor variación es PATI y la estación con mayor variación es BEMI.

Lecturas cada 8 horas

En la figura 27, se presenta la comparación estación a estación de la coordenada X, en la figura 28 la coordenada Y y en la figura 29 la coordenada Z.

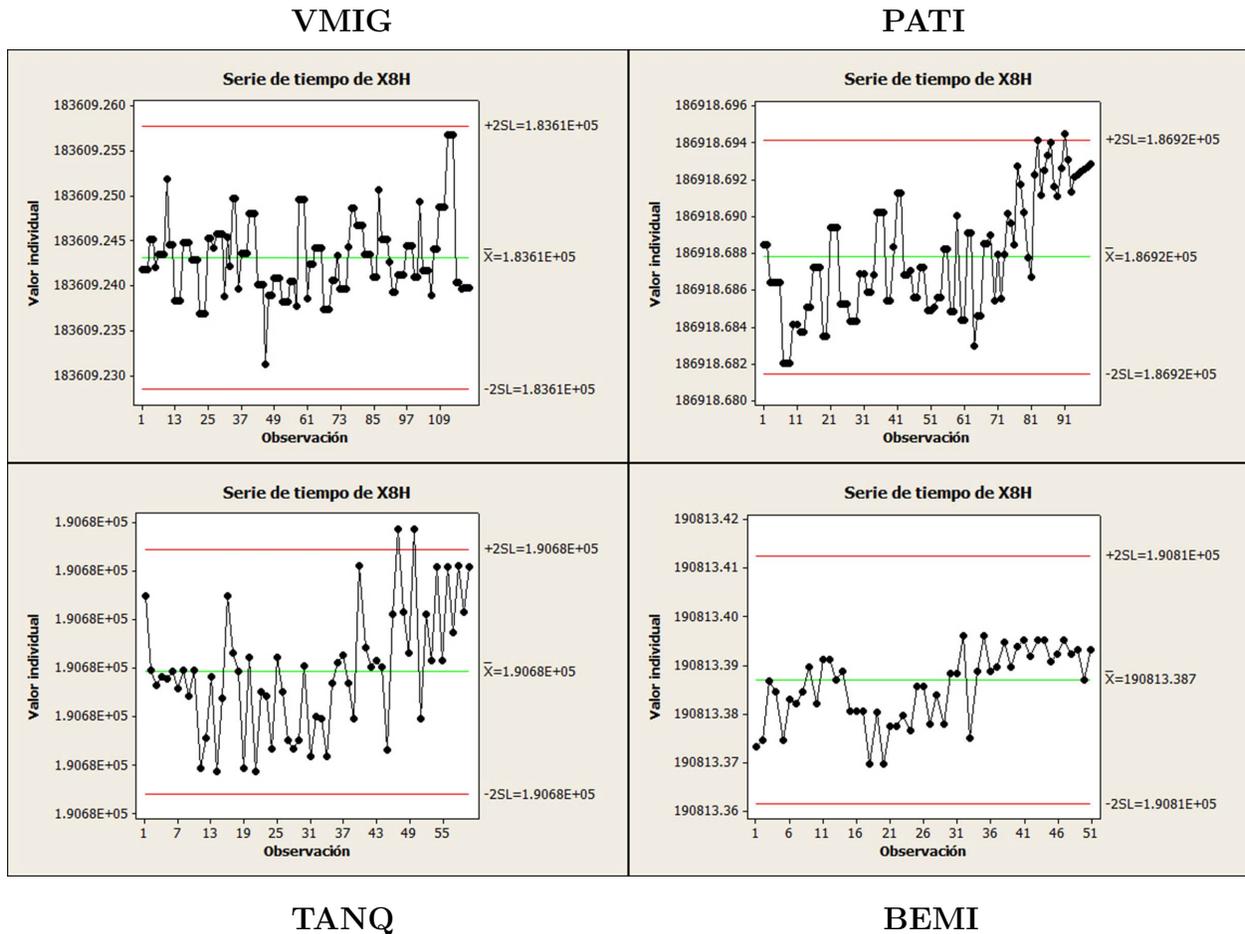


Figura 27: Comparación entre estaciones para la coordenada X - 8 horas.

Para la coordenada X que se segmenta cada 8 horas, parecen similares sus variaciones de coordenadas. Si se calculan sus desviaciones, se obtiene 0.00427 para VMIG y 0.00318 para PATI. También se obtiene 0.00316 para TANQ y 0.0128 para BEMI. Son pequeñas sus diferencias, aun así es menor la desviación para la estación TANQ y la mayor de todas es la de BEMI. Con respecto a las incertezas, para esta coordenada y las siguientes dos, ocurre la misma situación que con las comparaciones anteriores: mucho ajuste para la estación PATI y mucha variación para la estación VMIG y las demás (ver anexo).

