UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



# HABILITACIÓN DEL BANCO PARA DETERMINAR PÉRDIDAS EN TUBERÍA, DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

# PRESENTADO POR: MANUEL TOBIAS SERRANO MEJÍA

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: INGENIERO MECÁNICO

CIUDAD UNIVERSITARIA, JUNIO DE 2008

## **UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**

RECTOR

# MSc. RUFINO ANTONIO QUEZADA SÁNCHEZ

:

SECRETARIO GENERAL :

## LIC. DOUGLAS VLADIMIR ALFARO CHÁVES

# FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

DECANO

## ING. MARIO ROBERTO NIETO LOVO

:

:

SECRETARIO

# ING. OSCAR EDUARDO MARROQUÍN HERNÁNDEZ

# ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

DIRECTOR

ING. JUAN ANTONIO FLORES DÍAZ

:

# UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

Trabajo de Graduación previo a la opción al Grado de:

## **INGENIERO MECÁNICO**

Título

# HABILITACIÓN DE BANCO PARA DETERMINAR PÉRDIDAS EN TUBERÍA, DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

:

Presentado por

## MANUEL TOBIAS SERRANO MEJÍA

:

Trabajo de Graduación aprobado por :

Docentes Directores

# ING. RIGOBERTO VELÁSQUEZ PAZ

:

# ING. FRANCISCO ALFREDO DE LEÓN TORRES

San Salvador, Junio de 2008

Trabajo de Graduación Aprobado por:

**Docentes Directores** 

# ING. RIGOBERTO VELÁSQUEZ PAZ

:

# ING. FRANCISCO ALFREDO DE LEÓN TORRES

## **DEDICATORIA**

Dedico este Trabajo de Graduación a mi hijo Alejandro ("Nito"), que durante estos años de vida hemos compartido experiencias, alegrías y tristezas, que por cosas de la vida tuvimos que alejarnos; más sin embargo, nuestros lazos de amor y de compañeros nos unen, los cuales estarán por siempre e incondicionalmente... entre nosotros...

Aún no soy quien quiero ser...

Ni tan siquiera soy quien debo ser...

Pero gracias a muchas personas y a mi esfuerzo no soy lo que antes era...

#### AGRADECIMIENTOS

A mi Madre Esperanza, por heredarme su perseverancia y lucha frontal contra las condiciones paupérrimas y adversidades de la vida; a las que durante toda nuestra vida hemos sido sometidos por personas mezquinas, que solo se pueden catalogar como parásitos de la humanidad...

A mi Padre Manuel, por su apoyo y ejemplo de responsabilidad, para con la familia...

A mi hermano Arnulfo, por su apoyo incondicional, ejemplo de ayuda desinteresada...

A mis demás hermanos y hermanas, que con sus consejos, enseñanzas y limitados recursos me inspiraron a seguir luchando...

A todas las compañeras de vida de mis hermanos y cuñados, por sus consejos y observaciones...

A mi alma gemela, por su paciencia, comprensión y consejos para superar las adversidades de la vida...

A mis profesores Ing. Francisco De León, Ing. Rigoberto Velásquez Paz e Ing. Juan Antonio Flores Díaz; por darme su apoyo incondicional, ejemplo de amistad y enseñanza...

y demás Docentes de la EIM, que me enseñaron y compartieron sin mezquindad sus conocimientos, más no a los que siempre fueron y serán faltos de sinceridad por buscar solo su beneficio propio...

A mis amigos trabajadores de la Unidad Productiva de la Escuela de Ingeniería Mecánica: Lic. Mendez, Juan Bautista, Peralta y Julio. Por el aporte de sus capacidades y experiencia, durante la fase de construcción y por haber compartido conmigo sus vastos conocimientos...

A mis amigos: Isaac, Juan de Dios, Pedro Pino, Many, Henry, Lima Jaco, Misael, Valeriano, Nelson, Alex, Mozo, Reynaldo, William, Máximo, Ricardo Pérez, Manolo, Kelvin, Mario Milla, Miles, Elías, Cañada y demás compañeros de la ASEIM, con los cuales compartimos ideas, conocimientos y diversos momentos...

## **INDICE GENERAL**

		Pag.
INDICE DE	TABLAS	
INDICE DE	FIGURAS	
LISTA DE S	ÍMBOLOS	
RESUMEN.		1
INTRODUC	CIÓN	2
CAPÍTULO	I: INVESTIGACION TEÓRICA SOBRE EL FLUJO DE FLUIDOS EN	[
TUBERÍAS	Y ACCESORIOS.	3
1.1 CO	NCEPTOS Y PRINCIPIOS BÁSICOS DE MECÁNICA DE FLUIDOS	3
1.1.1	Conceptos fundamentales.	3
1.1.1	1 Fluidos y el continuo	3
1.1.1	2 Dimensiones y unidades	6
1.1.1	3 Ley de la homogeneidad dimensional	7
1.1.1	4 Ley de viscosidad de newton: el coeficiente de viscosidad	9
1.1.1	5 Propiedades físicas de los fluidos	14
1.1.2	Fundamentos del análisis de flujo	16
1.1.2	1 El campo de velocidad	16
1.1.2	2 Dos puntos de vista	19
1.1.2	3 Leyes básicas y secundarias para medios continuos	20
1.1.2	4 Sistemas y volúmenes de control	21
1.1.2	5 Una relación entre el enfoque de sistema y el enfoque de volumen d control	le 22
1.1.3	Leyes básicas para sistemas finitos y volúmenes de control finitos.	
	Continuidad y momentum lineal	30

1	.1.3.1	Conservación de la masa.	30
1	.1.3.2	Momentum lineal	33
1.1	.4 L	eyes básicas para sistemas finitos y volúmenes de control finitos:	
	Т	ermodinámica	36
1	.1.4.1	Análisis de sistemas	38
1	.1.4.2	Análisis del volumen de control	39
1	.1.4.3	Ecuación de bernoulli a partir de la primera ley de la termodinámica.	46
1.2	ANÁ	LISIS DE FLUJOS INTERNOS IMPORTANTES	47
1.2	.1 F	lujo viscoso incompresible a través de tuberías	48
1	.2.1.1	Flujos laminares y turbulentos	49
1	.2.1.2	Flujo laminar	54
1	.2.1.3	Flujos turbulentos: consideraciones experimentales	61
1.3	APLI	CACIONES DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS	79
1.3	.1 N	létodos de medición en los fluidos	79
1	.3.1.1	Medición de presiones	80
1	.3.1.2	Medición de velocidades	82
1	.3.1.3	Medición de caudal en flujo incompresible en tuberías	86
1.3	.2 F	lujo de fluidos en válvulas y accesorios	97
1	.3.2.1	Tipos de válvulas y accesorios usados en sistemas de tuberías	98
1	.3.2.2	Pérdida de presión debido a válvulas y accesorios	99
CAPÍTU	ЛО II	: HABILITACIÓN DEL BANCO, PARA DETERMINAR PÉRDIDAS	
DE ENE	ERGÍA	EN FLUIDOS QUE SE CONDUCEN POR TUBERÍA.	.101
2.1	DIAC	GNÓSTICO DEL BANCO DE PÉRDIDAS	.101
2.2	HAB	ILITACIÓN DEL BANCO DE PÉRDIDAS	.103
2.2.	.1 C	Consideraciones	.103
2.2.	.2 D	Diseño de un orificio, para medir caudal	.104

2.2.3	Cálculo de las pérdidas totales de energía a través del circuito cerr	ado que
	incluye al tramo de válvulas y accesorios	108
2.2.4	Diseño del tubo de pitot	116
2.2.5	Calibración de orificios medidores de caudal	117
2.3 C	OSTOS EN MATERIALES	121
CAPITUL	D III: PROPUESTAS DE DISEÑOS DE GUÍAS PARA PRÁCTICA	AS DE
LABORAT	ORIO Y MANTENIMIENTO MÍNIMO	124
3.1 PI	ROPUESTA DE DISEÑO DE GUIAS DE LABORATORIO	
3.1.1	Práctica nº 1: determinación de pérdidas primarias en tuberías	
3.1.2	Práctica nº 2: determinación de pérdidas en accesorios	
3.2 PI	ROPUESTA DE DISEÑO DE ESTRUCTURA DE REPORTE	144
3.3 M	ANUAL PARA MANTENIMIENTO MÍNIMO DEL SISTEMA	147
3.4 M	ANUAL DE OPERACIÓN	148
CONCLUS	SIONES	149
RECOMEN	NDACIONES	150
REFEREN	CIAS BIBLIOGRÁFICAS	151
ANEXOS .		

## **INDICE DE TABLAS**

Tabla 1.1 Sistemas de unidades más utilizados.	7
Tabla 1.2 Propiedades de líquidos comunes a 1 atm y 20°C.	11
Tabla 1. 3 Velocidades utilizadas para el flujo de agua en tuberías	53
Tabla 1. 4 Rugosidad promedio de tubos comerciales	67
Tabla 1.5   Factores K para accesorios	77
Tabla 1.6 Factores K para codos bridados de 90°	77
Tabla 1.7 Tamaños nominales para tuberías estándares	78
Tabla 2.1 Coeficiente de pérdidas por fricción, para un caudal de 0.88948 <i>E</i> -3 $m^3/s$	.109
Tabla 2.2 Listado de accesorios, sus coeficientes de pérdidas y posición según	
la figura 2.1	113
Tabla 2.3 Datos obtenidos durante la calibración del orificio en tramo de accesorios, par	ra
100 litros. El K promedio es 0.02323	118
Tabla 2.4 Datos obtenidos durante la calibración del orificio en tubería de 1/2 <sup>-</sup> , para 100	0
litros. El K promedio es 0.01700	119
Tabla 2.5 Datos obtenidos durante la calibración del orificio en tubería de 1 <sup>°°</sup> , para 100	
litros. El K promedio es 0.01908	120
Tabla 2.6 Costos en materiales.	122
Tabla 2.7 Toma de datos y análisis utilizando tubería recta de 1"	131
Tabla 2.8 Toma de datos y análisis utilizando tubería recta de 1/2"	132
Tabla 2.9 Toma de datos y análisis utilizando tubería recta de 1/8"	133
Tabla 2.10 Toma de datos y análisis en codo de 45°.	139
Tabla 2.11 Toma de datos y análisis en codo de 90°.	140
Tabla 2.12 Toma de datos y análisis en válvula de globo (V4).	141
Tabla 2.13 Toma de datos y análisis en válvula de compuerta (V5).	142
Tabla 2.14 Características de las tuberías en estudio	143

## **INDICE DE FIGURAS**

Figura 1.1 Esfuerzo cortante en un sólido y en un fluido.	4
Figura 1.2 Efecto de no continuo sobre un elemento de área.	6
Figura 1.3 Perfil de velocidades	10
Figura 1.4 Flujo paralelo de un gas en el tiempo t	11
Figura 1.5 Esfuerzo cortante en los paquetes <i>A y B</i>	12
Figura 1.6 Campo de flujo no permanente relativo a xy	18
Figura 1.7 Campo de flujo permanente relativo a ξη	18
Figura 1.8 Líneas de corriente	18
Figura 1.9 Tubo de corriente	18
Figura 1.10 Un sistema	22
Figura 1.11 Volumen de control para el interior de una boquilla	22
Figura 1.12 Vista simplificada de un sistema en movimiento.	24
Figura 1.13 Interfaz dA en la superficie de control en el tiempo t	26
Figura 1.14 Interfaz dA en la superficie de control en el tiempo t + dt	27
Figura 1.15 Superficie de control que muestra el flujo de entrada de masa	28
Figura 1.16 Flujo a régimen permanente a través de un tubo de corriente	32
Figura 1.17 Arreglos de tubos de corriente entre fronteras fijas	32
Figura 1.18 Calor y trabajo sobre un sistema	38
Figura 1.19 Flujo de trabajo en una superficie de control	41
Figura 1.20 Flujo perpendicular a la superficie de control	43
Figura 1.21 Volumen de control para una máquina ideal	44
Figura 1.22 Tubo de corriente en un flujo permanente, incompresible y no viscoso	46
Figura 1.23 Experimento de Reynolds	50
Figura 1.24 Transición.	50
Figura 1.25 Flujo turbulento.	50
Figura 1.26 Flujo laminar permanente	50
Figura 1.27 Flujo turbulento permanente	50
Figura 1.28 Flujo turbulento no permanente	51
Figura 1.29 Flujo horizontal de área constante.	55

Figura 1.30 Flujo inclinado de área constante.	57
Figura 1.31 Flujo en tubería con cambios en el área y en la elevación	58
Figura 1.32 Sistema de fluido en una tubería	64
Figura 1.33 Pruebas de Nikuradse en tubos hechos rugosos con arena (flujos en tuberías	5
con rugosidad artificial).	65
Figura 1.34 Expansión repentina	71
Figura 1.35 (a) Volumen de control alrededor de la región de flujo suave; (b) fuerzas er	ı el
volumen de control	72
Figura 1.36 Factor de pérdida de altura para una contracción gradual	73
Figura 1.37 Factor de pérdida de altura para una expansión gradual	74
Figura 1.38 Coeficientes de pérdida para expansiones cónicas.	75
Figura 1.39 Contracción repentina en una tubería.	76
Figura 1.40 Entrada a tuberías	79
Figura 1.41 Dispositivos para la presión estática. (a) y (b) Piezómetro con tubo en U pa	ra
mediciones de presión estática; (c) tubo estático, para superficies rugosas	81
Figura 1.42 Manómetro Bourdon	82
Figura 1.43 Tubo pitot sencillo	83
Figura 1.44 Medición de velocidad: (a) Tubo pitot y abertura piezométrica; (b) Tubo pi	tot
estático	84
Figura 1.45 Tubo de Pitot simple en un flujo paralelo para medir la presión total (o de	
estancamiento) en A.	84
Figura 1.46 Tubo de Pitot estático para medir las presiones dinámica y estática en A	85
Figura 1.47 Orificio en una tubería.	87
Figura 1.48 Orificio VDI y coeficientes de descarga	88
Figura 1.49 Medidor de venturi.	89
Figura 1.50 Coeficiente C <sub>v</sub> para medidores de Venturi.	92
Figura 1.51 Boquilla en una tubería	94
Figura 1.52 Boquilla de flujo ISA (VD1) y coeficientes de descarga.	97
Figura 1.53 Pérdidas de presión debidas a válvulas	99

Figura 2.1 Volumen de control, para determinar perdidas durante la expansión del	
flujo	104
Figura 2.2 Circuito hidráulico	110
Figura 2.3 Tubo de Pitot.	116
Figura 2.4 Sistema utilizado para calibración de orificios	117
Figura 2.5 Curva del orificio, colocado en tramo de accesorios (para 100 litros.)	119
Figura 2.6 Curva del orificio, colocado en tramo de tubería 1/2" (para 100 litros)	120
Figura 2.7 Curva del orificio, colocado en tramo de tubería 1" (para 100 litros.)	121
Figura 2.8 Fotografía del banco para determinar pérdidas de energía habilitado	123
Figura 2.9 Circuito hidráulico del banco habilitado.	128
Figura 2.10 Circuito hidráulico del banco habilitado.	137

# LISTA DE SÍMBOLOS

- **a**: Vector de aceleración
- A<sub>i</sub>: Área interna del tubo
- A<sub>o</sub>: Área de orifício
- A: Vector de área perpendicular a la superfície de control
- A: Área
- **B**: Fuerza total que actúa sobre el fluido dentro del volumen de control
- C: Coeficiente de descarga para orifício VDI
- C<sub>c</sub>: Coeficiente de contracción
- C<sub>d</sub>: Coeficiente de descarga
- C<sub>v</sub>: Coeficiente de velocidad
- d: Diferencial total
- dv: Diferencial de volumen
- D<sub>i</sub>: Diámetro interno de tubo
- D<sub>o</sub>: Diámetro de orifício
- E: Energía
- e: Energía específica
- *f*: Factor de rozamiento
- F: Vector fuerza
- F: Módulo del vector fuerza
- g: Gravedad
- h: Entalpía, altura
- h<sub>f</sub>: Pérdidas totales
- h<sub>fp</sub>: Pérdidas primarias
- h<sub>fs</sub>: Pérdidas secundarias
- K: Coeficiente de pérdidas secundarias
- L: Longitud
- *m*: Flujo másico
- M: Masa
- n: Normal a una interfaz

- **n**: Vector normal a una interfaz
- N: Propiedad extensiva arbitraria
- P: Presión
- **P**: Vector de cantidad de movimiento
- Q: Caudal
- q: Flujo de calor específico
- Re: Numero de Reynold
- s: Entropía
- S: Densidad relativa
- t, T: Tiempo
- T: Fuerza total de atracción, de los alrededores, que actúa sobre la superficie de control
- u: Energía interna
- USCS: Unidades usuales en U.S.
- v: Volumen específico
- v: Volumen
- V: Módulo de velocidad
- V: Vector de velocidad
- W: Trabajo
- α: Factor de forma
- $\Delta P$ : Caída de presión
- θ: Temperatura
- $\eta$ : Propiedad intensiva arbitraria
- ρ: Densidad
- μ: Viscosidad dinámica
- v: Viscosidad cinemática
- **Ə**: Derivada parcial
- τ: Esfuerzo normal
- $\tau_p$ : Esfuerzo cortante en la pared

#### RESUMEN

Se realizó una recopilación bibliográfica sobre los principios básicos utilizados en mecánica de los fluidos, algunos de los aportes de investigadores como Reynolds, Colebrook, Darcy, Weisbach, Nikuradse y Moody que son de mucha utilidad para el análisis de los resultados obtenidos durante las prácticas de laboratorio. Así como también se habilitó el banco, para lo cual fue necesaria la compra de materiales, accesorios y equipo de reconocido valor económico; de igual forma se agregó al banco un sistema para determinar pérdidas de energía, en el fluido que circula, a ravés de codos y válvulas, para el cual se diseñó y construyó un orificio medidor de caudal y siete anillos piezométricos. Toda esta línea sujetada en sus extremos por uniones universales, para su fácil montaje y desmontaje.

También se presentan propuestas de guías para realizar las prácticas de laboratorio, mantenimiento mínimo y operación, para facilitar el buen uso y aumentar el período de reparación del banco.

## INTRODUCCIÓN

Hasta principios del siglo pasado el estudio de los fluidos fue desarrollado esencialmente por dos grupos: los ingenieros hidráulicos y los matemáticos. Los ingenieros hidráulicos trabajaron desde un punto de vista empírico, mientras que los matemáticos se centraron en enfoques analíticos. La combinación de la teoría y la práctica (la experimentación) ha dado como resultado todos los avances obtenidos. Esto fué evidente para investigadores eminentes, como Reynolds, Froude, Prandtl y Von Karman. Con ellos nace la ciencia de mecánica de fluidos, tal como se conoce actualmente. Los modernos centros de investigación y ensayos emplean matemáticos, físicos, ingenieros y técnicos calificados quienes, trabajando por un solo fin, mezclan estos dos puntos de vista con grados diferentes según su trabajo.

En el presente documento se presenta una recopilación de investigaciones, tanto teórica como resultados de un arduo trabajo de prácticas de laboratorio de grandes investigadores como: Colebrook, Darcy, Weisbach, Nikuradse, Moody, Crane, Shames, Streeter y más.

El trabajo está dividido en tres capítulos; en el primero se presentan los conceptos y principios básicos de mecánica de fluidos. En el segundo capítulo se muestra parte de todo el trabajo que implicó la habilitación del banco, como: el diagnóstico del banco según se encontró, diseño y calibración de un orificio para medir caudal, cálculo de pérdidas totales de energía en el circuito hidráulico que incluye válvulas y accesorios, diseño de un tubo de Pitot para obtener el perfíl de velocidad en una sección transversal al eje de la tubería y la inversión realizada para dicha habilitación. En el tercer capítulo se presentan propuestas de guías para prácticas de laboratorio, mantenimiento mínimo y operación del banco con fines didácticos. Seguidamente se dan las conclusiones del trabajo realizado, así como las recomendaciones para el buen uso y mantenimiento del banco. Y por ultimo tenemos los anexos, los cuales contienen tablas y gráficos de mucha utilidad para el análisis de los datos obtenidos durante las prácticas de laboratorio; como también los planos del sistema completo, como de procesos de fabricación y piezas construidas.

# CAPÍTULO I: INVESTIGACION TEÓRICA SOBRE EL FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERÍAS Y ACCESORIOS.

## 1.1 CONCEPTOS Y PRINCIPIOS BÁSICOS DE MECÁNICA DE FLUIDOS

Es importante antes de iniciar el planteamiento de la solución al problema de la habilitación del banco, para determinar pérdidas de energía en el flujo de fluidos en tuberías y accesorios, establecer los conceptos y principios básicos de la mecánica de fluidos.

#### **1.1.1** Conceptos fundamentales.

Los siguientes conceptos son básicos para la mejor comprensión de los fenómenos físicos ocurridos durante el flujo de los fluidos a través de distintos tipos de tubería y accesorios, ya que este proceso es fundamental, para saber orientar el trabajo propuesto.

#### 1.1.1.1 Fluidos y el continuo

Un fluido se define como una sustancia que cambia su forma continuamente siempre que esté sometida a un esfuerzo cortante, sin importar qué tan pequeño sea. En contraste, un sólido experimenta una deformación definida (o se rompe completamente) cuando se somete a un esfuerzo cortante. Por ejemplo, el bloque sólido que se muestra a la izquierda en la figura 1.1 cambia su forma de una manera caracterizada convenientemente por el ángulo  $\Delta \alpha$  cuando se somete a un esfuerzo cortante  $\tau$ . Si éste fuera un elemento de fluido (como se muestra en la figura 1.1 (b)) no existiría un  $\Delta \alpha$  fijo ni aun para un esfuerzo cortante el tiempo que se aplique el esfuerzo cortante  $\tau$ . En materiales que se conocen algunas veces como plásticos, como la parafina, cualquiera de estos tipos de deformación al corte puede presentarse dependiendo de la magnitud del esfuerzo cortante. Esfuerzos cortantes por debajo de cierto valor inducen desplazamientos definidos similares a los de un cuerpo sólido, mientras que esfuerzos cortantes por encima de este valor causan deformaciones

continuas similares a las de un fluido. La magnitud del esfuerzo cortante divisorio depende del tipo y del estado del material. Algunos de estos materiales se conocen como materiales de Bingham.



Figura 1.1 Esfuerzo cortante en un sólido y en un fluido.

Al considerar varios tipos de fluidos en condiciones estáticas, algunos presentan cambios muy pequeños en su densidad a pesar de estar sometidos a grandes presiones. Invariablemente, estos fluidos se encuentran en estado líquido cuando presentan este comportamiento. En tales circunstancias, el fluido se denomina incompresible y se supone que su densidad es constante para los cálculos. El estudio de fluidos incompresibles en condiciones estáticas se conoce como *hidrostática*. Cuando la densidad no puede considerarse constante bajo condiciones estáticas como en un gas, el fluido se denomina *compresible* y, algunas veces, se utiliza el término *aerostática* para identificar esta clase de problemas.

La clasificación de compresibilidad dada anteriormente está reservada para estática. En *dinámica* de fluidos, los casos en los cuales la densidad puede tratarse como una constante involucran algo más que la naturaleza del fluido. En realidad, esto depende principalmente de un parámetro de flujo determinado (el número de Mach). Por consiguiente, se habla de flujos incompresibles y compresibles, en lugar de fluidos incompresibles o compresibles. Cuando en un problema las variaciones en la densidad son insignificantes, los gases y los líquidos se analizan de la misma manera. Por ejemplo, para el flujo alrededor de cuerpos sumergidos por completo, las ecuaciones básicas para aerodinámica de bajas velocidades (por debajo de 300 millas/hora aproximadamente) son las mismas que para hidrodinámica. De hecho, es posible examinar algunas características de comportamiento de perfiles aerodinámicos de bajas velocidades en un túnel de agua.

Los fluidos están compuestos por moléculas con movimientos y colisiones constantes. Para ser exacto en un análisis, debería tenerse en cuenta la acción de cada molécula o grupo de moléculas en un flujo. Tales procedimientos se adoptan en la teoría cinética de los gases y en la mecánica estadística pero son, en general, demasiado complejos para utilizarlos en aplicaciones de ingeniería. En la mayor parte de los cálculos de ingeniería, el interés se centra en manifestaciones promedio medibles de muchas moléculas, como, por ejemplo, densidad, presión V temperatura. Estas manifestaciones pueden suponerse convenientemente como el resultado de una distribución continua hipotética de materia, conocida como el continuo, en lugar del conglomerado real complejo de las moléculas discretas. El concepto de continuo permite una gran simplificación en el análisis y se han utilizado ya en cursos anteriores de mecánica los conceptos de un cuerpo rígido o cuerpo perfectamente elástico.

El enfoque de continuo debe utilizarse solo donde arroje resultados razonablemente correctos. Por ejemplo, el concepto de continuo no es válido cuando la trayectoria libre media<sup>1</sup> de las moléculas es del mismo orden de magnitud que la longitud significativa más pequeña del problema. En tales circunstancias no pueden detectarse con facilidad las manifestaciones globales de las moléculas: por consiguiente la acción de cada molécula o grupo de moléculas es significativa y debe tratarse de la mejor manera.

Para ilustrar esto, se examinó la acción de un gas sobre un elemento de área circular dentro de un tanque cerrado. Aun con la presencia de una cantidad relativamente pequeña de fluido dentro de este volumen, las innumerables colisiones de moléculas sobre la superficie producirán una manifestación de fuerza global independiente del tiempo. Una sustancia realmente continua simulará esta acción bastante bien. Si existe sólo una pequeña cantidad de gas dentro del tanque, de manera que la trayectoria libre media es del mismo orden de magnitud que el diámetro del elemento considerado, se observa una actividad errática a medida que las moléculas individuales o los grupos de moléculas bombardean la superficie. No puede seguir hablándose de una fuerza constante sino de una variación errática de la fuerza, como se indica gráficamente en la figura 1.2.

Esta acción no es lo que se espera en una distribución continua de masa. Luego, se ve que

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> La trayectoria libre media es la distancia promedio recorrida por las moléculas entre colisiones.

el enfoque del continuo puede aplicarse a la primera situación pero que en el segundo caso, al ignorar los efectos de moléculas individuales, sería cuestionable.



Figura 1.2 Efecto de no continuo sobre un elemento de área.

## 1.1.1.2 Dimensiones y unidades

En el estudio de mecánica deben establecerse abstracciones para describir aquellas manifestaciones del cuerpo que sean de interés. Estas abstracciones se conocen como dimensiones, son independientes de otras dimensiones y se denominan dimensiones primarias o básicas; aquellas que se definen en función de las dimensiones básicas se conocen como dimensiones secundarias.

De todos los conjuntos posibles de dimensiones básicas que pueden utilizarse, este documento se limitará al conjunto que incluye las dimensiones de longitud, tiempo, masa y temperatura. También puede utilizarse fuerza en lugar de masa en la lista de dimensiones básicas. Para propósitos cuantitativos, diferentes grupos y países han adoptado unidades de medida para estas dimensiones básicas. El sistema U. S Customary System (USCS) emplea la libra-fuerza, el pie, el segundo y el grado Rankine, como las unidades para las dimensiones básicas. El sistema internacional de unidades (SI) usa el newton, el metro, el segundo y el grado Kelvin. La tabla 1.1 muestra algunos de los sistemas de unidades más utilizados.

Es conveniente identificar estas dimensiones en la siguiente forma:

LongitudLTiempoTFuerzaFTemperaturaθ

Estas expresiones formales de identificación de las dimensiones básicas y las agrupaciones más complicadas necesarias para representar las dimensiones secundarias *se* conocen como *representaciones dimensionales*.

Mètrico					
Centímetro-gra	imo-segundo (cgs)	SI			
Masa	gramo (g)	Masa	kilogramo (kg)		
Longitud	centímetro (cm)	Longitud	metro (m)		
Tiempo	segundo (s)	Tiempo	segundo (s)		
Fuerza	dina (din)	Fuerza	dina (din)		
Temperatura grado Rankine (°R)		Temperatura	grado kelvin (°K)		
U.S.C.S					
T	IPO I	TI	PO II		
Masa	Libra-masa (lbm)	Masa	slug (slug)		
Longitud	pie	Longitud	pie		
Tiempo	segundo (s)	Tiempo	segundo (s)		
Fuerza	libra-fuerza (lb)	Fuerza	libra-fuerza (lb)		
Temperatura	grado Rankine (°R)	Temperatura	grado Rankine (°R)		

Tabla 1.1 Sistemas de unidades más utilizados.

Las dimensiones secundarias están relacionadas con las dimensiones básicas mediante leyes o mediante definiciones. Por tanto, la representación dimensional de tales cantidades estará en función de las dimensiones básicas. Por ejemplo, la representación dimensional de velocidad Ves:

$$V \equiv \frac{L}{T}$$

Siguiendo este esquema, la presión tiene dimensiones  $F/L^2$  y la aceleración se expresa dimensionalmente como  $L/T^2$ .

## 1.1.1.3 Ley de la homogeneidad dimensional

Con el fin de determinar las dimensiones de propiedades establecidas mediante leyes, primero debe discutirse la ley de la homogeneidad dimensional. Ésta afirma que *una ecuación deducida analíticamente que representa un fenómeno físico debe ser válida para*  todos los sistemas de unidades. Así, la ecuación para la frecuencia de un péndulo,  $f = (1/2\pi)\sqrt{g/L}$  está planteada apropiadamente en cualquier sistema de unidades. Una explicación plausible para la ley de la homogeneidad dimensional es que el fenómeno natural ocurre sin tener conciencia de las unidades creadas por el hombre y, por consiguiente, las ecuaciones fundamentales que representan tales fenómenos deben ser válidas para cualquier sistema de unidades. Por esta razón, las ecuaciones fundamentales de la física son dimensionalmente homogéneas, de manera que todas las relaciones deducidas a partir de estas ecuaciones también deben ser dimensionalmente homogéneas.

¿Qué restricción impone esta independencia de unidades en la ecuación? Para contestar esta pregunta, examínese la siguiente ecuación arbitraria:

$$x = y \eta \zeta^3 + \alpha^{3/2}$$

Para que esta ecuación sea dimensionalmente homogénea, la igualdad numérica a ambos lados de la ecuación debe mantenerse en todos los sistemas de unidades. Para que esto se cumpla, el cambio de escala en cada expresión debe ser el mismo durante el cambio de unidades. Es decir, si una expresión tal como  $y\eta\zeta^3$  se duplica en valor numérico en el nuevo sistema de unidades, también deben duplicarse las expresiones x y  $\alpha^{3/2}$ . *Para que esto ocurra en todos los sistemas de unidades, es necesario que cada grupo en la ecuación tenga la misma representación dimensional.* 

Como ilustración adicional, considérese la siguiente representación dimensional de una ecuación que no es dimensionalmente homogénea:

$$L = T^2 + T$$

Al cambiar las unidades de pies a metros cambiará el valor del lado izquierdo sin afectar el lado derecho e invalidando la ecuación en el nuevo sistema de unidades. En este texto, casi todas las ecuaciones consideradas son dimensionalmente homogéneas.

Teniendo esto en mente, examínese una forma común de la ley de Newton, que establece que la fuerza aplicada a un cuerpo es proporcional a la aceleración resultante. Luego,

El factor de proporcionalidad se conoce como masa (M). Utilizando la ley de homogeneidad dimensional, las dimensiones de masa deben ser

$$M \equiv \frac{FT^2}{L}$$

La masa puede considerarse como la propiedad de la materia que resiste la aceleración. Por consiguiente, es posible escoger la masa como una dimensión básica y, en consecuencia, la fuerza sería una entidad dependiente dada dimensionalmente a partir de la ley de Newton como

$$F \equiv \frac{ML}{T^2}$$

y el sistema básico de dimensiones sería masa (M), longitud (L), tiempo (T), y temperatura (θ).

#### 1.1.1.4 Ley de viscosidad de newton: el coeficiente de viscosidad

Una propiedad muy importante se introducirá como consecuencia de la ley de viscosidad de Newton. Para un flujo bien ordenado en el que las partículas de fluido se mueven en líneas *rectas* y *paralelas* (flujo paralelo), la ley establece que para ciertos fluidos conocidos como fluidos newtonianos, el esfuerzo cortante sobre una interfaz tangente a la dirección de flujo es proporcional a la tasa de cambio de la velocidad con respecto a la distancia, donde la diferenciación se toma en una dirección normal a la interfaz. Matemáticamente se establece como

$$\tau \propto \frac{\partial V}{\partial n}$$

La figura 1.3 puede explicar con más detalle esta relación. Se escoge un área infinitesimal en el flujo que sea paralela al eje de velocidad horizontal, como se muestra. Se dibuja la normal n a esta área y se grafican las velocidades del fluido en puntos a lo largo de la normal, formando de esta manera un perfil de velocidad. La pendiente del perfil hacia el eje n en la posición correspondiente al elemento de área es el valor  $\partial V/\partial n$ , el cual se

relaciona, tal como se planteó anteriormente, con el esfuerzo cortante  $\tau$  presente en la interfaz.



Figura 1.3 Perfil de velocidades

Al insertar el coeficiente de proporcionalidad en la ley de viscosidad de Newton se llega al resultado

$$\tau = \mu \, \frac{\partial V}{\partial n} \tag{1.1}$$

Donde  $\mu$  se conoce como el coeficiente de viscosidad, el cual tiene dimensiones (F/L<sup>2</sup>)T o *M/LT*. En el sistema de unidades cgs, la unidad de viscosidad es el *poise*, que corresponde a 1 g/cm.s. El *centipoise es* l/l00 de un poise. La unidad SI para la viscosidad es 1 kg/m.s. Ésta no tiene un nombre en particular y es 10 veces mayor que el poise, como se deduce utilizando las unidades básicas. En el sistema USCS, la unidad del coeficiente de viscosidad es 1 slug/pie.s y en el sistema SI no tiene nombre. En la tabla 1.2 se presentan los coeficientes de viscosidad para líquidos comunes a 1 atm y 20°C de temperatura.

