

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**  
**FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE**  
**PLANES COMPLEMENTARIOS**



**TRABAJO DE GRADO**

ESTRATEGIA METODOLÓGICA QUE INTEGRA EL SOFTWARE GEOGEBRA PARA  
LA ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE  
NOVENO GRADO DE LAS INSTITUCIONES: CENTRO ESCOLAR EDELMIRA  
MOLINA, COMPLEJO EDUCATIVO DELGADO Y CENTRO EDUCATIVO REFUGIO  
SIFONTES DEL MUNICIPIO DE CIUDAD DELGADO, DEPARTAMENTO DE SAN  
SALVADOR

**PARA OPTAR AL GRADO DE  
LICENCIADO (A) EN EDUCACIÓN, ESPECIALIDAD MATEMÁTICA**

**PRESENTADO POR**

FABIO HEDILSON FLORES FUENTES

RINA ESTHER JOYA CASTRO

MARÍA DE LOS ÁNGELES MALDONADO MARTÍNEZ

YOSELIN ILIVETH NAVAS SOLÍS

HEBER ALÍ TESORERO VALENCIA

**DOCENTE ASESOR**

LICENCIADA ELIA ELIZABETH PINEDA DE FLORES

**JUNIO, 2020**

**SANTA ANA, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA**

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR  
AUTORIDADES**



**M.Sc. ROGER ARMANDO ARIAS ALVARADO  
RECTOR**

**DR. RAÚL ERNESTO AZCÚNAGA LÓPEZ  
VICERRECTOR ACADÉMICO**

**ING. JUAN ROSA QUINTANILLA QUINTANILLA  
VICERRECTOR ADMINISTRATIVO**

**ING. FRANCISCO ANTONIO ALARCÓN SANDOVAL  
SECRETARIO GENERAL**

**LICDO. LUIS ANTONIO MEJÍA LIPE  
DEFENSOR DE LOS DERECHOS UNIVERSITARIOS**

**LICDO. RAFAEL HUMBERTO PEÑA MARÍN  
FISCAL GENERAL**

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**

**AUTORIDADES**



**M.Ed. ROBERTO CARLOS SIGÜENZA CAMPOS  
DECANO**

**M.Ed. RINA CLARIBEL BOLAÑOS DE ZOMETA  
VICEDECANA**

**LICDO. JAIME ERNESTO SERMEÑO DE LA PEÑA  
SECRETARIO**

**M.Ed. FRANCIS OSVALDO MEJÍA LOARCA  
COORDINADOR DE PLANES COMPLEMENTARIOS**

## ÍNDICE

Introducción .....	viii
Capítulo I: Planteamiento del Problema.....	10
1.1 Situación problemática .....	11
1.2 Objetivos .....	15
1.2.1 General .....	15
1.2.2 Específicos .....	15
1.3 Preguntas de investigación .....	16
1.4 Justificación.....	17
Capítulo II: Marco Teórico .....	20
2.1 Antecedentes de la investigación .....	21
2.2 Teorías.....	23
2.2.1 Polya: resolución de problemas.....	23
2.2.2 Ausubel: aprendizaje significativo .....	23
2.2.3 Papert: constructivismo .....	24
2.2.4. Guy Brousseau: teoría de las situaciones didácticas .....	25
2.3 Estrategia metodológica .....	26
2.3.1 TIC .....	27
2.3.2 Resolución de situaciones problemáticas (RSP) .....	28
2.3.3 ESMATE.....	30
2.3.4 Recurso tecnológico GeoGebra.....	32
2.4 Aplicación simultanea de estrategias .....	33
2.4.1 TPAK .....	33
2.4.2 TIC y ESMATE .....	35
2.4.3 Las TIC y la resolución de problemas (RSP).....	35

2.5 Requerimientos del MINEDUCYT.....	36
2.5.1 ESMATE a nivel de tercer ciclo.....	37
2.5.2 Competencias a desarrollar .....	39
2.5.3 Función cuadrática .....	40
2.5.3.1 Función cuadrática y la modelación.....	41
Capítulo III: Marco Metodológico .....	44
3.1 Diseño de la investigación.....	45
3.2 Tipo de estudio.....	45
3.2.1 Área de estudio.....	45
3.3 Población y muestra .....	46
3.3.1 Población.....	46
3.3.2 Muestra.....	46
3.4 Operacionalización de variables.....	48
3.4.1 Matriz 1 .....	48
3.4.2 Matriz 2 .....	50
3.4.3 Matriz 3 .....	53
3.5 Propuesta que integra GeoGebra a ESMATE .....	48
3.5.1 Guía docente.....	55
3.5.2 Guía estudiante .....	55
3.6 Instrumentos de recolección de datos.....	56
3.7 Forma de administración de instrumentos.....	56
3.8 Perfil de administración .....	57
3.9 Procesamiento de datos .....	57
Capítulo IV: Análisis de Resultados .....	58
4.1 Dificultades en el desarrollo del contenido de la función cuadrática.....	59
4.2 Diseño de la guía.....	64

4.3 Comparación de los resultados previos y posteriores a la implementación de la guía.....	65
4.3.1 Comparación de pruebas por ítems .....	66
4.3.2 Comparación entre escuelas .....	71
4.3.2 Comparación de resultados .....	72
4.4 Estrategia resultante .....	72
Capítulo V: Conclusiones Y Recomendaciones.....	74
5.1 Conclusiones .....	75
5.2 Recomendaciones.....	77
Referencias Bibliográficas .....	78
Anexos.....	83
Anexo 1. Instrumentos para la recolección de datos .....	84
Anexo 2. Prueba de unidad 4 de noveno grado.....	86
Anexo 3. Guías metodológicas que integran el software geogebra.....	89
Anexo 3.1 Guía para estudiante .....	89
Anexo 3.2 Guía para docente .....	107
Anexo 4. Evidencias prueba 1.....	131
Anexo 4.1 Dificultades ítem 1, prueba 1 .....	131
Anexo 4.2 Dificultades ítem 2, prueba 1 .....	131
Anexo 4.3 Dificultades ítem 3 y 4, prueba 1.....	132
Anexo 4.4 Dificultades ítem 5, prueba 1 .....	133
Anexo 4.5 Dificultades ítem 6, prueba 1 .....	133
Anexo 5. Cronograma de actividades .....	134

## ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

### FIGURAS

FIGURA 1 ESTRATEGIA PARA EL MEJORAMIENTO DE LOS APRENDIZAJES EN MATEMÁTICA .....	27
FIGURA 2 MODELO TPACK .....	35
FIGURA 3 PORCENTAJE NOTA ÍTEM 1, P1 Y P2 .....	66
FIGURA 4. PORCENTAJE NOTA ÍTEM 3A, P1 Y P2.....	68
FIGURA 5. PORCENTAJE NOTA ÍTEM 3B, P1 Y P2.....	68
FIGURA 6. PORCENTAJE NOTA ÍTEM 5A P1 Y P2 .....	70
FIGURA 7. PORCENTAJE NOTA ÍTEM 5B, P1 Y P2.....	70
FIGURA 8 DIFICULTAD ÍTEM 1 .....	131
FIGURA 9 DIFICULTAD ÍTEM 2 .....	131
FIGURA 10 DIFICULTAD ÍTEMS 3 Y 4.....	132
FIGURA 11 DIFICULTAD ÍTEM 5 .....	133
FIGURA 12 DIFICULTAD ÍTEM 6 .....	133