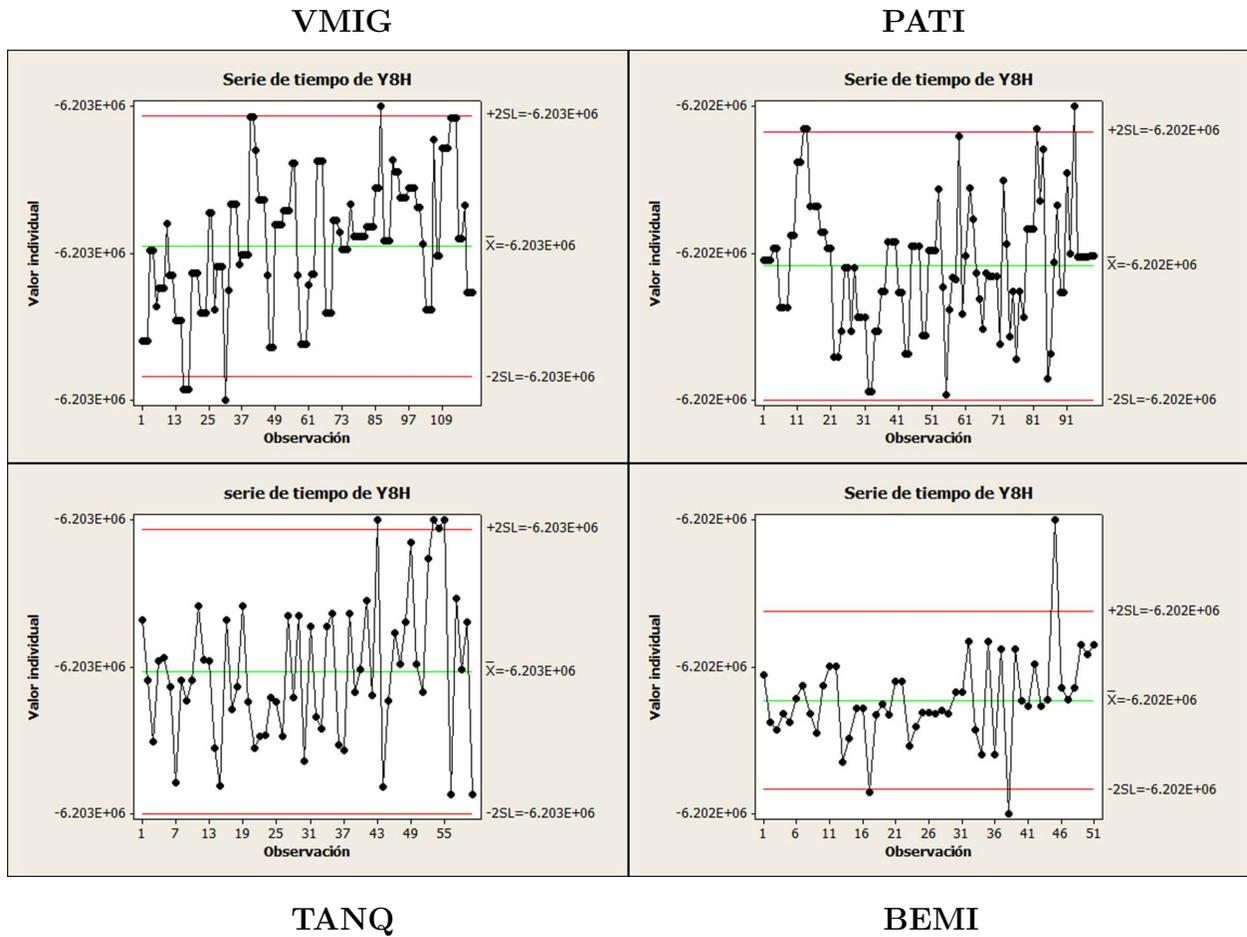


Figura 28: Comparación entre estaciones para la coordenada Y - 8 horas.

La coordenada Y ha variado mucho en los casos anteriores y ocurre de la misma forma para este intervalo de medición. Sin embargo, aún así se pueden calcular sus desviaciones típicas y verificar cuál de todas las estaciones varía menos. Se obtiene entonces, 0.0158 para VMIG, 0.00691 para PATI, 0.0101 para TANQ y 0.0144 para BEMI.

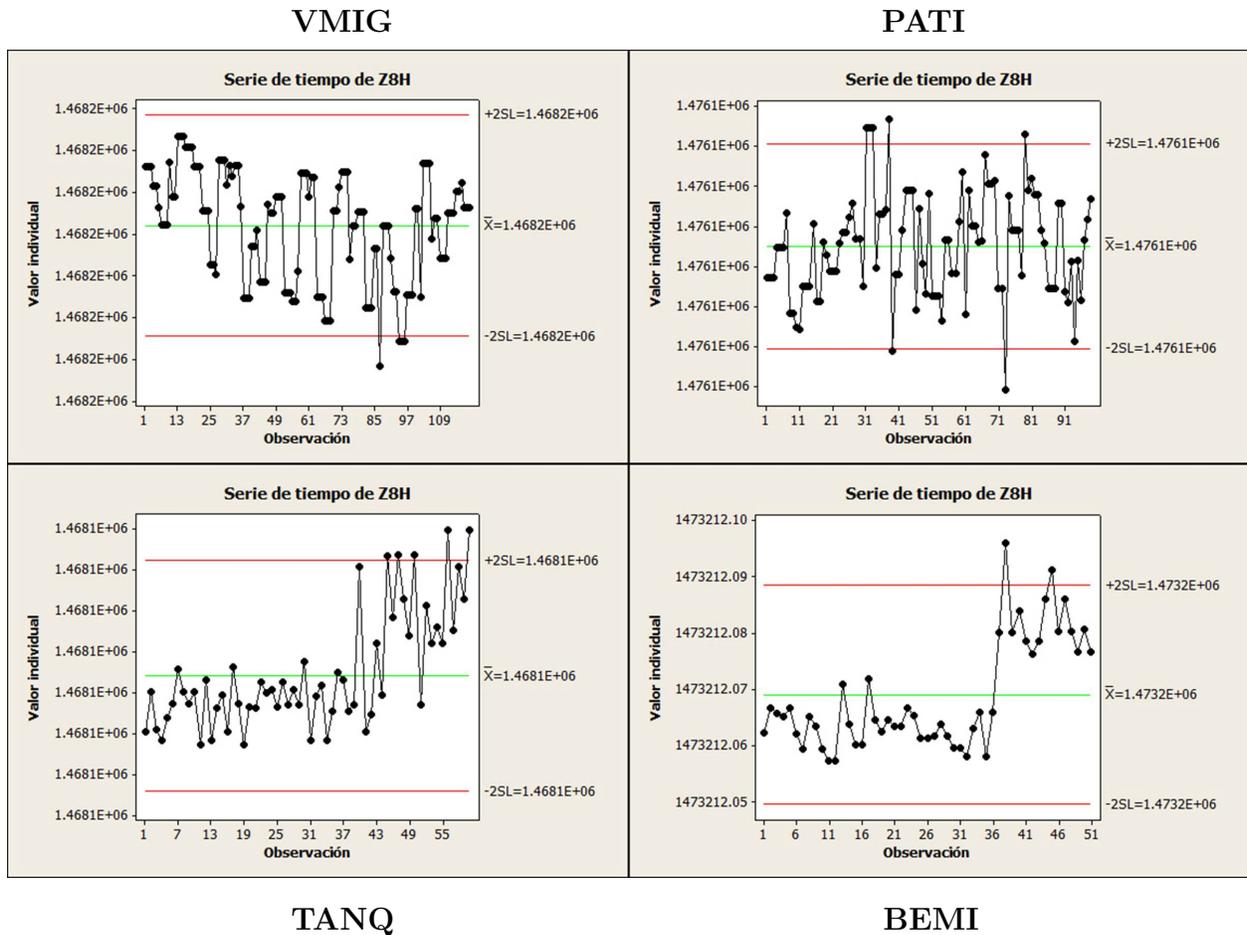


Figura 29: Comparación entre estaciones para la coordenada Z - 8 horas.