Como se estableció previamente, la viscosidad no depende en gran medida de la *presión*. Sin embargo, la viscosidad de un líquido *disminuye* con un *aumento* en la temperatura, mientras que en un gas curiosamente ocurre lo contrario. La explicación de estas tendencias es la siguiente: en *un líquido* las moléculas tienen una movilidad limitada con fuerzas cohesivas grandes presentes entre las moléculas. Esto se manifiesta en la propiedad del fluido que se ha llamado viscosidad. Un aumento en la temperatura disminuye la cohesión entre las moléculas (en promedio, se apartan más) y existe un decrecimiento en la "pegajosidad" del fluido, es decir, un descenso en la viscosidad.

Líquido	Viscos	sidad µ	Viscosidad	cinemática v	Módulo de elasticidad volumétrico k		Tensión superficial $\sigma$	
Liquido	Kg/m.s	Slug/pie.s	m <sup>2</sup> /s	Pie <sup>2</sup> /s	GPa	Lb/pulg <sup>2</sup>	N/m	Lb/pie
Alcohol (Etílico)	1.2 E-3	2.51 E-5	1.51 E-6	1.62 E-5	1.21	1.76 E5	0.0223	1.53 E-3
Gasolina	2.9 E-4	6.06 E-6	4.27 E-7	4.59 E-6				
Mercurio	1.5 E-3	3.14 E-5	1.16 E-7	1.25 E-6	26.20	3.80 E6	1.514	3.52 E-2
Aceite (lubricante)	0.26	5.43 E-3	2.79 E-4	3.00 E-3			0.036	2.47 E-3
Agua	1.005 E-3	1.67 E-5	0.804 E-6	8.65 E-6	2.23	3.23 E5	0.0730	4.92 E-3

Tabla 1.2 Propiedades de líquidos comunes a 1 atm y 20°C.

En un gas las moléculas tienen una gran movilidad y generalmente están apartadas pues, en contraste con un líquido, existe poca cohesión entre ellas. Sin embargo, las moléculas interactúan chocando unas con otras durante sus movimientos rápidos. La propiedad de viscosidad resulta de estos choques. Para ilustrarlo, considérense dos paquetes adyacentes pequeños pero finitos de fluidos A y B en el tiempo t en un flujo simple y paralelo de un gas. Esto se muestra en la figura 1.4.



Figura 1.4 Flujo paralelo de un gas en el tiempo t.

Como puede verse en el diagrama, el paquete A se mueve más rápido que el paquete B. Esto significa que, *en promedio*, las moléculas dentro del paquete A se mueven más rápido hacia la derecha que las moléculas dentro del paquete B. Además del movimiento promedio de las moléculas, existe también una migración aleatoria de moléculas desde el paquete Ahacia el paquete B a través de su interfaz y viceversa. Considérese primero la migración desde *A* hasta *B*. Cuando las moléculas *A* se mueven hasta *B*, habrá algunos choques entre las moléculas *A* y las moléculas *B*. Debido a que las moléculas *A*, en promedio, se mueven más rápidamente en la dirección X que las moléculas *B*, existirá una tendencia a acelerar las moléculas *B* en la dirección X. Esto significa que existirá una tendencia macroscópica a que el paquete *B* se acelere. Desde el punto de vista del continuo, parecerá como si existiera un esfuerzo cortante  $\tau$  en la cara superior de *B* que acelera a *B*. Esto se muestra en la figura 1.5. Mediante una acción similar, las moléculas lentas que viajan desde *B* hasta *A* tienden a desacelerar el paquete *A*. Macroscópicamente esto puede considerarse como el resultado de un esfuerzo cortante  $\tau$  sobre la interfaz inferior *A*. Tales esfuerzos sobre los otros paquetes de fluido donde existe una variación macroscópica de velocidad con respecto a la posición producen la pegajosidad y a su turno esto origina la propiedad macroscópica de viscosidad. A medida que la temperatura es mayor, la tendencia de las moléculas a la migración será mayor, y por consiguiente  $\tau$  será mayor para este caso simple, debido a que se esperarán más colisiones de moléculas de *A* viajando hacia B, y viceversa. Esto producirá una mayor pegajosidad y, por consiguiente, una mayor viscosidad.



Figura 1.5 Esfuerzo cortante en los paquetes A y B.

En resumen, la viscosidad de un líquido ocurre por la cohesión de moléculas. Esta cohesión y, por tanto, la viscosidad disminuyen cuando la temperatura aumenta. Por otra parte, la viscosidad de un gas es el resultado del movimiento aleatorio de las moléculas. Este movimiento aleatorio aumenta con la temperatura, de manera que la viscosidad

aumenta con la temperatura. Nuevamente se nota que la presión tiene solo un efecto pequeño sobre la viscosidad y, por lo general, éste no se toma en cuenta.

La variación de la viscosidad de los gases con la temperatura puede aproximarse por alguna de las siguientes dos leyes conocidas, respectivamente, como la *ley de Sutherland* y la *ley de potencia*, como sigue:

$$\frac{\mu(T/T_o)/(T_o+S)}{T+S} \quad ley \ de \ Sutherland \tag{1.2}$$

$$\mu = \mu_o \left(\frac{T}{T_o}\right)^n \quad ley \ de \ potencia \tag{1.3}$$

Donde  $\mu_0$  es una viscosidad conocida a una temperatura absoluta T<sub>0</sub> y donde S y *n* son constantes determinadas mediante el ajuste de una curva. Nótese que *T* es la temperatura absoluta a la cual está evaluándose  $\mu$ .

Para determinar la viscosidad de los líquidos, se utiliza la siguiente f6rmula simple:

$$\mu = A e^{-BT} \tag{1.4}$$

Donde A y B son constantes encontradas nuevamente al ajustar datos a una curva para un líquido particular.

Al retornar el análisis general de viscosidad, puede indicarse que la mayor parte de los gases y de los líquidos simples son fluidos newtonianos y por consiguiente se comportan de acuerdo con la ley de viscosidad de Newton en las condiciones esbozadas. Pastas, lodos, grasas y polímeros de alta densidad son ejemplos de fluidos que no pueden considerarse como newtonianos.

Existe una ley de viscosidad más general, conocida como *ley de viscosidad de Stokes*, que se aplica a flujos de fluidos newtonianos considerablemente más generales que los tratados en esta sección. Sin embargo, en aplicaciones como problemas de lubricación de rodamientos se permite no tener en cuenta la curvatura de flujo y utilizar la ley relativamente simple de viscosidad de Newton; esto se debe a que el espesor de la película de lubricación es muy pequeño comparado con el radio del rodamiento. Por consiguiente, los dominios de los flujos que tienen dimensiones comparables al espesor de la película involucran cambios muy pequeños en la dirección de flujo y puede considerarse como si en estos dominios el flujo *fuera paralelo*, permitiéndose el uso de la ley de viscosidad de Newton (para fluidos newtonianos). Además, en flujo de fluidos reales (los cuales siempre tienen alguna viscosidad), en contraste con flujos *hipotéticamente sin fricción*, o flujos no viscosos, el fluido en contacto con una frontera sólida debe "pegarse" a tales fronteras y, por consiguiente, debe tener la misma velocidad de la frontera.

#### 1.1.1.5 Propiedades físicas de los fluidos

La solución de cualquier problema de flujo de fluidos requiere un conocimiento previo de las propiedades físicas del fluido en cuestión. Valores exactos de las propiedades de los fluidos que afectan a su flujo, principalmente la viscosidad y el peso específico, han sido establecidos por muchas autoridades en la materia para todos los fluidos utilizados normalmente. En el anexo A.1 se muestra el cambio de estas propiedades según la temperatura.

## Viscosidad

La viscosidad expresa la resistencia a la deformación o deslizamiento que presenta un fluido cuando se le aplica un esfuerzo cortante

$$\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial n}$$

Viscosidad absoluta o dinámica ( $\mu$ ): La unidad de viscosidad dinámica en el sistema internacional (SI) es el pascal segundo (Pa.s) o también newton segundo por metro cuadrado (Ns/m<sup>2</sup>), o sea kilogramo por metro segundo (kg/ms). Esta unidad se conoce también con el nombre de poiseuille (Pl) en Francia, pero debe tenerse en cuenta que no es la misma que el poise (P) descrita a continuación.

El poise es la unidad correspondiente en el sistema CGS de unidades y tiene dimensiones de dina segundo por centímetro cuadrado o de gramos por centímetro segundo. El submúltiplo centipoise (cP),  $10^{-2}$  poises, es la unidad más utilizada para expresar la viscosidad dinámica y esta situación parece que va a continuar durante algún tiempo.

**Viscosidad cinemática (**v**):** Es el cociente entre la viscosidad dinámica y la densidad. En el sistema internacional (SI) la unidad de viscosidad cinemática es el metro cuadrado por segundo (m<sup>2</sup>/s). En el sistema CGS la unidad correspondiente es el stoke (St), con dimensiones de centímetro cuadrado por segundo y el centistoke (cSt), 10<sup>-2</sup> stokes, que es el submúltiplo más utilizado.

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$

### Densidad

*Densidad* ( $\rho$ ): es la relación que existe entre la masa y el volumen de una sustancia.

$$\rho = \frac{m}{v} \tag{1.5}$$

### **Densidad relativa**

La densidad relativa o gravead específica (S) de un líquido es la relación de su densidad a cierta temperatura, con respecto a la densidad del agua a una temperatura normalizada.

$$S = \frac{\rho(de \ cualquier \ líquido \ a \ cualquier \ temperatura)}{\rho(del \ agua \ a \ 4^{\circ}C)}$$
(1.6)

Se usa un hidrómetro para medir directamente la densidad relativa de un líquido. Normalmente se utilizan dos escalas hidrométricas, a saber:

La escala API que se utiliza para productos de petróleo.

Las escalas Baumé, que a su vez usan 2 tipos: uno para líquidos más densos que el agua y otro para líquidos más ligeros que el agua.

### Volumen específico

*Volumen específico* (v): es el inverso de la densidad, siendo las unidades más utilizadas el (m<sup>3</sup>/kg) y el (pie<sup>3</sup>/slug).

$$\upsilon = 1/\rho \tag{1.7}$$

Las variaciones de la densidad y otras propiedades del agua con relación a su temperatura se indican en el anexo A.1. A no ser que se consideren presiones muy altas, el efecto de la presión sobre la densidad de los líquidos carece de importancia en los problemas de flujo de fluidos.

#### Peso específico

*El peso específico* ( $\gamma$ ) de una sustancia es su peso por unidad de volumen, por lo que sus relación con la densidad se expresa por:

 $\gamma = \rho g$ 

Las unidades en el sistema SI y en el USCS son N/m<sup>3</sup> y lb/pie<sup>3.</sup>

## 1.1.2 Fundamentos del análisis de flujo

En este apartado se analizan algunas bases sobre el campo de velocidad, dos tipos de sistemas de refencia: euleriano y lagrangiano, la relación que existe enyte estos, así como las leyes básicas y secundarias para medios contínuos.

### 1.1.2.1 El campo de velocidad

En dinámica de partículas y de cuerpos rígidos puede describirse el movimiento de cada cuerpo en una forma separada y discreta. Por ejemplo, la velocidad de la n-ésima partícula de un agregado de partículas que se mueve en el espacio, puede especificarse mediante las ecuaciones escalares

Nótese que la identificación de una partícula se facilita mediante el uso de un subíndice. Sin embargo, en un continuo deformable como un fluido, para propósitos prácticos existe un número infinito de partículas cuyos movimientos deben describirse, lo que hace que este método sea inmanejable; por eso, se emplean coordenadas espaciales para identificar las partículas dentro de un flujo. La velocidad de todas las partículas en el flujo puede, por consiguiente, expresarse de la siguiente manera:

$$V_{x} = f(x, y, z, t)$$

$$V_{y} = g(x, y, z, t)$$

$$V_{z} = h(x, y, z, t)$$
(1.9)

Al especificar las coordenadas xy.z y el tiempo t y utilizar estos valores en las funciones f, g y h en la ecuación 1.9, pueden determinarse directamente las componentes de velocidad de un elemento fluido en la posición particular y en el tiempo especificado. Las coordenadas espaciales toman el lugar del subíndice n de los sistemas discretos estudiados en mecánica. Éste se conoce como *método de campo*. Si las propiedades y características del flujo en cada punto del espacio permanecen invariables en el tiempo, el flujo se conoce como *flujo permanente*. Por otro lado, un flujo dependiente del tiempo se denomina *flujo no perma*nente. El campo de velocidad para flujo permanente puede expresarse como:

$$V_{x} = f(x, y, z)$$

$$V_{y} = g(x, y, z)$$

$$V_{z} = h(x, y, z)$$
(1.10)

Es frecuente el caso en que un flujo permanente puede obtenerse a partir de un flujo no permanente mediante un simple cambio de la referencia espacial. Para ilustrar esto, examínese el patrón de flujo creado por un torpedo que se mueve en las cercanías de la superficie libre de agua inicialmente sin perturbar con velocidad constante  $V_o$  respecto de la

referencia estacionaria xy, como se muestra en la figura 1.6. Éste es un campo de flujo no permanente, visto desde xyz. Luego, la velocidad en el punto  $x_o, y_o$  del campo, por ejemplo, es igual a cero en un instante pero después, debido a las olas y a la estela del torpedo, estará sujeta a una variación temporal complicada. Para establecer un campo de flujo permanente, considérese una referencia  $\xi\eta$  unida al torpedo. El campo de flujo con respecto a esta referencia móvil se muestra en la figura 1.7. La velocidad en el punto  $\xi_o, \eta_o$  evidentemente permanece constante con el tiempo, debido a que está fija con respecto a un patrón de flujo que no cambia. Nótese que el fluido aguas arriba del torpedo tiene una velocidad - $V_o$  con relación a los ejes  $\xi\eta$ , y puede verse que esta transición de flujo no permanente a flujo permanente hubiera podido obtenerse superponiendo una velocidad - $V_o$  al campo completo de flujo, que aparece en la figura 1.6, para llegar al campo permanente de la figura 1.7. Esto *puede hacerse siempre que un cuerpo se mueva con velocidad constante en un fluido inicialmente no perturbado*.



**Figura 1. 6** Campo de flujo no permanente relativo a xy.

**Figura 1.7** Campo de flujo permanente relativo a ξη.



Figura 1.8 Líneas de corriente.



Figura 1.9 Tubo de corriente

Los flujos se representan gráficamente con la ayuda de *líneas de corriente*. Estas líneas se dibujan de manera que siempre sean tangentes a los vectores de velocidad de las partículas de fluido en un flujo. Esto se ilustra en la figura 1.8. Para un flujo permanente la orientación de las líneas de corriente será fija. Las partículas de fluido, en este caso, seguirán trayectorias que coinciden con las líneas de corriente. Sin embargo, en flujo no permanente un patrón determinado de líneas de corriente es una representación instantánea del flujo para el cual no existe una correspondencia sencilla entre las trayectorias y las líneas de corriente.

Las líneas de corriente que pasan por la periferia de un área infinitesimal en un tiempo t formaran un tubo, que es muy útil en el análisis de fenómenos de los fluidos. Éste se conoce como *tubo de corriente*, uno de los cuales se ilustra en la figura 1.9. Teniendo en cuenta la definición de línea de corriente, es obvio que no puede haber flujo a través de la superficie lateral del tubo de corriente. Por consiguiente, el tubo de corriente actúa como un conducto impermeable con paredes de espesor nulo y con sección transversal infinitesimal. Un continuo de tubos de corriente adyacentes ordenado de manera que se forme un tubo con sección transversal finita usualmente *se* conoce como un *manojo de tubos de corriente*.

#### 1.1.2.2 Dos puntos de vista

En la sección anterior se estudiaron varios aspectos generales relacionados con el campo de velocidad V(x, y, z, t). Ahora, se introducen dos procedimientos en los cuales puede utilizarse el concepto de campo en los cálculos de los flujos que involucran el movimiento de partículas fluidas. Por ejemplo, al dejar fijas las coordenadas  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$  en las funciones del campo de velocidad y con el paso del tiempo, pueden expresarse las velocidades de las partículas móviles al pasar por esta posición en cualquier instante. Matemáticamente, esto puede expresarse mediante V( $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ , t). Luego, mediante esta técnica se expresan, en una posición fija en el espacio, las velocidades de una "cuerda" continua de partículas de fluido que se mueven en esta posición. Algunas veces este punto de vista se conoce como *punto de vista euleriano*.

Por otro lado, para estudiar "cualquier" partícula en el flujo debe "seguirse la partícula". Esto significa que x, y, z en la expresión V(x, y, z, t) no deben permanecer fijas, sino que deben variar continuamente dando la posición de la partícula en cualquier instante. Este enfoque se conoce como *punto de vista lagrangiano*. Para cualquier partícula *específica*, x(t), y(t) y z(t) se convierten en funciones temporales específicas, que en general son diferentes de las funciones temporales de las otras partículas en el flujo. Además, las funciones x(t), y(t) y z(t) para una partícula específica deben tener los valores particulares x(0), y(0) y z(0) en el tiempo t = 0. Sin embargo, en la mayor parte de los casos *no* se identifica una partícula específica en el análisis, de manera que para cualquier partícula, x(t), y(t) y z(t) son funciones temporales *sin especificar* que tienen la capacidad de centrarse en cualquier partícula específica cuando se eligen las formas de las funciones temporales y las posiciones iniciales. Luego, en este caso, puede decirse que:

$$V_{x} = f[x(t), y(t), z(t), t]$$

$$V_{y} = g[x(t), y(t), z(t), t]$$

$$V_{z} = h[x(t), y(t), z(t), t]$$
(1.11)

En dinámica de fluidos existen múltiples ocasiones para emplear estas dos técnicas. Estas consideraciones no dependen de si el campo es o no permanente y no deben confundirse con las conclusiones de la sección anterior. Nótese que el punto de vista euleriano se utilizó en esa sección en el flujo permanente y en el flujo no permanente alrededor del torpedo.

## 1.1.2.3 Leyes básicas y secundarias para medios continuos

Una vez establecidos los medios para describir las propiedades de los fluidos y las características del flujo, se vuelve la atención a las consideraciones de las interrelaciones entre cantidades escalares, vectoriales y tensoriales que se han establecido. La experiencia indica que en ingeniería deben satisfacerse cuatro leyes básicas para cualquier medio continuo. Éstas son:

- 1. Conservación de la materia (ecuación de continuidad)
- 2. Segunda ley de Newton (ecuaciones de momentum y momento de momentum)

- 3. Conservación de energía (primera ley de la termodinámica)
- 4. Segunda ley de la termodinámica

Además de estas leyes generales existen numerosas *leyes secundarias*, algunas veces conocidas como relaciones *constitutivas*, que se aplican a tipos de medios específicos. Ya se ha analizado una ley secundaria que es la ecuación de la ley de la viscosidad de Newton para ciertos fluidos viscosos y otra sería la ecuación de estado para el gas perfecto. Además, los sólidos elásticos siguen la conocida ley de Hooke, que se estudió en resistencia de materiales.

#### 1.1.2.4 Sistemas y volúmenes de control

Al emplear las leyes básicas y secundarias, pueden adoptarse cualquiera de los siguientes modos de aplicación:

1. Las actividades de todas y cada una de las masas deben ser tales que se satisfagan las leyes básicas y las leyes secundarias pertinentes.

2. Las actividades de todos y cada uno de los volúmenes en el espacio deben ser tales que se satisfagan las leyes básicas y las leyes secundarias pertinentes.

En el primer caso, las leyes se aplican a una cantidad de materia determinada conocida como *sistema*. Un sistema puede cambiar de forma, posición y condición térmica, pero debe *contener siempre la misma materia*. Por ejemplo, puede escogerse como el sistema el vapor dentro del cilindro de una máquina (véase la figura 1.10) después del cierre de la admisión. A medida que el pistón se mueve, el volumen del sistema cambia pero no existe cambio en la cantidad ni en la identidad de la masa.

Para el segundo caso, un volumen definido, conocido como *volumen de control, se* establece en el espacio, y la frontera de este volumen se conoce como *superficie de control.* La cantidad y la identidad de la materia en el volumen de control puede cambiar con el tiempo, pero la forma de volumen de control permanece fija. Por ejemplo, para estudiar el flujo a través de una boquilla, podría escogerse como volumen de control el interior de la boquilla, como se muestra en la figura 1.11.




Figura 1.10 Un sistema

**Figura 1. 11** Volumen de control para el interior de una boquilla

En mecánica de cuerpos rígidos se utilizó invariablemente el enfoque de sistema (conocido en ese momento como diagrama de cuerpo libre) debido a que era fácil y directo identificar el cuerpo rígido o porciones de éste en el problema y trabajar con cada cuerpo como una entidad discreta. Sin embargo, debido a que en mecánica de fluidos deben considerarse números infinitos de partículas con movimientos relativos complicados entre ellas, usualmente será ventajoso utilizar volúmenes de control en ciertos cálculos.

## 1.1.2.5 Una relación entre el enfoque de sistema y el enfoque de volumen de control

En la sección 1.1.2.2 se presentaron dos puntos de vista que involucraban campos vectoriales asociados con un campo de velocidad. Estos dos puntos de vista permitían observar las partículas que se mueven a través de una posición fija en el espacio o seguir cualquier partícula. Ahora se considerarán estos puntos de vista para *agregados* de elementos fluidos que constituyan una masa finita donde, al seguir el agregado en sí desde el punto de vista lagrangiano, estaría utilizándose el enfoque del sistema. Por otro lado, al fijar la atención sobre una región finita del espacio, como en el punto de vista euleriano, estaría utilizándose el método del volumen de control. Ahora, podrán relacionarse el enfoque del sistema y el enfoque del volumen de control para ciertos fluidos y ciertas propiedades del flujo que se describirán a continuación.

En termodinámica suele hacerse una distinción entre aquellas propiedades de una sustancia cuya medida depende de la cantidad de sustancia presente y aquellas propiedades cuya medida es independiente de la cantidad de sustancia presente. Las primeras se *conocen como propiedades extensivas y las segundas como propiedades intensivas.* Algunos ejemplos de propiedades extensivas son el peso, el *momentum*, el volumen y la

energía. Evidentemente, al cambiar la cantidad de masa cambia directamente la medida de estas propiedades y por esta razón las propiedades extensivas se consideran directamente asociadas con el material en sí. Para cada variable extensiva, como el volumen V y la energía E, pueden introducirse las propiedades intensivas correspondientes mediante *mediciones* distributivas, por ejemplo, el volumen por unidad de masa v y la energía por unidad de masa e, respectivamente. Luego, se tiene que  $V = \iiint v \rho dv$  y  $E = \iiint e \rho dv$ . Es claro que v y e no dependen de la cantidad de materia presente y por consiguiente las cantidades intensivas están relacionadas con las propiedades extensivas V y E mediante mediciones distributivas. Estas cantidades se denominan específicas, es decir, volumen específico y energía específica y por lo general, se designan mediante letras minúsculas. Además, ciertas propiedades como la temperatura y la presión, por *su naturaleza independiente de la masa*, están en la categoría de propiedades intensivas. Cualquier parte de una barra metálica a temperatura uniforme  $\theta_0$  tiene también la misma temperatura  $\theta_0$ .

Tampoco difiere la presión de 1 pie<sup>3</sup> de aire en un tanque de 10 pies<sup>3</sup> a presión uniforme  $p_o$  de la presión de 3 pies<sup>3</sup> de aire en el tanque. Al utilizar las propiedades *extensivas* se relacionarán el enfoque del sistema y el enfoque del volumen de control.

Considérese un campo de flujo arbitrario V(x, y, z, t) visto desde una referencia xyz, en el cual se observa un sistema fluido de masa finita en los tiempos t y t +  $\Delta t$ , como se muestra en una forma ideal en la figura 1.12 mediante la línea continua y la línea punteada, respectivamente. Las líneas de corriente corresponden al tiempo t. Además de este sistema, se considerará que el volumen del espacio ocupado por el sistema en el tiempo t es un *volumen de control fijo* en xyz. Luego, en el tiempo t el sistema es idéntico al fluido contenido en el volumen de control que se muestra con la línea continua. Considérese alguna propiedad extensiva arbitraria N del fluido con el propósito de relacionar la tasa de cambio de esta propiedad para el sistema, con las variaciones de esa misma propiedad asociadas con el volumen de control. La distribución de N por unidad de masa estará dada como  $\eta$ , de manera que  $N = \iiint \eta \rho dv$ , donde dv representa un elemento de volumen.

Para hacer esto, el sistema en el instante t +  $\Delta t$  y el sistema en el instante t se han dividido en tres regiones, como se muestra en la figura 2.7. La región II es común para el sistema en los dos instantes t y t +  $\Delta t$ .



Figura 1. 12 Vista simplificada de un sistema en movimiento.

Ahora se calcula la tasa de cambio de *N* con respecto al tiempo para el sistema mediante el siguiente proceso de límites:

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sistema} = \left(\frac{DN}{Dt}\right) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{\left(\iiint \eta \rho \, d\upsilon + \iiint \eta \rho \, d\upsilon\right)_{t + \Delta t} - \left(\iiint \eta \rho \, d\upsilon + \iiint \eta \rho \, d\upsilon\right)_{t}}{\Delta t}\right]$$
(1.12)

Puede utilizarse la regla que establece que la suma de los límites es igual al límite de las sumas, para reordenar la ecuación anterior en la siguiente forma:

$$\frac{DN}{Dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \left[ \frac{\left( \iint_{H} \eta \rho \ d\nu \right)_{t+\Delta t} - \left( \iint_{H} \eta \rho \ d\nu \right)_{t}}{\Delta t} \right] + \lim_{\Delta t \to 0} \left[ \frac{\left( \iint_{H} \eta \rho \ d\nu \right)_{t+\Delta t}}{\Delta t} \right] - \lim_{\Delta t \to 0} \left[ \frac{\left( \iint_{H} \eta \rho \ d\nu \right)_{t}}{\Delta t} \right]$$
(1.13)

Ahora se considerará por separado cada uno de los límites anteriores. El primero de éstos, al notar que  $\iiint_{II} \eta \rho \, d\upsilon$  es una función del tiempo, por definición corresponde a una derivada parcial. A medida que  $\Delta t \rightarrow 0$  el volumen II se convierte en el volumen de control. De acuerdo con esto, puede decirse que:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \left[ \frac{\left( \iiint_{II} \eta \rho \ d\upsilon \right)_{t+\Delta t} - \left( \iiint_{II} \eta \rho \ d\upsilon \right)_{t}}{\Delta t} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \eta \rho \ d\upsilon$$
(1.14)

En el segundo límite de la ecuación (1.13), puede considerarse que la integral  $\left( \iint_{III} \eta \rho \, dv \right)_{t+\Delta t}$ , aproxima la cantidad de propiedad *N* que atraviesa parte de la superficie de control, mostrada esquemáticamente como *ARB* en la figura 1.12 durante el tiempo  $\Delta t$ , de manera que la relación  $\left( \iint_{III} \eta \rho \, dv \right) / \Delta t$  aproxima la tasa promedio de flujo de salida de *N* a través de *ARB* durante el intervalo  $\Delta t$ . En el límite, cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ , esta relación se convierte en la tasa *exacta* de flujo de salida de *N* a través de la superficie de control. De modo similar, al considerar el último límite de la ecuación (1.13), puede considerarse que para flujos con propiedades y características de flujo continuo, la integral  $\left( \iint_{I} \eta \rho \, dv \right)_{t}$ , se aproxima a la cantidad de *N* que ha *entrado* al volumen de control durante el intervalo  $\Delta t$  a través de la porción restante de la superficie de control, mostrada en la figura 1.12 como ALB. En el límite, la relación  $\left( \iint_{I} \eta \rho \, dv \right) / \Delta t$  se convierte en la tasa *exacta* de flujo de superficie de control, mostrada en la figura 1.12 como ALB. En el límite, la relación  $\left( \iint_{I} \eta \rho \, dv \right) / \Delta t$  se convierte en la tasa *exacta* de flujo de *entrada* de *N* hacia el volumen de control en el tiempo t. Luego, las dos últimas integrales

de la ecuación (1.13) dan la tasa neta de flujo de salida de N a través del volumen de control en el tiempo t como:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \left[ \frac{\left( \iiint_{l \neq \Delta t} \eta \rho \, d \upsilon \right)_{t+\Delta t}}{\Delta t} \right] - \lim_{\Delta t \to 0} \left[ \frac{\left( \iiint_{l} \eta \rho \, d \upsilon \right)_{t}}{\Delta t} \right] = \text{Tasa neta de flujo de salida de N a través de la SC}$$
(1.15)

Luego, mediante estos procesos de límites se ha visto que la tasa de cambio de *N* para un sistema en el tiempo t es igual a la suma de dos términos:

1. La tasa de cambio de N dentro del volumen de control que tiene la forma del sistema en el tiempo t [ecuación (1.14)].

 La tasa de flujo de salida de N a través de la superficie de control en el tiempo t [ecuación (1.15)]

La ecuación (1.15) puede expresarse en una forma más compacta y útil. Con este propósito, considérese la figura 1.13, donde se tiene un campo de velocidad de flujo permanente y una porción de una superficie de control. Se ha mostrado una área dA en esta superficie. Esta área también es la interfaz de fluido que está apenas en contacto con la superficie de control en el instante t, como se muestra en el diagrama, en la figura 1.14 también se muestra la interfaz de fluido en el tiempo t + dt.



Figura 1. 13 Interfaz dA en la superficie de control en el tiempo t.



Figura 1.14 Interfaz dA en la superficie de control en el tiempo t + dt.

Nótese que la interfaz se ha movido una distancia Vdt a lo largo de la dirección tangente a la línea de corriente en el punto. El volumen de fluido que ocupa la región cubierta por dA en el tiempo dt, forma de esta manera un tubo de corriente y es

$$dv = (Vdt)(dA \cos \alpha)$$

Al utilizar la definición de producto punto, se convierte en:

$$dv = V.dAdt$$

Es evidente que dv es el volumen de fluido que ha cruzado dA en la superficie de control en el tiempo dt. Multiplicando por  $\rho$  y dividiendo por dt se obtiene la tasa instantánea de flujo de masa de fluido,  $\rho$  *V*.dA, que sale del volumen de control a través del área dA indicada.

La tasa de flujo de salida de *N* a través de la superficie de control puede darse aproximadamente como:

Tasa de flujo de salida de SC 
$$\approx \iint_{ARB} \eta(\rho V. dA)$$

Ahora, nótese que para el fluido que entra al volumen de control (véase la figura 1.15) la expresión  $\rho$ **V** . **dA** es negativa debido al producto punto. Luego, la expresión de tasa de flujo de *entrada* de *N* a través de la superficie de control requiere un signo negativo para que el valor de dicho resultado sea positivo como debe ser. De ahí se tiene que

Tasa de flujo de entrada a través de SC 
$$\approx - \iint\limits_{ALB} \eta(
ho V. \, dA)$$



Figura 1.15 Superficie de control que muestra el flujo de entrada de masa.

Luego, la *tasa de flujo de salida neto* de N está dada aproximadamente por:

Tasa de flujo de salida neto = tasa de flujo de salida en ARB - tasa de flujo de entrada en ALB

Tasa de flujo de salida neto = 
$$\iint_{ARB} \eta(\rho V. dA) - \left[ -\iint_{ALB} \eta(\rho V. dA) \right]$$

En el límite cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ , las aproximaciones se vuelven exactas, de manera que el lado derecho de la ecuación anterior puede expresarse como  $\oint_{SC} \eta(\rho V. dA)$ , donde la integral se hace sobre una superficie cerrada, en toda la superficie de control. Luego, la ecuación (1.15) puede expresarse como

Tasa neta de flujo de salida de N desde VC = 
$$\iint_{SC} \eta(\rho V. dA)$$
(1.16)

Debe resaltarse que la deducción de la ecuación (1.16), para mayor sencillez, se hizo para un campo de velocidad de flujo permanente. Sin embargo, también es válido para flujo no permanente debido a que los efectos no permanentes son de segundo orden en la deducción. Ahora, utilizando las ecuaciones (1.16) y (1.14) en los diferentes límites, puede volverse a la ecuación (1.12) y establecerse que

$$\frac{DN}{Dt} = \iint_{SC} \eta(\rho \mathbf{V}. \mathbf{dA}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \eta \rho d\mathbf{v}$$
(1.17)

Ésta se conoce como ecuación de *transporte de Reynolds* que permite cambiar de un enfoque de sistema a un enfoque de volumen de control.

En otras palabras, la ecuación (1.17) indica que la rapidez de aumento de N, la cantidad total de alguna propiedad (masa, energía, cantidad de movimiento) dentro de un sistema, es exactamente igual a la rapidez de aumento de la propiedad N dentro del volumen de control (fijo relativo a xyz), más la rapidez neta de flujo de N a través de la frontera del volumen de control.

En la deducción se notará que el campo de velocidad se midió con relación a una referencia xyz y que el volumen de control estaba fijo con respecto a esta referencia. Esto hace evidente que el campo de velocidad V de la ecuación anterior en efecto *se mide con relación al volumen de control*. Además, se recordará de mecánica que la tasa temporal de cambio de una cantidad vectorial depende de la referencia desde la que se observa el cambio. Ésta es una consideración importante en este caso, debido a que N (y  $\eta$ ) puede ser una cantidad vectorial (como, por ejemplo, *momentum*). Debido a que el sistema se mueve de acuerdo con el campo de velocidad dado con respecto a xyz en la deducción anterior, se concluye que la tasa temporal de cambio de *N* también se observa desde la referencia xyz. Es decir, como una conclusión más importante, *la tasa temporal de cambio de N en efecto se observa desde el volumen de control. Luego, todas las velocidades y las tasas* 

*temporales de cambio de la ecuación (1.17) son iguales a aquellas vistas desde el volumen de control.* Como podría haberse utilizado una referencia xyz con cualquier movimiento arbitrario en la deducción anterior, esto significa que el volumen de control puede tener cualquier movimiento. La ecuación (1.17) será instantáneamente correcta si las derivadas temporales y las velocidades se miden con relación al volumen de control sin importar cuál sea el movimiento del mismo. Por último, puede demostrarse que para un *volumen de control infinitesimal* y un *sistema infinitesimal*, la ecuación (1.17) se reduce a una identidad. Esto explica por qué las ecuaciones de los sistemas y de los volúmenes de control, se vuelven redundantes para consideraciones infinitesimales.