### TABLAS

TABLA 1. POBLACIÓN DE LOS TRES CENTROS EDUCATIVOS .....	46
TABLA 2. DATOS DE LAS MUESTRAS .....	47
TABLA 3. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES: MATRIZ 1, PARTE 1 .....	48
TABLA 4. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES: MATRIZ 1, PARTE 2.....	49
TABLA 5. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES: MATRIZ 2.....	50
TABLA 6. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES: MATRIZ 3, PARTE1 .....	53
TABLA 7. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES MATRIZ 3, PARTE 2 .....	54
TABLA 8. DESCRIPCIÓN ESTRUCTURA DE LA PRUEBA .....	59
TABLA 9. RESULTADOS GLOBALES .....	60
TABLA 10. PORCENTAJES GLOBALES .....	60
TABLA 11. PORCENTAJES ÍTEM 2A, P1 Y P2.....	66
TABLA 12. PORCENTAJES ÍTEM 2B, P1 Y P2.....	67
TABLA 13. PORCENTAJE ÍTEM 2C, P1 Y P2 .....	67
TABLA 14. PORCENTAJE ÍTEM 4 P1 Y P2 .....	69
TABLA 15. PORCENTAJE ÍTEM 6 P1 Y P2.....	71
TABLA 16. PORCENTAJE PROMEDIOS GLOBALES P1 Y P2 .....	71

## INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la función cuadrática en noveno grado de Educación Básica presenta un reto para el docente, en este sentido, se plantea una estrategia metodológica desde el enfoque de resolución de problemas; por medio de la perspectiva de geometría dinámica, para la enseñanza de funciones cuadráticas, a través de la integración de GeoGebra en los procesos de enseñanza y aprendizaje, conjugados con diferentes registros de representación gráfica. Silva (2014) advierte que una de las dificultades que presenta el alumno es la de interpretar mentalmente el significado de la expresión algebraica a su representación gráfica, a razón de ello la integración del software ayudará a superar estas dificultades.

La investigación consta de cinco capítulos, con los siguientes contenidos: en el capítulo uno se expone la situación problemática destacando la importancia del tema de las funciones que plantea Leonardo Euler, también así como la transición de las representaciones de lápiz y papel al uso de recursos tecnológicos como lo exponen Cordero y Suárez (2005), que a su vez es respalda por García (2014), este último sostiene que la inclusión de la tecnología es un avance importante en el desarrollo de nuevas secuencias didácticas y esto se demuestra en el estudio de López (2011) en el que descubrió que se tiene un 44% de uso frecuente de las TIC en las escuelas de OCDE.

Por otra parte, en el capítulo dos se desarrolló el marco teórico. En este se expone el soporte histórico epistemológico, cognitivo y didáctico de la investigación, describiendo el entorno de la educación en El Salvador, su enfoque educativo, la incidencia del uso de la tecnología, la descripción del software a utilizar. Por consiguiente, se plantea un debate entre las aportaciones de diferentes autores y la perspectiva de los investigadores en relación con el objeto de estudio, además de comparar e identificar la enseñanza del concepto de ecuación respecto a la integración de la Geometría Dinámica, para este caso GeoGebra en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Además, el capítulo tres aborda el marco metodológico. En este se describe el enfoque cualitativo que es el seleccionado por los investigadores, para lograr una perspectiva más amplia, indagaciones más dinámicas y la producción de resultados más reales; según Bobadilla

(2018), se describe la población, muestra, tipo de estudio, y los instrumentos de recolección de datos y la selección de las unidades de análisis.

Dentro del capítulo cuatro, se realiza el análisis de resultados, identificando las principales dificultades que presentan los estudiantes en el desarrollo de la función cuadrática. Además, se explica detalladamente el diseño de la guía metodológica, posteriormente se realiza una comparación sobre resultados previos y posteriores obtenidos durante la implementación de la guía con los estudiantes para realizar una comparación de pruebas de carácter más profundo a partir de cada ítem y entre las instituciones estudiadas y para cerrar el capítulo es expuesta la estrategia que resulta a partir del programa ESMATE y el uso del software GeoGebra en las aulas en los centros escolares investigados.

Finalmente, en el capítulo cinco se recogen los principales resultados y logros en la tesis con el fin de mostrar los beneficios obtenidos estos permiten llegar a las conclusiones más relevantes del presente estudio; este capítulo finaliza con las recomendaciones correspondientes para culminar el proceso de investigación. Por tanto, con este trabajo se contribuye con la finalidad de la ley general de educación (LGE, 1996), en el artículo veintiuno inciso tres, se establece que, para el nivel de educación básica el siguiente objetivo; desarrollar capacidades que favorezcan el desenvolvimiento eficiente en la vida diaria a partir del dominio de las disciplinas científicas, humanísticas, tecnológicas. A través de la identificación de los estilos de aprendizaje de los estudiantes del grado noveno; del diseño e implementación de guías de trabajo que involucran actividades de aprendizaje donde se privilegian algunas de las mediaciones pedagógicas como: oral-escrita, tabular-gráfica, tecnológica-problémica y analítica abstracta del tema de estudio.

**CAPÍTULO I:  
PLANTEAMIENTO DEL  
PROBLEMA**

## 1.1 Situación problemática

El siglo XIX produjo grandes avances en las tecnologías, estos han llegado hasta el siglo XXI, siendo de uso cotidiano el acceso a aparatos tecnológicos portátiles, como Smartphone, Tablets y laptops, sin importar la región geográfica se forma parte de una generación de profesionales, que han experimentado muchos cambios y avances en esta área, así como lo expone Ibarra (2011):

Un número creciente de profesionales de todas las disciplinas, como empresarios, funcionarios, empleados y estudiantes de todas las edades comprenden y realizan personalmente la promesa de las tecnologías de información y comunicaciones (TIC), encontrando a diario nuevas, eficientes y mejores formas de aprovechar los programas de software.

En El Salvador el Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (MINEDUCYT), publicó en su portal web; que bajo el programa presidencial “Una niña, Un Niño, Una Computadora”, ha logrado hasta el 30 de mayo de 2019: la capacitación de 42,396 docentes, la entrega de 120,098 computadoras Lempitas, beneficiando a 1,166,710 estudiantes de 4,716 centros educativos a nivel nacional, de igual manera menciona que con la dotación de equipos tecnológicos a las escuelas públicas del país y la formación de los docentes en tecnologías de información y comunicaciones, se tendría una herramienta para innovar las prácticas pedagógicas logrando con ello contribuir al mejoramiento de la calidad educativa. Palma, (2018) afirma que:

El propósito del programa es reducir la brecha digital, a través del acceso y uso responsable de las TIC, para contribuir a la mejora significativa de la calidad educativa en beneficio de los estudiantes de los centros educativos públicos, así como también para ofrecer ambientes educativos donde los y las estudiantes desarrollen las competencias en el uso de las TIC para optar a mejores oportunidades laborales... buscan ir más allá de la dotación de equipos tecnológicos a las escuelas públicas del país y pone especial énfasis en la formación docente en TIC como herramienta para innovar sus prácticas pedagógicas logrando con ello contribuir al mejoramiento de la calidad educativa.