Finalmente, para la coordenada Z puede apreciarse un comportamiento similar. 0.00663 es la desviación típica para VMIG, 0.00264 para PATI, 0.00704 TANQ y 0.00973 para BEMI. Se muestra entonces que es mucho menor la variación para PATI que para el resto de estaciones.

Se puede establecer, en términos generales, que la estación PATI es la que presenta una variación menor y que BEMI es la que presenta una variación mayor en cuanto a la toma de sus coordenadas X, Y y Z. Esto se refuerza con los resultados gráficos obtenidos también de sus respectivas incertezas, las cuales poseen una variación mucho menor si pertenecen a la estación PATI. Estos resultados de incertezas se muestran en la parte anexa de este documento.

Resumen de las variaciones

Como resumen del comportamiento de cada punto (estación de monitoreo) en el espacio de la superficie del volcán, se establecen las siguientes desviaciones típicas para cada estación/intervalo de tiempo.

DESVIACIONES DE CADA MUESTRA					
		VMIG	PATI	TANQ	BEMI
24H	X	0.00676	0.00327	-	-
	Y	0.0183	0.00749	-	-
	Z	0.00434	0.00273	-	-
12H	X	0.00427	0.00339	0.00297	0.0148
	Y	0.0106	0.00764	0.0103	0.0163
	Z	0.00421	0.00269	0.00671	0.0101
8H	X	0.00474	0.00318	0.00316	0.0128
	Y	0.0158	0.00691	0.0101	0.0144
	Z	0.00663	0.00264	0.00704	0.00973

Tabla 19: Variabilidad de las coordenadas GPS.

Concretamente, se puede establecer que para todas las estaciones de monitoreo los intervalos de tiempo ideales para realizar mediciones son los de 24 horas, 12 horas y ocho horas. En la tabla 19 se muestran en negritas cuál es el intervalo de tiempo más preciso de esos tres para cada estación; Para VMIG y TANQ, el intervalo más preciso es el de 12 horas. Para PATI y BEMI, el intervalo más preciso es el de 8 horas. Para las últimas dos estaciones, como se ha definido, no existen datos diarios para precisar.

Gracias al análisis ANOVA, se ha establecido que no existen diferencias de medición entre un intervalo y otro. Aún así, gracias al análisis de sus varianzas se han determinado los intervalos que son ideales para realizar las correspondientes mediciones en cualquiera de estas cuatro estaciones.

Conclusiones

A partir de los análisis realizados, el tratamiento de los datos y los resultados obtenidos por computador, se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- Mediante el análisis de normalidad de los datos, la igualdad de varianzas y la independencia de los errores, se puede concluir que los datos poseen un muy buen ajuste a dicha distribución, esto es debido a la precisión con que el sistema GPS presenta las coordenadas, las cuales solo varían hasta la parte centesimal de cada dato.
- La prueba ANOVA muestra que no existe diferencia significativa entre utilizar un intervalo de medición u otro, para cualquier estación. Sin embargo lo que hay que tener en cuenta es que no todas las estaciones de monitoreo poseen datos en gran cantidad, así que hay que considerar las estaciones que posean al menos 30 lecturas. La prueba ANOVA da la fiabilidad de que, independientemente del intervalo de tiempo que se tome, el mecanismo de captura, procesamiento y clasificación de datos por parte del MARN será acertado.
- El análisis estadístico ANOVA muestra también, que existe una correlación estadísticamente representativa entre los diferentes tratamientos, los distintos intervalos de tiempo, evaluado al 95% de confianza.
- Para las últimas estaciones **Tanque de agua en cantón San Carlos (TANQ)** y **finca Bellamira (BEMI)**, se ha tomado su procesamiento y análisis a partir del intervalo de cada 12 horas. Esto es debido a que para el dato diario (o de 24 horas) no existen suficientes datos para considerarlos como una muestra representativa. Por lo tanto, serán los intervalos subsecuentes los que se tomarán en cuenta para este análisis.
- Las significancias estudiadas muestran una relativa disminución a medida que se estudian las estaciones con datos en orden descendente, es decir, en el orden descendente según el tamaño de sus poblaciones y sus muestras. Esto implica que al tener menos datos registrados para una estación, se corre el riesgo de rechazar la hipótesis de la igualdad de medias, que implica a su vez que será necesario analizar estrictamente la variabilidad de cada intervalo de tiempo para así elegir el que provee mediciones más precisas.