Hasta aquí se han sentado las bases para el manejo del flujo de fluidos. Específicamente, se han presentado:1) los procedimientos y conceptos cinemáticos que permiten describir el movimiento de los fluidos; 2) las cuatro leyes básicas que forman la base para el cálculo del movimiento y las características del flujo de fluidos; 3) los enfoques de sistema y de volumen de control mediante los cuales pueden aplicarse efectivamente estas leyes a problemas físicos; y 4) la ecuación de transporte de Reynolds, que relaciona el enfoque de sistema con el enfoque de volumen de control o, en otras palabras, que relaciona los puntos de vista euleriano y lagrangiano.

# **1.1.3** Leyes básicas para sistemas finitos y volúmenes de control finitos. Continuidad y momentum lineal.

#### 1.1.3.1 Conservación de la masa.

La ley de la conservación de la masa afirma que la masa dentro de un sistema permanece constante con el tiempo (haciendo caso omiso de los efectos de la relatividad). En forma de ecuación

$$\frac{dm}{dt} = 0 \tag{1.18}$$

Donde *m* es la masa total.

#### Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad se desarrolla a partir del principio general de la conservación de la masa, ecuación (1.18).

En la ecuación (1.17) sea N la masa del sistema m. Entonces  $\eta$  es la masa por unidad de masa, o  $\eta = 1$ , por tanto

$$0 = \iint_{SC} (\rho \mathbf{V}. \, d\mathbf{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \rho d\mathbf{v}$$
(1.19)

En otras palabras la ecuación de continuidad para un volumen de control afirma que la rapidez de aumento de la masa dentro de un volumen de control es justamente igual a la rapidez neta del flujo hacia adentro del volumen de control.

Considérese el flujo a régimen permanente a través de de una porción del tubo de corriente de la figura 1.16. El volumen de control comprende las paredes del tubo de corriente entre las secciones 1y 2. Dado que el flujo es a régimn permanente, el segundo termino de la ecuación (1.19) es cero; de aquí que

$$\oint_{SC} (\rho V. \, dA) = 0 \tag{1.20}$$

Que afirma que la masa neta de flujo que sale del volumen de control debe ser cero. En la sección 1 la masa neta que sale es  $\rho_1 V_1 \cdot dA_1 = -\rho_1 V_1 dA_1$ , y en la sección 2 es  $\rho_2 V_2 \cdot dA_2 = \rho_2 V_2 dA_2$ . Ya que no hay flujo a través de la pared del tubo de corriente

$$\rho_1 V_1 dA_1 = \rho_2 V_2 dA_2 \tag{1.21}$$

Es la ecuación de continuidad aplicada a dos secciones a lo largo de un tubo de corriente en flujo a régimen permanente.

Para un arreglo de tubos de corriente, como en la figura 1.17, si  $\rho_1$ , es la densidad promedio en la sección 1 y  $\rho_2$  la densidad promedio en la sección 2,

$$\dot{m} = \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 \tag{1.22}$$

En la que  $V_1$ ,  $V_2$  representan velocidades promedio sobre las secciones transversales y  $\dot{m}$  es la rapidez de flujo de masa. La velocidad promedio sobre una sección transversal está dada por

$$V = \frac{1}{A} \int \upsilon \, dA$$





**Figura 1. 16** Flujo a régimen permanente a través de un tubo de corriente.

Figura 1. 17 Arreglos de tubos de corriente entre fronteras fijas.

Si la descarga Q (llamada también *gasto volumétrico, caudal o velocidad de flujo*) se define como Q = AV la ecuación de continuidad puede tomar la forma

$$\dot{m} = \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 \tag{1.23}$$

Para flujo incompresible a régimen permanente

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 \tag{1.24}$$

Es una forma útil de la ecuación.

Para flujo con densidad constante, a régimen permanente o no permanente, la ecuación (1.19) se convierte en

$$\oint_{SC} (V. \, dA) = 0 \tag{1.25}$$

Que expresa que el flujo neto del volumen es cero (esto implica que el volumen de control está lleno con líquido en todo tiempo).

# 1.1.3.2 Momentum lineal

Este principio es uno de los más utiles para determinar pérdidas de energía en contracciones y reducciones de sección, ya sean bruscas o graduales. También es muy utilizado en el análisis de turbomáquinas hidráulicas, por lo que es un principio básico.

# 1.1.3.2.1 Análisis de sistemas

Considérese ahora un sistema finito de fluido que se mueve en un flujo. La ley de Newton establece que

$$F_{R} = \sum F = \frac{d}{dt_{sistema}} \left[ \iiint_{M} V \ dm \right] = \frac{dP}{dt_{sistema}}$$
(1.26)

Donde  $\mathbf{F}_{R}$  es la fuerza externa resultante que actúa sobre el sistema; la velocidad  $\mathbf{V}$  y la derivada temporal se toman con respecto a una *referencia inercial*. Se recordará que  $\mathbf{P}$  *es* el vector *momentum* lineal. Como se está siguiendo el sistema, la ecuación (1.26) puede expresarse como sigue:

$$\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{R}} = \sum \boldsymbol{F} = \frac{D}{Dt} \left[ \iiint_{M} \boldsymbol{V} d\boldsymbol{m} \right] = \frac{D\boldsymbol{P}}{Dt}$$
(1.27)

Debe hacerse la distinción entre dos tipos de fuerzas que se combinan para dar la fuerza resultante  $F_R$  Recuérdese que las distribuciones de fuerzas que actúan sobre la frontera del sistema se conocen como distribuciones de fuerzas *superficiales o tracciones superficiales,* designadas por T(x, y, z, t) y expresadas como la fuerza por unidad de área de la superficie

de frontera. Las distribuciones de fuerza que actúan sobre el material dentro de las fronteras se conocen como distribuciones *de fuerza de cuerpo*, designadas por **B**(**x**, **y**, **z**, **t**) y expresadas como fuerza por unidad de masa en un punto. Por ejemplo, la gravedad es la distribución de fuerza de cuerpo más común y para la gravedad **B** = -**gk**. La ecuación (1.27) puede reescribirse como sigue:

$$\oint_{SC} \mathbf{T} \, dA + \iiint_{VC} \mathbf{B} \rho \, d\mathbf{v} = \frac{\mathbf{D} \mathbf{P}}{\mathbf{D} \mathbf{t}}$$
(1.28)

Así se expresa la primera ley de Newton para un sistema finito. El enfoque de volumen de control es de mayor interés en mecánica de fluidos y puede establecerse ahora con ayuda de la ecuación de transporte de Reynolds, ecuación (1.17).

## 1.1.3.2.2 Volúmenes de control fijos en un espacio inercial

Se considerará el *momentum* lineal **P** como la propiedad extensiva que debe tenerse en cuenta para aplicar la ecuación de transporte de Reynolds (1.17). La cantidad  $\eta$  que debe utilizarse en esta ecuación es *ahora el momentum* por unidad de masa, que simplemente es **V**, la velocidad de las partículas fluidas. Esto se verifica con facilidad al observar que

$$\boldsymbol{P} = \iiint_{\mathbf{v}} \boldsymbol{V} \rho \, d\boldsymbol{v}$$

Luego, se tiene:

$$\frac{DP}{Dt} = \iint_{sc} V(\rho V. dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iint_{vc} V(\rho dv)$$
(1.29)

En el tema 1.1.2 se indicó que las velocidades y las derivadas temporales deben ser aquellas vistas desde el volumen de control. Si el volumen de control se encuentra fijo *en* 

*un espacio inercial,* entonces la derivada del miembro izquierdo se toma respecto de una referencia inercial y puede utilizarse la ley de Newton, ecuación (1.28), para remplazar este término con el fin de obtener la ecuación de *momentum* lineal deseada:

$$F_{R} = \sum F = \oint_{sc} T \, dA + \oint_{vc} B \, \rho dv = \oint_{sc} V \left(\rho V \cdot dA\right) + \frac{\partial}{\partial t} \iint_{vc} V \left(\rho dv\right) \qquad (1.30)$$

Debido a que el sistema y el volumen de control tienen la misma forma en el instante t, la distribución superficial de fuerza **T** es ahora la distribución de fuerza total que actúa sobre la superficie de control, y la distribución de fuerza de cuerpo **B** es ahora la distribución de fuerza total que actúa sobre el fluido dentro del volumen de control. Luego, *esta ecuación iguala la suma de estas distribuciones de fuerza con la tasa de flujo de salida de momentum lineal a través de la superficie de control más la tasa de incremento de momentum lineal dentro del volumen de control.* 

Cuando el flujo es permanente y las fuerzas de cuerpo son insignificantes, un caso muy común, la ecuación anterior se convierte en

$$\oint_{sc} \mathbf{T} \, d\mathbf{A} = \oint_{sc} \mathbf{V} \left( \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{dA} \right)$$
(1.31)

Debe tenerse presente que la ecuación de *momentum* es vectorial. Las ecuaciones de las componentes escalares en las direcciones ortogonales x, y y z pueden escribirse simplemente tomando las componentes de los vectores V, T y B, como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\sum F_x = \oint_{sc} T_x \, dA + \iint_{vc} B_x \, \rho \, dv = \oint_{sc} V_x \left( \rho \, \boldsymbol{V}. \, \boldsymbol{dA} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \iint_{vc} V_x \left( \rho \, dv \right)$$
$$\sum F_y = \oint_{sc} T_y dA + \iint_{vc} B_y \, \rho \, dv = \oint_{sc} V_y \left( \rho \, \boldsymbol{V}. \, \boldsymbol{dA} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \iint_{vc} V_y \left( \rho \, dv \right) \tag{1.32}$$

$$\sum F_z = \oint_{Sc} T_z \, dA + \iint_{vc} B_z \rho \, dv = \oint_{Sc} V_z \, (\rho \, \boldsymbol{V}. \, \boldsymbol{dA}) + \frac{\partial}{\partial t} \iint_{vc} V_z \, (\rho \, dv)$$

Al utilizar las ecuaciones (1.32) se seleccionan las direcciones de los ejes de referencia inerciales xyz, con lo cual se establecen las direcciones positivas de las velocidades  $V_x$ ,  $V_y$  y  $V_z$  y las de las fuerzas superficiales y de cuerpo  $T_x$  y  $B_x$ , etc. Téngase en cuenta que esta consideración de signos es independiente del signo de V. dA.

# 1.1.4 Leyes básicas para sistemas finitos y volúmenes de control finitos: Termodinámica.

Hasta ahora se ha considerado la conservación de la masa y la ley de Newton, ésta última en las formas de *momentum* lineal, para sistemas finitos y volúmenes de control finitos. Se empezó con el enfoque familiar de sistema y luego, utilizando la ecuación de transporte de Reynolds, se dedujeron rápidamente las ecuaciones correspondientes a un volumen de control. En este capítulo se hará lo mismo para la primera ley de la termodinámica (ecuación de energía o ecuación de Bernoulli).

La primera ley de la termodinámica es un planteamiento basado en la experiencia macroscópica que establece que la energía se conserva en todo momento. Por consiguiente, la primera ley tiene en cuenta la energía que entra, que sale o que se acumula en un sistema o en un volumen de control.

Es conveniente clasificar la energía en dos categorías principales: *energía almacenada y energía en transición.* La energía asociada primordialmente con una masa dada se considerará como energía almacenada. Por otra parte, la energía que se mueve desde un sistema hacia otro se denomina energía en transición. Se considerará como propiedad extensiva sólo la energía almacenada, teniendo en cuenta que esta energía está directamente identificada con la materia involucrada en un determinado caso y "reside en ella". Pueden enumerarse los siguientes tipos de energía almacenada en un elemento de masa:

1. Energía cinética  $E_{K}$ . Energía asociada con el movimiento de la masa.

2. Energía potencial  $E_P$ . Energía asociada con la posición de la masa en campos externos conservativos.

*3. Energía interna U*. Energía molecular y energía atómica asociadas con los campos internos de la masa

Se enumeran dos tipos de energía en transición: *calor y trabajo*. El calor es la energía en transición desde una masa hacia otra como resultado de una diferencia de temperatura entre estas. Por otro lado, el trabajo, como se aprendió en mecánica, es la energía en transición hacia o desde un sistema, que ocurre cuando fuerzas externas que actúan sobre el sistema lo mueven a lo largo de una distancia. Además, en termodinámica se generaliza el concepto de trabajo para incluir la energía transferida desde o hacia un sistema mediante cualquier acción, de manera que el efecto externo total de la acción dada puede reducirse totalmente, mediante un mecanismo hipotético sin fricción, a la acción de levantar una masa en el campo gravitacional. De ese modo, la corriente eléctrica puede utilizarse para levantar un peso mediante un motor eléctrico y, si no hay fricción ni resistencia eléctrica, éste puede ser el único efecto de la corriente. Por tanto, representa un flujo de energía que se clasifica como trabajo. Sin embargo, el calor, aun con máquinas sin fricción, no puede levantar un peso y no tiene ningún otro efecto. Por tanto, debe existir calor que se transfiere hacia un sumidero.

Al considerar nuevamente la energía almacenada, se nota que debido a que la energía cinética de una partícula infinitesimal es, por definición, igual a  $1/2dmV^2$ , el cambio en la energía cinética durante un proceso depende sólo de las velocidades final e inicial del sistema infinitesimal en el proceso. El cambio en la energía potencial se define sólo para campos de fuerza conservativos y, por definición, es igual al negativo del trabajo hecho por estos campos de fuerzas conservativos sobre el sistema infinitesimal durante un proceso. Como puede recordarse de estudios previos en mecánica y electrostática, este trabajo depende tan sólo de las *posiciones* final e inicial del sistema infinitesimal durante el proceso. Finalmente, la energía interna atómica y molecular de un fluido está causada por campos de fuerza que son aproximadamente conservativos. Por consiguiente, nótese que *la energía almacenada es una función puntual;* es decir, todos los cambios durante un proceso pueden expresarse en función de los valores en los extremos. Además, *la energía en transición es una función de línea*, es decir, los cambios no sólo dependen de los puntos extremos sino también de la trayectoria real entre éstos.

### 1.1.4.1 Análisis de sistemas

En la figura 1.18 se muestra un sistema arbitrario que, por definición, puede moverse y deformarse sin ninguna restricción pero no puede transferir masa a través de sus fronteras. El calor neto agregado al sistema y el trabajo neto hecho por el sistema sobre los alrededores durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$  se designan como Q y W<sub>k</sub> respectivamente.



Figura 1. 18 Calor y trabajo sobre un sistema

Si *E* se utiliza para representar la energía total almacenada de un sistema en cualquier instante t y si se emplea su propiedad como una función puntual, la conservación de la energía requiere que para un proceso que ocurre durante el intervalo entre  $t_1$  y  $t_2$ ,

$$Q - W_K = \Delta E = E_2 - E_1 = (E_K + E_P + U)_2 - (E_K + E_P + U)_1$$
(1.33)

La forma diferencial de la ecuación (1.33) puede escribirse de la siguiente manera:

$$dE = dQ - dW_{\kappa} \tag{1.34}$$

De esta manera se ha planteado la forma usual de la primera ley de la termodinámica aplicada a sistemas. Debido a que Q y  $W_k$  no son funciones puntuales, se representan como funciones explícitas del tiempo. De acuerdo con esto, puede emplearse la notación usual para las derivadas temporales  $dQ/dt y dW_k/dt$ . Sin embargo, *E es* una función puntual que se expresa en función de variables espaciales y del tiempo. Para indicar que está siguiéndose el sistema, se utiliza la derivada sustancial. Luego, para las variaciones temporales de energía almacenada y de energía en transición para un sistema, se tiene que

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW_K}{dt}$$
(1.35)

#### 1.1.4.2 Análisis del volumen de control

Para deducir el enfoque del volumen de control, E se considera como la propiedad extensiva que debe utilizarse en la ecuación de transporte de Reynolds. Luego, el término e representará la energía almacenada por unidad de masa. Al utilizar la ecuación de transporte de Reynolds, puede decirse que

$$\frac{dE}{dt} = \oint_{sc} (e)(\rho \, V. \, dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} (e)(\rho \, dv)$$
(1.36)

Al aplicar la ecuación (1.35) en el miembro izquierdo de la ecuación (1.36), se obtiene:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_k}{dt} = \oint_{SC} e\left(\rho V. dA\right) + \frac{\partial}{\partial t} \iint_{VC} e(\rho dv)$$
(1.37)

La ecuación (1.37) establece que la tasa neta de energía transferida hacia el volumen de control por calor y trabajo es igual a la tasa de flujo de salida de energía almacenada desde el volumen de control más la tasa de incremento de energía almacenada dentro del mismo.

De acuerdo con el análisis hecho al principio de este capítulo, el término *e* puede expresarse como la suma de los siguientes tipos específicos de energía almacenada por unidad de masa:

1. *Energía cinética*  $e_K$ . La energía cinética de una partícula infinitesimal es  $dm V^2/2$ , donde dm está en unidades de slug o kilogramos. Por unidad de masa, esta energía se convierte en  $V^2/2$ .

2. *Energía potencial*  $e_p$ . Suponiendo que el único campo externo es el campo gravitacional de la tierra, la energía potencial de una partícula infinitesimal, situada a una elevación *z* por

encima de algún nivel de referencia, será la cantidad  $\int_0^z dmg dz$ . Al considerar g como una constante, la energía potencial por unidad de masa será la cantidad *gz*.

*3. Energía interna u.* Si se conocen ciertas propiedades de algún fluido, la energía interna por unidad de masa, con respecto a algún estado base, usualmente puede evaluarse o encontrarse en tablas experimentales.

Por consiguiente, *e* se da como:

$$e = \frac{V^2}{2} + gz + u \tag{1.38}$$

Ahora se analiza el término  $dW_k/dt$  de la ecuación (1.37). Es conveniente clasificar  $W_k$  en tres categorías:

- Trabajo neto hecho sobre los alrededores como resultado de tracciones en aquella parte de la superficie de control a través de la cual existe un flujo de fluido. Este trabajo se conoce como trabajo de flujo.
- 2. Cualquier otro trabajo transferido a través del resto de la superficie de control *hacia los alrededores* mediante un contacto directo entre elementos no fluidos en el interior y el exterior. Por ejemplo, el trabajo transferido a través de una superficie de control mediante ejes o corrientes eléctricas pertenece a esta categoría. Este trabajo se denomina *trabajo de eje* y se denota como  $W_s$ .
- 3. Las clasificaciones 1 y 2 incluyen el trabajo total transferido en la superficie de control por contacto directo. Dentro de la superficie de control puede haber trabajo sobre los alrededores como resultado de reacciones a las *fuerzas de cuerpo*. A este respecto, nótese cuidadosamente que los efectos de la gravedad ya se han tenido en cuenta como la energía potencial (en *e*), de manera que *la fuerza* de cuerpo B no debe incluir la gravedad: puede incluir, por ejemplo, contribuciones hechas por distribuciones de fuerzas magnéticas y eléctricas.

Ahora se examina cuidadosamente el trabajo de flujo (véase la figura 1.19). En primer lugar, nótese que **T** por definición es la fuerza de tracción de los *alrededores* que actúan *sobre* la superficie de control. Por consiguiente, **T.V** es la tasa temporal de trabajo

(potencia) hecha por los alrededores en la superficie de control por unidad de área de la superficie de control. Así, representa la potencia por unidad de área que *entra* al volumen de control. Por consiguiente, la tasa temporal de trabajo que *sale* del volumen de control, es decir, la tasa total del *trabajo de flujo*, está dada por



Figura 1. 19 Flujo de trabajo en una superficie de control

Tasa total ddel trabajo de flujo = 
$$- \oint_{SC} T.V \, dA$$
 (1.39)

De manera análoga, la fuerza de cuerpo **B** representa una distribución de fuerzas sobre el material dentro del volumen de control causada por los alrededores sin requerir contacto directo. Por consiguiente, -**B**.**V** es la potencia que sale del volumen de control por unidad de masa del material dentro de dicho volumen. Luego, puede darse la *tasa total del trabajo, hecho por fuerzas de cuerpo, que sale* del volumen de control como

Tasa total de trabajo de fuerzas de cuerpo = 
$$- \iiint_{VC} \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} \rho \, dv$$
 (1.40)

Puede establecerse una forma general de la primera ley como sigue:

El calor neto agregado al sistema – (el trabajo transferido a través de la superficie de control hacia los alrededores mediante un contacto directo entre elementos no fluidos en el interior y el exterior + la tasa total del trabajo de flujo + la tasa total del trabajo de fuerzas de cuerpo) = (las variaciones temporales de energía almacenada + las Variaciones temporales de energía en transición para un sistema) O sea:

$$\frac{dQ}{dt} - \left[\frac{dW_s}{dt} - \oint_{SC} \mathbf{T} \cdot \mathbf{V} \, dA - \iiint_{VC} \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} \, \rho \, dv\right] = \oint_{SC} \left(\frac{V^2}{2} + gz + u\right) (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \left(\frac{V^2}{2} + gz + u\right) (\rho dv)$$

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} + \bigoplus_{SC} \mathbf{T} \cdot \mathbf{V} dA + \iiint_{VC} \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} dA = \bigoplus_{SC} \left(\frac{V^2}{2} + gz + u\right) (\rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{d} \mathbf{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \left(\frac{V^2}{2} + gz + u\right) (\rho dv)$$
(1.41)

A continuación se considerarán dos casos para los cuales la ecuación (1.41) se reduce a una forma más familiar. En primer lugar, si **T** es perpendicular a la superficie de control (es decir, para un *flujo sin fricción*), **T** puede expresarse como sigue:

$$T = \tau_{nn} \frac{dA}{dA}$$

Donde  $\tau_{nn}$ , es el esfuerzo normal. Y como  $\tau_{nn} = -p$  para un flujo no viscoso, la tasa de flujo de salida del trabajo de flujo puede darse como sigue:

Tasa total del trabajo de flujo = 
$$- \oint_{SC} T \cdot V dA = \oint_{SC} P \frac{dA}{dA} \cdot V dA = \oint_{SC} PV \cdot dA$$

Debido a que el producto de v, volumen específico, y  $\rho$ , densidad de masa, es la unidad, puede introducirse  $\rho v$  en el integrando del miembro derecho de la ecuación anterior para conformar la siguiente expresión que a su vez se reemplaza en la ecuación (1.37) para hacer parte de  $dW_k/dt$ :

Tasa del trabajo de flujo = 
$$\oint_{SC} Pv(\rho V. dA)$$
(1.42)



Figura 1. 20 Flujo perpendicular a la superficie de control

Puede llegarse a la ecuación anterior para el caso de un flujo viscoso en *el* que la *velocidad* V *del fluido que pasa a través de la superficie de control es, en todos los puntos, perpendicular a la superficie de control.* El flujo a través de la sección de una tubería es un ejemplo. Luego, al volver a la ecuación (1.32) y remplazar V por nV (véase la figura 1.20), donde n es el vector unitario normal hacia afuera del elemento de área, se forma la ecuación:

Tasa de trabajo de flujo = 
$$- \oint_{SC} T \cdot V dA = - \oint_{SC} (T \cdot nV) dA = - \oint_{SC} \tau_{nn} V \cdot dA$$

Donde **T.n** se ha hecho igual a  $\tau_{nn}$ . Además, puesto que **V** y **A** son colineales en este caso, V dA se ha hecho igual a **V.dA**. Luego se introduce Pv en el integrando de la última expresión. También, se ha dicho que para un flujo paralelo, como el que se ilustra en la figura 1.20,  $\tau_{nn}$ , puede remplazarse por -P si no se consideran las variaciones hidrostáticas de la presión en la sección transversal. Por lo general esto es válido en el flujo en tuberías, de manera que la tasa del trabajo de flujo para estos casos se expresa nuevamente como en la ecuación (1.41), como parte de  $dW_k/dt$  en la ecuación (1.37). Luego, la primera ley de la termodinámica puede escribirse para flujos no viscosos o para flujos con entradas o salidas unidimensionales como:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} + \iiint_{VC} \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{V} \rho d\mathbf{v} = \bigoplus_{SC} \left( \frac{V^2}{2} + gz + u + Pv \right) (\rho \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{dA}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \left( \frac{V^2}{2} + gz + u \right) (\rho dv)$$
(1.43)

Generalmente, la energía interna u y el trabajo de flujo pv se combinan, es decir, (u + pv), para conformar la propiedad conocida como *entalpía específica, h*, en tales casos. Luego, la ecuación (1.43) se convierte en:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} + \iiint_{VC} \boldsymbol{B}. \boldsymbol{V}\rho d\mathbf{v} = \bigoplus_{SC} \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} + g\mathbf{z} + \mathbf{h}\right) (\rho \boldsymbol{V}. \boldsymbol{dA}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \boldsymbol{e} \left(\rho d\mathbf{v}\right)$$
(1.44)

Una simplificación muy importante que se presenta con frecuencia es el caso de un flujo permanente en el que los flujos a la entrada y a la salida de un aparato o desde éste, respectivamente, se consideran unidimensionales.



Figura 1. 21 Volumen de control para una máquina ideal.

Un ejemplo de este tipo de flujo se muestra en la figura 1.21. Éste puede representar, por ejemplo, una turbina de vapor, donde el volumen de control se ha seleccionado para representar el volumen interno de la carcaza de la turbina, y las secciones AA y *BB* de la superficie de control se han establecido en los tubos de entrada y de salida de la turbina.

Debido a que todas las propiedades se toman como constantes en las secciones transversales AA y BB, ya que las velocidades en la entrada y en la salida son perpendiculares a la superficie de control, fácilmente puede calcularse la integral de superficie de la ecuación (1.44). Además, debido a que el flujo es permanente, la energía almacenada dentro del volumen de control permanece constante con el tiempo y el último término del miembro derecho de la ecuación (1.45) es cero. Nótese que

$$\iint_{A_1} z_1 dA_1 = (z_c)_1 A_1$$

Donde  $(z_c)_1$  es la coordenada z del centroide del área de entrada y, en forma similar, para el área de salida la ecuación resultante es:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} = \left[\frac{V_2^2}{2} + g(z_c)_2 + h_2\right] \rho_2 V_2 A_2 - \left[\frac{V_1^2}{2} + g(z_c)_1 + h_1\right] \rho_1 V_1 A_1$$

Reordenando la ecuación, se obtiene una forma de la primera ley de la termodinámica que tiene un uso más directo y es similar a las estudiadas en el curso de termodinámica:

$$\left[\frac{V_1^2}{2} + gz_1 + u_1 + \frac{P_1}{\rho_1}\right] \rho_1 V_1 A_1 + \frac{dQ}{dt} = \left[\frac{V_2^2}{2} + gz_2 + u_2 + \frac{P_2}{\rho_2}\right] \rho_2 V_2 A_2 + \frac{dW_s}{dt}$$
(1.45)

Esta forma de la primera ley, al igual que otras variaciones simples de ella, se conoce como *primera ley simplificada*. Las condiciones de continuidad para el volumen de control de la figura 4.4 conducen a la relación  $\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 = dm/dt$ , donde dm/dt es la tasa de flujo de masa. Dividiendo la ecuación anterior por dm/dt y reordenando términos, se obtiene:

$$\left[\frac{V_1^2}{2} + gz_1 + h_1\right] + \frac{dQ/dt}{dm/dt} = \left[\frac{V_2^2}{2} + gz_2 + h_2\right] + \frac{dW_s/dt}{dm/dt}$$
(1.46)

La expresión (dQ/dt)/(dm/dt) se convierte en dQ/dm y corresponde simplemente al calor neto agregado por unidad de masa de flujo, mientras que  $(dW_s/dt)/(dm/dt)$  se convierte en  $dW_s/dm$ , el trabajo neto de eje hecho por unidad de masa de flujo. Luego, la forma final es muy común, y está dada por:

$$\left[\frac{V_1^2}{2} + gz_1 + h_1\right] + \frac{dQ}{dm} = \left[\frac{V_2^2}{2} + gz_2 + h_2\right] + \frac{dW_s}{dm}$$
(1.47)

#### 1.1.4.3 Ecuación de bernoulli a partir de la primera ley de la termodinámica

Considérese como volumen de control una porción de tubo de corriente dentro de un *flujo permanente, incompresible y no viscoso,* como se muestra en la figura 1.22. Al aplicar la primera ley de la termodinámica a este volumen de control se nota que la ecuación (1.47) es válida. Es obvio que no existe trabajo diferente del trabajo de flujo por tanto el trabajo de eje es cero. Las áreas transversales del volumen de control son infinitesimales,  $(z_c)_1$ , y  $(z_c)_2$ , pueden remplazarse por  $z_1$  y  $z_2$ , respectivamente. Luego de organizar los términos, se obtiene:



Figura 1. 22 Tubo de corriente en un flujo permanente, incompresible y no viscoso.

$$\left[\frac{V_1^2}{2} + P_1 \upsilon + gz_1\right] = \left[\frac{V_2^2}{2} + P_2 \upsilon + gz_2\right] + \left[(u_2 - u_1) - \frac{dQ}{dm}\right]$$

Para un flujo sin fricción en el que solamente interviene la energía mecánica, es decir, no hay transferencia de calor ni cambio en la energía interna, la última expresión entre corchetes de la ecuación anterior es cero y se obtiene:

$$\frac{V_1^2}{2} + P_1 \upsilon + gz_1 = \frac{V_2^2}{2} + P_2 \upsilon + gz_2$$
(1.48)

Esta ecuación se conoce como ecuación de Bernoulli. Al disminuir la sección transversal del tubo de corriente sin límites, Bernoulli establece que a lo largo de una línea de corriente la energía mecánica por unidad de masa se conserva. A lo largo de cualquier línea de corriente

$$\frac{V^2}{2} + P\upsilon + gz = Const \tag{1.49}$$

La constante puede tener un valor diferente para cada línea de corriente. Sin embargo, en muchos problemas puede deducirse que en algunas partes del flujo las líneas de corriente tienen la misma energía mecánica por unidad de masa, de manera que la energía mecánica por unidad de masa es constante en *cualquier* parte del flujo. La ecuación de Bernoulli puede presentarse en una forma diferente al dividir las ecuaciones (1.48) y (1.49) por g y remplazar *v*g por l/ $\gamma$ . Luego, se obtiene:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2$$
(1.50)

También puede decirse que:

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z = Const \tag{1.51}$$

Nótese que las dimensiones de cada expresión son de longitud. De acuerdo con esto, los términos se conocen como *alturas*. En la ecuación (1.51) puede decirse que la suma de la altura de velocidad, la altura de presión y la altura de posición es constante a lo largo de una línea de corriente.

Con frecuencia se utilizarán presiones manométricas en esta ecuación debido a que la parte p<sub>atm</sub> y de los términos de presión absoluta se cancelará.

# 1.2 ANÁLISIS DE FLUJOS INTERNOS IMPORTANTES

En este apartado se realiza un estudio del flujo de fluidos a régimen laminar y turbulento, comenzando con una comparación entre estos y algunas características de importancia de cada uno, también se muestran algunas consideraciones experimentales. Esto para un flujo viscoso incompresible, a través de tuberías.

#### **1.2.1** Flujo viscoso incompresible a través de tuberías

#### Comparación general entre flujos laminares y flujos turbulentos

Un tema importante que debe estudiarse es el relacionado con la pregunta: ¿Cuándo son importantes los efectos viscosos?, hasta el grado de cambiar el enfoque de flujo irrotacional por otro que tenga en cuenta la fricción. Para este propósito es útil distinguir entre dos amplias clases de flujo. Los flujos alrededor de cuerpos, como alas, cohetes y barcos, se conocen como *flujos externos* cuando las otras fronteras del flujo, como la superficie de la Tierra, se encuentran comparativamente lejos del cuerpo. Por otro lado, los flujos encerrados por fronteras de interés se conocerán como *flujos internos*. Ejemplos de flujos internos incluyen el flujo a través de tuberías, ductos y boquillas.

En este documento solo se aborda el flujo interno, por ser el tipo de flujo de interés según los objetivos planteados.

Al considerar un flujo interno debe tenerse en cuenta el comportamiento en la capa límite. A la entrada de un ducto o tubería la capa límite generalmente es muy delgada, de manera que en esta región el flujo puede considerarse como no viscoso, excepto cerca de la frontera. Sin embargo, a lo largo del flujo existe un aumento de espesor de la capa límite. En muchos flujos la capa límite puede ocupar con rapidez toda la sección transversal del flujo; cuando esto ocurre en las primeras etapas del flujo, por lo general se considera éste como completamente viscoso. Así, el crecimiento de la capa límite es un criterio importante. De momento, pueden citarse sólo algunos casos extremos simples. Por ejemplo, el flujo en un tubo capilar, excepto para caudales en extremo pequeños, casi siempre se considera como completamente viscoso aun para fluidos con baja viscosidad y tuberías de pequeña longitud. También, los flujos en tuberías que transportan aceite y agua pueden considerarse, después de algunos diámetros de longitud desde la entrada, como flujos viscosos. Sin embargo, los flujos en ductos en los que se mueve aire en distancias comparativamente cortas, como en los ductos de aire acondicionado y en túneles de viento, por lo general pueden considerarse como flujos no viscosos excepto en la importante región de la capa límite.

En este capítulo se consideran los flujos en tuberías, donde la acción viscosa puede considerarse como prevaleciente en todo el flujo. El flujo en tuberías tiene una gran

importancia en nuestra tecnología y deberá tenerse en cuenta siempre que se transporten líquidos. Igualmente, se ha efectuado experimentación muy valiosa con el flujo en tuberías, que tiene un carácter bastante general, como se verá más adelante.

Antes de establecer las ecuaciones para describir una acción en la naturaleza, debe observarse con mucho cuidado dicha acción. Luego, el primer paso es examinar un flujo en el que los efectos viscosos sean importantes.