Se ha llegado a un punto donde se vuelve necesario incorporar herramientas tecnológicas en el aula, que por lo general los sistemas tradicionales de enseñanza en la educación restringen y conllevan a procesos sistemáticos de enseñanza - aprendizaje, lo cual encierra el diagnóstico, la planificación, la ejecución y la evaluación de los mismos procesos y sus resultados. Según el periodista Madrid (2019) la ministra de educación mencionó que con el recurso tecnológico se buscará que el país tenga educación bilingüe y con enfoque en tecnología

En respuesta a las necesidades que presenta el currículo nacional el MINEDUCYT, lanzó un nuevo programa de estudio de Matemática para Educación Básica y Educación Media, a implementarse en las instituciones públicas del país denominado “ESMATE” (Proyecto de Mejoramiento de Aprendizajes en Matemática). Este proyecto propone libros de texto para los estudiantes, evaluaciones de unidad y de trimestre, guías metodológicas para el docente, y un programa de registro de calificaciones.

Los objetivos de este proyecto ESMATE son tres: el primero es orientar la planificación de la clase a partir de una propuesta de contenidos e indicadores organizados temporalmente en lecciones por unidades de estudio; el segundo brindar sugerencias metodológicas concretas que ayuden a los docentes y estudiantes en la comprensión de los contenidos; el tercero proponer situaciones para el desarrollo de los indicadores de logros, que permitan el abordaje de las competencias matemáticas que deben alcanzar los estudiantes. Estos objetivos se pueden respaldar con la implantación de una alternativa novedosa, que use herramientas tecnológicas y accesibles para los autores de los procesos de enseñanza.

La educación tomando en cuenta la tecnología lleva a buscar un programa que permita trascender lo que se enseña y dinamizarlo con recursos de la era digital, uno de esos recursos es el software educativo, que se define de las palabras; software que inglés hacer referencia en el ámbito informático a la parte lógica, es decir a la parte de los dispositivos electrónicos (PC´s, Smartphones y Tablets), que no se puede tocar, y además se agrega la palabra educativo que se centrada en desarrollar conocimientos, habilidades, actitudes y valores que sirvan para enfrentar su vida cotidiana y académica. Por lo tanto, está enfocado en el proceso de enseñanza-aprendizaje y pretende solventar las necesidades del estudiantado en función de los programas educativos.

Debido a que existen incontables software graficadores, como MAFA Plotter (exclusivo online), FooPlo entre otros se decide utilizar GeoGebra, por ser innovador para el proceso clásico y tradicional de la enseñanza y el aprendizaje. Considerando que es una aplicación gratuita para el desarrollo de la educación matemática, aplicable en todos sus niveles, muy completa y sencilla. Además de reunir dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo e incluso recursos de probabilidad y estadística, en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente retomado de GeoGebra (2018). Entre las ventajas de este recurso, se tiene: La interactividad de visualizar y explorar objetos matemáticos, incorporación de herramientas básicas de estudio de funciones sobre todo polinómicas, es gratuito, es de muy fácil aprendizaje, libre y disponible para usos no comerciales.

Hay contenidos que se desarrollarían exitosamente de forma innovadora en diferentes áreas de la matemática, con el uso de software educativo como GeoGebra. Una de estas áreas es álgebra abordada en noveno grado con el tema de función cuadrática. GeoGebra permitirá estudiar las características de la función  $y = ax^2 + c$ , para obtener una gráfica más precisa, donde se aplican los desplazamientos de ella, tomando como referencias las funciones más simples cuando  $a = 0$ ; además de analizar sus propiedades, los intervalos donde es creciente, decreciente y el eje de simetría, así también es fácil de abordar, el estudio de los conceptos que son nuevos para el estudiante y que favorecen a que sea más asimilables, como son los conceptos de: dilatación y compresión vertical, máximos y mínimos de la función. Se destaca que GeoGebra presenta una vista grafica muy dinámica y colorida, ideal para visualizar los desplazamientos de la gráfica de la función cuadrática, con relación al valor de “c” que se utilice.

Es importante que el alumno comprenda la función cuadrática y especialmente con el uso de GeoGebra, ya que será un tema que se continuará en niveles de educación superior. Es decir, desde primer ciclo se viene creando la noción de función por medio de graficas de proporcionalidad directa e inversa, llegando a noveno grado donde las operaciones con funciones cuadráticas se vuelven primordiales en el trabajo del aula.

En este sentido se tienen aplicaciones de estos conocimientos en primer año en la unidad dos, por medio de la factorización de funciones cuadráticas, a través del uso del método de las tijeras y la aplicación de la división sintética. También en la unidad cuatro se desarrolla

la graficación de la función cuadrática: parábola, vértice, dominio y rango, desplazamiento vertical y horizontal, la forma general de la ecuación cuadrática, valor máximo y mínimo, intersección de la gráfica de una función cuadrática con los ejes de coordenadas. Además, se propone tres prácticas utilizando el software GeoGebra; para continuar en segundo año de bachillerato el estudio de la cónicas MINED (2018). Es fundamental recalcar, que la función cuadrática trasciende hasta un nivel universitario en el cual se puede ver su aplicabilidad en otras disciplinas como la Física, la Economía, la Biología y la Arquitectura puesto que por medio de estas se puede predecir ganancias y pérdida en los negocios, y graficar el curso de objetos en movimiento.

Debido a la importancia del desarrollo de la función cuadrática como un contenido usado en diferentes niveles de educación, en esta investigación se toma en cuenta la metodología ESMATE y el desarrollo que esta plasma para la función cuadrática y se integra una guía metodológica para usar GeoGebra en dicho tema, todo esto con la mira de generar una estrategia metodológica que integre el uso de GeoGebra y mantenga las bases teóricas y procedimentales de ESMATE

Finalmente, la integración de GeoGebra en el contenido sobre la función cuadrática que plantea ESMATE para noveno grado será de gran ayuda en la mejora de aprendizaje de los estudiantes ya que favorece el análisis de la función haciendo uso de la tecnología y los recursos facilitando entender propiedades y características que tradicionalmente son de difícil comprensión, igualmente ayuda en la exploración, descripción y representación del entorno proporcionándole así un conocimiento útil en el diario vivir, no sólo en la asignatura de matemática sino en diversos campos de aplicación que se utilicen en la actividad humana. Ante este reto de la era de la tecnología, los docentes deben aprender para enseñar como lo señala Freire (2010) en su libro: *A Quien Pretende Enseñar*, “se hace necesario adquirir un conocimiento para transmitirlo”, siendo el fin de la investigación la propuesta de una secuencia didáctica que oriente a docentes-estudiantes de forma sencilla y secuencial en el uso y aplicación del software en el aula por medio de las computadoras Lempitas.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 General**

- ✓ Generar una estrategia metodológica que integre el software GeoGebra, para la enseñanza de la función cuadrática en los estudiantes de noveno grado de las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador.