- El análisis de desviaciones típicas muestra la variabilidad que las coordenadas poseen en cada intervalo de tiempo. Como el nivel de precisión que se considera conservar es alrededor de 1 centímetro, los intervalos de tiempo que poseen la menor desviación típica son **el dato diario (24 horas), el de 12 horas y el de 8 horas**. A partir del intervalo de cada 4 horas se experimenta un aumento de la desviación, por lo que eso genera una imprecisión mayor y no es conveniente considerarlos como buenos intervalos.
- Al realizar el análisis gráfico de las coordenadas, para cada estación y para cada intervalo de tiempo, se coincide con el resultado inicial de las desviaciones típicas. Los intervalos que menor variación producen son los de 12 horas y los de 8 horas, esto para todas las estaciones de monitoreo incluidas en este análisis.
- En el análisis gráfico de las incertezas, se obtiene que el intervalo diario para la estación VMIG es que posee menor variación. Para la estación PATI, el intervalo que posee la menor variación en sus incertezas es el de 8 horas. Esto indica que son estas dos estaciones las que capturan los datos más precisos en el sistema GPS, esta situación puede deberse a que intervienen en ellas menos factores asociados a la imprecisión como factores ambientales, la mano del hombre, etc.
- Al comparar estación a estación los datos graficados en el intervalo de 24 horas, de manera general se puede concluir que las variaciones de la estación VMIG son prácticamente el doble que las de la estación PATI. Esto indica que hay más movimiento del punto VMIG comparado con el punto de PATI. Al hacer las comparaciones en el resto de intervalos (12 y 8 horas) se puede concluir de manera general que la estación que menos variabilidad presenta es PATI y la que presenta más variación es BEMI en sus lecturas satelitales.
- El comportamiento las coordenadas del volcán indican que la componente Y de posición es la que se encuentra con mayor incertidumbre, en comparación con la coordenada X y la coordenada Z .
- Finalmente, independientemente del lugar del que se realicen las mediciones (VMIG, PATI, TANQ o BEMI), **el mínimo intervalo de medición que debe tomarse es el de ocho horas continuas**. Tomar un intervalo menor a este sacrificará la precisión centimétrica de la medida.

Referencias

Referencias bibliográficas

- Bernardino, L; Galán, S. (2010) *Determinación de deformaciones asociadas a la Zona de Falla de El Salvador (ZFES) a partir de observaciones GPS*. Proyecto de fin de carrera. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, ES. 219 p.
- Berrocoso, Manuel (2003) *Sistema de Posicionamiento Global*. México. Edit. Puerto Real
- Blas, Holanda. Ortega, Bermejo (1998) *GPS Y GLONASS, Inscripción y aplicaciones*. España, Madrid.
- Blewitt, G. (2014). *Basics of the GPS Technique: Observation Equations*. Londres: Swedish Land Survey.
- Bonforte, A., Hernandez, D., Gutiérrez, E., Handal, L., Polío, C., Rapisarda, S., & Scarlato, P. (2015). *The unrest of S. Miguel volcano (El Salvador, CA): installation of the monitoring network and observed volcano-tectonic ground deformation*. Copernicus Publications.
- Calero, Blanca Urmeneta. (2005). *Fundamentos y Aplicaciones de los Sistemas de posicionamiento (GPS)*. España.
- Chio, Gina. (2010) *"Sistema de Posicionamiento Global (GPS): Conceptos, Funcionamiento, Evolución y Aplicaciones"*. Chile. Edit. Naciones Unidas
- Glaret, Marcelino. Palacios, Manuel (2001) *Sistema de Posicionamiento Global*. México. Edit. Chillán.
- Gutovnik, Pedro (1996) *Funcionamiento del sistema GPS*.
- Huerta, Eduardo. Mangiadema, Aldo. Noguera, Gustavo. (2005) *GPS Posicionamiento Satelital*. Argentina. Edit UNR
- Lardé y Larín, Jorge (2006) *El salvador, Historia de sus pueblos, villas y ciudades*. El Salvador. Edit. DPI
- Ministerio de Obras Públicas (1986). *Diccionario Geográfico de El Salvador, Tomo II, San Salvador*. Edit. Instituto Geográfico Nacional.
- Peña, D. (1982). *Estadística, modelos y métodos 1. Fundamentos 2. Modelos lineales y series temporales*. Madrid: Alizanza Editorial.
- Pérez J, Ballell J. (2000). *Transformaciones de coordenadas*. Madrid. Editorial Colegio de Ingenieros Técnicos en Topografía.
- Rey, Jorge (2000) *Sistema de Posicionamiento Global GPS*. Estados Unidos. Edit. Universidad de Florida

- Schiek, C. (2008). *Characterizing the Deformation of Reservoirs Using Radar Interferometry, Gravity, and Seismic Analyses*. Tesis Doctoral, Universidad de Texas, El Paso.
- Sevilla, M.J. (1993): *Teoría de Errores de Observación*. Madrid. Edit. Complutense.

Referencias electrónicas

- Bande, M., San Miguel, P., González, j. & Pateiro, B. (2008). *Prácticas de Estadística en R*. Recuperado de <http://eio.usc.es/pub/pateiro/files/pubdocentepracticasestadistica.pdf>
- García, D. (2008-2009). *Estudio de la calidad métrica de las observaciones en tiempo real en la Red GNSS de Castilla y León*. Recuperado de <http://bit.ly/1OTiHC6>
- Gobierno de El Salvador. *Ministerio de Medio ambiente y Recursos Naturales (2016) Volcán chaparrastique*. Recuperado de <http://www.marn.gob.sv/>.
- Gobierno de El Salvador. *Ministerio de Medio ambiente y Recursos Naturales (2016) Vulcanología*. Recuperado de <http://www.marn.gob.sv/>.
- Gobierno de El Salvador. *Ministerio de Medio ambiente y Recursos Naturales (2015) Uso de GPS para medir deformación de corteza terrestre de El Salvador*. Recuperado de <http://bit.ly/2aaBF5E>.
- Gobierno de El Salvador. *Servicio Nacional de Estudios Territoriales. (2015) Volcán chaparrastique*. Recuperado de <http://www.snet.gob.sv/ver/vulcanologia/informes+especiales/>.
- Gobierno de los Estados Unidos, Oficina de Coordinación Nacional de Posicionamiento, Navegación, y Cronometría por Satélite. (2006) *Sistema de Posicionamiento Global Al Servicio del Mundo*. Recuperado de <http://www.gps.gov/spanish.php>.
- López González Julio (2010) *Usos y perspectivas del GPS*. Recuperado de <http://ciencialultima.blogspot.com/2010/01/usos-y-perspectivas-del-gps.html>.
- Otero, J. & Sevilla, M. (2012). *Análisis de Series Temporales de Observaciones GPS en la estación permanente de Lanzarote*. Recuperado de http://digital.csic.es/bitstream/10261/25663/1/congreso18_2002.pdf
- Servicio Nacional de Estudios Territoriales. *Informes especiales, 2016*. San Salvador: El Salvador. Recuperado de <http://www.snet.gob.sv/ver/vulcanologia/informes+especiales/>
- Servicio Nacional de Estudios Territoriales. *Memoria Técnica del Mapa de Escenarios de Amenaza del Volcán de San Miguel, 2012*. San Salvador: El Salvador. Recuperado de <http://www.snet.gob.sv/Geologia/Vulcanologia/memorias/mtVSM.htm>