### **1.2.1.1** Flujos laminares y turbulentos

El flujo laminar describe *un patrón bien ordenado donde se supone que las capas de fluido se deslizan una sobre otra*. Para ilustrar este flujo, examínese el experimento clásico de Reynolds sobre flujos viscosos. Se establece un flujo de agua a través de un tubo de vidrio, como se muestra en la figura 1.23, en el que la velocidad se controla mediante una válvula colocada a la salida. A la entrada de la tubería se inyecta una tinta que tiene un peso específico igual al del agua. Cuando la válvula de salida está ligeramente abierta, la tinta se moverá a través del tubo de vidrio en forma intacta formando un filamento, como se muestra en la figura 1.23. Esta demostración indica la naturaleza ordenada de este flujo. Sin embargo, a medida que se abre la válvula se alcanza una condición en la cual la tinta asume un movimiento fluctuante a medida que avanza en la tubería (véase la figura 1.24). Tiene lugar una transición desde el flujo inestable. Abrir más la válvula establece una condición en la cual se desarrollan fluctuaciones irregulares del flujo, de manera que la tinta se dispersa completamente antes de alcanzar una distancia importante a lo largo de la tubería (véase la figura 1.25). Este flujo irregular se conoce como *flujo turbulento*.



Figura 1. 23 Experimento de Reynolds



Figura 1.24 Transición.

Figura 1.25 Flujo turbulento.



Figura 1. 26 Flujo laminar permanente

Figura 1.27 Flujo turbulento permanente.



Figura 1. 28 Flujo turbulento no permanente. Medición de V' con respecto a  $\overline{V}$ .

El experimento muestra la diferencia esencial entre el flujo laminar y el turbulento. El primero, aunque tiene movimientos moleculares irregulares, es un flujo macroscópicamente bien ordenado. Sin embargo, en el caso de flujo turbulento existe el efecto de una fluctuación de velocidad pequeña pero macroscópica V' superpuesta al flujo bien ordenado  $\overline{V}$ . Una gráfica de velocidad *versus* tiempo en una posición dada en el tubo del aparato de Reynolds aparecería como se muestra en la figura 1.26 para flujo laminar, y en la figura 1.27 para flujo turbulento. En la gráfica de este último se indica la velocidad media temporal y se denota como  $\overline{V}$ . Debido a que esta velocidad es constante con el tiempo, el flujo se ha designado como permanente. Un flujo turbulento no permanente debe considerarse como aquel en el cual el campo de velocidad media<sup>1</sup> temporal cambia con el tiempo, como se ilustra en la figura 1.28. Más adelante, cuando se examine con más detalle el flujo turbulento se dará una definición más precisa de la velocidad media temporal. Nótese que la fluctuación de la velocidad, V' se mide a partir de  $\overline{V}$  para el flujo turbulento permanente.

Reynolds encontró que el criterio para la transición de flujo laminar a flujo turbulento en una tubería es el número de Reynolds, en el cual el parámetro de longitud es el diámetro de la tubería. En el experimento, el número de Reynolds se incrementó continuamente aumentando la velocidad. Sin embargo, esto podría haberse logrado al utilizar tuberías de diferentes diámetros o fluidos con viscosidades o densidades diferentes. Se ha encontrado que un número de Reynolds de aproximadamente 2,300 denota la inminencia de una transición de flujo laminar a flujo turbulento.

En condiciones experimentales cuidadosamente controladas, usando un tubo muy liso y permitiendo que el fluido en el tanque principal permanezca en reposo durante períodos largos antes de la prueba, se encontró que el flujo laminar puede mantenerse para números de Reynolds hasta de 40,000. Hasta ahora *todos los experimentos indican que por debajo de 2,300 solamente puede existir flujo laminar*. Así, una vez que se ha alcanzado 2,300 *puede* existir una transición según la magnitud de las perturbaciones locales. Este valor del número de Reynolds se conoce como *número de Reynolds critico*. El flujo correspondiente a un número de Reynolds que exceda 2,300 puede considerarse inestable debido a que cualquier perturbación producirá la aparición de las fluctuaciones aleatorias comunes de flujo turbulento. Por debajo del número de Reynolds crítico la cantidad de amortiguamiento existente es suficiente para eliminar los efectos de cualquier perturbación local, de manera que el flujo es siempre bien ordenado. En problemas prácticos de ingeniería relacionados con tuberías, siempre existen perturbaciones locales suficientes para ocasionar la aparición del flujo turbulento cuando se excede el número de Reynolds crítico.

Para estudios técnicos, el régimen de flujo en tuberías se considera como *laminar si el número de Reynolds es menor que 2 000 y turbulento si el número de Reynolds es superior a 4 000*. Entre estos dos valores está la zona denominada "crítica" donde el régimen de flujo es impredecible, pudiendo ser laminar, turbulento o de transición, dependiendo de muchas condiciones con posibilidad de variación. La experimentación cuidadosa ha determinado que la zona laminar puede acabar en números de Reynolds tan bajos como 1200 o extenderse hasta los 40 000, pero estas condiciones no se presentan en la práctica.

El flujo en la capa límite también presenta los dos tipos de flujo estudiados anteriormente. Sin embargo, debe recordarse que el valor del número de Reynolds crítico mencionado antes se aplica sólo en tuberías.

En los flujos que se consideran sin fricción puede existir turbulencia. Luego, existen casos en los cuales debe tenerse en cuenta la turbulencia de la corriente libre, en flujos que se consideran sin fricción en cálculos ordinarios.

52

Velocidad media del flujo: El término "velocidad", a menos que se diga lo contrario, se refiere a la velocidad media o promedio de cierta sección transversal dada por la ecuación de continuidad para flujo estacionario:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{v \,\dot{m}}{A} \tag{1.52}$$

Donde:

V: es la velocidad media o promedio del flujo.

Q: Caudal.

A: Área de la sección transversal de la tubería u orificio.

- *m* : es el flujo másico.
- $\rho$ : Densidad del fluido.
- *v*: Volumen específico.

Como

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} \tag{1.53}$$

Velocidades "razonables" para ser consideradas en trabajos de proyecto se dan a continuación:

Servicio	Velocidad
Alimentación de calderas	2.4 a 4.6 m/s (8 a 15 pies/s)
Succión de bombas y líneas de descarga	1.2 a 2.1 m/s (4 a 7 pies/s)
Servicios generales	1.2 a 3.0 m/s (4 a 10 pies/s)
Distribución de agua potable	hasta 2.1 m/s (7 pies/s)

Tabla 1. 3 Velocidades utilizadas para el flujo de agua en tuberías

**Número de Reynolds:** Las investigaciones de Osborne Reynolds han demostrado que el régimen de flujo en tuberías, es decir, si es laminar o turbulento, depende del diámetro de la tubería, la densidad y la viscosidad del fluido y de la velocidad del flujo. El valor numérico de una combinación adimensional de estas cuatro variables, conocido como el número de Reynolds, puede considerarse como la relación de las fuerzas dinámicas de la

masa del fluido respecto a los esfuerzos de deformación ocasionados por la viscosidad. El número de Reynolds es:

$$R_e = \frac{\rho V D}{\mu} \qquad o \qquad R_e = \frac{V D}{\nu} \tag{1.54}$$

Donde µ: Viscosidad absoluta

v: Viscosidad cinemática

- D: Diámetro de la tubería en metros
- V: velocidad del fluido
- ρ: Densidad del fluido

# 1.2.1.2 Flujo laminar

#### Primera ley de la termodinámica para flujo en tuberías; pérdida de altura.

Hasta ahora se ha utilizado un modelo unidimensional para el flujo a través de ductos y tuberías. En esta sección se considera en detalle la termodinámica del flujo laminar, permanente e incompresible a través de tuberías. Como resultado se llega a una ecuación unidimensional consistente con el trabajo anterior menos formal.

Considérese un flujo permanente, laminar e incompresible a través de una tubería recta y horizontal, como se muestra en la figura 1.29. Claramente éste es un caso de flujo paralelo. En la sección 1.1.4 se estableció que para flujos paralelos y horizontales la presión debe ser uniforme en una sección exceptuando la variación hidrostática. Además, ya se ha demostrado, a partir de la ecuación de continuidad, que el perfil de velocidad del flujo no debe cambiar en la dirección de éste. Antes de entrar en los detalles de esta sección es conveniente indicar que, aunque ahora está tratándose el flujo laminar, más adelante y con algunos comentarios pertinentes, podrán extenderse los resultados de esta sección al flujo turbulento.



Figura 1. 29 Flujo horizontal de área constante.

Examínese ahora el flujo en la tubería entre las secciones 1 y 2 de la figura 1.29. Considérese que este flujo está compuesto totalmente por tubos de corriente, uno de los cuales se muestra.

Considérense las áreas en los extremos de un tubo de corriente. Estos elementos de área se conocerán como elementos correspondientes de área. Debido a que el perfil de velocidad no cambia para flujo paralelo,  $V^2/2$  tiene el mismo valor en elementos correspondientes de área. También existe un cambio en elevación nulo,  $y_2 - y_1$ , entre elementos correspondientes de área. Finalmente, para el flujo en tuberías puede suponerse que la energía interna *u* es constante a través de una sección transversal. Ahora, la primera ley de la termodinámica para el volumen de control compuesto por la región interior de la tubería entre las secciones 1 y 2 y, por consiguiente, incluidos todos los tubos de corriente encerrados, puede expresarse como

$$\frac{dQ}{dt} = \iint_{A_2} \left( \frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + u_2 + gy_2 \right) (\rho V dA) - \iint_{A_1} \left( \frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + u_1 + gy_1 \right) (\rho V dA)$$

Donde se ha utilizado  $p/\rho$  en lugar de pv. Esta ecuación puede rescribirse como

$$\frac{dQ}{dt} = \iint_{A} \left[ \left( \frac{V_2^2 - V_1^1}{2} \right) + \left( \frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) + \left( u_2 - u_1 \right) + g(y_2 - y_1) \right] (\rho V dA)$$
(1.55)

La primera y la última expresiones entre paréntesis en el integrando claramente son cero, al considerar los elementos de área correspondientes de las secciones 1 y 2 de cada tubo de corriente. Nótese que las contribuciones hidrostáticas de presión se cancelan en los elementos correspondientes de área de los tubos de corriente, dejando una presión uniforme

que se denotará simplemente como  $p_1$  y  $p_2$  para las secciones respectivas. Las dos expresiones restantes son constantes en la integración a través de la sección transversal de la tubería. Luego, se tiene:

$$\frac{dQ}{dt} = \left[ \left( \frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) + \left( u_2 - u_1 \right) \right] \iint_A \rho V dA$$
$$\frac{dQ}{dt} = \left[ \left( \frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) + \left( u_2 - u_1 \right) \right] \frac{dm}{dt}$$

Dividiendo por el flujo de masa, *dm/dt*, luego de reordenar los términos, se obtiene:

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \frac{\Delta P}{\rho} = \left[ \left( u_2 - u_1 \right) - \frac{dQ}{dm} \right]$$
(1.56)

La expresión del miembro derecho de la ecuación (1.56) representa la pérdida de la "energía mecánica" por unidad de masa del fluido. ¿Por qué puede considerarse esta energía como una pérdida? En primer lugar nótese que representa el incremento de energía interna en el fluido y la transferencia de calor desde el fluido dentro del volumen de control hacia sus alrededores. En situaciones prácticas cuando se transporta un fluido, cualquier incremento en la energía interna tiene poco uso debido a que a menudo se pierde en almacenamientos subsecuentes, y la contribución de calor hacia los alrededores, en particular hacia la atmósfera, suele no ser económicamente conveniente. Por consiguiente, estos términos se agrupan y la combinación se conoce como *pérdida de altura*, que se denota como h<sub>l</sub>. Luego,

$$h_f = (u_2 - u_1) - \frac{dQ}{dm}$$
(1.57)

Volviendo a la ecuación (1.56) puede decirse que

$$\frac{\Delta P}{\rho} = h_f$$

Si no existiera fricción en este flujo, la segunda ley de Newton establece que no existiría cambio en la presión de manera que la perdida de altura  $h_b$  puede interpretarse como la pérdida de presión por unidad de masa,  $\Delta P/\rho$ , *debida a la fricción*.

La pérdida de altura *también* se define como  $h_{l}/g$ , que es la pérdida de presión debida a la fricción por unidad de peso (en lugar de por unidad de masa). La dimensión se simplifica a longitud en este caso y es una forma de "altura". Esta pérdida de altura se denota como  $H_{l}$ . Luego,

$$H_f = \frac{h_f}{g} \tag{1.58}$$

La definición  $H_f$  tiene la ventaja de una dimensión simple, que es una longitud, la clase de medida dada directamente por manómetros. Muchos ingenieros utilizan esta ecuación en conjunto con los términos de altura: altura de energía cinética  $V^2/2g$ , altura de energía potencial y altura de presión  $\Delta P/\gamma$ .

Sin embargo, la pérdida de altura  $H_f$  definida en esta forma no es una cantidad única para un flujo particular; debido a que se basa en peso, depende de la localización del flujo dentro de cualquier campo gravitacional. Por otro lado,  $h_f$  permite que la pérdida de altura sea la misma para flujos idénticos en la Tierra o en un vehículo espacial distante. En el texto se utilizarán ambas definiciones según sea el caso.



Figura 1. 30 Flujo inclinado de área constante.

Considérese que el flujo paralelo en estudio no es paralelo a la superficie de la Tierra. Se vuelve a la ecuación (1.56) para el volumen de control en la tubería entre las secciones 1 y 2, como se muestra en la figura 1.30. Ahora  $g(y_2 - y_1)$  en los elementos correspondientes de área de las secciones 1 y 2 no es cero como antes, sino que es una constante diferente de
cero para todos los pares de área correspondientes (es decir, en los extremos de los tubos de corriente). Por consiguiente, la ecuación (1.55) se convierte en la ecuación siguiente:

$$\frac{\Delta P}{\rho} = g(y_2 - y_1) + \left[ (u_2 - u_1) - \frac{dQ}{dm} \right] = g(y_2 - y_1) + h_f$$
(1.59)

La caída en la presión se debe ahora a una altura de *elevación y* a la *pérdida de altura* causada por la fricción. Es importante notar que la pérdida de altura depende del perfil de velocidad, del tipo de fluido y, algunas veces, de la rugosidad de la superficie de la tubería. Luego, para la pérdida de altura la inclinación de la tubería no tiene importancia. Por consiguiente, la pérdida de altura puede determinarse independientemente de la orientación de la tubería, es decir, aún es la pérdida de presión debida a la fricción dividida por  $\rho$ .



Figura 1. 31 Flujo en tubería con cambios en el área y en la elevación.

Ahora considérese el flujo en tuberías de diferentes diámetros conectadas mediante un codo reductor, como se muestra en la figura 1.31. Para el volumen de control indicado puede utilizarse nuevamente la ecuación (1.55) como la primera ley de la termodinámica. Sin embargo, ahora el término  $g(y_2 - y_1)$  para los puntos correspondientes de las secciones 1 y 2 (extremos de un tubo de corriente) no es un valor constante para todos los conjuntos de puntos correspondientes. Sin embargo, el valor **promedio** de  $g(y_2 - y_1)$  para la totalidad de los puntos correspondientes será igual al valor  $g[(y_c)_2 - (y_c)_1$ , donde los y<sub>c</sub> se miden hasta los centros respectivos de las secciones transversales. En forma similar,  $V_2^2/2 - V_1^2/2$  no será constante para puntos correspondientes en las secciones 1 y 2. A pesar de esto, en la práctica en cada sección se utiliza la velocidad V = caudal/A = q/A. Como la velocidad en

cada punto de la sección y, en consecuencia, se toma  $V_2^2/2 - V_1^2/2$  como una constante en la ecuación (1.55) para todos los tubos de corriente. Parecería que puede incurrirse en un error considerable al utilizar este proceso inapropiado de promedio. Sin embargo, en flujo laminar el término de altura de velocidad será una cantidad pequeña en comparación con los otros términos de la ecuación, de manera que el error en el que se incurre al calcular los cambios de presión será pequeño. En el caso de flujo turbulento, el perfil velocidad es mucho más uniforme que para flujo laminar. En este caso, a pesar de que pueden existir términos de altura y velocidad grandes, el error básico es mucho menor, de manera que parece permisible proceder en la forma simple en todos los flujos turbulentos en tuberías. Nótese también que debe utilizarse información experimental para calcular las pérdidas de altura. La magnitud del error inherente en estos casos suele sobrepasar los errores en los que se incurre al utilizar un proceso de promedio incorrecto, como el mencionado antes. Por consiguiente, se llega al siguiente resultado similar a la ecuación (1.59):

$$\frac{\Delta P}{\rho} = \left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) + g(y_2 - y_1) + h_f$$
(1.60)

Donde  $h_f$  es la suma de las pérdidas de altura en cada tubería más las que ocurren en el codo. Usualmente se consideran por separado las diferentes contribuciones de pérdida de altura. Aquellas que ocurren en accesorios como codos, se denominan *pérdidas menores* y se denotan como  $h_{fs}$ . En este caso, se diría que

$$h_{f} = (h_{fp})_{1} + h_{fs} + (h_{fp})_{2}$$
(1.61)

Donde  $(h_{fp})_1$  = pérdida de altura en el tubo horizontal

 $(h_{fp})_2 =$  pérdida de altura en el tubo inclinado

 $h_{fs}$  = pérdida de altura en el codo reductor

Al reordenar los términos de la ecuación (1.60), la primera *ley de la termodinámica* puede escribirse así:

$$\left(\frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + gy_1\right) = \left(\frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + gy_2\right) + (h_l)_T$$
(1.62)

Con frecuencia esta ecuación se conoce como ecuación de Bernoulli modificada y puede aplicarse a cualquier serie de tubos rectos interconectados mediante diferentes *clases de accesorios conectores.* En esta ecuación la densidad se mantiene constante, pero se tiene en cuenta para los cambios en la energía interna y la transferencia de calor. ¿Cuándo es útil este modelo para representar situaciones físicas? Considérense tuberías que transportan Líquidos como agua o aceite a lo largo de distancias relativamente grandes. Los líquidos tienden a permanecer a una temperatura constante cercana a la de los alrededores durante estos viajes largos y, en consecuencia, aun con grandes cambios en la presión, la densidad permanece esencialmente constante. A pesar de que la tasa de transferencia de calor puede ser muy baja para cualquier tramo pequeño de la tubería, hay que tener en cuenta que dQ/dm es la transferencia *total* de calor para una unidad de masa de fluido que se mueve a lo largo de la distancia *completa* entre las secciones 1 y 2 de la tubería. De esa manera, aunque puede presentarse una pequeña diferencia de temperatura entre los alrededores del fluido, la transferencia de calor acumulada por unidad de masa a lo largo de grandes distancias puede ser considerable. Además, los cambios en la energía interna debidos al cambio de presión y a cualquier pequeña diferencia de temperatura, también deben tenerse en cuenta en el término de pérdida de altura. Por consiguiente, la pérdida de altura puede tener un valor muy grande.

Luego, puede verse que en tales casos no existe inconsistencia al hablar de flujos *incompresibles con pérdidas de altura considerables*. Con frecuencia, ingenieros químicos, mecánicos y, en particular, los ingenieros civiles deben considerar tuberías largas que transportan líquidos, y para esos problemas las ecuaciones presentadas en esta sección son más útiles. En tales casos, el procedimiento general es calcular la pérdida de altura utilizando la teoría, cuando sea posible, como se ilustrará en la parte 1.2.1.3, de esta unidad, o empleando datos experimentales. Esta pérdida se inserta en la ecuación de Bernoulli modificada (o primera ley de la termodinámica), la cual, cuando se utiliza en conjunto con las ecuaciones de continuidad, suele ser suficiente para determinar las incógnitas deseadas. En la sección siguiente se determinará cómo establecer analíticamente las pérdidas de altura en tuberías.

Nótese que debido a que están utilizándose flujos incompresibles, la porción  $P_{atm}/\gamma$  de la altura de presión total estará presente a ambos miembros de la ecuación simple de energía y

de la ecuación de Bernoulli modificada, de manera que se cancelan permitiendo el uso de presión *manométrica*.

# 1.2.1.3 Flujos turbulentos: consideraciones experimentales

Al principio de este capítulo se indicó que el flujo turbulento puede considerarse como la superposición de un flujo fluctuante aleatorio sobre un flujo bien ordenado.

Desafortunadamente, la naturaleza de la componente fluctuante poco se conoce y aún no se ha desarrollado una teoría adecuada para analizar el flujo turbulento. Se han establecido algunas hipótesis con un éxito relativo, pero son útiles sólo en áreas de aplicación limitadas y todas requieren cierta información obtenida experimentalmente. Más adelante se dirá algo sobre el particular, En este momento se establecerán algunos resultados experimentales importantes con ayuda del análisis dimensional. Esta información será de gran valor para las aplicaciones de ingeniería en tuberías. Al igual que en el caso de flujo laminar, se examinarán las pérdidas de altura y los perfiles de velocidad.

### 1.2.1.3.1 Pérdida de altura en una tubería

Los siguientes resultados estarán restringidos al flujo permanente, completamente desarrollado y turbulento en el cual las variaciones hidrostáticas no se tienen en cuenta. Además, todas las cantidades se entenderán como *promedios temporales*.

Los promedios temporales de los parámetros y las propiedades del flujo turbulento se comportan como si el flujo fuera laminar, excepto por la presencia de esfuerzos adicionales, conocidos como *esfuerzos aparentes*, los cuales incluyen los efectos de la turbulencia. Los esfuerzos aparentes de flujo turbulento exceden de manera considerable los esfuerzos viscosos ordinarios presentes, de manera que estos últimos no se tienen en cuenta en flujos turbulentos, excepto cerca de la frontera porque en ésta predominan los esfuerzos viscosos. Los esfuerzos aparentes no limitan la extensión de las conclusiones generales de flujo paralelo, dadas en la sección anterior, a las cantidades medias temporales en flujo permanente, paralelo y turbulento, de manera que seguirá considerándose que el perfil

promedio temporal permanece fijo en la dirección del flujo y continuará utilizándose la presión uniforme media temporal *P* en las secciones de la tubería.

Se sabe que los cambios en la presión,  $\Delta P$  a lo largo de una tubería con flujo turbulento dependen de las cantidades siguientes:

1. D, diámetro de la tubería

2. L, longitud de la tubería en la que se determina el cambio en la presión

3.  $\mu$ , coeficiente de viscosidad

4. *V*, promedio sobre una sección transversal de la velocidad media temporal que es equivalente a Q/A

5.  $\rho$ , densidad

6. *e*, variación promedio del radio de la tubería, es decir, una medida de la rugosidad de la tubería.

En notación funcional esto se convierte en:

$$\Delta P = f(D, L, \mu, V, \rho, e)$$

En un análisis dimensional para las variables anteriores. El resultado es dado por la siguiente relación que involucra cuatro grupos adimensionales:

$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = G\left(\frac{\rho VD}{\mu}, \frac{L}{D}, \frac{e}{D}\right)$$

Intuitivamente resulta claro que el cambio  $\Delta P$  en la presión es directamente proporcional a la longitud *L* de la tubería. Por consiguiente, puede simplificarse la ecuación anterior para incluir esta relación en la siguiente forma:

$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = \frac{L}{D} H\left(\frac{\rho V D}{\mu}, \frac{e}{D}\right)$$

La función desconocida G de tres  $\pi$  se ha remplazado por una función desconocida *H* de solamente dos  $\pi$ . Al remplazar  $\Delta P$  por  $\rho h_{fp}$ , debido a que se tiene un flujo horizontal, paralelo y promedio temporal, y al ordenar términos, se obtiene:

$$h_f = \frac{V^2}{2} \frac{L}{D} \left[ K \left( \frac{\rho V D}{\mu} \frac{e}{D} \right) \right]$$

Para formar el término familiar de energía cinética se ha dividido por 2. Esto se permite debido a que aún existe una función indeterminada en la ecuación. Finalmente, en la práctica la función desconocida  $K(\rho VD/\mu, e/D)$  se conoce como factor de fricción.

Utilizando la notación f para este término, la forma final de las consideraciones dimensionales se convierte en la fórmula de *Darcy-Weisbach:* 

$$H_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} \tag{1.63}$$

El término f se determina experimentalmente de manera que satisfaga la ecuación de Bernoulli modificada, al utilizar promedios temporales. En la figura 1.32 se muestra una gráfica de f en función de R<sub>e</sub>, para diferentes condiciones de rugosidad; se utilizan los datos obtenidos por Nikuradse. Las tuberías en estos experimentos obtuvieron una rugosidad artificial pegando arenas de diferentes granulometrías y variando el grado de separación sobre las paredes internas de la tubería. Nótese que los datos cubren los intervalos laminar y turbulento. Para los números de Reynolds por debajo de 2,300 existe una relación simple entre el factor de fricción y el número **de Reynolds, que** *es completamente independiente de la rugosidad.* **Es fácil calcular la relación entre f y R<sub>e</sub>, utilizando el trabajo teórico de las secciones anteriores para el intervalo de flujo laminar y de esta manera verificar la teoría con el experimento. Para llevar a cabo esta prueba, se sustituye la expresión teórica para la pérdida de altura del flujo laminar en la ecuación (1.63). Haciendo esto, se obtiene:** 

$$\frac{128Q\mu L}{\pi D^4 \rho} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2}$$

Al remplazar Q por  $V(\pi D^2/4)$  y despejar f, se obtiene:

$$f = \frac{64}{\rho V D / \mu} = \frac{64}{R_e}$$
(1.64)

La teoría indica que f en función de R<sub>e</sub>, forma una hipérbola rectangular. En un papel logarítmico, como el de la figura 1.32, la hipérbola se convierte en una línea recta. La coincidencia excelente entre los resultados experimentales y la curva teórica se comprueba al verificar un par de puntos.

Fácilmente, puede relacionarse f con el esfuerzo cortante en la pared  $\tau_p$  considerando como sistema un bloque de fluido que conforme un cilindro de longitud L y diámetro D dentro de la tubería en el instante t (véase la figura 1.32).



Figura 1. 32 Sistema de fluido en una tubería.

Debido a que la velocidad promedio temporal para todos los elementos de fluido de este sistema es constante, puede concluirse que las fuerzas en la dirección del flujo causadas por los esfuerzos aparentes se encuentran en equilibrio. Igualando estas fuerzas, se obtiene:

$$\Delta P \frac{\pi D^2}{4} = \tau_p \pi D L \tag{1.65}$$

Al utilizar la definición de pérdida de altura, puede remplazarse  $\Delta P$  por  $h_l\rho$ , y además, al emplear el factor de fricción puede remplazarse  $h_l\rho$  por  $f(L/D)(V^2/2)\rho$ . Al utilizar este resultado en la ecuación anterior y despejar *f*, se obtiene:

$$f = \frac{8\tau_P}{\rho V^2} \tag{1.66}$$

Al despejar  $\tau_P$  también se obtiene la siguiente ecuación útil;

$$\tau_P = \frac{f\rho V^2}{8} \tag{1.67}$$



Figura 1. 33 Pruebas de Nikuradse en tubos hechos rugosos con arena (flujos en tuberías con rugosidad artificial).

Al prestar atención a la región turbulenta de la gráfica de la figura 1.33, se nota que directamente después del número de Reynolds crítico todas las curvas de rugosidad coinciden con las curvas de tubo liso. Más adelante, cada curva "se aparta" de la curva de tubo liso en una secuencia que a mayor rugosidad más rápidamente ocurre la separación. La parte de cualquier curva que coincide con la curva de tubo liso se conoce como zona *de flujo de tubería lisa*. Además, nótese que después de pasar por la zona de tubo liso, cada curva eventualmente se aplana y tiende a una línea recta paralela a la abscisa. Esto indica que el factor de fricción *f* es independiente del número de Reynolds. Para cada curva esta región se conoce como zona *de flujo de tubería rugosa*, mientras que la región entre los dos extremos se conoce como zona *de transición friccional*. Luego, cada una de las curvas, excepto la correspondiente a tuberías lisas, pasa a través de tres zonas de flujo cuyas posiciones y extensión dependen de la rugosidad de la tubería.

El comportamiento de las curvas de fricción en las tres zonas de flujo puede explicarse de una forma cualitativa. Desde un punto de vista físico, es necesario que las fluctuaciones macroscópicas del flujo turbulento se amortigüen de manera considerable a medida que se acercan a la superficie sólida. Por consiguiente, existe una capa de flujo delgada adyacente a cada superficie sólida, conocida como *subcapa* viscosa (*o capa límite*), donde los efectos viscosos predominan sobre los efectos turbulentos. En el caso de una tubería, a mayor número de Reynolds más delgada es la subcapa debido a que números de Reynolds elevados inducen fluctuaciones de velocidad más fuertes y, en consecuencia, una mayor penetración de la turbulencia hacia la frontera. En la zona de tubería lisa de cualquier curva del diagrama anterior, el espesor de su capa es lo suficientemente grande para exceder e, la altura promedio de la arena. Ya se había observado que *la rugosidad no tenía ningún efecto* sobre la pérdida de altura para flujo laminar. Debido a que la región del flujo para la cual se encuentran expuestas las partículas de arena es *viscosa* en lugar de *turbulenta*, es claro que todas las curvas de fricción de la zona de tubería lisa deben coincidir. Para números de Reynolds más elevados, el espesor de la subcapa disminuye hasta exponer los granos de arena al flujo turbulento por fuera de la subcapa viscosa. Naturalmente, las tuberías con mayor rugosidad alcanzan esta situación con números de Reynolds menores. Una vez que se ha alcanzado la zona de tubería rugosa, una gran parte de la superficie rugosa se encuentra expuesta al flujo turbulento por encima de la subcapa. En esta región predominan velocidades mayores. Para estas velocidades la resistencia al flujo se debe a un *arrastre de* onda. Este tipo de resistencia se debe principalmente a esfuerzos normales distribuidos a lo largo de la frontera de manera tal que se genera una resistencia al flujo, mientras que en el flujo de tuberías lisas la resistencia primordialmente es un resultado de esfuerzos cortantes.

Se sabe que el arrastre de onda para velocidades como las encontradas en flujos en tuberías es proporcional al cuadrado de la velocidad promedio Q/A. Por consiguiente, la caída en la presión es proporcional al cuadrado de la velocidad. Debido a que la ecuación de pérdida de altura [ecuación (1.63)] está expresada en una forma proporcional al cuadrado de esta velocidad, es evidente que el factor de fricción debe ser una constante. Por último, la zona de transición se explica como aquella sometida a efectos viscosos y de arrastre de onda en diferentes grados.

Debe recordarse que los datos de Nikuradse se desarrollaron para condiciones de rugosidad artificiales. Existe la pregunta de qué tan bien se aproxima este tipo de rugosidad a las condiciones de rugosidad encontradas en situaciones reales. Moody hizo un estudio extenso sobre datos en tuberías comerciales para modificar la gráfica anterior con el fin de que sea útil en problemas prácticos. En el anexo A.3 se muestra la gráfica de Moody, que junto con la tabla 1.4, se pueden encontrar los valores pertinentes de los coeficientes de rugosidad e para numerosas superfícies. Nótese en este momento que para números de Reynolds entre 2,000 y 4,000 las curvas se encuentran punteadas, lo cual significa que para estos números los datos correspondientes a f no son precisos. Además, esto se recalca mediante el área sombreada que se muestra en los datos de Moody.

	eóε	
Material (nuevo)	Pies	mm
Vidrio	0.000001	0.0003
Tubería estirada	0.000005	0.0015
Acero, hierro forjado	0.00015	0.046
Hierro fundido asfaltado	0.0004	0.12
Hierro galvanizado	0.0005	0.15
Hierro fundido	0.00085	0.26
Madera cepillada	0.0006 - 0.003	0.18 - 0.9
Concreto	0.001 - 0.01	0.3 - 3.0
Acero remachado	0.003 - 0.03	0.9 - 9.0

 Tabla 1. 4 Rugosidad promedio de tubos comerciales.

El diagrama de Moody se utiliza para resolver problemas de flujo en tuberías; también se utiliza para el flujo en canales y para el flujo compresible en ductos. Si se consideran enfoques numéricos apropiados para utilizarlos en un computador digital, es conveniente tener una ecuación matemática de *f* en función de *e/D* y R<sub>e</sub>. Existen diferentes fórmulas de correlación semiempíricas que relacionan *f* con *e/D* y R<sub>e</sub>. La ecuación más conocida es la fórmula de Colebrook, la cual, para la zona de *transición friccional*, es la siguiente:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2.0\log\left(\frac{e}{D} + \frac{9.35}{R_{eD}\sqrt{f}}\right)$$
 1.68

Donde debe notarse que log corresponde a la base 10 (ln corresponde a la base e). Esta ecuación tiene la desventaja de que f no aparece en forma explícita y para e/D y R<sub>e</sub> dados,

debe resolverse mediante iteraciones. En la *Zona completamente rugosa* de flujo, f no depende del número de Reynolds, de manera que al considerar la ecuación (1.68), significa que  $e/D \gg 9.35/(Re_D\sqrt{f})$ . P or consiguiente, puede darse la ecuación para f explícitamente, como sigue para la zona *completamente rugosa* de flujo:

$$f = \frac{1}{[1.14 - 2.0log(e/D)]^2}$$
(1.69)

A continuación se presentan otras ecuaciones más recientes válidas para ciertos intervalos de valores de e/D y Re<sub>D</sub>, los cuales cubren la mayor parte de la zona de transición friccional al igual que la zona de tubería rugosa.