### **1.2.2 Específicos**

- ✓ Identificar las dificultades en el desarrollo del contenido de la función cuadrática en los estudiantes de noveno grado de las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador.
- ✓ Diseñar una guía metodológica, que complemente el proceso de enseñanza aprendizaje de la unidad cuatro: función cuadrática, utilizando el recurso tecnológico de GeoGebra en los estudiantes de noveno grado de las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador.
- ✓ Establecer una comparación de los resultados previos y posteriores a la implementación de la guía metodológica diseñada, para la enseñanza de la unidad cuatro: función cuadrática, utilizando el recurso tecnológico de GeoGebra en los estudiantes de noveno grado de las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador.

### 1.3 Preguntas de investigación

1. ¿Por qué generar una estrategia metodológica que integre el software GeoGebra para la enseñanza de la función cuadrática en los estudiantes de noveno grado de los centros escolares: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador?
2. ¿Cuáles son las dificultades en el desarrollo de la función cuadrática, en los estudiantes de noveno grado de las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador?
3. ¿Cómo diseñar una guía metodológica que complemente el proceso de enseñanza aprendizaje de la función cuadrática, utilizando el recurso tecnológico de GeoGebra en los estudiantes de noveno grado de las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador?
4. ¿Cuáles son las diferencias encontradas al establecer una comparación de los resultados previos y posteriores a la implementación de la guía metodológica diseñada, para la enseñanza de la unidad cuatro: función cuadrática, utilizando el recurso tecnológico de GeoGebra en los estudiantes de noveno grado de las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador?

## 1.4 Justificación

En la investigación que se realiza, se trabaja con un software en especial que es GeoGebra. Según Bossio (2015) “este es un programa diseñado como herramienta didáctica, que busca favorecer la exploración y la investigación como medios para aprender matemática” (p. 14). Al mismo tiempo incorpora las ramas de la matemática que se deben enseñar en las escuelas permitiendo interactuar entre ellas en un entorno dinámico, incluso facilita trabajar el contenido de funciones, en particular las funciones cuadráticas de noveno grado. Además de ser un software libre con actualizaciones constantes y que posee multiplataforma.

La aplicación de la tecnología por medio del software GeoGebra para la enseñanza de la función cuadrática en noveno grado, no desvalida la secuencia didáctica de los nuevos programas de educación para matemática, sino que complementa el proceso de aprendizaje propuesto por el Ministerio de Educación con el apoyo de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA) con el proyecto denominado ESMATE. Cabe mencionar que estos materiales educativos fueron implementados por primera vez en el año 2018. Luego en el 2019 se implementó desde primer grado hasta segundo año de bachillerato, en cuyo paquete incluye: Libro de texto y libro de ejercicio para el estudiante, guía metodológica, que orienta al docente para impartir sus clases, en correspondencia con la calendarización del año lectivo.

Desde este punto de vista la investigación, permite la inclusión de la tecnología en los nuevos planes educativos a través de la integración del software GeoGebra a la metodología ESMATE en el nivel de educación básica diseñando una estrategia metodológica integrada. Además, ha sido innovador para El Salvador el disponer de una herramienta que permita que los estudiantes de noveno grado tengan equidad y calidad en educación matemática de forma vanguardista. El impacto que se pretende alcanzar tiene como finalidad establecer una utilidad práctica a nivel metodológico base en el sistema educativo actual bajo el eje transversal tecnológico, que sirva como apoyo docente en el desarrollo del tema función cuadrática beneficiando a los estudiantes en su rendimiento alcanzando las competencias esperadas según ESMATE.

En este sentido la secuencia metodológica que integra al software GeoGebra beneficiaría a la mayoría de los docentes, que fueron formados cuando la tecnología estaba prácticamente ausente. Siendo un desafío: aprender su uso y emplearla para la enseñanza, así como lo señala Bossio (2015): “las tecnologías modifican el tipo de matemática que se enseña y las estrategias didácticas, permitiendo que los docentes también se modifique”, entonces es de aprovechar la potencialidad de los programas informáticos, como GeoGebra, para mejorar las condiciones de enseñanza aprendizaje de la matemática.

El software GeoGebra facilita el aprendizaje y es gratuito, está disponible en español, permite investigar las propiedades geométricas y algebraicas de los temas elegidos, es multiplataforma, las construcciones se pueden exportar; además permite graficar ecuaciones de forma implícita o explícita, favorece la creación de animaciones mediante deslizadores y está, siendo actualizado con cierta frecuencia. Debido a estas implicaciones prácticas, esta investigación ofreció un aporte dentro del marco del proceso de aprendizaje. Consecuentemente el trabajo realizado, a través de la propuesta metodológica concerniente en esta investigación, permitiría una transición de los alumnos al mundo tecnológico de manera competitiva a las exigencias modernas, con un software libre e innovador que puede ser utilizado en los recursos tecnológicos que poseen las instituciones públicas.

Por otra parte, según López (2011) en una investigación llevada a cabo sobre el uso de secuencias didácticas que integran GeoGebra con cientos de estudiantes de centros de secundaria de Australia en 2006, reveló que, en general, los participantes encontraron este material dinámico e interactivo, útil para comprender y visualizar los conceptos matemáticos subyacentes. Por esta razón se pretendió proponer una forma de geometría dinámica para el contenido de funciones cuadráticas de noveno grado, y promover en este sentido una alternativa en el área de Geometría que suele ocasionar bastantes problemas de asimilación y comprensión.

La función cuadrática es más que algebra. Esta es ampliamente usada en la ciencia, los negocios y la ingeniería. Además, muchos de los objetos que se usan hoy en día, desde automóviles hasta relojes, no existirían si no hubieran aplicado esta función matemática para su diseño. Es de agregar que, en la enseñanza de la matemática, se le dificulta al alumno el proceso algebraico y el modelar situaciones. Son mociones para elaborar una herramienta que

complemente al programa de estudio y que proporcione al estudiante la motivación para aprender la función cuadrática, la cual utilizará en los siguientes años de estudios.

Siendo esta investigación de carácter tecnológico-pedagógico, estuvo socialmente encaminada a brindar información nueva sobre la adecuación de ESMATE con GeoGebra, constituyendo así un aporte de valor teórico fundamental, profundizando o ampliando nuevas vías de investigación para la enseñanza de la función cuadrática incorporando Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPACK). Pues muchas metodologías no trascienden de lo operativo, lo mecánico o memorístico, de acuerdo con esta limitante es necesario que se mejore la integración de los conceptos de la función cuadrática con algún tipo de guía práctica-teórica que ayude a superar dicha dificultad.

Por lo que la investigación servirá como una pauta para la incorporación de la tecnología como una herramienta para el mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes de noveno grado, de esta generación y de las siguientes, además de alcanzar los estándares de la calidad educativa a los cuales se apuesta en los programas de estudio y que forman parte del currículo nacional.

# **CAPÍTULO II:**

# **MARCO TEÓRICO**

## 2.1 Antecedentes de la investigación

El mundo está en un proceso de cambio donde la tecnología está generando nuevas herramientas de software en el campo de la matemática, por lo que se vuelve necesario incluir en las secuencias didácticas el uso de ellos, para el desarrollo de contenidos en geometría como la función cuadrática; es de mencionar que el concepto de función es uno de los principales en matemática, después del conocimiento de aritmética y álgebra. A continuación, se presentan algunos estudios e investigaciones importantes, relacionados con la temática de trabajo.