- Quintana, S. (2004). *Análisis de precisión y eficiencia de receptores GPS bajo cobertura arbórea*. (Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid). Recuperado de <http://oa.upm.es/495/>
- Vicente, J. (2005). *Análisis de la Varianza* Recuperado de <http://biplot.usal.es/problemas/libro/7%20ANOVA.pdf>

ANEXO: GRÁFICOS DE LAS INCERTEZAS DE LAS COORDENADAS

Se comprende por “incerteza” el margen de error que el sistema GPS comete al calcular la medida de un punto específico desde en centro de gravedad de la tierra. Entre más pequeño sea este, mayor confiabilidad se tiene de la distancia calculada.

Variaciones de las incertezas

Como un estudio adicional de las lecturas satelitales y su completa exploración a fin de conocer completamente los factores que generan sus variaciones, de desarrolla también la interpretación gráfica de sus incertezas. Como se mencionó anteriormente, las incertezas son cada error que se comete por los sistemas al momento de la lectura de la coordenada en una hora específica. Cada coordenada viene acompañada por su incerteza, por lo tanto, se tienen tantos datos de incertezas como coordenadas satelitales en cada una de las muestras estudiadas.

Estación VMIG

Según los resultados gráficos para los datos diarios, la coordenada X tiene incerteza en sus lecturas desde los 0.000618 metros hasta los 0.000694 metros; la coordenada Y desde los 0.00228 metros hasta los 0.002536 metros; la coordenada Z desde los 0.000692 hasta los 0.000792 metros.

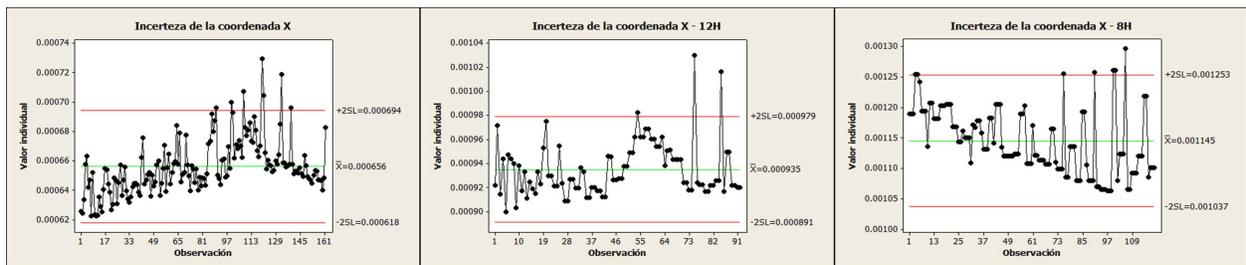


Figura A.1: Incertezas de la coordenada X en los tres intervalos de tiempo.

La figura anterior (figura 15) muestra la tendencia de las incertezas a lo largo del tiempo. El intervalo diario y el intervalo de 12 horas poseen un comportamiento similar, con algunos datos fuera de la banda de confianza. El intervalo de 8 horas posee un comportamiento distinto, el 70% de las observaciones posee un ajuste muy cerrado y de la observación número 75 en adelante se incrementa su variación. Es de recordar que estas observaciones pertenecen

a las fechas del mes de agosto en adelante, cuando se presentó una importante actividad eruptiva.

En cuanto a los rangos de las incertezas, lo que se muestra es que las coordenadas diarias X y Z poseen una incerteza menor del milímetro: La coordenada X de 0.62 a 0.69 milímetros y la coordenada Z de 0.7 a 0.8 milímetros. En cambio, la coordenada Y refleja que sus incertezas se incrementan y van de los 2.3 a los 2.5 milímetros (el promedio de sus incertezas es de 2.5 mm).

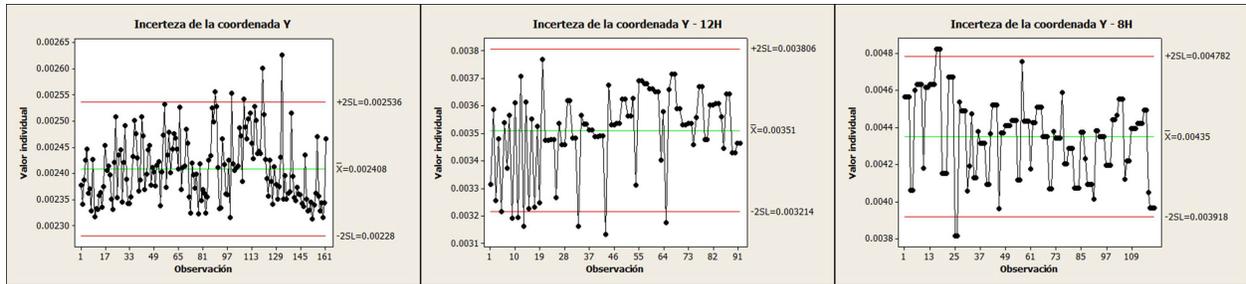


Figura A.2: Incertezas de la coordenada Y en los tres intervalos de tiempo.

Para los datos de intervalo 12 horas, las lecturas también poseen una incerteza menor del milímetro para las coordenadas X y Z. La coordenada X tiene incertezas entre 0.89 y 0.98 mm. La coordenada Z posee incertezas entre 0.98 y 1.16 mm. En este caso para la coordenada Z, son dos datos atípicos los que hacen que se extienda la amplitud de las incertezas arriba de la media (lecturas 19 y 46), por lo que bien podrían despreciarse.