Además, la ecuación tiene la virtud de ser explícita para f. Se tiene:

$$f = \frac{0.25}{\{log[(e/3.7D) + 5.74/R_{eD}^{0.9}]\}^2}$$
(1.70)

La cual es válida para los rangos

$$5 \times 10^3 \le R_{eD} \le 10^8$$
  
 $10^{-6} \le \left(\frac{e}{D}\right) \le 10^{-2}$ 

Finalmente, para la zona *hidráulicamente lisa* del flujo turbulento en tuberías se tiene una ecuación empírica desarrollada por Blasius y válida para  $\text{Re} \leq 100,000$ .

$$f = \frac{0.3164}{R_{eD}^{1/4}} \tag{1.71}$$

Y para flujo por tubo liso es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A_s + B_s ln(R_e\sqrt{f}) \tag{1.72}$$

Con los datos de Nikuradse para tubo liso la ecuación se transforma en

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0.869 ln \left( R_e \sqrt{f} \right) - 0.8 \tag{1.73}$$

Par tubo rugoso en la zona de turbulencia completa

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = F_2\left(m, \frac{\varepsilon^t}{D}\right) + B_r ln \frac{\varepsilon}{D}$$
(1.74)

En donde  $F_2$  es en general una constante para una forma y espaciamiento de los elementos rugosos dados. Para la rugosidad por grano de arena de Nikuradse, la ecuación (1.74) queda

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 0.869 ln \frac{\varepsilon}{D}$$
(1.75)

La altura de la rugosidad  $\varepsilon$  para tubos con rugosidad de arena se puede usar como una medida de la rugosidad en tubos comerciales. Si el valor de *f* es conocido para un tubo comercial en la zona de turbulencia en la pared totalmente desarrollada, es decir, cundo los números de Reynolds son grandes y la pérdida es proporcional al cuadrado de la velocidad, el valor de  $\varepsilon$  puede ser calculado por la ecuación (1.75). En la región de transición donde f depende de  $\varepsilon/D$  y Re, los tubos con rugosidad de arena producen resultados diferentes a los tubos comerciales. Esto es evidente por una gráfica basada en las ecuaciones (1.73) y (1.74), que muestra los resultados para tubos hechos rugosos con arena y tubos comerciales. Reordenando la ecuación (1.75) se tiene

$$\frac{1}{\sqrt{f}} + 0.869 ln \frac{\varepsilon}{D} = 0.869 \left( R \sqrt{f} \frac{\varepsilon}{D} \right) - 0.8$$

Una función de transición empírica para tubos comerciales en la región entre tubos lisos y la zona de turbulencia completa fué desarrollada por Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.869 ln \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.523}{R_e \sqrt{f}} \right)$$
(1.76)

Que es la base para el diagrama de Moody.

La información más útil y universalmente aceptada sobre factores de fricción que se utiliza en la fórmula de Darcy, la presentó L.F. Moody. El profesor Moody mejoró la información en comparación con los conocidos diagramas de factores de fricción, de Pigott y Kemler; incorporando investigaciones más recientes y aportaciones de muchos científicos de gran nivel.

En el anexo A.2 se muestra la gráfica del factor de fricción f, con base a la rugosidad relativa y el número de Reynolds. El valor f se determina por la proyección horizontal de la intersección de la curva  $\varepsilon/d$  según el número de Reynolds calculado en la escala vertical a la izquierda del cuadro. Como la mayor parte de los cálculos tratan con tuberías de acero comercial o tuberías de hierro forjado, el gráfico de la página A.3 facilita la determinación más rápida. Debe tenerse en cuenta que estos valores sólo se aplican cuando las tuberías son nuevas y están limpias.

#### 1.2.1.3.2 Factor del tiempo y uso, en la fricción de tuberías

Las pérdidas por fricción en tuberías son muy sensibles a los cambios de diámetro y rugosidad de las paredes. Para un caudal determinado y un factor de fricción fijo, la pérdida de presión por metro de tubería varía inversamente a la quinta potencia del diámetro. Por ejemplo, si se reduce en 2% el diámetro, causa un incremento en la pérdida de la presión del 11%; a su vez, una reducción del 5% produce un incremento del 29%. En muchos de los servicios, el interior de la tubería se va incrustando con cascarilla, tierra y otros materiales extraños; luego, es una práctica prudente dar margen para reducciones del diámetro de paso.

Los técnicos experimentados indican que la rugosidad puede incrementarse con el uso (debido a la corrosión o incrustación) en una proporción determinada por el material de la tubería y la naturaleza del fluido.

#### 1.2.1.3.3 Pérdidas menores en sistemas de tuberías

Cuando en las tuberías existen codos, válvulas, dobleces, juntas, etc., usualmente es necesario tener en cuenta las pérdidas de altura a través de estos accesorios, además de las pérdidas causadas por la fricción en las tuberías. Casi siempre se hace esto utilizando resultados experimentales. Esta información está dada en la forma

$$h_{fs} = K \frac{V^2}{2}$$
(1.77)

Donde el coeficiente K se encuentra en numerosos manuales para los accesorios comerciales. No se hace distinción entre flujo laminar y flujo turbulento.

La velocidad V puede estipularse en el manual como la velocidad promedio q/A aguas arriba o aguas abajo hacia el accesorio o desde éste. Luego, se incluyen estas pérdidas menores en la ecuación de Bernoulli modificada (o en la primera ley de la termodinámica) junto con las pérdidas en la tubería, como se indicará en las secciones anteriores.



Figura 1.34 Expansión repentina

Existe un caso importante en el cual puede estimarse la pérdida de altura utilizando métodos analíticos: es el de una expansión repentina, como la que se muestra en la figura 1.34. Nótese que pueden especificarse dos regiones en el tubo más ancho, una que aparece como un flujo muy irregular y una región de flujo razonablemente suave. Es útil imaginar un volumen de control que encierre la región del flujo más suave, con el extremo 1 a la entrada del tubo más ancho y el extremo 2 suficientemente alejado aguas abajo de manera que esté en una región de flujo paralelo. En la figura 1.35 se muestra por separado este volumen de control. Con una velocidad promedio  $V_1$  dada en el tubo más delgado, existe una velocidad promedio  $V_2$  en el tubo más ancho determinada por la ecuación de continuidad. Para un flujo incompresible, el flujo de *momentum* lineal a través de la superfície de control es esencialmente una *cantidad fija* una vez que se ha especificado la velocidad en el tubo de aguas arriba. Esto implica que la fuerza *total* en la dirección horizontal sobre la superfície de control también es fija. Para tal condición, supóngase que los esfuerzos cortantes permanecen sin cambio. Entonces es necesario que la presión  $p_2$ 

*disminuya* con el fin de mantener el mismo flujo de *momentum* lineal a través del volumen de control (y, por consiguiente, la misma fuerza total en la dirección horizontal sobre la superficie de control). Por consiguiente, existe una pérdida de altura mayor entre las secciones 1 y 2. En un caso real, debido a la alta turbulencia y a la acción de mezcla en el paquete de fluido por fuera del volumen de control, hay muy poca recuperación de la presión a expensas de la energía cinética del fluido que entra al paquete desde la corriente principal. En lugar de esto, la energía cinética se disipa en energía interna y transferencia de calor. Por consiguiente, la presión en el paquete tiende a mantenerse igual a la presión baja  $P_1$  en el punto de separación (véase figura 1.35), lo que origina una pérdida de altura comparativamente alta.

Si se emplea un conducto con la forma del volumen de control (figura 1.35a), se producirán esfuerzos mayores a lo largo de la pared en ausencia de los efectos perjudiciales del paquete de baja presión en la expansión repentina y, suponiendo una acción cortante similar, para las condiciones de entrada dadas la presión  $P_2$  debe ser mayor para esta disposición, lo cual indica la menor pérdida de altura que se espera cuando se utiliza al "perfil aerodinámicamente".



Figura 1. 35 (a) Volumen de control alrededor de la región de flujo suave; (b) fuerzas en el volumen de control.

En los cálculos subsiguientes se supone una recuperación de presión nula en el paquete, de manera que  $p_1$  persiste a través de esta región. Si no se tienen en cuenta los esfuerzos cortantes, la ecuación de *momentum lineal*, para el volumen de control mencionado antes, se convierte en (ver figura 1.35b):

$$\mathbf{P}_{1}A_{2} - \mathbf{P}_{2}A_{2} = \rho V_{2}^{2}A_{2} - \rho V_{1}^{2}A_{1}$$

Al remplazar  $V_1$  por  $V_2(A_2/A_1)$  mediante *continuidad* y luego de ordenar términos se obtiene:

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = V_2^2 \left( 1 - \frac{A_2}{A_1} \right) \tag{1.78}$$

Para *calcular* la *pérdida* de *altura se escribe* la *primera ley de la termodinámica* para el volumen de control, utilizando la definición básica de pérdida de altura. Así,

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + h_{fs}$$

Al sustituir  $(p_1 - p_2)/\rho$  en la ecuación (1.78) puede establecerse el resultado final de h<sub>l</sub> como

$$h_{fs} = \frac{V_2^2}{2} \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \frac{V_2^2}{2} \left(1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2\right)^2$$
(1.79)

$$o h_{fs} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2} \frac{V_1^2}{2} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \frac{V_1^2}{2} \left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)^2 (1.79a)$$

lo que implica que las pérdidas en flujo turbulento son proporcionales al cuadrado de la velocidad.

Para una *contracción gradual o* para una *expansión gradual* (véase las figuras 1.36 y 1.37, respectivamente), se dan las ecuaciones para el coeficiente de factor de fricción K.



Figura 1. 36 Factor de pérdida de altura para una contracción gradual

$$Si \ \theta \le 45^{\circ} \quad K = \frac{0.8 \ sen(\theta/2) \left[ 1 - \left( D_2 / D_1 \right)^2 \right]}{\left( D_2 / D_1 \right)^4}$$
$$Si \ 45^{\circ} < \theta \le 180^{\circ}, \quad K = \frac{0.5 \left[ 1 - \left( D_2 / D_1 \right)^2 \right] \sqrt{sen \theta/2}}{\left( D_2 / D_1 \right)^4} \qquad \qquad h_{fs} = K \frac{V_1^2}{2}$$



Figura 1.37 Factor de pérdida de altura para una expansión gradual.

$$Si \ \theta \le 45^{\circ} \quad K = \frac{2.6 \ sen(\theta/2) \left[1 - (D_1/D_2)^2\right]^2}{(D_1/D_2)^4}$$
$$Si \ 45^{\circ} < \theta \le 180^{\circ}, \quad K = \frac{\left[1 - (D_1/D_2)^2\right]^2}{(D_1/D_2)^4} \qquad \qquad h_{fs} = K \frac{V_2^2}{2}$$

Nótese que las velocidades utilizadas en  $V^2/2$  para la expresión  $K(V^2/2)$  en los respectivos diagramas son diferentes. Nótese también que para expansiones repentinas ( $\theta = \pi$ ), el factor K de la figura 1.37 se convierte en:

$$K = \frac{\left[1 - (D_1/D_2)^2\right]^2}{(D_1/D_2)^4} = \left[\frac{1 - (D_1/D_2)^2}{(D_1/D_2)^2}\right]^2 = \left[\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 - 1\right]^2 = \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2\right]^2$$
(1.80)

Éste es idéntico al resultado de K en la ecuación (1.79), que era la ecuación deducida analíticamente.

De la ecuación (1.79a) es obvio que la pérdida de carga varía con el cuadrado de la velocidad. Esto es sustancialmente cierto para todas las pérdidas menores en flujo

turbulento. Un método conveniente de expresar las pérdidas menores en el flujo es por medio del coeficiente *K*, generalmente determinado por experimentación.

Si la expansión brusca es de un tubo a un depósito,  $D_1/D_2 = 0$  y la pérdida se vuelve  $V_1^2/2g$ ; esto es, la energía cinética completa en el flujo se convierte en energía térmica.

La pérdida de cabeza debida a expansiones graduales (incluyendo la fricción del tubo sobre la longitud de la expansión) ha sido investigada experimentalmente por Gibson, cuyos resultados se dan en la figura 1.38. Tubos difusores análogos al que se muestra en la figura 1.38 se usan comúnmente para la recuperación de la presión en sistemas de fluidos. Además de ser una función de la razón del diámetro y ángulo de expansión como se ilustra, el coeficiente de pérdida real y la cantidad de aumento en la presión en la dirección del flujo depende de varios otros parámetros. Otros hechos de importancia en una sección difusora dada incluyen la distribución de velocidad, simetría del flujo, espesor de la capa límite en la entrada y descarga libre o a través de un tubo fijado en la salida.



Figura 1.38 Coeficientes de pérdida para expansiones cónicas.

La pérdida de carga  $h_c$  debida a *contracción brusca* en la sección transversal del tubo, ilustrada en la figura 1.39, está sujeta al mismo análisis que la expansión brusca, siempre que se conozca la magnitud de la contracción del chorro. El proceso de convertir la carga de presión en carga de velocidad es muy eficiente, de aquí que la pérdida de carga de la sección 1 a la *vena contracta* sea pequeña comparada con la pérdida de la sección 0 a la sección 2, donde la carga de velocidad está siendo reconvertida en cabeza de presión.



Figura 1.39 Contracción repentina en una tubería.

Al aplicar la ecuación (4.6.3a) a esta expansión se calcula la pérdida de carga mediante

$$h_{c} = \frac{(V_{1} - V_{2})^{2}}{2}$$

Con la ecuación de continuidad  $V_0$   $C_c$   $A_2 = V_2$   $A_2$ , en la cual  $C_c$  es el coeficiente de contracción, es decir, el área del chorro en la sección 0 dividida por el área de la sección 2, la pérdida de carga es

$$h_{c} = \left(\frac{1}{C_{c}} - 1\right)^{2} \frac{V_{2}^{2}}{2}$$
(1.81)

El coeficiente de contracción C<sub>c</sub> para agua fue determinado por Weisbach;

$A_2/A_1$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cc	0.624	0.632	0.643	0.659	0.681	0.712	0.755	0.813	0.892	1.00

Además, para la *contracción repentina*,  $\theta = 180^{\circ}$  (figura 1.36), se tiene el valor:

$$K = \frac{0.5 \left[ 1 - \left( D_2 / D_1 \right)^2 \right]}{\left( D_2 / D_1 \right)^4}$$
(1.82)

	Diámetro nominal (pulgadas)											
Accesorio	1/2	3/4	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	4	5	6	8 a 10	12 a 16	18 a 24
Válvula de compuerta (abierta)	0.22	0.20	018	0.16	0.15	0.14	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10	0.096
Válvula de globo (abierta)	9.2	8.5	7.8	7.1	6.5	6.1	5.8	5.4	5.1	4.8	4.4	4.1
Codo estándar 90º (atornillado)	0.80	0.75	0.69	0.63	0.57	0.54	0.51	0.48	0.45	0.42	0.39	0.36
Codo estándar 45º (atornilado)	0.43	0.40	0.37	0.34	0.30	0.29	0.27	0.26	0.24	0.22	0.21	0.19
"T" estándar (flujo recto)	0.54	0.50	0.46	0.42	0.38	0.36	0.34	0.32	0.30	0.28	0.26	0.24
"T" estándar (flujo cruzado)	1.62	1.50	1.38	1.26	1.14	1.08	1.02	0.96	0.90	0.84	0.78	0.72

Tabla 1.5 Factores K para accesorios

	Diámetro nominal (pulgadas)										
r/D	1/2	3/4	1	2	3	4	5	6	8 a 10	12 a 16	18 a 24
1	0.54	0.50	0.46	0.38	0.36	0.34	0.32	0.30	0.28	0.26	0.24
3	0.32	0.30	0.276	0.228	0.216	0.204	0.192	0.018	0.168	0.156	0.144
6	0.459	0.425	0.391	0.32	0.31	0.29	0.27	0.26	0.24	0.22	0.20
10	0.81	0.75	0.69	0.57	0.54	0.51	0.48	0.45	0.42	0.39	0.36
14	1.03	0.95	0.87	0.72	0.68	0.65	0.61	0.57	0.53	0.49	0.46
20	1.35	1.25	1.15	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65	0.60

Tabla 1.6 Factores K para codos bridados de 90°.

En las tablas 1.5 y 1.6 se dan los factores K para algunos accesorios importantes conectados a tuberías con ciertos diámetros nominales. Nótese que el diámetro nominal *no corresponde* exactamente al diámetro interno de la tubería. En la tabla 1.7 se dan los diámetros nominales para tubos de acero al carbón y aleaciones de acero al igual que acero inoxidable, junto con el diámetro interno y con el área de la sección transversal interna.

Diámetro Nominal	Diámetro interno	Área de sección Transversal
(pulgadas)	(pulgadas)	interna (pulgadas)
1/2	0.364	0.1041
3/4	0.824	0.5330
1	1.049	0.864
1 1/2	1.610	2.036
2	2.067	3.356
3	3.068	7.393
4	4.026	12.13
5	5.047	20.01
6	6.065	28.89
8	7.981	50.03
10	10.020	78.85
12	12.000	113.10
14	13.000	132.73
16	15.250	182.65
18	17.250	233.74
20	19.250	291.04
22	21.250	254.66
24	23.250	424.56

Tabla 1.7 Tamaños nominales para tuberías estándares.

Nótese que los diámetros internos hasta un tamaño de 12 pulgadas son ligeramente mayores que los diámetros nominales, mientras que después de 12 pulgadas el diámetro interno es menor que el diámetro nominal.

Cuando se especifica un diámetro se debe hacer referencia si es un diámetro interno, diámetro externo o si es un diámetro nominal. En el último caso, es necesario utilizar la tabla 1.7 para obtener el diámetro interno.



En la figura 1.40 se muestran los factores K para entradas a tuberías.

Figura 1.40 Entrada a tuberías.

# **1.3 APLICACIONES DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS**

Se presentan algunos métodos para medir presiones generadas por el flujo del fluido, la velocidad del fluido y el caudal en flujo incompresible; a través de tuberías.

## 1.3.1 Métodos de medición en los fluidos

A hora se estudiarán las técnicas apropiadas para medir ciertas propiedades de los fluidos así como algunos parámetros de flujo. Asimismo, en este apartado no se analizan todos los métodos posibles, sino aquellos que son importantes, así como aquellos cuyas explicaciones están dadas primordialmente en términos de la teoría de fluido. Se considera que los aparatos no descritos aquí pueden entenderse utilizando las instrucciones y las especificaciones de los fabricantes.

Las mediciones de fluidos incluyen la determinación de presión, velocidad, descarga, ondas de choque, gradientes de densidad, turbulencia y viscosidad. En este apartado nos enfocaremos en la medición de presión, velocidad y la descarga o caudal. Existen muchas maneras de llevar a cabo estas mediciones, por ejemplo, directas, indirectas, gravimétricas, volumétricas, electrónicas, electromagnéticas y ópticas. Las mediciones directas de la descarga se refieren a la determinación del volumen o peso de un fluido que pasa a través de una sección en un intervalo de tiempo. Los métodos indirectos de medición de descarga (o gasto) requieren la determinación de la altura piezométrica o carga, diferencia de presión o velocidad en varios puntos de una sección transversal; con estos valores se calcula la descarga. Los métodos más precisos son las determinaciones gravimétricas o volumétricas en donde se miden el peso o el volumen a través de un tanque calibrado en un intervalo de tiempo medido.

En este capítulo se estudian primero los temas de medición de presión y de velocidad; en seguida se analizan los medidores de desplazamiento positivo.

### **1.3.1.1** Medición de presiones

En muchos dispositivos que determinan la velocidad o la rapidez de flujo de una corriente fluida es necesario medir la presión, debido a la relación que la ecuación de energía establece entre la velocidad y esta. La presión estática de un fluido en movimiento es la presión cuando la velocidad no ha sido perturbada por la medición. Para medir la presión estática en un fluido que se mueve por un tubo *liso* utilizando manometría (véase la figura 1.41), se hace un piezómetro que forme un ángulo recto con la tubería. La figura 1.41a muestra uno de los métodos empleados en la medición de presión estática, la abertura piezométrica. Si el flujo es paralelo, como se indica, la variación de presión es hidrostática y normal a las líneas de corriente; si se mide la presión en la pared es posible determinar la presión en cualquier otro punto en la sección transversal. El piezómetro debe tener una longitud al menos dos veces más grande que el diámetro de la abertura; además, no deben existir rebordes en el extremo interno de la abertura porque se causarían remolinos locales que llevarían a una medición incorrecta. Se permite un ligero redondeo de la abertura. Como cualquier desalineamiento o rugosidad de la abertura puede causar errores en la medición, es preferible emplear varias aberturas piezométricas unidas entre sí formando un anillo piezométrico. Cuando la superficie es rugosa en la vecindad de la abertura, la lectura no es confiable. Si hay pequeñas irregularidades, es posible emparejar la superficie que se encuentra cerca de la abertura.

En los casos de superficies rugosas es conveniente emplear el *tubo estático* (Fig. 1.41b). Este dispositivo consta de un tubo dirigido corriente arriba y con su extremo cerrado. Tiene orificios radiales en la porción cilíndrica corriente abajo del extremo cerrado. Se supone que el flujo se mueve por los orificios sin sufrir perturbaciones. Sin embargo, se presentan perturbaciones debidas tanto al extremo cerrado como al brazo tubular que se encuentra formando un ángulo de 90° con la dirección del flujo. El tubo estático *debe calibrarse* ya que sus lecturas pueden ser muy altas o muy bajas. Si no mide la verdadera presión estática, la diferencia  $\Delta$ h normalmente varía con el cuadrado de la velocidad de flujo alrededor del tubo; es decir,

$$\Delta h = C \frac{V^2}{2g}$$

en donde C se determina al arrastrar el tubo en un fluido en reposo, donde la presión y la velocidad son conocidas, o insertándolo en una tubería lisa que contenga un anillo piezométrico.

Estos tubos son relativamente insensibles al número de Reynolds y a números de Mach menores a la unidad. El alineamiento con respecto al flujo no es crítico, así que se espera un error de unos cuantos puntos porcentuales para un mal alineamiento de hasta 15° con respecto al alineamiento del flujo principal.

Una abertura piezométrica puede llevar a un tubo de Bourdon, un manómetro, un micromanómetro o un transductor electrónico.



**Figura 1.41** Dispositivos para la presión estática. (a) y (b) Piezómetro con tubo en U para mediciones de presión estática; (c) tubo estático, para superfícies rugosas.

Si se desea medir presiones grandes se utiliza el medidor de presión Bourdon en lugar de un manómetro. Dentro del medidor Bourdon hay un tubo cerrado en un extremo, y abierto hacia el fluido en contacto con la presión que desea medirse en el otro extremo. El tubo tiene forma de C y en su extremo cerrado tiene libertad de movimiento (véase la figura 1.42). La presión dentro del tubo por encima de la presión atmosférica causará que éste trate de enderezarse en un grado que depende de la presión manométrica interna. El movimiento resultante del extremo libre lo recoge un mecanismo con el fin de mover una **aguja** en la parte frontal del instrumento. La medida de la rotación de esta aguja se calibra para indicar la presión manométrica.



Figura 1.42 Manómetro Bourdon.

# 1.3.1.2 Medición de velocidades

Como la determinación de la velocidad en un cierto número de puntos de una sección transversal permite evaluar la descarga, la medición de la velocidad es una fase importante al medir el flujo. La velocidad se determina midiendo el tiempo que requiere una partícula determinada para viajar una distancia conocida. Esta técnica se ha desarrollado para estudiar el flujo en regiones tan pequeñas que el flujo normal sería alterado y posiblemente desaparecería al introducir un instrumento para medir la velocidad. Se debe contar con una

zona de observación (transparente) y por medio de potentes luces, y con un microscopio poderoso y una cámara de cine de alta velocidad es posible fotografíar las impurezas más pequeñas del fluido. Mediante la película es posible determinar la velocidad de las partículas y por consiguiente la velocidad del fluido en una región pequeña.

Normalmente, sin embargo, el dispositivo no mide en forma directa la velocidad sino una cantidad medible que puede relacionarse con la velocidad. El *tubo pitot* opera bajo este principio y es uno de los métodos más exactos para medir la velocidad. La figura 1.43 indica que un tubo de vidrio o una jeringa hipodérmica con un doblez a 90° se usan para medir la velocidad v en un canal abierto. La abertura del tubo, se coloca corriente arriba, de modo que el fluido fluye en la abertura hasta que la presión del tubo aumente lo suficiente como para resistir el impacto de la velocidad contra él. Enfrente de la abertura, el fluido está en reposo. La línea de corriente que pasa a través del punto 1 conduce al punto 2, que es el *punto de estancamiento* donde el fluido está en reposo, en el cual se divide y circula alrededor del tubo. La presión en 2 se determina a partir de la columna del líquido en el tubo. Al aplicar la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 se tiene



Figura 1.43 Tubo pitot sencillo.

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} = h_o + \Delta h$$

Dado que ambos puntos tienen la misma elevación. Como  $P_1/\gamma = h_o$  la ecuación se reduce a

$$\frac{V^2}{2g} = \Delta h \tag{1.83}$$

$$V = \sqrt{2g \ \Delta h} \tag{1.84}$$

En la práctica, es muy difícil leer la altura  $\Delta h$  de una superfície libre.

o bien

El tubo pitot mide la presión de estancamiento conocida también como *presión total*. La presión total está compuesta por dos partes, la presión estática  $h_o$  y la presión dinámica  $\Delta h$  expresada en función de la longitud de una columna del fluido en movimiento (Fig. 1.43). La presión dinámica se relaciona con la carga de velocidad mediante la ecuación (1.83).

Si se combinan las mediciones de presión estática y total, es decir, si se mide cada una de ellas y se conectan a los extremos de un manómetro diferencial, se obtiene la carga de presión dinámica. La figura 1.44a muestra un posible arreglo. Al aplicar la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2 se tiene

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma}$$
(1.85)



Figura 1.44 Medición de velocidad: (a) Tubo pitot y abertura piezométrica; (b) Tubo pitot estático.

A continuación se muestran otras formas de tubos pitot:



Figura 1.45 Tubo de Pitot simple en un flujo paralelo para medir la presión total (o de estancamiento) en A.



Figura 1.46 Tubo de Pitot estático para medir las presiones dinámica y estática en A.

Este aparato puede utilizarse para encontrar el perfil de velocidad en un flujo paralelo La ecuación para el manómetro de la figura 1.44a en unidades de altura de agua es:

$$\frac{P_1}{\gamma}S + kS + R'S_0 - (k+R')S = \frac{P_2}{\gamma}S$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\gamma} = R'\left(\frac{S_0}{S} - 1\right)$$
(1.86)

Si se simplifica

Al sustituir  $(P_2 - P_1)/\gamma$  en la ecuación (1.85) y despejar V se obtiene

$$V = \sqrt{2gR'\left(\frac{S_0}{S} - 1\right)} \tag{1.87}$$

El tubo pitot también es insensible al alineamiento con respecto al flujo y el error es de unos cuantos puntos porcentuales si el tubo está desalineado menos de 15°.

El tubo estático y el tubo pitot pueden formar un solo instrumento llamado *tubo pitot estático* (Fig. 1.44b). Al analizar este sistema de manera semejante a la de la figura 1.43a, se demuestra que se cumplen las mismas relaciones; la ecuación (1.87) expresa la velocidad, pero la incertidumbre en la medición de la presión estática necesita de la aplicación de un coeficiente de corrección C

$$V = C_{\sqrt{2gR'\left(\frac{S_0}{S} - 1\right)}}$$
(1.88)

*El tubo de Prandtl*, que es un tipo especial de un tubo pitot estático con nariz redondeada, se ha diseñado de modo que las perturbaciones debidas a la nariz y al brazo se cancelen y resulta C = 1 en la ecuación. Para otros tubos pitot estáticos, la constante C debe determinarse por calibración.

Las mediciones de presión de un tubo de Pitot estático o el tubo de Pitot, (figuras 1.44 a la figura 1.46) permiten evaluar la velocidad V en un punto A, correspondiente a la punta del tubo de Pitot antes de su inserción. Para presiones pequeñas, solamente es necesario utilizar el conocimiento de flujo incompresible ideal para calcular V utilizando los datos de presión.

## 1.3.1.3 Medición de caudal en flujo incompresible en tuberías

Un *medidor de rapidez* es un dispositivo que casi siempre determina, en una sola medición la cantidad (peso o volumen) por unidad de tiempo que pasa por cierta sección transversal. Ejemplos de estoa medidores son los de tipo orificio, boquilla, medidor venturi, rotámetro y vertedor. En esta sección se estudian los primeros cuatro.

# Orificio en una tubería.

Ahora se consideraran los *orificios con bordes cuadrados*, como se muestra en la figura 1.47. Nótese que la vena contracta en el orificio con bordes cuadrados es bastante parecida a la abertura con bordes agudos en un embalse. También, nótese que la presión  $p_2$  en la rama del manómetro se toma en la vena contracta, donde puede considerarse que el flujo es paralelo.

Para flujo incompresible, al aplicar la ecuación de Bernoulli entre la sección 1 del chorro y su vena contracta, la sección 2 es

$$\frac{V_{1t}^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_{2t}^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma}$$



Figura 1.47 Orificio en una tubería.

Donde  $V_{1t}$  y  $V_{2t}$  son la velocidades teóricas y se relacionan por medio de la ecuación de continuidad así como por el coeficiente de contracción  $C_c = A_2/A_0 = (D_2/D_0)^2$ 

$$V_{1t} \frac{\pi D_1^2}{4} = V_{2t} C_c \frac{\pi D_0^2}{4}$$
(1.89)

Eliminándose 
$$V_{1t}$$
 
$$\frac{V_{2t}^2}{2g} \left[ 1 - C_c^2 \left( \frac{D_0}{D_1} \right)^4 \right] = \frac{P_1 - P_2}{\gamma}$$

y resolviendo para 
$$V_{2t}$$
  $V_{2t} = \sqrt{\frac{2g(P_1 - P_2)/\gamma}{1 - C_c^2(D_0/D_1)^4}}$ 

Al multiplicar por  $C_v$  se obtiene la velocidad real en la vena contracta

$$V_{2r} = C_v \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)/\rho}{1 - C_c^2 (D_0/D_1)^4}}$$

y finalmente al multiplicar por el área del chorro,  $C_c A_0$ , se obtiene la descarga real Q

$$Q = C_d A_0 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)/\rho}{1 - C_c^2 (D_0/D_1)^4}}$$
(1.90)

en donde  $C_d = C_v C_c$ . En términos de la diferencia manométrica R' la ecuación (1.90) se convierte en

$$Q = C_d A_0 \sqrt{\frac{2gR'(S_0/S_1 - 1)}{1 - C_c^2 (D_0/D_1)^4}}$$
(1.91)

Debido a la dificultad para determinar los dos coeficientes por separado se emplea una fórmula simplificada

$$Q = CA_0 \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$$
(1.92)

o su equivalente

$$Q = CA_0 \sqrt{2gR'(S_0/S_1 - 1)}$$
(1.93)

En la figura 1.48 se presentan valores de C para el orificio VDI.

La posición de las tomas de presión se especifica en forma tal que es posible instalar un orificio en un conducto y usarlo con suficiente precisión sin tener que calibrarlo en el lugar.



Figura 1.48 Orificio VDI y coeficientes de descarga.

#### Medidor de Venturi

El medidor de venturi es usado para medir la tasa de flujo en una tubería. Por lo general es una pieza fundida (Fig. 1.49) formada por: (1) una porción corriente arriba del mismo tamaño que la tubería, forrada de bronce y provista de un anillo piezométrico para medir la presión estática; (2) una región cónica convergente; (3) una garganta cilíndrica forrada de bronce y provista de otro anillo piezométrico; y (4) una sección cónica gradualmente divergente forrada de bronce, la cual desemboca en una sección cilíndrica del tamaño de la tubería. Un manómetro diferencial está conectado a los dos anillos piezométricos. El tamaño del medidor venturi se da con el diámetro de la tubería y la garganta; por ejemplo, un medidor venturi de 6 x 4 in puede ser instalado en una tubería de 6" y tiene una garganta de 4". Para obtener resultados adecuados el medidor venturi debe ser precedido al menos por una longitud de 10 diámetros de tubería recta. En el flujo de la tubería a la garganta la velocidad aumenta mucho y la presión disminuye en forma correspondiente. Se demuestra que la magnitud de la descarga para flujo incompresible es función de la lectura del manómetro. El tubo Venturi se asemeja a una boquilla en el sentido de que tiene una porción convergente desde el diámetro interno de la tubería hasta una garganta, seguida nuevamente por una sección divergente desde la garganta hacia el diámetro interno de la tubería. Se utiliza un manómetro diferencial para permitir el cálculo de la diferencia de presiones entre las posiciones 1 y 2, como se muestra en la figura 1.49.



Figura 1.49 Medidor de venturi.

Las presiones en la sección corriente arriba y en la garganta *son presiones reales y* las velocidades de la ecuación de Bernoulli son *velocidades teóricas*. Si se consideran pérdidas en la ecuación de energía entonces las *velocidades* serán *reales*. A partir de la ecuación de Bernoulli (es decir, sin el término de pérdida de carga) es posible obtener la velocidad teórica en la garganta. Al multiplicar ésta por el coeficiente de velocidad C<sub>v</sub> se tendrá la velocidad real. La velocidad real multiplicada por el área real de la garganta determina la descarga real. De la figura 1.49

$$\frac{V_{1t}^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h = \frac{V_{2t}^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma}$$
(1.94)

en donde la referencia de elevación pasa por el punto 2.  $V_1$  y  $V_2$  son las velocidades promedio en las secciones 1 y 2 respectivamente, se supone que  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ . A partir de la ecuación de continuidad  $V_1D_1^2 = V_2D_2^2$ 

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4$$

Esta ecuación es válida para velocidades reales y teóricas. La ecuación (1.94) resulta ser para  $V_{2t}$ 

$$\frac{V_{2t}^{2}}{2g} \left[ 1 - \left(\frac{D_{2}}{D_{1}}\right)^{4} \right] = \frac{P_{1} - P_{2}}{\gamma} + h$$

y 
$$V_{2t} = \sqrt{\frac{2g[h + (P_1 - P_2)/\gamma]}{1 - (D_2/D_1)^4}}$$
 (1.95)

al sustituir el coeficiente de velocidad  $V_{2r} = C_V V_{2t}$ 

$$V_{2r} = C_V \sqrt{\frac{2g[h + (P_1 - P_2)/\gamma]}{1 - (D_2/D_1)^4}}$$
(1.96)

La descarga real Q es calculada después de multiplicar por A<sub>2</sub>

$$Q = C_V A_2 \sqrt{\frac{2g[h + (P_1 - P_2)/\gamma]}{1 - (D_2/D_1)^4}}$$
(1.97)

La diferencia manométrica R' puede relacionarse con la diferencia de presión a través de la ecuación del manómetro. En unidades de altura de agua (S<sub>1</sub> es la densidad relativa del fluido en movimiento y S<sub>0</sub> la densidad relativa del fluido manométrico)

$$\frac{P_1}{\gamma}S_1 + (h + k + R')S_1 - R'S_0 - kS_1 = \frac{P_2}{\gamma}S_1$$

Después de simplificar

$$h + \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = R' \left( \frac{S_0}{S_1} - 1 \right)$$
(1.98)

Sustituyendo en la ecuación (1.97)

$$Q = C_v A_2 \sqrt{\frac{2gR'(S_0/S_1 - 1)}{1 - (D_2/D_1)^4}}$$
(1.99)

Ésta es la ecuación del medidor de Venturi para un flujo incompresible. El coeficiente de contracción es la unidad; por lo tanto  $C_v = C_d$ . Se debe hacer notar que *h* no aparece en la ecuación. La descarga *Q*, depende de la diferencia manométrica *R'* sin importar la orientación del medidor de Venturi; no es relevante si el medidor está colocado horizontal, vertical o inclinado.