Para empezar, la importancia que recae en el tema de funciones no es nueva, ya que, Leonardo Euler (siglo XVIII) organizó una de sus obras sobre este tema. Desde esa época, se descubre que las funciones son uno de los pilares de las matemáticas que permiten la vinculación con otras ramas de la ciencia. Las nuevas teorías del aprendizaje han influido notablemente en los nuevos acercamientos con las posibles representaciones en papel, pizarrón, computadora y software matemáticos, y la experimentación en educación matemática han puesto de manifiesto la trascendencia de utilizar recursos tecnológicos para tareas de modelación del concepto matemático en cuestión.

La investigación realizada por Briceño, O. & Buendía, G. (2014) en la que se señala que las secuencias diseñadas en relación con la función cuadrática favorecen la práctica de modelación como parte activa en el proceso de enseñanza- aprendizaje de esta. Así mismo hacen referencia a los aspectos modelaciones, variaciones, el uso de gráficas, experimentos de diseño y el uso de la tecnología como herramienta, de esta manera sugieren que su trabajo puede ser un referente para el proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática, con adaptaciones a otros niveles que es lo que buscamos ampliar, mejorar y adaptar para el nivel de noveno grado.

En este sentido, introducir la función cuadrática en el proceso de aprendizaje puede presentar diversos obstáculos, según Silva (2014): “Una de las dificultades que presenta el alumno es interpretar mentalmente el significado de la expresión algebraica a su representación gráfica”. En esta medida, plantea en su trabajo una forma diferente de modelar situaciones que impliquen gráficas, y al mismo tiempo la interacción del estudiante antes, durante y después de la construcción, mientras este traspasa de la representación gráfica a la algebraica; por medio del uso de materiales manipulables o modelaciones gráficas de software.

En consecuencia, la forma tradicional de enseñar geometría (funciones cuadráticas) no incluye el uso de la tecnología, por ejemplo, según López (2011) el porcentaje medio de uso frecuente de las TIC en la escuela en los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) fue de un 44%, mientras que el porcentaje de uso frecuente de las TIC por los estudiantes en sus casas fue del 74% (p. 36). En cuanto a esta es necesario integrar las tecnologías en las secuencias didácticas.

Por lo que, la enseñanza tradicional no es bien recibida en la población estudiantil, y con base a esta investigación se confirma que la práctica pedagógica por medio del uso de la tecnología favorece los diferentes estilos de aprendizaje de los estudiantes, no solo uno en particular. Además, uno de los problemas específicos del aprendizaje en el estudio de la función cuadrática es hacer pasar a los alumnos de una aprehensión lógica e icónica a una aprensión global cualitativa, en el mismo orden de ideas afirman que cada docente debe recurrir o implementar en la práctica tratamientos como traslaciones, rotaciones, ampliaciones y reducciones a partir de la gráfica de una función básica, objetivo que se pretende alcanzar con la secuencia que involucre el software GeoGebra.

En este orden de ideas, Cordero y Suárez (2005), realizaron una investigación para resignificar la parábola mediante gráficas, utilizando la representación gráfica con recursos tecnológicos dentro de las aulas, así mismo evidenciaron la construcción significativa del conocimiento matemático. En nuestra investigación proponemos que los estudiantes utilicen el programa GeoGebra como el medio para generar argumentos sobre los aspectos variacionales involucrados y tener un conocimiento significativo de la función cuadrática durante la introducción académica del tema por medio del uso de la guía propuesta para el estudiante.

Así también, García (2014), por su parte sostiene que la inclusión de la enseñanza de las funciones mediante el uso de las TIC, puede significar un avance importante en el desarrollo de nuevas secuencias didácticas, que posibiliten el trazo de gráficos, así como construcciones auxiliares que faciliten el análisis de propiedades y la generación de nuevas vías de solución; surge entonces la necesidad que se verá solventada con el diseño de una secuencia que responda a los aspectos epistemológicos, didácticos y cognitivos que fundamenten la enseñanza del concepto estudiado.

## **2.2 Teorías**

### **2.2.1 Polya: resolución de problemas**

El término resolución de problemas ha sido usado con diversos significados, que van desde trabajar con ejercicios rutinarios hasta hacer matemática profesionalmente. En los últimos años, se ha estudiado ampliamente como fuente de aprendizaje de las Matemáticas y desarrollador de competencias, donde las características de la población estudiantil actual han motivado a planificar e investigar, las diversas formas de conceptualizar y manejar los procesos matemáticos por medios más prácticos y aplicados a situaciones de la vida real. La estrategia resolución de problemas implica crear un contexto donde los datos guarden cierta coherencia, lo cual la hace más significativo que la aplicación mecánica de un algoritmo (Cortés y Galindo 2007).

Por su parte, este método consiste en hallar una respuesta adecuada a las exigencias planteadas en un problema inicial, desarrollando un proceso de búsqueda, formulación de conjeturas por medio del ensayo y error, para alcanzar el logro final “la solución”. Este consta de cuatro pasos: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución. En fin, el estudiante debe considerar una serie de pasos o procedimientos heurísticos que él, aplica consciente o inconscientemente, para llegar a la posible solución.

### **2.2.2 Ausubel: aprendizaje significativo**

La teoría del aprendizaje significativo es la propuesta que hizo David P. Ausubel en 1963 en un contexto en el que, ante el conductismo imperante, se planteó como alternativa un modelo de enseñanza/aprendizaje basado en el descubrimiento que privilegiaba el activismo y postulaba que se aprende aquello que se descubre, este debe ser transferible a nuevas situaciones, en contextos de forma autónoma y productiva por parte de quien aprende. Según UAM (2006):

“Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición” p.3

También este aprendizaje se puede ver, como una relación triangular entre profesor, estudiante y materiales educativos. En este sentido dentro de esta relación triangular las TIC proporcionan al estudiante nuevas posibilidades de acrecentar sus conocimientos de forma potencial, desde dos puntos de vista principales, la utilización de recursos para crear conocimiento y la forma de gestión de tal conocimiento; dentro del uso de dichos recursos surge la necesidad de tomar en cuenta GeoGebra como un software libre de gran potencial para analizar el comportamiento gráfico de funciones especialmente la cuadrática.

Además en cuanto a la gestión del conocimiento los estudiantes se ven limitados debido a que no existe la suficiente supervisión por parte de los docentes y padres de familia, siendo expuestos a información de dudosa procedencia y que les limita en su formación escolar por ello es necesario que no solo se lleve a cabo la búsqueda solo en Internet sino utilizando de libros, revistas y otras publicaciones para hacer comparaciones que permitan el surgimiento de aprendizaje significativo en los y las estudiantes.