Nuevamente, la coordenada Y es la que presenta mayor incerteza en las lecturas tomadas por las estaciones de monitoreo, ya que oscila entre los 3.21 y los 3.81 mm.

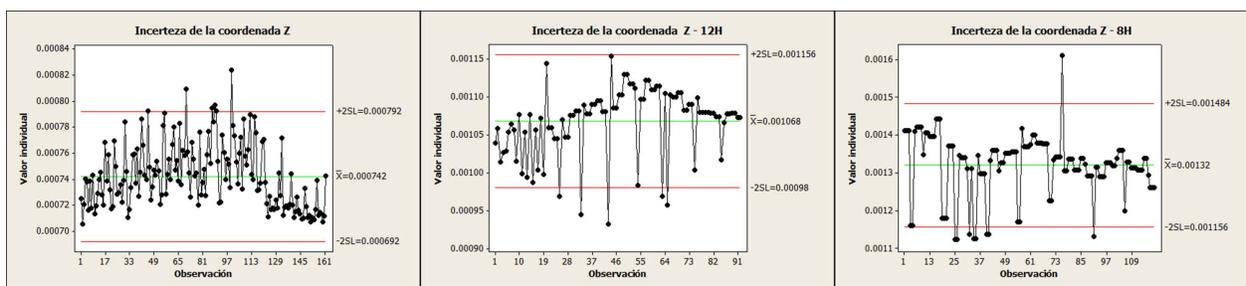


Figura A.3: Incertezas de la coordenada Z en los tres intervalos de tiempo.

Con los datos de intervalo 8 horas, la coordenada X oscila entre los 1.04 y los 1.25 mm. La coordenada Y oscila entre los 3.92 y los 4.78 mm y la coordenada Z varía entre los 1.16 y los 1.48 mm.

Estación PATI

Esta estación ha presentado en este estudio una estabilidad muy importante en las incertezas que se tomaron a lo largo del año 2015. Los gráficos que a continuación se muestran revelan un ajuste muy aproximado a la media de las incertezas, lo que nos permite concluir que las incertezas en la toma de las lecturas satelitales no cambian demasiado, dando al investigador una gran estabilidad y una muy buena certeza de las coordenadas que se toman. Existen uno o dos valores iniciales que se alejan mucho del promedio, esto puede deberse a factores ambientales en la captura de los datos iniciales. Estos primeros valores pueden despreciarse, valorando los subsecuentes registros que muestran una buena calidad de observación.

Así como para la coordenada X (figura 18), para las otras dos coordenadas Y y Z también se obtiene el mismo comportamiento (figuras 19 y 20).

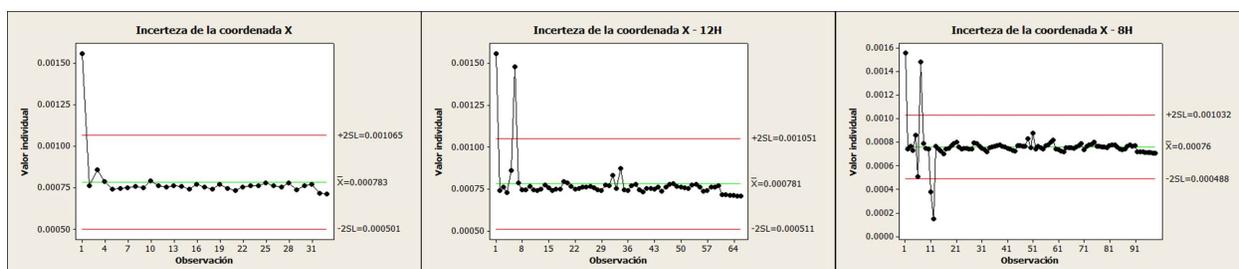


Figura A.4: Incertezas de la coordenada X en los tres intervalos de tiempo.

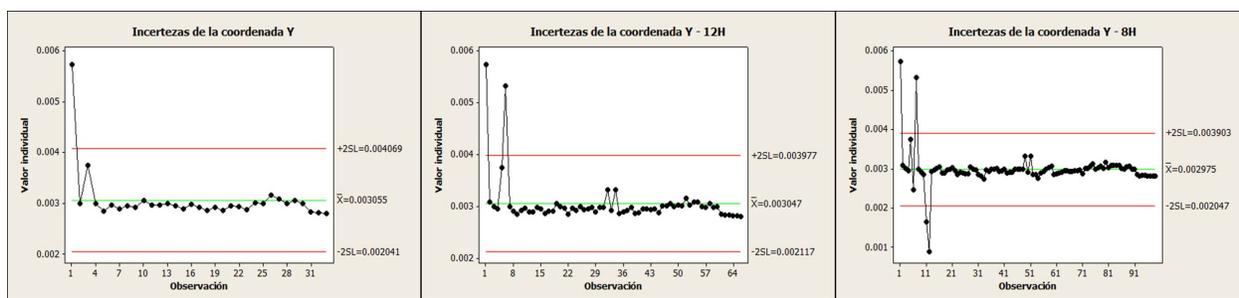


Figura A.5: Incertezas de la coordenada Y en los tres intervalos de tiempo.

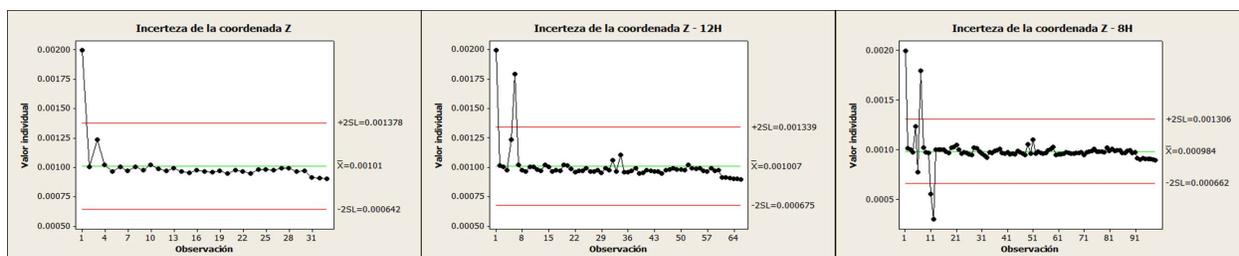


Figura A.6: Incertezas de la coordenada Z en los tres intervalos de tiempo.