 $C_{\nu}$  se determina por calibración, es decir, al medir la descarga y la diferencia manométrica y al resolverse para  $C_{\nu}$ , el cual generalmente se encuentra graficado contra el número de Reynolds. Algunos resultados experimentales para los medidores de Venturi están dados en la figura 1.50. Son aplicables a razones de diámetros  $D_2/D_1$  entre 0.25 y 0.75 dentro de las tolerancias mostradas por las líneas punteadas. De ser posible un medidor de Venturi debe ser seleccionado de tal forma que su coeficiente sea constante en los límites de números de Reynolds a usar.



Figura 1.50 Coeficiente C<sub>v</sub> para medidores de Venturi.

El coeficiente podrá ser ligeramente mayor que la unidad para medidores de Venturi excepcionalmente lisos en su interior. Esto no quiere decir que no hay pérdidas; en realidad es resultado de despreciar los factores de corrección por energía cinética  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  en la ecuación de Bernoulli. Por lo general  $\alpha_1$  es mayor que  $\alpha_2$  ya que la región reductora tiende a uniformizar la distribución de velocidad en la sección 2.

El medidor de Venturi tiene una pérdida global baja debido a la región cónica que se expande gradualmente y que ayuda en la reconversión de la alta energía cinética en la garganta a energía de presión. La pérdida es de 10 a 15% del cambio de carga entre las secciones 1 y 2.

Para evaluar  $C_{\nu}$ , también se presentan los resultados establecidos por la Organización Internacional de Estandarización. Notando que  $\beta = D_2/D_1$  se tiene:

1. Entrada convergente en fundición rugosa:

101.6 mm 
$$\le D_1 \le 813$$
 mm  
 $0.3 \le \beta \le 0.75$   
 $2 \ge 10^5 \le \text{Re}_\text{D} \le 2 \ge 10^6$   
 $C_v = 0.984 \pm 0.70\%$ 

2. Sección de entrada convergente maquinada.

50.8 mm 
$$\le D_1 \le 813$$
 mm  
 $0.4 \le \beta \le 0.75$   
 $2 \ge 10^5 \le \text{Re}_D \le 1 \ge 10^6$   
 $C_y = 0.995 \pm 1.0\%$ 

203 mm 
$$\le D_1 \le 1219$$
 mm  
 $0.4 \le \beta \le 0.7$   
 $2 \ge 10^5 \le \text{Re}_\text{D} \le 2 \ge 10^6$   
 $C_v = 0.985 \pm 1.5\%$ 

Donde  $\text{Re}_{\text{D}}$  se basa en el diámetro interno,  $D_1$  de la tubería.

Para cerrar esta sección debe tenerse presente que si la situación que se maneja está por fuera del rango del grafico y las ecuaciones reportadas para determinar  $C_{\nu}$ , entonces  $C_{\nu}$ , debe determinarse en el rango de interés realizando experimentos propios.

## Método para determinar el coeficiente de descarga de un venturi $(C_v)$

Simplemente se pesa el volumen del fluido en un periodo para el conjunto de condiciones escogidas. Luego se calcula el peso del fluido ( $\rho g \Delta t$ ) utilizando la teoría ideal para el tiempo  $\Delta t$ . La relación entre peso real y peso teórico es el  $C_v$  deseado para las condiciones del ensayo. Se hacen más ensayos en el rango de condiciones en que va a utilizarse el aparato y se grafica  $C_v$  en función del número de Reynolds. En los problemas para calcular Q donde haya una gráfica como ésta, se estima  $C_v$  y *se despeja* el número de Reynolds. Luego se verifica si el valor estimado de  $C_v$  es cercano al de la curva. Si no, se repite el proceso utilizando el número de Reynolds que acaba de encontrarse en la curva. El proceso se repite tantas veces como sea necesario. Esto es muy parecido a los problemas en donde hay que encontrar el factor de fricción.
# Boquilla de flujo.

Ahora se consideraran las *boquillas*, las cuales se insertan en una tubería, como se muestra en la figura 1.51



Figura 1.51 Boquilla en una tubería.

Conociendo la configuración de la tubería, de la boquilla y la lectura del manómetro h, puede determinarse un valor teórico del caudal q. Luego, considerando la *ecuación de Bernoulli* entre los puntos 1 y 2 de la figuras 1.51, se tiene:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_{1t}^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_{2t}^2}{2}$$
(1.100)

Utilizando la continuidad para flujo unidimensional, se tiene:

$$\rho V_{1t} A_1 = \rho V_{2t} A_2$$

$$V_{1t} = V_{2t} \frac{A_2}{A_1} = V_{2t} \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$
(1.101)

Sustituyendo la ecuación (1.101) en la ecuación (1.100), se tiene:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_{1t}^2}{2} \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_{2t}^2}{2}$$

$$V_{2t} = \sqrt{\frac{2[(P_1 - P_2)/\rho]}{[1 - (A_2/A_1)^2]}}$$

Por consiguiente, el caudal *ideal* para la boquilla de flujo y los orificios con bordes cuadrados es:

$$q_{teórico} = A_2 V_{2t} = A_2 \sqrt{\frac{2[(P_1 - P_2)/\rho]}{[1 - (A_2/A_1)^2]}}$$
(1.102)

En el caso de la boquilla de la figura 1.51 se conoce  $A_2$  y con el fin de tener en cuenta los efectos de fricción se incluye un coeficiente de descarga ( $C_d$ )<sub>boq</sub> que debe determinarse experimentalmente, es decir,

$$q_{real} = (C_d)_{boq} A_2 \sqrt{\frac{2[(P_1 - P_2)/\rho]}{[1 - (A_2/A_1)^2]}}; \text{ (para boquilla)}$$
(1.103)

Ahora  $(C_d)_{boq}$  depende del número de Reynolds del flujo en la tubería para cualquier diámetro dado de tubería y de la abertura de la boquilla. Claramente  $(C_d)_{boq} = q_{real}/q_{teórico}$  y, por consiguiente, es adimensional. Con base en la revisión de muchas pruebas efectuadas en ASME con boquillas de flujo del tipo gran radio de 2 pulg. o más, se desarrolló una ecuación empírica para  $C_d$  en el rango del número de Reynolds  $10^4 \le \text{Re} \le 10^6$ , donde este número se basa en el diámetro de la boquilla. Tomando  $\beta$  como la relación entre el diámetro de la boquilla y el diámetro de la tubería, en el rango  $0.30 \le \beta \le 0.825$ , se tiene la siguiente ecuación en  $C_d$ :

$$C_{d} = 0.99622 + 0.000590 - \left(6.36 + 0.13D - 0.24\beta^{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{\text{Re}_{D}}}; \text{ (para boquilla)} \quad (1.104)$$

Donde *D*, es el diámetro interno de la tubería, está en pulgadas y  $Re_D$  está basado en el diámetro *d* de la boquilla.

En el caso de los orificios con bordes cuadrados no se conoce  $A_2$  en la vena contracta. De acuerdo con esto, se remplaza  $A_2$  por  $C_c A_o$ , donde  $C_c$  es el coeficiente de contracción y  $A_0$  es el área de la abertura del orificio. Al incluir el coeficiente de contracción y la corrección por fricción en la ecuación (1.102), se llega a la ecuación siguiente con un nuevo *coeficiente de descarga* (C<sub>d</sub>)<sub>o</sub> para orificios con bordes cuadrados.

$$q_{real} = (C_d)_o A_o \sqrt{\frac{2[(P_1 - P_2)/\rho]}{[1 - (A_o/A_1)^2]}}; \text{ (para orificios)}$$
(1.105)

Donde  $A_1$ , como se recordará, es el área de la sección transversal de la tubería.

Los datos sobre orificios con bordes cuadrados no están suficientemente establecidos para cubrir un rango amplio de condiciones. Sin embargo, en *Fluid Meters*, sexta edición, ASME, 1971, se han presentado datos en forma de tablas pata ciertas configuraciones; para aquellas configuraciones específicas no reportadas, debe interpolarse en estas tablas.

La figura 1.52 muestra la boquilla de flujo ISA (Instrument Society of America), (originalmente la boquilla de flujo VDI) que no presenta otra contracción del chorro más que la causada por la abertura; por lo tanto el coeficiente de contracción es la unidad  $(C_c=1)$ .

Las ecuaciones (1.97) y (1.99) son también válidas para la boquilla de flujo. Para una tubería horizontal (h = O), la ecuación (1.97) se escribe como

$$Q = CA_2 \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} = CA_2 \sqrt{2gR'(S_0/S_1 - 1)}$$
(1.106)

En donde

$$C = \frac{C_{\nu}}{\sqrt{1 - (D_2/D_1)^4}}$$
(1.107)

Y  $\Delta P = P_1 - P_2$ . El valor del coeficiente *C* de la figura 1.52 se usa en la ecuación (6.3.18). Si se emplea el coeficiente dado en la figura es importante cumplir con las dimensiones dadas, en particular con respecto a la posición de las aberturas piezométricas (se muestran dos métodos) usadas para medir la caída de presión. Cuando menos 10 diámetros de tubería recta deben preceder a la boquilla.



Figura 1.52 Boquilla de flujo ISA (VD1) y coeficientes de descarga.

El costo de una boquilla de flujo es menor comparado con el de un medidor de Venturi. Presenta la desventaja de pérdidas globales mayores debido a la falta de orientación del chorro corriente abajo de la abertura en la boquilla, que se logra con el medidor venturi.

En el anexo A.6 se muestran coeficientes de flujo C para orificios de cantos vivos y boquillas (o toberas).

# 1.3.2 Flujo de fluidos en válvulas y accesorios

La sección 1.2 se refirió a la teoría y fórmulas usadas en el estudio del flujo de fluidos en tuberías. Ya que las instalaciones industriales en su mayor parte están constituidas por válvulas y accesorios, es necesario un conocimiento de su resistencia al paso de fluidos para determinar las características de flujo en un sistema de tuberías completo.

Muchos textos en hidráulica no contienen información sobre la resistencia al flujo en válvulas y accesorios, mientras otros presentan sólo unos comentarios al respecto. Al considerar la necesidad de contar con una información mas completa y detallada sobre la resistencia al flujo en válvulas y accesorios, Crane Co. ha realizado pruebas exhaustivas en

sus laboratorios de ingeniería y también ha patrocinado investigaciones en otros laboratorios; estas pruebas se han suplementado con un estudio completo de todos los datos publicados sobre el tema.

En la tabla del factor "K" de las tablas A.4, se dan las resistencias al flujo típicas de diversos componentes de los sistemas de tuberías.

# **1.3.2.1** Tipos de válvulas y accesorios usados en sistemas de tuberías.

#### Válvulas.

La variedad en diseños de válvulas dificulta una clasificación completa.

Si las válvulas se clasificaran según su resistencia que ofrecen al flujo, las que presentan un paso directo del flujo, como las válvulas de compuerta, de bola, de macho y de mariposa pertenecen al grupo de baja resistencia; las que tienen un cambio en la dirección del flujo, como las válvulas de globo y angulares, están en el grupo de alta resistencia.

En el anexo A.5, se ilustran fotografías de algunos diseños de las válvulas más usadas.

#### Accesorios.

Los acoplamientos o accesorios para conexión se clasifican en: de derivación, reducción, ampliación y desviación. Los accesorios como tes, cruces, codos con salida lateral, etc., pueden agruparse como accesorios de derivación.

Los conectores de reducción o ampliación son aquellos que cambian la superficie de paso del fluido. En esta clase están las reducciones y los manguitos. Los accesorios de desvío, curvas, codos, curvas en U, etc., son los que cambian la dirección de flujo.

Se pueden combinar algunos de los accesorios de la clasificación general antes mencionada. Además, hay accesorios como conexiones y uniones que no son resistentes al flujo, motivo por el cual no se consideran aquí.

#### 1.3.2.2 Pérdida de presión debido a válvulas y accesorios

Cuando un fluido se desplaza uniformemente por una tubería recta, larga y de diámetro constante, la configuración del flujo indicada por la distribución de la velocidad sobre el diámetro de la tubería adopta una forma característica. Cualquier obstáculo en la tubería cambia la dirección de la corriente en forma total o parcial, altera la configuración característica de flujo y ocasiona turbulencia, causando una pérdida de energía mayor de la que normalmente se produce en un flujo por una tubería recta. Ya que las válvulas y accesorios en una línea de tuberías alteran la configuración de flujo, producen una pérdida de presión adicional.

La pérdida de presión total producida por una válvula (o accesorio) consiste en:

1. La pérdida de presión dentro de la válvula.

2. La pérdida de presión en la tubería de entrada es mayor de la que se produce normalmente si no existe válvula en la línea. Este efecto es pequeño.

3. La pérdida de presión en la tubería de salida es superior a la que se produce normalmente si no hubiera válvula en la línea. Este efecto puede ser muy grande.

Desde el punto de vista experimental es difícil medir las tres caídas por separado. Sin embargo, su efecto combinado es la cantidad deseada y puede medirse exactamente con métodos bien conocidos.

La figura 1.53 muestra dos tramos de tubería del mismo diámetro y longitud. El tramo superior contiene una válvula de globo.



Figura 1.53 Pérdidas de presión debidas a válvulas.

Si las pérdidas de presión  $\Delta P_1$  y  $\Delta P_2$  se miden entre los puntos indicados, se encuentra que  $\Delta P_1$  es mayor que  $\Delta P_2$ .

En realidad, la pérdida debida a la válvula de longitud "d" es  $\Delta P_1$  menos la pérdida en un tramo de tubería con longitud "a + b". Las pérdidas, expresadas en función del coeficiente de resistencia "K" de varias válvulas y accesorios del anexo A.4, incluyen la pérdida debida a la longitud de la válvula o accesorios.

# CAPÍTULO II: HABILITACIÓN DEL BANCO, PARA DETERMINAR PÉRDIDAS DE ENERGÍA EN FLUIDOS QUE SE CONDUCEN POR TUBERÍA.

Para realizar la habilitación de una manera sistemática es necesario realizar un diagnóstico para determinar las condiciones en que se encontra el banco, para luego localizar fallas y determinar los elementos ausentes; estableciendo de esta manera el trabajo a realizar para dicha habilitación como el diseño y construcción de instrumentos de medición de caudal y velocidad, compra de tubería y accesorios y otros recursos necesarios.

# 2.1 DIAGNÓSTICO DEL BANCO DE PÉRDIDAS.

El sistema de tubería está sujetado en una estructura metálica, de ángulo industrial de 2x2", la cual facilita que el sistema sea completamente móvil como un todo. El sistema posee tubería y accesorios de cinco tipos de materiales: galvanizada, pvc, acrílico, cobre y manguera plástica; los diferentes diámetros de tubería recta son: 1/8", 1/2", 1-1/8" y 2", en las cuales se cuenta con tomas de presión, orificios para medir el caudal, necesarios para determinar las pérdidas de energía en los diferentes tramos de tubería recta. También se tienen accesorios y algunas válvulas, que forman parte importante de la sumatoria de pérdidas de energía que se presentan en las distribuciones hidráulicas.

Forman parte de este banco, un número de elementos que nos dan la configuración física, mediante la cual se realizan los estudios de pérdidas de energía en los tramos de tubería recta mencionados. También, el banco posee diferentes instrumentos que cumplen con los estándares normalizados para pruebas, tales como: los orificios para medir caudales, tomas de presión, manómetros diferenciales, aforo y el siguiente equipo y accesorios: motobomba, reservorio de agua (tanque), conectores de tubería, manqueras plásticas.

En cuanto al banco se puede apreciar un considerable deterioro físico y ausencia de algunos elementos, debido al abandono en que se encuentra:

- 1. El rodete de la motobomba (bomba del tipo centrífuga) se encuentra pegado a la parte interna de la voluta debido a la oxidación y herrumbre, por lo que está inutilizable.
- 2. Falta fluido manométrico (mercurio) en los manómetros diferenciales.
- Las mangueras plásticas de 1/4"(plexiglass), para conexión entre manómetros y tomas de presión y de 1/2", para llevar el fluido que suministra la bomba a la tubería de 1/8", se encuentran inutilizables porque estaban rotas.
- Los conectores de 1/4" (taps) están obstruidos por oxidación y por mal deposición del material de aporte en las soldaduras.
- 5. Los orificios piezométricos como las tomas de presión de los orificios medidores de caudal están sellados debido a la deposición de sedimentos. Las tomas de presión del tubo de pitot como las del orificio instalados en la tubería de 2 pulgadas (acoples rápidos), están sellados con plomo de tal manera que no es posible recuperar dichos acoples.
- 6. El tubo pitot no se encontró.
- 7. Pernos y tornillos de diferentes medidas se encuentran oxidados.
- Los accesorios: codos, tee, reductores de sección, camisas y adaptadores, se encuentran oxidados, siendo más pronunciado en los accesorios de material galvanizado.
- 9. La tubería de acrílico de 2" se encuentra parcialmente cristalizada.
- 10. Ausencia de una abrazadera de camisa flexible, para tubería de 2" de diámetro.

Este sistema está diseñado, para la determinación de pérdidas primarias a lo largo de 8 pies de tubería recta de 2", 1-1/8", 1/2" y 1/8" de diámetros, utilizando para el cálculo de ellas, el caudal medio y las diferencias de presión que se dan a lo largo de las tuberías. Las mediciones de caudales se calculan por dos métodos, a saber: medición de caudal por aforo y medición de caudal por el método del flujo a través de un orificio calibrado.

La tubería de mayor diámetro posee además, un agujero piezométrico y un agujero por donde se insertaba un tubo de pitot, estos están sellados. Esto era utilizado para determinar el perfil de velocidades en una sección transversal al eje de la tubería, utilizando para ello un tubo de Pitot desplazable a lo largo del radio del tubo. Para la generación del movimiento del fluido se utilizaba una bomba centrífuga de simple impulsor de ½ HP, 110 voltios que se alimenta de un reservorio de

agua reciclada.

Ademas el sistema cuenta con los siguientes elementos e instrumentos:

- a. Un reservorio o tanque que puede almacenar 10 glns de agua.
- b. Un manómetro diferencial, del tipo tubo en U, con divisiones de 0.01 pie de columna de agua. Capacidad máxima de 2.5 pies c.a.
- c. Dos manómetros diferenciales, del tipo tubu en U, con divisiones de 0.01 pie de columna de mercurio. Capacidad máxima de 2.5 pies c.a.
- d. Un manómetro diferencial, tipo Bourdon, con divisiones en su escala de 0.02 metros de columna de agua. Capacidad máxima de 5m c.a.
- e. 2 tomas de presión en cada tubería recta, cuya distancia entre estas es de 8 pies.
- f. 5 válvulas de compuerta y 1 Válvula de aguja.

Las dimensiones del sistema son. 3.54 m de largo, 0.49 m de ancho y 1.47 m de altura.

# 2.2 HABILITACIÓN DEL BANCO DE PÉRDIDAS.

#### 2.2.1 Consideraciones.

Debido a los escasos recursos económicos disponibles y al estado en que se encontró el sistema completo se decidió recuperar todos los elementos posibles, para reconstruir un nuevo sistema en el cual los estudiantes puedan realizar prácticas de laboratorio, mediante las cuales podrán determinar las pérdidas de energía debido a tramos de tubería recta. También se colocará una línea con válvulas y accesorios, para determinar las pérdidas de energía del fluido que circule a través de estos, como también un orificio medidor de caudal.

En la línea de accesorios se colocarán 2 codos de 45°, 2 codos de 90° y 2 válvulas (1 de globo y 1 de compuerta), conectados entre sí por tramos de tubería recta de 1-1/8<sup>--</sup> de

diámetro con sus respectivos tomas piezométricos para la determinación de sus pérdidas de energía.

# 2.2.2 Diseño de un orificio, para medir caudal.

Este diseño se realizará planteando el problema y los datos conocidos, luego se realizará la solución, así:

Una bomba hidráulica suministra un caudal máximo de  $0.88948E-3 \text{ m}^3$ /s hacia una tubería de diámetro interno de 26.3E-3 m. Se quiere instalar un medidor de orificio para medir este caudal. El manómetro diferencial disponible para obtener la medición de la caída de presión tiene un alcance o escala máxima de 2.5 pies de mercurio.

(a) ¿Qué diámetro de orificio debe utilizarse si las salidas para los manómetros estarán colocados a distancias equivalentes a un diámetro interno de tubería aguas arriba y de medio diámetro interno de tubería aguas abajo de la placa, respectivamente?

(b) Estimar la pérdida de carga H<sub>f</sub>, tomando en cuenta que la lectura máxima de los manometros diferenciales en U es de 2.5 pies, que se tendrá si el flujo en la zona inmediatamente después de la vena contracta se considera como una expansión brusca y  $C_c \approx 0.62$ .



Figura 2.1 Volumen de control, para determinar perdidas durante la expansión del flujo.

Solución:

$$p_1 - p_2 = g \rho_{Hg} \Delta n$$

$$p_1 - p_2 = (9.81)(13600)(2.5x0.3048) = 101662.992Pa$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi (26.3E - 3)^2}{4} = 543.252E - 6m^2$$

El orificio en la placa se puede diseñar utilizando la siguiente ecuación y con la figura 1.47

$$Q = CA_o \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = C\beta^2 A_1 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$
(a)

Dado que  $A_0/A_1 = (D_0/D_1)^2 = \beta^2$ 

$$C\beta^{2} = \frac{Q}{A_{1}}\sqrt{\frac{\rho}{2\Delta p}} = \frac{0.88948E - 3}{543..252E - 6}\sqrt{\frac{1000}{2(101662.992)}} = 0.11482487$$
$$C = \frac{0.11482487}{\beta^{2}}$$
(b)

Dado que *C* es una función tanto de espacio como de  $\beta^2$  (y de  $A_0/A_1$ ) y  $R_{eD_1}$ , se debe seguir un proceso iterativo para determinar  $\beta^2$ . El número de reynolds en la tubería es

$$R_{eD_1} = \frac{4Q}{\pi v D_1}$$
$$R_{eD_1} = \frac{4(0.88948E - 3)}{\pi (1.007E - 6)(26.3E - 3)} \approx 4.3 E4$$

Suponiendo un  $\beta^2$ =0.10. De la **figura 1.47**, *C* resulta ser de 0.45. De ecuación (b)

$$C = \frac{0.11482487}{0.10} = 1.14825$$

El valor supuesto de  $\beta^2$  resultó entonces muy pequeño. Supóngase ahora  $\beta^2=0.20$ . De la **figura 1.47**, *C* resulta ser de 0.615. De ecuación (b)

$$C = \frac{0.11482487}{0.20} = 0.57412$$

El valor supuesto de  $\beta^2$  resultó cerca del valor buscado. Supóngase ahora  $\beta^2 = 0.188$ . De la **figura 1.47**, C = 0.61. De ecuación (b)

$$C = \frac{0.11482487}{0.188} = 0.61077$$

Este último resultado concuerda razonablemente, entonces el valor buscado es  $\beta^2 = 0.188$ y por tanto

$$D_0 = D_1 \sqrt{\beta^2} = 26.3E - 3\sqrt{0.188} = 11.4E - 3 m = 11.4 mm$$

Por tanto el diámetro del orificio en la placa debe ser mayor o igual a 11.4 mm, para garantizar que el mercurio no salga del manómetro diferencial. Por tanto, se realizará un orificio de 12 mm de diámetro.  $\beta^2 = (D_0/D_1)^2 = (12/26.3)^2 = 0.21$ . De figura 1.47 se obtiene C = 0.616

$$A_o = \pi D_o^2 / 4 = \pi (12 E - 3)^2 / 4 = 113.09734 E - 6 m^2$$

Sustituyendo en ecuación (a) y obteniendo C de **figura 1.47** se puede obtener la caída de presión en este orificio, así

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{Q^2}{2g(CA_o)^2} = \frac{(0.88948 E - 3)^2}{2(9.81)(0.616*113.09734 E - 6)^2} = 8.30820 \ mH_2O$$
$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = 8.30820 \ mH_2O * \frac{760 \ mmHg}{10.34 \ mH_2O} = 610.66 \ mmHg \equiv 2.00 \ piesHg$$

Para calcular la pérdida de carga, apliquemos la ecuación de Bernoulli entre las secciones 1 y 3 de la **figura 2.1** 

$$\left[\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\upsilon_1^2}{2g} + z_1\right] - \left[\frac{p_3}{\gamma} + \frac{\upsilon_3^2}{2g} + z_3\right] = H_{f_o}$$

Donde  $H_{f_a}$  son las pérdidas totales debido al orificio.

Suposiciones:

(1) 
$$v_1 = v_3$$
  
(2)  $z_1 = z_3$ 

Por tanto

$$H_{f_o} = \frac{p_1 - p_3}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} - \frac{p_3 - p_2}{\gamma}$$
(c)

La presión en 3 se puede encontrar aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento para el volumen de control formado entre las secciones 2 y 3, en la dirección x (ver **figura 2.1**)

$$F_{s_x} + F_{B_x} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\nabla C} v\rho d \vee + \int v\rho \, \bar{\nabla} \, d\bar{A}$$

Suposiciones (3)  $F_{B_x} = 0$ 

(4) Flujo estacionario.

(5) Flujo uniforme en las secciones 2 y 3.

(6) Presión uniforme en las secciones 2 y 3.

(7) Rozamiento nulo.

Se tiene entonces

$$(P_2 - P_3)A_1 = v_2(-\rho v_2 A_2) + v_3(\rho v_3 A_3) = (v_3 - v_2)\rho Q$$

$$p_3 - p_2 = \frac{(v_3 - v_2)\rho Q}{A_1}$$

Ahora bien,  $v_3 = Q/A_1$ , y

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{C_C A_o} = \frac{Q}{C_C \beta^2 A_1}$$

Por lo tanto

$$p_3 - p_2 = \frac{\rho Q^2}{A_1^2} \left[ \frac{1}{C_C \beta^2} - 1 \right]$$

$$\frac{p_3 - p_2}{\gamma} = \frac{Q^2}{gA_1^2} \left[ \frac{1}{C_C \beta^2} - 1 \right] = \frac{(4Q)^2}{g\pi^2 D_1^4} \left[ \frac{1}{C_C \beta^2} - 1 \right]$$

$$\frac{p_3 - p_2}{\gamma} = \frac{(4*0.88948E - 3)^2}{9.81*\pi^2 (26.3E - 3)^4} \left[\frac{1}{0.62*0.21} - 1\right] = 1.82561 \ mH_2O$$

$$\frac{p_3 - p_2}{\gamma} = 1.82561 \, mH_2O * \frac{760 \, mmHg}{10.34 \, mH_2O} = 134.1841 \, mmHg \equiv 0.44 \, piesHg$$

La relación de áreas,  $\beta^2$ , se seleccionó a fin de no obtener la máxima desviación en el manómetro. De este modo, sustituyendo en ecuación (c) se tiene

$$H_{f_a} = 610.66 \text{ mmHg} - 134.18 \text{ mmHg} = 476.48 \text{ mmHg} = 1.56 \text{ piesHg}$$

Estas son las pérdidas totales de presión debido al orificio.

En el anexo B se muestra el dibujo del orificio medidor de caudal.

# 2.2.3 Cálculo de las pérdidas totales de energía a través del circuito cerrado que incluye al tramo de válvulas y accesorios.

Del manual de la bomba (ver anexo C) se observa que para una altura positiva de succión de 5pies y para una presión a la salida de la bomba de 20 psi, esta suministra un caudal máximo de 14.1 gls ( $0.88948 \text{ E-3 m}^3/\text{s}$ ).

Para calcular las pérdidas primarias se utilizará la ecuación de Darcy-Weisbach

$$H_{fp} = \frac{fLv^2}{2Dg}$$

Y para calcular las pérdidas secundarias se utiliza el método de los coeficientes de pérdidas secundarias, *K* 

$$H_{fs} = K \frac{v^2}{2g}$$

Para realizar el cálculo de dichas pérdidas es necesario conocer la velocidad a la que se conduce el fluido por las diferentes secciones transversales del circuito hidráulico, como también el coeficiente de pérdidas por fricción de la tubería.

El fluido que circulará es agua, cuya viscosidad cinemática es de 1.007 *E*-6 m<sup>2</sup>/s a una temperatura de 20 °C, véase anexo A.1 (propiedades del agua a diferentes temperaturas). Para la tubería de 1-1/8" ( $D_i = 26.3$ mm) se tiene

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4(0.88948 E - 3)}{\pi (26.3 E - 3)^2}$$

$$R_e = \frac{4Q}{\pi\nu D} = \frac{4(0.88948 E - 3)}{\pi(1.007 E - 6)(26.3 E - 3)} = 4.3 E4$$

Con el dato anterior y considerando a las tuberías de pvc y cobre como lisas, del diagrama de Moody se obtiene el coeficiente de pérdidas por fricción, f = 0.0215.

En la **tabla 2.1** se muestran las velocidades, el número de Reynolds y el coeficiente de pérdidas por fricción para los diferentes diámetros de tubería que se tienen en el sistema.

Di	ámetro	Velocidad	Número de Reynolds	Coeficiente de fricción	Longitud de tubería recta
Nomina	al Interno				
Pulg	g. m	m/s	R <sub>eD</sub>	f	m
1/8	3.18 <i>E</i> -3	112.34632	3.5 E 5	0.0136	3.0
1/4	6.35 <i>E</i> -3	28.08642	1.8 E 5	0.0155	1.6
3/8	9.53 <i>E</i> -3	12.48285	1.2 E 5	0.0173	2.0 (manguera)
1/2	12.70 E-3	7.02164	8.9 E 4	0.0180	2.8
3/4	19.05 E-3	3.12073	5.9 E 4	0.0196	-
1-1/8	26.30 E-3	1.63730	4.3 E 4	0.0215	2.8
1-1/4	31.75 <i>E</i> -3	1.12346	3.5 E 4	0.022	1.0
2	50.80 E-3	0.43885	2.2 E 4	0.025	5.4

Tabla 2.1 Coeficiente de pérdidas por fricción, para un caudal de 0.88948 E-3 m<sup>3</sup>/s.

En el anexo A.3 se muestra el diagrama de Moody, para auxiliarnos de él.

En la figura 2.2 se muestra el circuito hidráulico del banco.



Figura 2.2 Circuito hidráulico del banco habilitado.

Para calcular las pérdidas totales de energía a través del circuito cerrado que incluye al tramo de válvulas y accesorios, pasando por la bomba hidráulica (ver figura 2.2), se aplicará la ecuación de conservación de la energía o ecuación de Bernoulli a dicho circuito

$$\left[\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + Z_A\right] - \left[\frac{p_Z}{\gamma} + \frac{v_Z^2}{2g} + Z_Z\right] + H_B = H_{f_{A-Z}}$$
(2.1)

Donde  $H_{f_{A-z}}$  es la suma de las pérdidas totales tanto de la línea de succión como de la línea de descarga.

Suposiciones: (1)  $p_A = p_Z$ 

(2) 
$$v_A \approx v_Z$$

 $(3) \quad Z_A = Z_Z$ 

Por tanto de ecuación (2.2.3.1) tenemos que

$$H_{B} = H_{f_{A-T}} = H_{f_{A-F}} + H_{f_{S-T}}$$
(2.2)

Donde

 $H_{f_{A-E}}$ : Son las pérdidas totales (primarias y secundarias) en la línea de succión.

 $H_{f_{s-z}}$ : Son las pérdidas totales (primarias y secundarias) en la impulsión (figura 2.2).