### **2.2.3 Papert: constructivismo**

Al considerar el uso de la computadora como una nueva manera de reconfigurar las acciones de aprendizaje y de esta manera se generan nuevas formas de aprender. Desde la perspectiva del constructivismo de Piaget que representa al estudiante como su propio agente activo de su aprendizaje. Como explica Solórzano (2009):

... Papert considera la computadora como una portadora de semillas culturales: el trabajo con computadoras puede ejercer una poderosa influencia sobre la manera de pensar de la gente, yo he dirigido mi atención a explorar el modo de orientar esta influencia en direcciones positivas... p. 48

Por lo que Papert es el creador de un lenguaje de cómputo con todas las potencialidades de los lenguajes “serios”, pero con una sintaxis más análoga al lenguaje natural, más accesible para ser comprendido no solamente por los niños y las niñas, sino por jóvenes y adultos no expertos en computación. Se trata del lenguaje LOGO, primer lenguaje de programación para niños que marcó en la producción del software para la educación desde la década de 1960. Este sirve para que, mediante la programación, el niño piense sobre sus procesos cognitivos, sobre

sus errores, y los aproveche para reformular sus programas, por lo que la programación serviría para favorecer las actividades metacognitivas. Pero más aún, Papert influido por las ideas de Piaget, desarrolló un enfoque educativo para sustentar el uso de computadoras como herramientas de aprendizaje en el construccionismo.

El considera que la concepción constructivista necesita de un ámbito real que propicie los procesos experiencia de desarrollo personal. La principal aportación de esta teoría ha sido destacar la importancia de los entornos de aprendizaje en los diseños instruccionales. En estos entornos, la utilización de recursos como el vídeo, las bases de datos, los hipertextos, la hipermedia o softwares educativos que ofrecen mediaciones de gran interés; como también el uso del internet ayudando a dar un entorno de aprendizaje constructivo permitiendo así que la interacción sea atractiva en la medida en que el diseño del entorno es percibido como soportador del interés.

#### **2.2.4. Guy Brousseau: teoría de las situaciones didácticas**

Esta teoría didácticas sostiene que hay interacción entre el alumno y el medio (problemas), esta recurre a la epistemología genética de Jean Piaget que trata de explicar el conocimiento y el desarrollo de los aprendizajes y la inteligencia como un proceso asociado a fases en donde se inicia el conocimiento en su relación con el ambiente el ser humano y que además por ser un ser social debe tomarse en cuenta a la hora del estudio del desarrollo cognitivo, por lo sirve como marco para modelizar la producción de conocimientos, sostiene que es conocimiento matemático se construye esencialmente a partir de reconocer, abordar y resolver problemas. En sí, esta teoría describe que el conocimiento es el proceso en cual converge la interacción entre las partes concebidas, es decir el sujeto y el medio.

No hay intervención del docente, el medio determina las situaciones didácticas para los conocimientos que sirven como recurso para el aprendizaje matemático del sujeto. Este momento genera una situación fundamental que llevará a la construcción de las condiciones iniciales del proceso didáctico que permitirá que el alumno aplique el conocimiento. Las interacciones descritas generan las expectativas que tendrán el estudiante y el profesor con respecto al conocimiento adquirido del entorno de acuerdo con esta percepción entonces se "constituye la herramienta teórica que modera las interacciones entre el docente y el alumno"

(Sadovsky, 2005), este momento se denomina contrato didáctico. En resumen, hay una interacción entre el saber, el profesor y el estudiante; la situación fundamental en la relación entre el saber y el profesor, la situación didáctica es la relación entre el saber y el estudiante y el contrato didáctico es la relación entre el profesor y el estudiante.

### **2.3 Estrategia metodológica**

De acuerdo con Nisbet, J. & Shucksmith (1987), las estrategias son procesos ejecutivos mediante los cuales se eligen coordinar y aplicar las habilidades. Las estrategias difieren de las habilidades ya que tienen un propósito, además son una secuencia de actividades y se modifican más fácilmente para adaptarse al contexto, mientras que las habilidades son más específicas o “reflexivas”. Se refiere a las intervenciones pedagógicas realizadas con la intención de potenciar y mejorar los procesos espontáneos de aprendizaje y de enseñanza, como un medio para contribuir a un mejor desarrollo de la inteligencia, afectividad, conciencia y competencias.

El enfoque educativo actual para matemática es RSP, planteado en el proyecto ESMATE, diseñado por un grupo de especialistas del área de matemática del sector público de lo largo y ancho del país, comprometidos por dar una respuesta educativa que ayude a todos a la mejor comprensión de los saberes matemáticos. En efecto El Salvador a partir del año dos mil dieciocho, se implementó una innovadora propuesta en favorecimiento de la asignatura con la aplicación e implementación del enfoque de resolución de problemas. Lo cual, según el MINED en el programa de estudio de matemática para Tercer Ciclo (2017) expone:

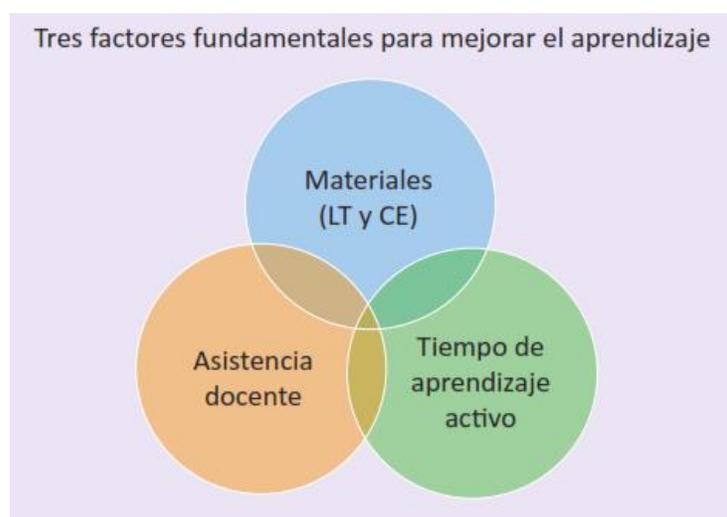
“La asignatura de Matemática estimula el desarrollo de diversas habilidades intelectuales, como: el razonamiento lógico y flexible, la imaginación, la inteligencia espacial, el cálculo mental, la creatividad, entre otras. Estas capacidades tienen una aplicación práctica en la resolución de problemas de la vida cotidiana”. p.5

En definitiva, se pretende alcanzar la calidad educativa por medio de un enfoque metodológico específico, en contraste el MINED (2018) sostiene que es necesario destacar que los libros de texto y guías metodológicas se estarán utilizando de manera oficial a partir de enero de 2018 en todos los centros educativos públicos del país, así mismo que el Programa de Estudio de Tercer Ciclo, los utilizarán los centros educativos públicos y privados a partir de enero de

2018. Es evidente que la implementación de este enfoque favorece en especial al área de matemática.

La meta final con el uso de estos materiales educativos es el mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes, quienes asumirán la responsabilidad del futuro del país; y como parte de la estrategia que se propone, a continuación, se presentan los factores relacionados con dicha finalidad (Figura 1):

*Figura 1 Estrategia para el mejoramiento de los aprendizajes en matemática*



Fuente: Guía metodológica ESMATE, MINED (2018)

### **2.3.1 TIC**

Existen múltiples definiciones de las TIC “En líneas generales podríamos decir que las nuevas tecnologías de la información y comunicación son las que giran en torno a tres medios básicos: la informática, la microelectrónica y las telecomunicaciones; pero giran, no sólo de forma aislada, sino lo que es más significativo de manera interactiva e interconexionadas, lo que permite conseguir nuevas realidades comunicativas”. (Belloch 2012, p2).