Estación TANQ

Las incertezas para la estación TANQ muestran la misma tendencia a ser muy precisas como las estaciones anteriores. Es posible notar que el error que comete el sistema al calcular la coordenada es muy pequeño, así que la precisión de las medidas es muy alta. Sólo en las primeras dos mediciones se reporta una variación grande, pero esto, nuevamente, puede ser debido a los ajustes iniciales del sistema GPS. Las figuras , muestran este comportamiento.

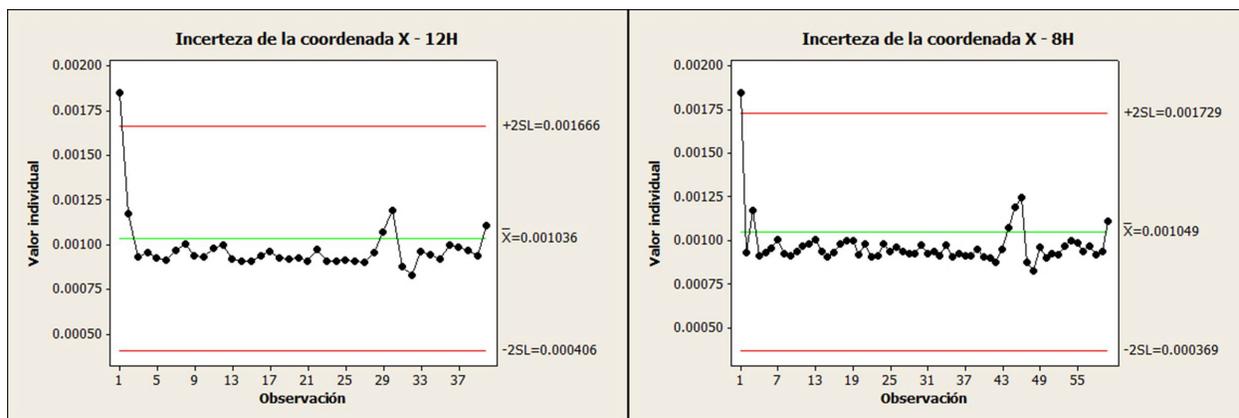


Figura A.7: Incertezas de la coordenada X en los tres intervalos de tiempo.

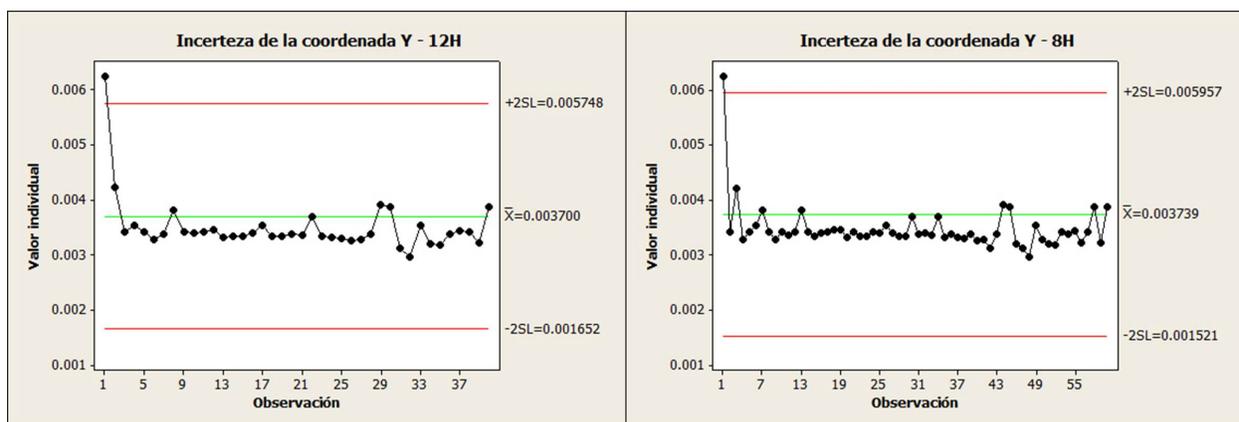


Figura A.8: Incertezas de la coordenada Y en los tres intervalos de tiempo.

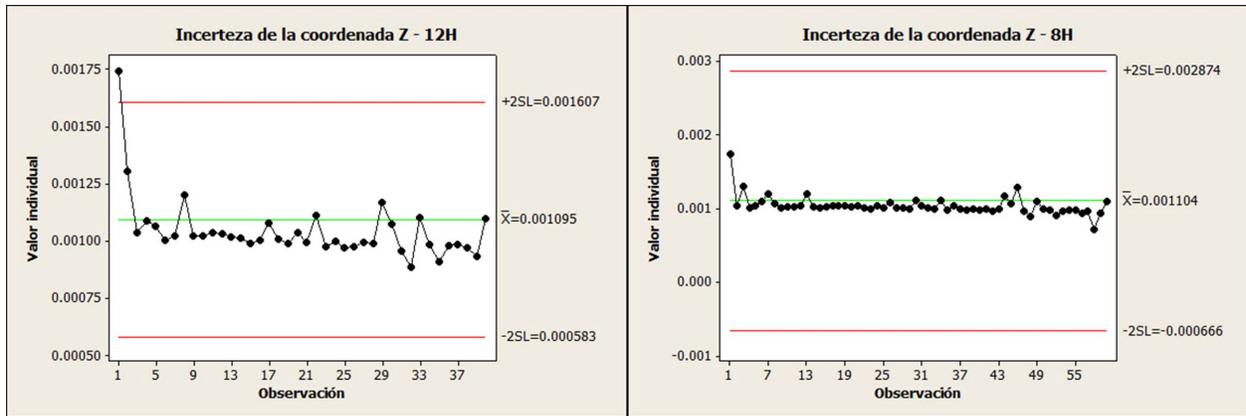


Figura A.9: Incertezas de la coordenada Z en los tres intervalos de tiempo.