Para el cálculo de las pérdidas secundarias producidas por los accesorios, en el circuito hidráulico, es necesario hacer un listado de todos los accesorios instalados en el mismo; en la tabla 2.2 se detallan los accesorios, el coeficiente de pérdidas y la referencia de donde se han tomado; así como también la posición que ocupan en el diagrama hidráulico del sistema, figura 2.2. En el cálculo de las pérdidas en las válvulas se asume que estas están completamente abiertas.

$$H_{f_{A-E}} = \left(K_1 + K_2\right) \frac{v_{2''}^2}{2g} + \left(K_3 + K_4 + K_5 + K_6 + K_7\right) \frac{v_{1'/4''}^2}{2g} + \frac{fL}{D} \frac{v_{1'/4''}^2}{2g}$$

Posición	Descripción	Especificación	Diámetro	Coef.	Ref.
	comercial	técnica	Pulg.	Κ	
1	Toma de agua	Re-entrante	2	1.000	1
2	Conexión de manguera	Junta roscada	2	0.052	1
3	Reductor recto	Reductor	2x1-1/4	0.300	1
4	Codo 90° PVC	Radio corto, roscado	1-1/4	1.300	1
5	Camisa PVC	Camisa	1-1/4	1.300	1
6	Codo 90° PVC	Radio corto, roscado	1-1/4	1.300	1
7	Adaptador macho	Junta roscada	1-1/4	0.075	1
8	Те	Flujo rama, roscada	1-1/4	1.450	1
9	Те	Flujo rama, roscada	3/4	1.450	1
10	Reductor recto	Ensanchamiento brusco	3/4x1-1/4	0.400	2
V1	Válvula de comp.	Roscada	1-1/4	0.220	1
11	Unión universal	Junta roscada	1-1/4	0.075	1
12	Reductor recto	Ensanchamiento brusco	2x1-1/4	0.037	2
13	Те	Flujo rama, roscada	2	1.800	1
14	Adaptador hembra	Manguera hule-lona	2	0.052	1
15	Codo 90°	Rad corto, roscado	2	0.950	1
16	Unión universal	Junta roscada	2	0.052	1
17	Те	Flujo rama, roscada	2	1.8000	1
		Flujo en línea, roscada	2	0.900	1
18	Camisa con s el lo	Unión universal	2	0.052	1
19	Camisa con s el 10	Unión universal	2	0.052	1
20	Camisa con s el 10	Unión universal	2	0.052	1
01	Orificio medidor	Bordes afilado	1	1.800	2
21	Camisa con s el 10	Unión universal	2	0.052	1
V3	Válvula de comp.	Roscada	2	0.160	1
22	Те	Flujo rama, roscada	2	1.800	1
		Flujo en línea, roscada	2	0.900	1
23	Unión universal	Junta roscada	2	0.052	1
24	Codo 90°	Rad. corto, roscado	2	0.950	1
25	Conexión de manguera	Junta roscada	2	0.052	1
26	Codo 90°	Rad corto, roscado	2	0.950	1
27	Aquietador	Cesta con malla	2	1.500	1
28	Reductor recto	Reductor	2x1	0.370	1
29	Te	Flujo rama, roscada	1	2.400	1
		Flujo en línea, roscada	1	0.900	1
30	Unión universal	Junta roscada	1	0.082	1
31	Codo 45°	Rad. corto.	1	0.460	1
32	Codo 45°	Rad. corto.	1	0.460	1

33	Codo 90°	Rad. corto.	1	1.400	1
34	Codo 90°	Rad. corto.	1	1.400	1
V4	Válvula de gobo	Soldable	1	13.000	1
V5	Válvula de compuerta	Soldable	1	0.250	1
02	Orificio medidor	Bordes afilado			
35	Unión universal	Junta roscada	1	0.082	1
36	Те	Flujo rama roscada	1	2.400	1
37	Reductor recto	Ensanchamiento brusco	1x2	0.550	2
38	Те	Flujo rama roscada	1	2.400	1
39	Unión universal	Junta roscada	1	0.082	1
40	Unión universal	Junta roscada	1	0.082	1
03	Orificio medidor	Bordes afilado	1/2	1.800	2
V6	Válvula de gobo	Soldable	1	13.000	1
41	Те	Flujo rama, roscada	1	2.400	1
		Flujo en línea, roscada	1	0.900	1
42	Reductor recto	Reductor	1x ½	0.370	1
43	Те	Flujo rama, roscada	1/2	2.800	1
44	Unión universal	Junta roscada	1/2	0.106	1
45	Unión universal	Junta roscada	1/2	0.106	1
04	Orificio medidor	Bordes afilado	3/8	0.800	1
V7	Válvula de comp.	Roscada	1/2	0.300	1
46	Те	Flujo rama, roscada	1/2	2.800	1
47	Reductor recto	Ensanchamiento brusco	$\frac{1}{2} \times 1$	0.550	2
48	Reductor recto	Reductor	2x ¾	0.420	1
V2	Válvula de comp.	Roscada	3/4	0.270	1
49	Codo 90°	Rad corto, roscado	3/4	1.700	1
50	Reductor recto	Reductor	<sup>3</sup> / <sub>4</sub> X <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	0.270	1
51	Reductor recto	Reductor	<sup>1</sup> / <sub>2</sub> x 3/8	0.220	1
52	Junta de manguera	Junta roscada	3/8	0.110	1
53	Junta de manguera	Junta roscada	3/8	0.110	1
54	Codo 90°	Rad corto, roscado	3/8	2.500	1
55	Adaptador macho	Junta roscada	3/8	0.110	1
56	Те	Flujo rama, roscada	3/8	3.100	1
57	Codo 90°	Rad largo, roscado	3/8	1.000	1
58	Reductor recto	Reductor	3/8x1/8	0.430	1
59	Acople	Junta roscada	1/8	0.110	1
60	Acople	Junta roscada	1/8	0.110	1
V8	Válvula de aguja	Asiento angular	1/8	8.000	1
61	Reductor recto	Ensanchamiento brusco	1/8x3/8	0.820	2
62	Codo 90°	Rad largo, roscado	3/8	1.000	1
63	Те	Flujo rama	3/8	3.100	1
64	Reductor recto	Reductor	1/2x1/4	0.370	1

Tabla 2.2 Listado de accesorios, sus coeficientes de pérdidas y posición según la figura 2.1

$$H_{f_{A-E}} = \left(K_1 + K_2\right) \frac{\nu_{2''}^2}{2g} + \left(K_3 + K_4 + K_5 + K_6 + K_7 + \frac{fL}{D}\right) \frac{\nu_{1'/4''}^2}{2g}$$
(c)

Para el cálculo de las pérdidas primarias en la línea de succión contamos con los siguientes datos:

Denominación	Medida	Referencia
Longitud de tubería recta:	0.80 cm	Figura 2.2
Gravedad de la tierra:	9.81 $m/s^2$	
Diámetro:	31.75 E-3 m	Tabla 2.1
Coeficiente de fricción, f:	0.0215	Tabla 2.1
Velocidad:	1.12346 m/s	Tabla 2.1

$$\begin{split} H_{f_{A-E}} &= \frac{1}{18.2} \bigg[ \big(1 + 0.052 \big) 0.43885^2 + \bigg( 0.3 + 1.3 + 1.3 + 1.3 + 0.075 + \frac{(0.022)(1)}{31.75E - 3} \bigg) 1.12346^2 \bigg] \\ H_{f_{A-E}} &= 0.35565 \ m H_2 O \end{split}$$

El resultado anterior proporciona el requisito mínimo de altura que debe proporcionar la bomba para vencer la fricción en este tramo del circuito.

Del catálogo de la bomba anexo C se tiene que la bomba es capas de proporcionar una altura de succión de 5 pies, esto sobrepasa el mínimo requerido.

Para calcular las pérdidas totales en la línea de impulsión se han agrupado todos los accesorios que tengan el mismo diámetro, ya que por el principio de continuidad, el fluido posee la misma velocidad lo cual permite sumar los coeficientes de pérdidas secundarias. Con ayuda de la figura 2.2 se tiene:

$$H_{f_{S-Z}} = \frac{1}{2g} \begin{bmatrix} K_8 v_{3/4}^2 + (K_9 + K_{10} + K_{11}) v_{1/4}^2 + (K_{12} + K_{13} + K_{14} + K_{15} + K_{16}) v_{2^*}^2 + (K_{30} + K_{31} + K_{14} + K_{15} + K_{16}) v_{1/8}^2 + (K_{30} + K_{31} + K_{14} + K_{42} + K_{44} + K_{47} + K_{48} + K_{49} + \frac{fL}{D}) v_{1/8}^2 + (K_{24} + K_{25} + K_{26} + K_{27} + K_{28} + K_{29} + \frac{fL}{D}) v_{2^*}^2 \end{bmatrix} + H_{f_1}$$

El subíndice de los coeficientes de pérdidas secundarias se ha colocado según el diámetro que posee el accesorio, según la figura 2.2.El subíndice que poseen L, D y  $^{U}$  es según el diámetro nominal de la tubería recta, para la cual se calcula la pérdida de energía. Teniendo esto en cuenta tenemos.

$$H_{f_{S-Z}} = \frac{1}{2g} \left[ \left( \Sigma K_{\frac{3}{4}''} \right) v_{\frac{3}{4}''}^2 + \left( \Sigma K_{\frac{1}{8}''} + \frac{fL}{D} \right) v_{\frac{1}{8}''}^2 + \left( \Sigma K_{\frac{1}{4}''} \right) v_{\frac{1}{4}''}^2 + \left( \Sigma K_{\frac{2}{4}} + \frac{fL}{D} \right) v_{\frac{2}{2}'}^2 \right] + H_{f_o}$$
(d)

Donde:

$$\Sigma K_{\frac{3}{4}''} = K_8 = 0.4$$

$$\Sigma K_{\frac{1}{8}''} = K_{30} + K_{31} + K_{32} + K_{35} + K_{37} + K_{38} + K_{40} + K_{42} + K_{44} + K_{47} + K_{48} + K_{49}$$

$$\Sigma K_{\frac{1}{8}''} = 0.37 + 2.4 + 0.082 + 0.22 + 0.22 + 0.72 + 0.72 + 13 + 0.24 + 1.8 + 0.082 + 2.4 + 0.55$$

$$\Sigma K_{\frac{1}{8}''} = 22.804$$

$$\Sigma K_{1\frac{1}{4}''} = K_9 + K_{10} + K_{11} = 0.22 + 0.075 + 0.037 = 0.332$$

$$\Sigma K_{2''} = K_{12} + K_{13} + K_{14} + K_{15} + K_{16} + K_{24} + K_{25} + K_{26} + K_{27} + K_{28} + K_{29}$$

 $\Sigma K_{2'} = 1.8 + 0.052 + 0.95 + 0.052 + 0.9 + 0.9 + 0.052 + 0.95 + 0.052 + 0.95 + 1.5 = 8.158$ Sustituyendo estos valores en la (d), tenemos que

$$H_{f_{S-Z}} = \frac{1}{18.2} \begin{bmatrix} 0.4(3.12073)^2 + (0.332)1.12346^2 + (21.004 + \frac{(0.0215)(3.8332)}{26.3E - 3})1.63730^2 + (8.158 + \frac{(0.025)(2.4)}{0.0508})0.43885^2 \end{bmatrix} + 6.48259$$

 $H_{f_{S-z}} = 10.3738 \ m H_2 O$ 

Sustituyendo los valores de  $H_{f_{A-E}}$  y  $H_{f_{S-Z}}$  en la (b) tenemos:

$$H_{B} = H_{4-7} = 0.356 m H_{2}O + 10.3738 m H_{2}O = 10.7298 m H_{2}O$$

El resultado anterior proporciona el requisito mínimo de altura que debe proporcionar la bomba para vencer la fricción en este circuito. Del catálogo de la bomba anexo C se tiene que la bomba es capas de proporcionar una presión de 20 psi equivalente a 14 mH2O, esto sobrepasa el mínimo necesario.

# 2.2.4 Diseño del tubo de pitot.

Para determinar la longitud del tubo es necesario auxiliarnos de la siguiente figura:



Figura 2.3 Tubo de Pitot.

La longitud del tubo debe ser R<sub>max</sub>+ 46.5 mm

$$R_{max} = \frac{D-d}{2} = \frac{50-5}{2} = 22.5 \ mm$$

Por la longitud del tubo será 22.5 mm +46.5 mm = 69.0 mm. En el anexo B se muestran los diseños de las piezas dela figura 2.3.

# 2.2.5 Calibración de orificios medidores de caudal.

Para calibrar dichos orificios se utilizó el método volumétrico, para medir el caudal que circulaba por el sistema. El siguiente diagrama muestra el sistema básico:



Figura 2.4 Sistema utilizado para calibración de orificios.

Por medio de este sistema se hacía circular agua utilizando la bomba hidráulica, B. Teniendo la válvula V1 completamente abierta y la válvula V2 completamente cerrada antes de encender la bomba, para evitar que una sobrepresión expulse el mercurio del tubo manométrico y para que el agua pueda circular en el circuito hidráulico cerrado a través de la válvula V1 y la bomba. Abrir la válvula V2 despacio hasta obtener la máxima lectura en el manómetro diferencial, para el caudal que circula en estas condiciones; de ser necesario cerrar un poco la válvula V1, para obtener la máxima lectura en el manómetro diferencial.

Luego medir el tiempo, después de que se haya logrado un flujo a régimen estacionario, en que se logra almacenar 100 litros de agua en el tanque 2. Cuando se hayan almacenado 50 litros, aproximadamente, tomar las dos lecturas del manómetro diferencial, H1 y H2.

Este proceso se repite 10 veces, para obtener suficientes datos experimentales, y así luego obtener la curva aproximada de  $\Delta$ H (pies de Hg.) vrs. Q (pies3/s), que proporcione la constante de flujo del orificio, K. según el uso de la siguiente ecuación:

# $Q = K\sqrt{\Delta H}$

Donde K: es la constante del orificio medidor (pies $^{5/2}$ /s).

 $\Delta H$ : diferencia de presión, en columna de mercurio (pies),  $\Delta H$  = H2-H1.

Q: caudal que circula a través del sistema ( $pies^3/s$ ).

A continuación se muestran los datos obtenidos en dichas pruebas y las curvas a través de estos, para cuando se obtenía un volumen de 100 litros (las curvas se generarón con la ayuda del programa Matlab 7.0.0.19920 (R14):

NIO	Diferenc	ia de altura	a con M1	Tiempo	$O(nias^{3}/s)$	K (pies $^{5/2}$ /s)
IN de lectura	( pies Hg)			medido	Q (pies /s) $10^{-2}$	del orificio
de lectura	H1	H2	$\Delta H_1$	en segundos	10	
1	0.725	1.065	0.340	261.94	1.348	0.0231
2	0.625	1.165	0.540	210.03	1.681	0.0229
3	0.525	1.215	0.690	176.28	2.003	0.0241
4	0.425	1.365	0.930	157.19	2.246	0.0233
5	0.320	1.360	1.145	142.87	2.471	0.0231
6	0.200	1.575	1.375	131.60	2.683	0.0229

**Tabla 2.3** Datos obtenidos durante la calibración del orificio en tramo de accesorios, para 100 litros.El K promedio es 0.02323.



Figura 2.5 Curva del orificio, colocado en tramo de accesorios (para 100 litros.)

	Diferencia	de altura con	n M1 ( pies	Tiempo		K
N°		Hg)		medido	Q (pies $^3/s$ )	$(pies^{5/2}/s)$
de lectura	Ш1	u٦	AU.	en	10 <sup>-2</sup>	del
	111	112	$\Delta \Pi_1$	segundos		orificio
1	0.810	1.005	0.195	443.68	0.80	0.01812
2	0.785	1.015	0.230	435.47	0.81	0.01689
3	0.755	1.055	0.300	383.29	0.92	0.01680
4	0.655	1.185	0.530	302.93	1.17	0.01607
5	0.565	1.225	0.660	261.16	1.35	0.01662
6	0.480	1.320	0.840	228.58	1.55	0.01691
7	0.380	1.420	1.040	208.02	1.70	0.01667
8	0.275	1.530	1.255	174.19	2.03	0.01812
9	0.120	1.675	1.555	168.10	2.10	0.01684

Orificio	en	tubería	recta,	1/2":
----------	----	---------	--------	-------

**Tabla 2.4** Datos obtenidos durante la calibración del orificio en tubería de 1/2<sup>°</sup>, para 100 litros. El K promedio es 0.01700.



Figura 2.6 Curva del orificio, colocado en tramo de tubería 1/2" (para 100 litros).

Nº	Diferenc	ia de altura	a con M1	Tiempo	$O(nies^{3}/s)$	K (pies $^{5/2}$ /s)	
IN de lecture	( pies Hg)			medido	Q (pics 7s) $10^{-2}$	del orificio	
ue rectura	H1	H2	$\Delta H_1$	en segundos	10		
1	2.245	2.525	0.280	312.65	1.13	0.02134	
2	2.135	2.660	0.525	280.73	1.26	0.01738	
3	2.055	2.785	0.730	232.07	1.52	0.01778	
4	1.695	3.225	1.530	154.59	2.28	0.01843	
5	0.685	2.035	1.350	160.81	2.20	0.01893	
6	0.585	2.195	1.610	143.29	2.46	0.01939	
7	0.445	2.375	1.930	131.93	2.68	0.01929	
8	1.465	3.515	2.050	128.00	2.76	0.01928	
9	1.345	3.635	2.290	116.25	3.04	0.02009	
10	0.990	3.485	2.495	118.09	2.99	0.01893	
<b>Tabla 2.5</b> Datos obtenidos durante la calibración del orificio en tubería de 1 <sup>°</sup> , para 100 litros. El K promedio es 0.01908.							

Orificio en tubería recta, 1":



Figura 2. 7 Curva del orificio, colocado en tramo de tubería 1" (para 100 litros.)

2.3	<b>COSTOS EN MATERIALES</b>

CANT.	NOMBRE DEL BIEN	ESPECIFICA-	PRECIO	TOTAL
		CIONES	UNITARIO	
			(\$)	(\$)
13 pies	Tubo de cobre	1/4"	0.48	6.24
13 pies	Tubo de cobre	1/2"	1.66	21.58
13 pies	Tubo de cobre	1-1/8"	3.31	43.03
1	Tubo PVC 160 psi 2"	160 psi 2"	10.50	10.50
2	Camisa cobre reduc. $1/2x 3/8$	$\frac{1}{2}$ "x1/4"	0.55	1.10
2	Camisa cobre reduc.	1-1/8"x1/2"	1.75	3.50
4	Tee de cobre	1/2"	1.66	6.64
2	Tee de cobre	1-1/8"	3.88	7.76
2	Tee de PVC	2"	4.68	9.36
2	Codos PVC	2"	3.05	6.10
6	Codos de cobre	1-1/8"	1.13	6.78
2	Válvulas dePaso bola soldar	1-1/8	40.98	81.96
1	Bomba centrífuga	1/2 HP	250.00	250.00
2	Lamina de hierro negro	2x1 m, 1/16"	31.50	31.50
1	Adaptador macho PVC	1-1/4"	0.41	0.41
1	Pegamento	ES 508	2.00	2.00
1	Anillo oring	11/16 <sup>°°</sup> x13/16 <sup>°°</sup> x1/16	0.11	0.11
4	Anillo oring	5/8 <sup></sup> x3/4 <sup></sup> x1/16 <sup></sup>	0.11	0.44
2	Abrazaderas p/mang.ac.inox.	2	0.35	0.70
2	Abrazaderas p/mang.ac.inox.	3	0.50	1.00

2	Niple galvanizado t/rosca	1"	0.35	0.70
<sup>1</sup> / <sub>2</sub> metro	Manguera hule y lona para	2-1/2"	23.00	12.50
	agua			
2	Esponja p/albañil		0.15	0.30
1plg	Lija 3m de agua	320USA	0.70	0.70
<sup>1</sup> / <sub>2</sub> metro	Tubo pvc 160psi	1-1/4"	1.31	0.66
1	Unión cople pvc	1-1/4"	0.39	0.39
20	Grifo bronce compresión	1/4	5.20	104.00
2	Rodo gir. Rueda nylon RGN	2	2.00	4.00
4	Prisionero allen r. o	1/8x3/16"	0.05	0.20
5 RLL.	Cinta teflón	$\frac{1}{2}$ x12 metros	0.25	1.25
1	Llave allen chesco	1/16"	0.23	0.23
2	Pegamento devcon 2Ton		2.95	5.90
	transp.			
2	Camisa soldable cobre	1-1/8"	1.20	2.40
4 pies	Tubo cobre rígido	1-1/8"	3.7431	14.97
1 libra	Varilla Tig acero inoxidable	1/16 <sup>°°</sup> x36 <sup>°°</sup>	3.19	3.19
2	Adaptador cobre macho	1-1/8"x1" NPT	3.90	7.80
11	Grapa conduit	1"	0.20	2.20
4	Grapa conduit	3/4.	0.15	0.60
1	Camisa cobre reductor	$\frac{1}{2}$ x3/8"R	0.55	0.55
20	Conector m.bron.comp.	<sup>1</sup> / <sub>4</sub> "x1/8" NPT	0.85	17.00
2	Unión universal PVC	1" C/R	2.00	4.00
1	Pegamento	4 minutos	4.00	4.00
8	Anillo o`ring	4mmx63mm	1.70	13.60
1	Válvula de compuerta	R.W. 125 <sup>3</sup> / <sub>4</sub> "	17.90	17.90
	Pernos de diferentes medidas			20.00
2	Conectores	Scotchlok amarillo	0.21	0.42
2	Conectores	Scotchlok rojo	0.32	0.32
1	Broca de titanio Hanson	1/8"	2.85	2.85
1	Silicon transparente	3 oz./70ml	1.50	1.50
1	Silicon rojo	3 oz./70ml	2.00	2.00
	Pinturas y solventes			118.00
Total				854.84

 Tabla 2.6 Costos en materiales.

A continuación se presenta la fotografía del banco de pérdidas habilitado



Figura 2.8 Fotografía del banco para determinar pérdidas de energía habilitado.

# CAPITULO III: PROPUESTAS DE DISEÑOS DE GUÍAS PARA PRÁCTICAS DE LABORATORIO Y MANTENIMIENTO MÍNIMO.

Para que todo tipo de banco de tuberías y accesorios se mantenga en buenas condiciones, es necesario realizar reviciones y reparaciones de fallas encontradas, de manera periódica con el tiempo necesario de anticipación a una práctica de laboratorio. En este capítulo se presenta una propuesta de diseño de guías de laboratorio con la finalidad de ofrecer una orientación sobre la realización de las distintas prácticas de laboratorio. También se presenta una propuesta de estructura de reporte, que los estudiantes deben presentar al docente, con fines de evaluación.

Para lograr mantener el buen estado del banco es necesario contar con un manual de mantenimient minimo y otro de operación, para evitar los inconvenientes citados.

# 3.1 PROPUESTA DE DISEÑO DE GUIAS DE LABORATORIO

A continuación, se presentan las guías de laboratorios que se pretende utilizar en las prácticas que realicen los estudiantes, estas contienen un desarrollo 1ógico-estructural, de los pasos a seguir para la experimentación del fenómeno estudiado.

La estructura contiene los siguientes elementos:

- a. Tema
- b. Objetivos específicos
- c. Equipo utilizado
- d. Introducción
- e. Pre-laboratorio
- f. Procedimiento
- g. Datos
- h. Ecuaciones a utilizar

El contenido es el resultado de una investigación bibliográfica y de la observación, con el objeto de enfocar el fenómeno y poder estudiarlo en condiciones de laboratorio para tener dominio de las variables que intervienen.

# 3.1.1 Práctica nº 1: determinación de pérdidas primarias en tuberías

# **Objetivos:**

- 1. Establecer la dependencia de las pérdidas primarias en tuberías del caudal que por ellas fluye.
- 2. Establecer la relación entre las pérdidas primarias en tuberías y la velocidad del fluido.
- 3. Establecer la relación entre las perdidas primarias y el diámetro de la tubería.
- Establecer la congruencia o incongruencia de los resultados con la ecuación de Darcy-Weisbach.
- Construir un de f vrs. El número de Reynolds (f es calculado usando los resultados del laboratorio y la ecuación de Darcy-Weisbach.

# **Equipo Utilizado**

- Banco para determinar perdidas en tuberías y accesorios
- Cronómetro
- Termómetro

# Introducción.

El principal objetivo de este laboratorio, es determinar las pérdidas primarias en tuberías y su dependencia de la velocidad del fluido y del diámetro de la tubería.

Las pérdidas primariás de energía son aquellas que se presentan en segmentos de tubería rectos o con radio de curvatura muy grande ( $R_{curvatura}$ >>D), de área de sección constante.

Para una tubería recta de sección uniforme horizontal, las pérdidas de energía están representadas por la diferencia de presión entre dos puntos de la tubería, así

$$H_{fp} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma}$$

Esta pérdida de presión produce un aumento de la energía interna del fluido.

En flujo turbulento, las pérdidas de energía  $H_{fp}$ , debidas a la fricción en una tubería recta de área constante, depende de diámetro de la tubería, la longitud, la rugosidad, la velocidad media del flujo, la densidad y viscosidad del fluido, lo que expresado en forma funcional es:

$$H_{fp} = H_{fp}(D, L, e, V, \rho, \mu)$$

Recurriendo a la experimentación para determinar la forma de la relación funcional, llegamos a la expresión:

$$H_{fp} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación de Darcy-Weisbach.

La variable *f* representa el factor de fricción, el cual debe ser determinado experimentalmente y, estando en presencia de flujo laminar completamente desarrollado se puede calcular a partir de la ecuación de Blasius:

$$f = \frac{64}{R_e}$$
, (flujo laminar)

#### **Pre-laboratorio**

- 1. ¿De qué factores depende el coeficiente de pérdidas f?
- 2. ¿Qué entiende por pérdidas de carga en tuberías?
- ¿Existe alguna relación entre las pérdidas de carga en una tubería y el tipo de material de que estas están construidas? Explique.
- 4. Describa el procedimiento para la determinación del caudal utilizando el método volumétrico.

5. Describa el procedimiento para la determinación del caudal utilizando un orificio medidor de bordes afilados.

# Descripción del aparato

En la siguiente figura se muestra el circuito hidráulico de cinco tuberías en paralelo, que utiliza una bomba centrífuga para impulsar el fluido y un reservorio para captación del mismo. La longitud del tramo de tubería en estudio es de 8 pies, en cada uno de los extremos del tramo existen tomas de presión, ésta es registrada por manómetros del tipo Bourdon en la tubería de 1/8" de diámetro y cuyas lecturas se obtienen en forma directa de manómetros tipo Bourdon con su escala en psii. En las tuberías de 1/2", 1" y 2" por manómetros diferenciales de columna de agua y de mercurio, con graduaciones en décimas de pie; existe también un manómetro diferencial tipo Bourdon que proporciona las lecturas en metros de columna de agua y el cual se encuentra instalado en el orificio medidor, de la tubería de 1".

Para determinar el caudal circulando en cualquier momento se utilizan dos tipos de métodos, así: En la tubería de 1/8" el caudal se obtiene midiendo el tiempo que transcurre en llenar un depósito hasta un volumen preestablecido, esto se conoce como el método volumétrico de medición de caudal (Q = Volumen/tiempo); en las restantes tuberías el caudal se determina mediante la utilización de orificios medidores de caudal, previamente calibrados y la diferencia de presión que se genera entre un punto que está ubicado a un diámetro interno de la tubería, aguas arriba y medio diámetro interno de la tubería, aguas arriba y medio diámetro interno de la tubería, aguas

$$Q = K \sqrt{\Delta h}$$

Donde si:

Q: caudal [pies<sup>3</sup>/seg]

*K*: constante del orificio medidor [pies<sup>5/2</sup>/seg],

 $\Delta h$ : diferencia de presiones [pies de columna de agua].

Este cálculo proporciona una medida del caudal circulando por una tubería específica. Para determinar la diferencia de presiones se utilizan anillos piezométricos a ambos lados del orificio medidor y el coeficiente del orificio es una constante conocida.

Los caudales pueden variarse accionando las válvulas de compuerta existentes al final de las tuberías de prueba.

La bomba se pone en funcionamiento mediante el accionamiento de dos interruptores conectados eléctricamente en serie, localizados en la base del panel.



Figura 2.9 Circuito hidráulico del banco habilitado.

# Procedimiento

Para poner en marcha el sistema se debe asegurar que las válvulas V2, V5, V6, V7 y V8, estén cerradas y las válvulas V1, V3 y V9, completamente abiertas.

Ponga en funcionamiento la bomba, cierre la válvula V9, luego ajuste el sistema de tal forma que el agua descargada llene completamente la tubería de 2" de diámetro (cerrando lenamente la valvula V3 pero sin cerrarla completamente), y espere hasta que el aire de las tuberías sea desalojado (pequeñas burbujas de aire no afectan el experimento).

#### Determinación de pérdidas de energía en tubería de 1 pulgada de diámetro.

Asegurese que las tomas del orificio medidor de esta tubería estan conectadas a un manómetro diferencial ( se recomienda un manómetro de mercurio) y que la tomas en las que se mide la pérdida de presión en la misma tubería este conectada a el manómetro de agua.

Abra completamente la válvula 6, y comience a cerrar la válvula V3, hasta obtener la "lectura máxima permitida" en el manómetro que se encuentra conectado el orificio medidor de esta tubería (1"), para esta situación se harán las primeras lecturas. Para obtener las restantes lecturas comience a aumentar la abertura de la valvula V3 hasta que las lecturas suscesivas del manómetro conectado al orificio se reduzcan en 0.1 pie de columna, hasta que la válvula esté completamente abierta. Obtener por lo menos seis datos de pérdidas de presión en ambos manómetros para trazar posteriormente, la gráfica de pérdidas de energía contra caudal de la tubería en estudio.

Al terminar de tomar las lecturas, asegúrese de abrir completamente la válvula 3 y cerrar la válvula 6.

# Determinación de pérdidas de energía en tubería de 1/2 pulgada de diámetro.

El Procedimiento es similar al realizado para determinar las pérdidas en la tubería de 1 pulgada. Teniendo la válvula V3 y V7, completamente abiertas, proceda a cerrar la válvula V3, esto hará que el caudal se desvíe hacia la tubería de prueba, hasta obtener la máxima
lectura posible en el manómetro diferencial de mercurio, que registra las diferencias de presión en el orificio medidor de la tubería de prueba, en ese momento comience a tomar las primeras lecturas de los manómetros que registran las diferencias de presión, entre la toma aguas arriba y aguas abajo del orificio medidor; abrir lentamente la válvula V3, obteniendo decrementos de presión en el manómetro de mayor lectura.

Realizar por lo menos seis lecturas hasta que la válvula V3 esté comp1etamiente abierta nuevamente.

Al final, cerciórese de abrir completamente la válvula V3 y cerrar completamente la válvula V7.

#### Determinación de pérdidas de energía en la tubería de 1/8 de pulgada de diámetro.

En la parte posterior del panel existe una toma de agua, que puede cerrarse por medio de la válvula V2. En las pruebas anteriores ha permanecido cerrada, ahora se procederá a abrirla completamente, de esta forma parte del caudal entregado por la bomba centrífuga puede derivarse hacia la tubería de prueba de 1/8 de pulgada de diámetro.

Debido a que la válvula V8, dispuesta al final de la tubería de prueba de 1/8 de pulgada de diámetro esta cerrada, los manómetros colocados en las tomas de presión registrarán la misma presión, que de no ser la máxima, se debe cerrar la válvula 3, hasta que los manómetros registren 54 PSI; en este punto, se comienza a tomar lecturas de presión, abriendo lentamente la válvula de 1/8 de pulgada, y para cada lectura tomar el tiempo de llenado de un volumen de agua determinado, y así, poder calcular el caudal circulando por la tubería de prueba.

Tomar por lo menos seis lecturas a diferentes aberturas de la válvula V8; al finalizar cerciórese de cerrar completamente la válvula V8 y dejar abierta la válvula V3.

A continuación se muestran algunas tablas necesarias para la toma de datos:

Nº de lectura	Difer con	encia de M1 (pies	presión, s H <sub>2</sub> O)	Diferen	cia de presión on M2 (pies	n en orificio, c. H <sub>g.</sub> )	Q (pie <sup>3</sup> /s)	Re	f Calc.	f Moody
	H1	H2	$\Delta H_1$	H1	H2	$\Delta H_2$				
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
Temperatura del a	agua:				·	•				

 Tabla 2.7 Toma de datos y análisis utilizando tubería recta de 1".

Nº de lectura	Difer	rencia de p 1 M1 (pies	presión, H <sub>2</sub> O)	Diferer	ncia de presión on M3 (pies c	en orificio, . Hg.)	Q (pie <sup>3</sup> /s)	Re	f Calc.	f Moody
	H1	H2	$\Delta H_1$	H1	H2	$\Delta H_2$				
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
Temperatura del a	gua:									

**Tabla 2.8** Toma de datos y análisis utilizando tubería recta de 1/2<sup>..</sup>.

Nº de lectura	Diferencia de presión, ra con manómetros de carátula		$\Delta P_1$ en pies de H <sub>2</sub> O	Volumen pie <sup>3</sup>	Tiempo Seg.	Q (pie <sup>3</sup> /s)	Re	f Calc.	f Moody	
	P1	P2	$\Delta P_1$	$\Delta H_1$						
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
Temperatura del a Diámetro de la pr	agua: obeta gradu	uada, para c	alcular su vol	umenpie.						

**Tabla 2.9** Toma de datos y análisis utilizando tubería recta de 1/8".

#### Ecuaciones a utilizar

Pérdidas primrias (Darcy Weisbach):  $h_{fp} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$ Caudal:  $Q = K \sqrt{\Delta H}$ 

En el informe final se deberá presentar lo siguiente:

- 1. Obtener los gráficos de  $H_f$  versus Q (Pérdidas versus Caudal) de cada una de las tuberías.
- 2. Obtener coeficiente de pérdidas (*f*) a partir de los datos obtenidos para cada una de las tuberías.
- Compare los coeficientes de pérdidas calculados con los proporcionados por el diagrama de Moody.
- 4. Basado en los resultados, ¿En qué tubería se obtienen las menores pérdidas y porqué?
- 5. ¿Por qué se consideran las tuberías de bronce y plexiglás (acrílico) como lisas?

#### 3.1.2 Práctica nº 2: determinación de pérdidas en accesorios

#### **Objetivos:**

- 1. Establecer la dependencia de las pérdidas en accesorios del caudal que por ellas fluye.
- 1 Establecer la relación entre las pérdidas secundariias y la velocidad del fluido.
- 2 Establecer la relación entre las perdidas primarias y el diámetro de la tubería.
- 3 Establecer la congruencia o incongruencia de los resultados con la teoría
- 4 Construir un gráfico de H<sub>fs</sub> vrs. Q

#### Equipo Utilizado

- Banco para determinar perdidas en tuberías y accesorios
- Cronómetro
- Termómetro

#### Introducción.

El principal objetivo de este laboratorio, es determinar las pérdidas secundarias en accesorios y su dependencia de la velocidad del fluido.

Las pérdidas secundarias de energía son aquellas que se presentan en los accesorios de las instalaciones hidráulicas, siendo el origen de estas el cambio de dirección que experimentan las partículas del fluido.