En la guía de planificación: Las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Formación Docente de la UNESCO(UNESCO 2004), expone: Los docentes y la enseñanza en un mundo en mutación (p. 18) las nuevas generaciones están ingresando a un mundo que atraviesa importantes cambios en todas las esferas: científica, tecnológica, política, económica,

social y cultural. El surgimiento de la “sociedad del conocimiento” está transformando la economía mundial y el estatus de la educación. Estas nuevas posibilidades aparecen como resultado de dos fuerzas convergentes, ambos subproductos recientes del proceso de desarrollo general. En primer lugar, la cantidad de información útil en el mundo a menudo es importante para la supervivencia y el estatus de la educación.

El uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en el ámbito educativo conlleva, de forma implícita, a la práctica de determinadas estrategias de enseñanza y objetivos, es necesario que ésta se diseñe con intencionalidad, debido a que siempre existe un concepto latente del proceso enseñanza y aprendizaje, presupuestos teóricos que afectan al uso de las TIC, con relación a la selección, organización y adaptación de los contenidos en las estrategias de enseñanza.

### **2.3.2 Resolución de situaciones problemáticas (RSP)**

El proceso de aprendizaje de la matemática requiere de metodologías participativas que generen la búsqueda de respuestas en el estudiante, promoviendo su iniciativa y participación en un clima de confianza que le permita equivocarse sin temor, desarrollar su razonamiento lógico y comunicar ideas para solucionar problemas del entorno. Se deben hacer esfuerzos para evitar explicaciones largas de parte de los docentes y procurar que el estudiantado disfrute la clase de Matemática, además la encuentren interesante y útil porque construyen nuevos aprendizajes significativos.

Para desarrollar este proceso, se presenta como propuesta metodológica el trabajo por RSP. Esta metodología, junto a otras actividades planificadas, promueve la conversión de los tradicionales “ejercicios y problema o problemas de lápiz y papel” a verdaderas situaciones problematizadoras que impliquen al estudiante, la necesidad de utilizar herramientas heurísticas para resolverlas; por lo tanto, suscitará el desarrollo de las competencias demandadas en la asignatura.

Según MINED (2017) el trabajo por RSP debe tener en cuenta las siguientes condiciones:

Primero seleccionar el ámbito o escenario de búsqueda e indagación, especificando las variables, los objetivos de esa búsqueda, identificando la problemática y los medios disponibles. En segundo lugar, recopilar y sistematizar la información de fuentes primarias o secundarias que promuevan la objetividad y exactitud del análisis y pensamiento crítico. En tercer lugar, utilizar la deducción de fórmulas para seleccionar el proceso algorítmico que mejor se adecue a la resolución de problemas. En cuarto lugar, expresar con lenguaje matemático y razonamiento lógico la solución al problema planteado. Y en quinto lugar establecer otras situaciones problemáticas significativas que permitan transferir los saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales aprendidos en la aplicación del RSP. p.9

Por tanto, el docente debe generar situaciones en que el estudiantado explore, aplique, argumente y analice los conceptos, procedimientos algebraicos, algoritmos; sistematice e interprete información, y otros tópicos matemáticos acerca de los cuales debe aprender. Por otra parte, la heurística moderna, inaugurada por Polya (1957) con la publicación de su obra "How to solve it", trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones típicamente útiles en este proceso.

A través de la RSP se emplean operaciones mentales típicamente útiles como es la heurística que se presentan como reglas o modelos de comportamiento que favorecen el éxito en el proceso de resolución, sugerencias generales que ayudan al individuo o grupo a comprender mejor el problema y a hacer progreso hacia su solución.

Ha existido una cierta polémica sobre la diferencia que hay entre un ejercicio y un auténtico problema. Lo que para algunos estudiantes es una dificultad por falta de conocimientos específicos sobre el dominio de métodos o algoritmos de solución, para los que si los tienen es un ejercicio. Según el planteamiento de Méndez (2007) en uno de sus primeros intentos en clarificar la noción de problema originada por su interés en mejorar la enseñanza de la resolución de problemas, utiliza los siguientes elementos estructurales para una tipología de problemas:

1. El contexto del problema, la situación en la cual se enmarca el problema mismo.
2. La formulación del problema, definición explícita de la tarea a realizar.
3. El conjunto de solución que pueden considerarse como aceptables para el problema.

#### 4. El método de aproximación que podría usarse para alcanzar la solución.

En la resolución de problemas, se crean ambientes de aprendizaje que permiten la formación de sujeto autónomo, crítico además adquiere formas de pensar, hábitos de perseverancia, curiosidad y confianza en situaciones no familiares que les sirva fuera de la clase. Los verdaderos problemas en matemáticas; es cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida, otra un tanto confusamente perfiladas, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra situación.

La enseñanza por resolución de problemas pone énfasis en considerar como lo más importantes los siguientes: que el alumno manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente, a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, adquiera confianza en sí mismo, se divierta con su propia actividad mental, se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana y que se disponga para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

Las ventajas de este tipo de enseñanza son: la proporción de la capacidad autónoma en los jóvenes para resolver sus propios problemas, que equilibre los procesos efectivos de adaptación a los cambios de ciencia y cultura para que no se vuelvan obsoletos, el trabajo se puede hacer atractivo, divertido, satisfactorio, autor realizador y creativo. Porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas y además puede ser aplicable a todas las edades.

### **2.3.3 ESMATE**

Los esfuerzos por sobresalir en esta rama de la ciencia, han llevado los últimos años al Ministerio de Educación a buscar alternativas de educación, ante la carente falta de reformas educativas surge lo que conocemos hasta el momento como proyecto ESMATE lanzado por el MINED, dando origen a una nueva era que transforma el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el sistema curricular de educación a nivel nacional, así como lo manifestó Granados (MINED, 2016) “Estamos trabajando todas las matemáticas en su conjunto, verificando cada uno de los procesos que se desarrollan en cada uno de los niveles de enseñanza

(...) ”. Siendo estos niveles desde primer grado hasta primer año de bachillerato para el año 2019 y el segundo año de bachillerato para el año 2020.

ESMATE es exclusivo para el área de matemática sin embargo, como proyecto de enseñanza se reconoce su influencia e impacto en la sociedad, esta área promueve la capacidad de razonamiento, lógica, competencia de resolución de problemas y la comunicación, además de ser valioso su aporte para el avance científico, ya que guarda relación con las demás ciencias, si se fortalece y se da la importancia debida beneficiará no solo a la nueva generación sino a las siguientes, según el programa de estudio de Matemática para tercer ciclo, establece:

Este programa de estudio está diseñado a partir de componentes curriculares y se desarrolla en el siguiente orden: primero la descripción de las competencias y el enfoque que orienta el desarrollo de la asignatura. Segundo la presentación de los bloques de contenido que responden a los objetivos de la asignatura y permiten estructurar las unidades didácticas. Tercero el componente de metodología ofrece recomendaciones específicas que perfilan una secuencia didáctica, así mismo se escribe cómo formular proyectos en función del aprendizaje de competencias. En cuarto lugar, la evaluación se desarrolla por medio de sugerencias y criterios aplicables a las funciones de la evaluación: diagnóstica, formativa y sumativa y finalmente, se presentan de manera articulada las competencias de unidad, contenidos e indicadores de logro por unidad didáctica en cuadros similares a los formatos del plan de unidad (MINED, 2017. p 5).