Estación BEMI

En el caso de la estación BEMI, la precisión de las medidas es muy alta en los primeros meses del año. Es importante notar aquí una situación especial: en la toma de las medidas de Agosto del año 2015 en adelante hay muchas variaciones de estas incertezas, justamente en las fechas en donde ocurrió el evento eruptivo más importante de este año. Se puede observar, por lo tanto, que la precisión se vió afectada por el movimiento del terreno y de la estación de monitoreo. aún así, se tiene confiabilidad en estas medidas, ya que no sobrepasan la banda de confianza del 95%.

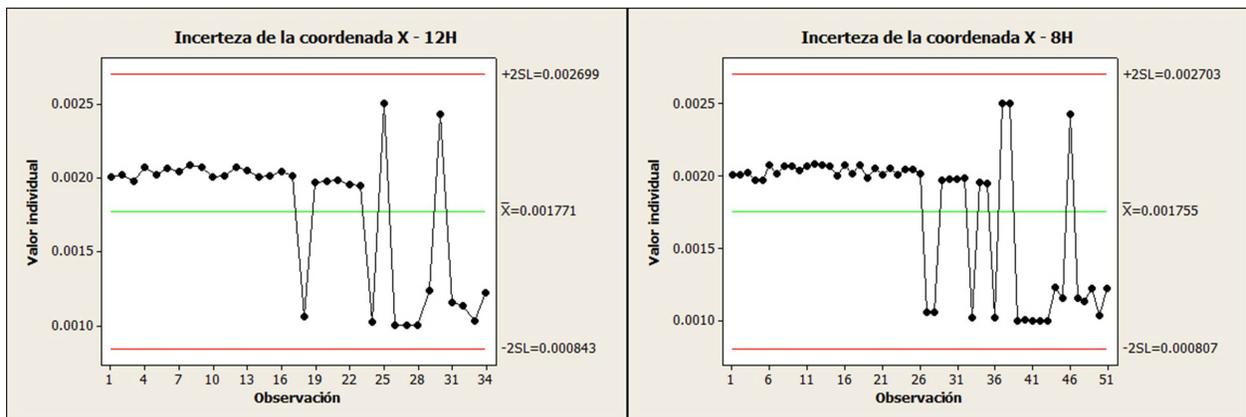


Figura A.10: Incertezas de la coordenada X en los tres intervalos de tiempo.

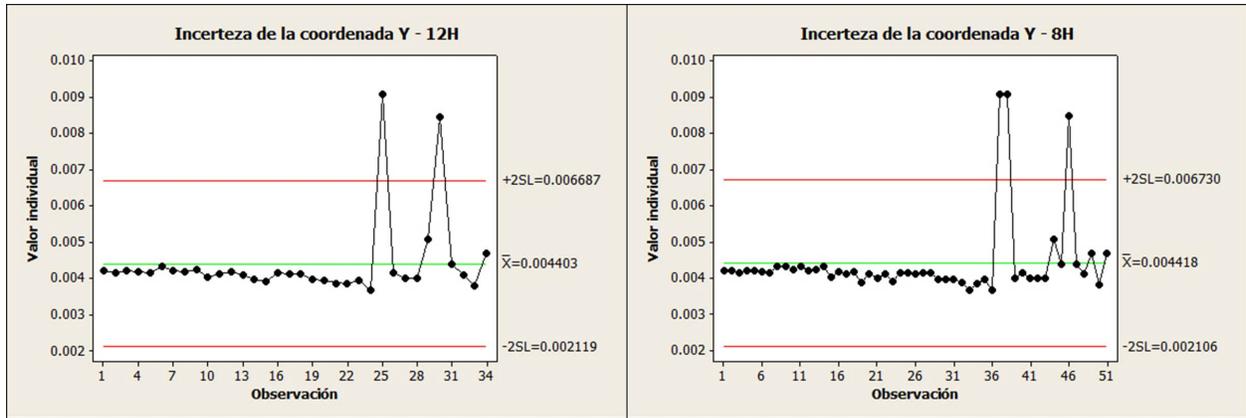


Figura A.11: Incertezas de la coordenada Y en los tres intervalos de tiempo.

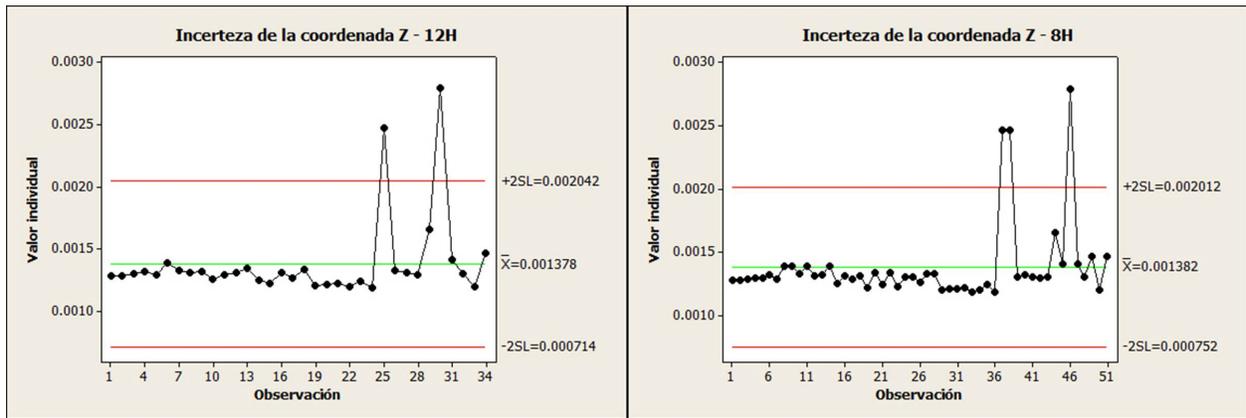


Figura A.12: Incertezas de la coordenada Z en los tres intervalos de tiempo.