#### Descripción del aparato

En la siguiente figura se muestra el circuito hidráulico de cinco tuberías en paralelo, que utiliza una bomba centrífuga para impulsar el fluido y un reservorio para captación del mismo. La longitud del tramo de tubería en estudio es de 8 pies, en cada uno de los extremos del tramo existen tomas de presión, ésta es registrada por manómetros del tipo Bourdon en la tubería de 1/8" de diámetro y cuyas lecturas se obtienen en forma directa de manómetros tipo Bourdon con su escala en psii. En las tuberías de 1/2", 1" y 2" por manómetros diferenciales de columna de agua y de mercurio, con graduaciones en décimas de pie; existe también un manómetro diferencial tipo Bourdon que proporciona las lecturas en metros de columna de agua y el cual se encuentra instalado en el orificio medidor, de la tubería de 1".

Para determinar el caudal circulando en cualquier momento se utilizan dos tipos de métodos, así: En la tubería de 1/8" el caudal se obtiene midiendo el tiempo que transcurre en llenar un depósito hasta un volumen preestablecido, esto se conoce como el método volumétrico de medición de caudal (Q = Volumen/tiempo); en las restantes tuberías el caudal se determina mediante la utilización de orificios medidores de caudal, previamente calibrados y la diferencia de presión que se genera entre un punto que está ubicado a un diámetro interno de la tubería, aguas arriba y medio diámetro interno de la tubería, aguas arriba y medio diámetro interno de la tubería, aguas

$$Q = K\sqrt{\Delta h}$$

Donde:

Q: caudal [pies<sup>3</sup>/seg]

*K*: constante del orificio medidor [pies<sup>5/2</sup>/seg],

 $\Delta h$ : diferencia de presiones [pies de columna de agua].

Este cálculo proporciona una medida del caudal circulando por una tubería específica. Para determinar la diferencia de presiones se utilizan anillos piezométricos a ambos lados del orificio medidor y el coeficiente del orificio es una constante conocida.

Los caudales pueden variarse accionando las válvulas de compuerta existentes al final de las tuberías de prueba, ver la siguiente figura.

La bomba se pone en funcionamiento mediante el accionamiento de dos interruptores conectados eléctricamente en serie, localizados en la base del panel.

Abra completamente las válvulas V4 y V5, y comience a cerrar la válvula V3, hasta obtener una lectura máxima en el manómetro diferencial de tubo piezométrico, colocado en el orificio medidor de caudal correspondiente a esta línea de tubería de 1-1/8" de diámetro, válvulas y accesorios; cierre despacio la válvula V5, obteniendo diferencias de presión en alturas de 0.01 pies de columna de Mercurio, en dicho manómetro, hasta que la válvula esté completamente cerrada. Obtener por lo menos diez datos de pérdidas de presión en los manómetros, para trazar posteriormente la gráfica de pérdidas de energía contra caudal de las válvulas y accesorios en estudio.

Al terminar de tomar las lecturas, asegúrese de abrir completamente la válvula V3 y cerrar la válvula V5.

Para obtener las pérdidas de energía en el fluido cuando circula a través de accesorios y válvulas, se resta la caída de presión que ocurre en quince diámetros internos de tubería recta de la caída de presión que se produce entre dos tomas piezométricas consecutivas, dejando el accesorio o válvula entre estas, según cuál sea al que se le quiera determinar la pérdidas que produce.



Figura 2.10 Circuito hidráulico del banco habilitado.

Los manómetros se han rotulado de la siguiente manera:

- M1: manómetro diferencial con agua (pies de H<sub>2</sub>O).
- M2: manómetro diferencial con mercurio (pies de Hg.).
- M3: manómetro diferencial con mercurio (pies de Hg.).
- M4: manómetro diferencial con agua, inclinable (pies de H<sub>2</sub>O).
- M5: manómetro diferencial tipo bourdon (de carátula) (metros de H<sub>2</sub>O).

#### Procedimiento

Para determinar las pérdidas en accesorios se mide la caída de presión en el accesorio (lo que incluye un segmento de tubería de longitud igual a 15 diámetros) y la caída de presión en una longitud de 15 diámetros de tubería restando después estos resultados.

Constuir un gráfico  $\Delta P$  contra caudal para cada accesorio, para eso a continuación se ofrece una propuesta de tablas para recolectar la información necesaria:

#### Determinación del perfil de velocidades en tubería de 2 pulgadas de diámetro.

Cerciorarse que las válvulas, V2, V5, V6, V7 y V8 estén cerradas y las válvulas V9,V1 y V3 completamente abiertas; luego proceder a tomar lecturas en el manómetro inclinable, sin variar la abertura de la válvula V3; una de las columnas (la conectada al tubo de Pitot), proporciona la altura total del fluido $(p/\gamma + V^2/2g)$ , mientras que la otra columna proporciona la presión estática del fluido, la diferencia entre ellas proporciona la carga de velocidad ( $V^2/2g$ ), a la que se conduce el fluido. Variando la posición del tubo de Pitot desplazarle, desde la vecindad de la pared del tubo y dirigiéndose hacia el centro del mismo. Realizar por lo menos 6 lecturas en diferentes puntos. Verifique el caudal, utilizando para ello el método del orificio medidor.

Efectúe el procedimiento anterior, disminuyendo la abertura de la válvula V3.

Al finalizar, apagar la bomba y cerciorarse de cerrar todas las válvulas, excepto la válvula V3, que debe quedar completamente abierta.

Nº de	Difere con ]	encia de en 15D M1 (pies	presión , s H <sub>2</sub> O)	Diferencia o 45º	$\Delta P_{codo}$	Diferencia de altura en orificio con M3 (pies Hg)			Q $(m^{3/s})$		
lectura	H1	H2	$\Delta P_1$	H1	H2	$\Delta P_2$	$\Delta P_2$ - $\Delta P_1$	H1	H2	$\Delta H_3$	
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
Temperatu	ra del ag	ua:	•				•		•		<u>.</u>

Tabla 2.10 Toma de datos y análisis en codo de 45°.

Nº de	Diferenc	ia de presid M1 (pies )	ón en 15D, H <sub>2</sub> O)	Diferenci codo 9	$\Delta P_{codo}$	Diferenc co	a en orificio 5 Hg)	Q $(m^{3/s})$			
lectura	H1	H2	$\Delta P_1$	H1	H2	$\Delta P_2$	$\Delta P_2$ - $\Delta P_1$	H1	H2	$\Delta H_3$	(111 / 5)
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
Temperatu	ra del agua	•									

Tabla 2.11 Toma de datos y análisis en codo de 90°.

Nº de	Difere con l	encia de en 15D M1 (pies	presión , s H <sub>2</sub> O)	Diferencia de globo	$\Delta P_{V4}$ Diferencia de altura en orificio con M3(pies Hg)			a en orificio Hg)	Q $(m^{3/s})$		
loctura	H1	H2	$\Delta P_1$	H1	H2	$\Delta P_2$	$\begin{array}{c} \Delta P_2 - \\ \Delta P_1 \end{array}$	H1	H2	$\Delta H_3$	(111 / 5)
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
Temperatu	ra del ag	gua:	-	·		•					

 Tabla 2.12
 Toma de datos y análisis en válvula de globo (V4).

Nº de	Difere 15D, c	encia de pr con M1 (pi	esión en ies H <sub>2</sub> O)	Diferencia d de compue	e presión en 15 rta (V5), con 1	5D más válvula M2 (pies Hg)	$\Delta P_{V5}$	Diferencia de altura en orificio con M3(pies Hg)			Q $(m^{3/s})$
lectura	H1	H2	$\Delta P_1$	H1	H2	$\Delta P_2$	$\Delta P_2$ - $\Delta P_1$	H1	H2	$\Delta H_3$	
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
Temperatu	ıra del agu	ia:									•

 Tabla 2.13
 Toma de datos y análisis en válvula de compuerta (V5).

#### Datos.

La siguiente tabla muestra los datos, de las distintas tuberías, del banco de pruebas.

Diámetro nominal de tubería (pulg.)	Distancia entre anillos piezométricos en tubería (pies)	Distancia entre anillos piezométricos en orificios (pulg.)	Coeficientes <i>K</i> de orificios	Tipo de manómetro a usar
1/8	8			Bourdon
1/2	8	3/8	0.01700	Dif. Hg.
1	8	1-5/8	0.01908	Dif. Hg.
1 (accesorios)		1.654	0.0235	Dif. Hg.
2	8	3	0.0440	Dif. H <sub>2</sub> O.

Tabla 2.14 Características de las tuberías en estudio.

#### Ecuaciones a utilizar.

Pérdidas secundarias: 
$$h_{fs} = K \frac{v^2}{2g}$$

Caudal:  $Q = K\sqrt{\Delta H}$ 

En el informe final se deberá presentar lo siguiente:

- 1. Obtener los gráficos de  $H_f$  versus Q (Pérdidas versus Caudal) de cada una de las tuberías.
- 2. Obtener coeficiente de pérdidas (*f*) a partir de los datos obtenidos para cada una de las tuberías.
- Compare los coeficientes de pérdidas calculados con los proporcionados por el diagrama de Moody.
- 4. Basado en los resultados, ¿En qué tubería se obtienen las menores pérdidas y porqué?

5. ¿Por qué se consideran las tuberías de bronce y plexiglás (acrílico) como lisas?

#### 3.2 PROPUESTA DE DISEÑO DE ESTRUCTURA DE REPORTE.

Para facilitar el aprendizaje y asimilación de los conceptos como también para unificar la presentación de un reporte de laboratorio, es necesario trabajar en grupos, poniendo en práctica las siguientes recomendaciones:

- Antes de presentarse a una práctica, estudie cuidadosamente la guía de laboratorio, principalmente en lo esencial de la experiencia y el procedimíento a seguir, si tiene duda consulte con su instructor de laboratorio.
- Antes de iniciar la práctica, revise el equipo entregado, observando que coincida con el descrito en la guía; si dicho equipo funciona con energía eléctrica, revise cuidadosamente la instalación.
- Anote todos los datos obtenidos en la casilla respectiva de la tabla correspondiente, además anote todas las observaciones necesarias, que a su juicio considere nencesarios para la complementación del reporte.
- Discuta con sus compañeros de grupo el procedimiento y resultados obtenidos durante la práctica.

La elaboración del reporte queda a criterio del estudiante, quien debe contar con herramientas gramaticales, ortográficas y de redacción, muy necesarias en la presentación de un trabajo científico; además, en la elaboración del reporte se segirá una guía que deberá contener los siguientes elementos:

#### I. PORTADA

Constituye la primera página del reporte y tendrá un formato como el siquiente:

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA DEPARTAMENTO DE SISTEMAS FLUIDOMECÁNICOS MECÁNICA DE LOS FLUIDOS



TITULO DE LA PRÁCTICA: GRUPO DE LABORATORIO: INTEGRANTES: INSTRUCTOR:

Ciudad universitaria, fecha de entrega.

#### II. INDICE

Consiste en especificar la manera en que se ordena el reporte, indicando la página donde comienza cada subtítulo.

#### III. OBJETIVOS

Se especifican en forma corta y clara, el estudiante debe plasmar el objetivo perseguido tanto en la realización de la práctica, como el del reporte de laboratorio. En estos objetivos se deja claro ¿qué hacer? ¿y para qué hacerlo?

#### IV. TEORÍA

Breve resumen de los conceptos aplicados al realizar la experimentación, y la solución de lo requerido en la guía de laboratorio.

#### V. MATERIAL, EQUIPO, Y APARATOS UTILIZADOS

Enumerar cada uno de los elementos utilizados en la realización de la práctica, agregando aún los no considerados en la guía de laboratorio, que a juicio del estudiante sean necesarios para el desarrollo del mismo.

#### VI. ESQUEMAS

Mostrar a grandes razgos, la disposición relativa del equipo a utilizar en el experimento, la forma teórica u observada y bajo qué condiciones se presentan los hechos.

#### VII. PROCEDIMIENTO

Consiste en redactar en forma sistemática el desarrollo del experimento. En la guía del laboratorio, aparece descrito el procedimiento, pero este puede variar debido a variables no consideradas al rnomento de realizar la práctica, por lo que estas variantes deben ser consideradas en la redacción.

#### VIII. TABULACIÓN DE LOS DATOS OBSERVADOS Y CALCULADOS

Se debe presentar ordenadamente los datos y cálculos obtenidos del experimento, en una tabla que debe ser titulada y enumerada, al final de ella debe especificarse la manera en que se obtuvieron los datos observados y qué ecuaciones se utilizan para los cálculos obtenidos.

#### IX. GRÁFICOS

Estos deben mostrar las variables relacionadas según lo requerido en la guía de laboratorio, para poder inferir conclusiones del comportamiento del fenómeno. Se debe tener cuidado en titular el qráfico, identificar las variables, señalar escalas utilizadas, señalar puntos críticos o de importancia en la cjráfica.

#### X. CONCLUSIONES

Es el espacio donde se realiza el análisis del trabajo expuesto en los objetivos; en esta parte, se incluyen las preguntas y respuestas planteadas en la guía.

#### XI. RECOMENDACIONES

En esta parte se plasmará qué partes de la guía resultaron inadecuadas, ya sea por su dificultad o falta de claridad u otros motivos, recomendaciones que deberán ser superadas para futuras prácticas.

#### XII. REFERENCIAS

Esta debe contener un listado de los libros, revistas, folletos u otro tipo de material consultado (entrevistas a personas sobre el tema) para la elaboración del informe.

#### 3.3 MANUAL PARA MANTENIMIENTO MÍNIMO DEL SISTEMA.

- Para revisar la bomba hidráulica y resanar fugas en la parte posterior del banco:
  - a. Desconecte el cable de alimentación de energía eléctrica, de la bomba hidráulica.
  - b. Desmonte la bomba hidráulica, quitando primero los cuatro pernos colocados en la parte inferior a esta. Desmonte las abrasaderas con desarmador plano o cruz, según sea el tipo de tornilo sin fin, para extraer las uniones de mangera hulelona, numeradas como 3, 14 y 25; luego desenrroscar los acoples de la manguera de 3/8<sup>°°</sup> de nylon (ubicada en la parte trasera del banco), para extraer esta y luego poder extraer la bomba.
  - c. Ahora puede hacer las reparaciones necesarias en la parte posterior del banco, verificar el buen estado del motor eléctrico y del rodete de la bomba hidráulica.
- Para revisar y resanar fugas en la tubería de cobre:
  - a. Realizar los pasos a y b, anteriores.
  - b. Desmontar la tubería de acrílico
  - c. Extraer todas las grapas que sostienen a la tubería de cobre, para resanarla.

 d. Utilice una mezcla de agua y bicarbonato para limpiar la tubería de cobre así como los orificios piezométricos.

#### 3.4 MANUAL DE OPERACIÓN.

Antes de poner en marcha el sistema se debe asegurar que las válvulas V2, V5, V6, V7 y V8, estén cerradas y las válvulas V1, V3 y V9, completamente abiertas.

Ponga en funcionamiento la bomba, y ajuste el sistema de tal forma que el agua descargada llene completamente la tubería de 2" de diámetro, y espere hasta que el aire de las tuberías sea desalojado (pequeñas burbujas de aire no afectan el experimento).

Haga llegar a las máximas lecturas de los manómetros diferenciales, con el cuidado de no expulsar el mercurio, cerrando la válvula V9 y si es necesario comience a cerrar la válvula V3.

Para realizar prácticas en el resto de tuberías, es necesario abrir la válvula ubicada en la línea de interés y luego comenzar a cerrar la válvula V3 con cuidado en los manómetros diferenciales, hasta obtener las máximas lecturas y apartir de ahí comenzar a tomar lectura de los datos. Para obtener otra lectura se cierra la válvula V3, observando la disminución en la caída de presión, hasta obtener los datos propuestos.

## CONCLUSIONES

- Se determinó que las causas principales del deterioro se debió a la falta de un mantenimiento adecuado.
- La armazón metálica traslada la carga estática de las tuberías, estén llenas o no de agua, por medio de las abrazaderas a un sistema fijo de soporte que no permite el pandeo o fractura de las tuberías, así mismo la vibración de la bomba no afecta al montaje de las tuberías, por lo que no hay que temer los efectos de las cargas dinámicas.
- Es posible construir dispositivos de medición de caudal para líquidos como los orificios siguiendo la norma VDI, y realizando después su calibración por el m'étodo volumétrico.
- El banco proporciona resultados congruentes con la teoría, si se siguen las instrucciones de uso y mantenimiento.

### RECOMENDACIONES

- Aplicar cada tres meses rutinas de revisión en el sistema de arranque del motor y
  controlar la presencia y progreso de las fugas cada vez que se trabaje con el banco,
  así como para mantener la estética de este. Estar atentos a descascaramientos de
  pintura para realizar las reparaciones necesarias.
- No dejar el mercurio en los manómetros diferenciales por más de tres meses, no solo para evitar las pérdidas del recurso, sino, para mantener la transparencia de los tubos y posibilitar en los periodos de mantenimiento, la limpieza interna de estos.
- Tratar el agua y cambiarla periódicamente, para evitar la formación de sedimentos y obstrucción de orificios piezométricos.
- Comprar un medidor de caudal digital, el cual sería utilizado para calibración de los orificios.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Irving H. Shames Mecánica de Fluidos Tercera edición. 1995 McGraw-Hill

Victor L. Streeter y E.Benjamin Wyle Mecánica de los Fluidos Octava edición (tercera en español). 1988 McGraw-Hill

Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers Seventh Edition 1966 McGraw-Hill Book Co., New York.

Preparado por: La División de Ingeniería de Crane Flujo de Fluidos en Válvulas, Accesorios y Tuberías 16ª Edición McGraw-Hill

#### Direcciones electrónicas:

www.vago.es

www.elrincondelvago.com

www.mundosedna.com

www.ITT.com

www.wikipedia.com

# ANEXOS

# ANEXO A:

# TABLAS Y FIGURAS

Temp. °C	Peso cspecífico / N/m <sup>3</sup>	Densidad p kg/m <sup>3</sup>	Viscosidad $\mu \times 10^3$ , N·s/m <sup>2</sup>	Viscosidad cinemática $\nu \times 10^{6}$ m <sup>2</sup> /s	Tensión superficial $\sigma \times 10^2$ , N/m	Carga de presión de vapor $p_v/\gamma *$ m	Módulo de elasticidad volumétrica $K \times 10^{-7}$ , N/m <sup>2</sup>
0	9806	999.9	1.792	1.792	7.62	0.06	204
5	9807	1000.0	1.519	1.519	7.54	0.09	206
10	9804	999.7	1.308	1.308	7.48	0.12	211
15	9798	999.1	1.140	1.141	7.41	0.17	214
20	9789	998.2	1.005	1.007	7.36	0.25	220
25	9778	997.1	0.894	0.897	7.26	0.33	222
30	9764	995.7	0.801	0.804	7.18	0.44	223
35	9749	994.1	0.723	0.727	7.10	0.58	224
40	9730	992.2	0.656	0.661	7.01	0.76	227
45	9711	990.2	0.599	0.605	6.92	0.98	229
50	9690	988.1	0.549	0.556	6.82	1.26	230
55	9666	985.7	.0.506	0.513	6.74	1.61	231
60	9642	983.2	0.469	0.477	6.68	2.03	228
65	9616	980.6	0.436	0.444	6.58	2.56	226
70	9589	977.8	0.406	0.415	6.50	3.20	225
75	9560	974.9	0.380	0.390	6.40	3.96	223
80	9530	971.8	0.357	0.367	6.30	4.86	221
85	9499	968.6	0.336	0.347	6.20	5.93	217
90	9466	965.3	0.317	0.328	6.12	7.18	216
95	9433	961.9	0.299	0.311	6.02	8.62	211
100	9399	958.4	0.284	0.296	5.94	10.33	207

A.1a Propiedades físicas del agua (en unidades del SI).

\*  $\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$ .

Temp. °F	Peso específico γ lb/ft <sup>3</sup>	Densidad P Slugs/ft <sup>3</sup>	Viscosidad $\mu \times 10^5$ , lb·s/ft <sup>2</sup>	Viscosidad cinemática $\nu \times 10^5$ ft <sup>2</sup> /s	Tensión superficial $\sigma \times 10^2$ , lb/ft	Carga de presión de vapor $p_v/\gamma^*$ ft	Módulo de elasticidad volumétrica $K \times 10^{-3}$ , $lb/in^2$
32	62.42	1.940	3.746	1.931	0.518	0.20	293
40	62.42	1.940	3.229	1.664	0.514	0.28	294
50	62.42	1.940	2.735	1.410	0.509	0.41	305
60	62.35	1.938	2.359	1.217	0.504	0.59	311
70	62.29	1.936	2.050	1.059	0.500	0.84	320
80	62.22	1.934	1.799	0.930	0.492	1.17	322
90	62.13	1.931	1.595	0.826	0.486	1.61	323
100	62.00	1.927	1.424	0.739	0.480	2.19	327
110	61.87	1.923	1.284	0.667	0.473	2.95	331
120	61.71	1.918	1.168	0.609	0.465	3.91	333
130	61.55	1.913	1.069	0.558	0.460	5.13	334
140	61.39	1.908	0.981	0.514	0.454	6.67	330
150	61.19	1.902	0.905	0.476	0.447	8.58	328
160	61.00	1.896	0.838	0.442	0.441	10.95	326
170	60.81	1.890	0.780	0.413	0.433	13.83	322
180	60.58	1.883	0.726	0.385	0.426	17.33	313
190	60.36	1.876	0.678	0.362	0.419	21.55	313
200	60.10	1.868	0.637	0.341	0.412	26.59	308
212	59.84	1.860	0.593	0.319	0.404	33.90	300

# A.1b. Propiedades físicas del agua (unidades USC).

\*  $\gamma = 62.4 \text{ lb/ft}^3$ 



A.2a. Rugosidad relativa y factor de fricción para flujo en régimen de turbulencia total (SI).

(La 'ugosidad absoluta g en milímetros)



A.2b. Rugosidad relativa de los materiales de las tuberías y factor de fricción para flujo en régimen de turbulencia total.

157

A.3 Factores de fricción para cualquier tipo de tubería comercial.

\*9°° , 3<sup>20</sup> . 300 . 300 . 500° and a see and and .80 ್ಕೆ 8 10 20 36 80 100 0.1 DIL ZONA TURBULENTA .09 CRITICAL ZONA LAMINAR .08 TUBERIAS RUGOSAS URBULENCIA TOTAL. TITTTTT ++ .05 .07 .04 .06 .03 .05 HH .02 .015 TT 111 .04 H ...... .01 300. 1 **···** 300. Factor de т .03 Rugcsidad rozamiento .... .004 relativa h, .02 e +  $\left(\frac{\overline{L}}{D}\right) \frac{v^2}{2\kappa_i}$ .002 d ŦĦ 1111 02 NIT .001 .0008 Ш 3000. TT .0004 PIAS .015 [[[ 11 .0002 П 0003 11 П .00005 .01 111 Ш .009 ПТ .00001 11 .008 4 5 6  $\frac{8\ 10^7}{\frac{e}{d}} = .000,001 \frac{e}{d} - .000,005$ 102 2 3 8 10\* 8 10\* 2 3 4 56 4 5 6 8 10\* 2 3 2 3 4 5 5  $Re = Número de Reynolds = \frac{dv_{\mu}}{\mu}$ 

Valores de [vd] para agua a 15°C (velocidad en m/s × ciámetro en mm)

#### A.4. TABLA DEL FACTOR "K" (página 1 de 4).

Coeficientes de resistencia (K) válidos para válvulas y accesorios.

K está basado en el uso de las tuberías con cuyos números de cédula se dan en la página 98 FACTORES DE FRICCIÓN PARA TUBERÍAS COMERCIALES, NUEVAS, DE ACERO, CON FLUJO EN LA ZONA DE TURBULENCIA TOTAL.

Diámetro	տա	15	20	25	32	40	50	65,80	100	125	150	200,250	300400	450-600
Nominal	pulg	1/2	3⁄4	ļ	1¼	1½	2	21/2, 3	4	5	6	8:10	12-16	18-24
Factor de fricción (f	f <sub>7</sub> )	.027	.025	.023	.022	.021	.019	.018	.017	.016	.015	.014	.013	.012

#### FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DEL FACTOR "K" PARA VÁLVULAS Y ACCESORIOS CON SECCIONES DE PASO REDUCIDO

Formula 1  

$$K_2 = \frac{0.8 \left( \sin \frac{\theta}{2} \right) (1 - \beta^2)}{\beta^4} = \frac{K_2}{\beta^4}$$

Fórmula 2

$$K_{2} = \frac{0.5 (1 - \beta^{2}) \sqrt{\sin \frac{\theta}{2}}}{\beta^{4}} = \frac{K_{1}}{\beta^{4}}$$

Fórmula 3  

$$K_2 = \frac{2.6 \left( \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right) (1 - \beta^2)^2}{\beta^4} K_1$$

Fórmula 4

$$K_2 = \frac{(1-\beta^2)^2}{\beta^4} = \frac{K_1}{\beta^4}$$

Fórmula 5

$$K_2 = \frac{K_1}{\beta^4} +$$
Fórmula 1 + Fórmula 3

$$K_{2} = \frac{K_{1} + \sin\frac{\theta}{2} \left[ 0.8 \left( 1 - \beta^{2} \right) + 2.6 \left( 1 - \beta^{2} \right)^{2} \right]}{\beta^{4}}$$

Fórmula 6  $K_{2} = \frac{K_{1}}{\beta^{4}} + \text{Fórmula } 2 + \text{Fórmula } 4$   $K_{2} = \frac{K_{1} + 0.5 \sqrt{\text{sen} \frac{\theta}{2} (1 - \beta^{2}) t (1 - \beta^{2})^{2}}}{\beta^{4}}$ 

Fórmula 7

$$K_{2} = \frac{K_{1}}{\beta^{4}} t \beta \text{ (Fórmula 2 + Fórmula 4), cuando} \\ \theta = 180^{\circ}$$
$$K_{2} = \frac{K_{1} + \beta \left[ 0.5 \left( 1 - \beta^{2} \right) + \left( 1 - \beta^{2} \right)^{2} \right]}{\beta^{4}}$$

 $\beta = \frac{-1}{d_2}$  $\beta^2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{a_1}{a_2}$ 

El subíndice 1 define dimensiones y coeficientes para el **diámetro** menor. El subíndice 2 se refiere al diámetro mayor.

\*Úsese el valor de K proporcionado por el proveedor, cuando se disponga de dicho valor



45° <  $\theta_{.} ~ < 180^{\circ} \ldots K_{2}$  = Fórmula 2

ENSANCHAMIENTO BRUSCO Y GRADUAL

$$- (a, ) d, \theta d, (a, )$$

Si: 
$$\theta < 45^\circ$$
, ...,  $K_2 =$  Fórmula 3  
 $45^\circ < \theta < 180^\circ$ ,  $K_2 =$  Fórmula 4

#### A.4 TABLA DEL FACTOR "K" (página 2 de 4).

Coeficientes de resistencia (K) válidos para válvulas y accesorios.



#### A.4 TABLA DEL FACTOR "K" (página 3 de 4). Coeficientes de resistencia (K) válidos para válvulas y accesorios.



#### A.4 TABLA DEL FACTOR "K" (página 4 de 4). Coeficientes de resistencia (K) válidos para válvulas y accesorios.



#### A.5 Tipos de válvulas.



Válvula de globo convencional

Válvula de globo convencional con obturador guiado



Válvula angular de globo convencional



Válvula de globo, modelo en Y, con vástago a 45º



Válvula de ratanción convencional, de obturador oscilante



Válvula de retención y cierre, de paso recto



Válvula de retención de paso total con obturador oscilante



V**álvula** de retención γrcierre, de **paso** angular



Válvula de retención de **paso** recto, con obturador ascendente

## A.5 TIPOS DE VÁLVULAS (Continuación)



Válvula da compuerta da **CUÑA** (tapa atornillad.4



Válvula de mariposa da rendimiento alto



Válvula da compuerta de **cuña** flexible (tapa con sello a presión)



Válvula de retención de disco basculante



Válvula de mariposa sin bridas





Válvulas de pie tipos oscilante y ascendente





Lisvé de tres vías Vistas axterior v en sección

#### A.6. Coeficiente de flujo C para toberas.



**Ejemplo:** El coeficiente de flujo C para una relación de diámetros  $\beta$  de 0.60 con un núme-' ro de Reynolds de 20 000 (2 X 10<sup>4</sup>) es igual a 1.03.



Coeficiente de flujo C para orificios de cantos vivos\*.17







 $K_{\text{orificio}} \simeq rac{1-eta^2}{C^2eta^4}$ 


## ANEXO B:

## PLANOS

### ANEXO C:

# MANUAL DE BOMBA HIDRÁULICA



#### **Residential Water Systems**

### Goulds Pumps

JRS Shallow Well Jet Pumps 1/2, 3/4 and 1 HP (60 Hz) JRS5, JRS5H, JRS7 and JRS10





Goulds Pumps is a brand of ITT Corporation.

www.goulds.com

### Engineered for life

- **Compact:** Design has an integral shallow well jet built into the casing, which eliminates the need for a separate shallow well adapter.
- Serviceable:
- · Back pullout design allows disassembly of pump for service without disturbing piping.
- Two compartment motor for easy access to motor wiring and replaceable components.
- Nozzle clean out plug in pump casing.
- Corrosion resistant, engineered plastic tubing and fittings are easily removed for cleaning. Premium O-ring design fittings need only be hand tight to seal.
- O-ring casing seal.
- Drain Plug: For ease of winterizing and maintenance.
- Seal Housing: Engineered composite. Corrosion and abrasion resistant.
- Impeller: F.D.A. compliant, glass filled Noryl<sup>®</sup>. Corrosion and abrasion resistant.
- Diffuser (Guidevane): F.D.A. compliant, injection molded, food grade, glass filled Lexan® for durability and abrasion resistance.
- Tubing and Fittings: F.D.A. compliant engineered plastic is corrosion and U.V. resistant.
- Powered for Continuous Operation: Pump ratings are within the motor manufacturer's recommended working limits. Can be operated continuously without damage.
- Corrosion Resistant: Electro-coated paint process is applied inside and out, then baked on.
- Excellent Air Handling Ability: After initial priming the pump has the ability to reprime itself even when air gets into the system. Pumping resumes once the water level rises above the foot valve.



### **GOULDS PUMPS** Residential Water Systems

#### APPLICATIONS

- Specifically designed for:
- Homes
- Cottages
- Booster service

#### SPECIFICATIONS

- Pump:
- Pipe connections: 1¼" suction, 1" discharge.
  Pressure switch: AS4FX preset (30-50 PSI).

#### Motor:

- NEMA service factors.
- •60 Hz.
- $\frac{1}{\sqrt{2}}$  1 HP, 115/230 V capacitor start. Single phase.

#### COMPONENTS

Item No.	Description				
1	Nozzle				
2	Venturi				
3	Cast iron casing				
4	Separator plate				
5	Diffuser (Guidevane)				
6	Impeller				
7	Mechanical seal				
8	Motor				
9	Pressure switch				
10	Seal housing				

• 3500 RPM.

- Built-in overload with automatic reset.
- Stainless steel shaft.
- Rotation: clockwise when viewed from motor end.

Maximum temperature: 140°F.

#### SYSTEM COMPONENTS

**Basic Pump Unit:** Includes pump with integral shallow well jet (nozzle and venturi), motor, pressure switch and tubing.

#### AGENCY LISTINGS



**Canadian Standards Association** LR38549

Goulds Pumps is ISO 9001 Registered.

#### DIMENSIONS AND WEIGHTS

Order No. HP	шр		Wt (lbc)		
	nr -	Length	Width	Height	wit. (ibs.)
JRS5(H)	1/2	16 <sup>13</sup> / <sub>16</sub>	83/4	81/4	30
JRS7	3/4	17 <sup>5</sup> / <sub>16</sub>	83/4	81/4	32
JRS10	1	185/16	83/4	81/4	34

(All dimensions are in inches and weights in lbs. Do not use for construction purposes.)







#### **GOULDS PUMPS** Residential Water Systems

#### PERFORMANCE RATINGS – SHALLOW WELL

HP/Order No.	½ HP – JRS5				<sup>3</sup> / <sub>4</sub> HP – JRS7				1 HP – JRS10					
Nozzle	AN018				AN018				AN018					
Venturi	AD3330				AD3336				AD3339					
	Discharge Pressure – PSI				Discharge Pressure – PSI				Discharge Pressure – PSI					
Total Suction	20	30	40	50	Max.	30	40	50	Max.	30	40	50	60	Max.
Lift (feet)	Gallons per minute (PSI)			Gallons per minute (PSI)			Gallons per minute				Shut-off (PSI)			
5	14.1	13.3	10.5	5.8	64	22.5	17.9	12.4	69	27.0	22.4	15.7	9.6	72
10	12.4	12.0	9.2	4.2	59	20.3	16.3	11.5	65	24.5	20.5	14.8	7.5	69
15	10.5	10.0	8.0	2.4	56	17.8	15.3	9.0	63	21.2	19.2	12.6	5.1	66
20	8.6	8.5	6.6	1.2	53	14.8	13.6	7.3	61	17.6	16.8	11.1	3.3	63
25	6.7	6.5	5.0	0.6	51	11.5	10.8	5.2	58	13.4	13.0	8.7	-	61

#### PERFORMANCE RATINGS – SHALLOW WELL, HIGH PRESSURE

HP/Order No.	<ul> <li>½ HP – JRS5H</li> <li>AN020</li> <li>AD3325</li> </ul>									
Nozzle										
Venturi										
Total Suction Lift (feet)	Discharge Pressure – PSI									
	20	30	40	50	60	70	80	Max.		
		(PSI)								
5	6.7	6.4	6.2	5.8	4.2	2.5	0.8	84		
10	5.8	5.6	5.3	5.1	3.7	2.0	NA	82		
15	4.8	4.7	4.6	4.5	3.3	1.5	NA	79		
20	4.0	3.8	3.7	3.6	3.1	1.3	NA	75		
25	3.0	2.9	2.9	2.8	2.3	0.8	NA	74		



**Residential Water Systems** 



Goulds Pumps and the ITT Engineered Blocks Symbol are registered trademarks and tradenames of ITT Corporation. Noryl and Lexan are registered trademarks of GE Plastic.

SPECIFICATIONS ARE SUBJECT TO CHANGE WITHOUT NOTICE.

BJRS August, 2007 © 2007 ITT Corporation