Aunque el programa de estudio desarrolle los componentes curriculares, no puede resolver situaciones particulares de cada aula; por lo tanto, se debe desarrollar de manera flexible y contextualizada, en este sentido el proceso de aprendizaje de la matemática requiere de metodologías participativas que generen la búsqueda de respuestas en el estudiante, promoviendo su iniciativa y participación en un clima de confianza que le permita equivocarse sin temor, desarrollar su razonamiento lógico y comunicar ideas para solucionar problemas del entorno. Se deben hacer esfuerzos para evitar explicaciones largas de parte de los docentes y procurar que el estudiante disfrute la clase de Matemática, la encuentren interesante y útil porque construyen nuevos aprendizajes significativos.

El proyecto ESMATE, por tanto, se puede adecuar a las necesidades y la realidad de la educación salvadoreña, utilizando todas las bondades descritas anteriormente e incorporando la tecnología en las aulas durante la clase de Matemática mediante las herramientas que proporciona el Programa GeoGebra, dando apertura a la motivación e interés de los alumnos para utilizar el conocimiento en la vida cotidiana.

### **2.3.4 Recurso tecnológico GeoGebra**

GeoGebra es un software matemático interactivo libre para la educación en instituciones educativas; colegios y universidades. Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 (GeoGebra). Cabe mencionar que es de fácil utilización y aplicación en la geometría. A propósito, Bossio (2015), señala que el uso regular de GeoGebra u otros programas similares permiten a los alumnos desarrollar conocimientos matemáticos e informáticos - vinculados al uso del programa-, y articulados. En este sentido el uso del software propone grandes posibilidades de representación, exploración y comprensión del tema investigado, más precisamente, nos referimos, a la secuencia didáctica que abre más puertas a un nuevo proceso de aprendizaje sobre la relación entre el objeto y su representación, sin limitarse estrictamente al trabajo habitual del estudiante. Según López (2011):

El estudio de la geometría escolar puede realizarse de distintos modos, diferenciando principalmente dos vertientes: el estudio de los conocimientos espaciales estática o dinámicamente. Además, menciona que la forma tradicional de enseñar la geometría se ha basado en el estudio de Geometría estática, pudiendo considerar la Geometría Dinámica como un campo relativamente novedoso. (p.44)

En tal sentido, un programa de Geometría Dinámica, que permite construcciones de geometría estática es: GeoGebra, en concreto, el software multiplataforma GeoGebra combina la facilidad de uso de un programa informático de geometría dinámica con las versátiles posibilidades del software algebraico. Es indudable que, la idea básica del programa es unir geometría, álgebra y cálculo, que otros paquetes tratan por separado, en un único paquete, para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas desde nivel elemental hasta nivel universitario, permitiendo conectar diferentes representaciones del mismo objeto dinámicamente.

De igual manera los elementos construidos son observables, manipulables por propiedades cualitativas no mediante ecuaciones y geometría analítica, aunque, ésta esté detrás, en el funcionamiento interno del programa. Una vez definida la construcción ésta se puede "mover" y deformar, pero las condiciones que definen cada elemento permanecen invariables. Normalmente al abrir un programa de Geometría Dinámica aparece una ventana con un área de trabajo que desempeña el papel de pizarra donde se dibujan las construcciones geométricas. Además, hay una barra con botones de herramientas y menús que permiten la definición y características de cada elemento (Roger, 2009).

En este aspecto se propone el uso del software de geometría dinámica: GeoGebra, como herramienta educativa que facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje, en particular del concepto, construcción e interpretación de función cuadrática. Por consiguiente, la tarea esencial del docente es el diseño de secuencias didácticas en pro de ambientes o espacios educativos con el uso de GeoGebra, es decir, una secuencia didáctica que integre el software GeoGebra para la enseñanza de la función cuadrática, a partir de la resolución de problemas.

## **2.4 Aplicación simultanea de estrategias**

### **2.4.1 TPAK**

El modelo TPACK (significado) establece que el conocimiento del ámbito científico del docente debe estar unido con el conocimiento pedagógico, en este sentido se debe tener claro el qué enseñar y el cómo enseñar. Dentro del “Conocimiento Pedagógico del contenido” existe una diferencia entre el Conocimiento Pedagógico y el saber de un área determinada; el primero se refiere sobre cómo enseñar, el segundo al hecho de ser un experto en un determinado contenido, al mismo tiempo no es igual ser experto en algún contenido ya que no asegura que la persona sepa cómo enseñar.

Partiendo de lo anterior se trata de explicar que es necesario mezclar ambas dimensiones; esto significa que se debe tener un conocimiento práctico, sobre cómo enseñar en un área específica, este modelo está formado por tres formas de conocimiento primario: Tecnología (TK), Pedagogía (PK) y Contenido (CK), los cuales se interrelacionan dando lugar a los conocimientos específicos, tal como se explica en la guía de TPACK en su edición online.

En resumen, es importante considerar una integración efectiva para generar una combinación de contenidos con tecnología y pedagogía en torno a una asignatura específica. A continuación, se explica en qué consiste cada uno de los conocimientos primarios:

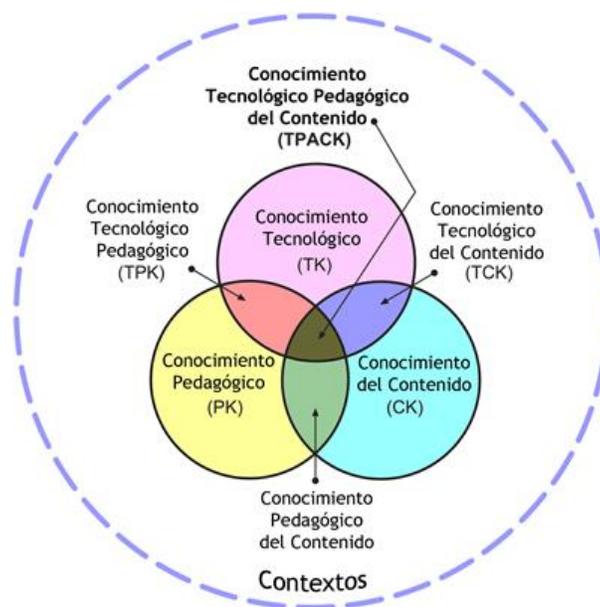
- El conocimiento tecnológico (TK): proyecta el conocimiento sobre ciertos modos de pensar y trabajar con la tecnología, las herramientas y recursos disponibles; es aquí donde entender la tecnología es importante para aplicarla de manera productiva en el trabajo y en la vida cotidiana, la intención es que permita ayudar al logro de los objetivos y que exista la capacidad de adaptarse continuamente a los cambios de esta.
- El conocimiento pedagógico (PK): es el cómo se enseña, siendo aquí donde se aplica la comprensión de los procesos de aprendizaje de los estudiantes y la habilidad de manejo de una clase en general, su planificación y la evaluación de los alumnos.
- El conocimiento de los contenidos (CK): es el dominio de los profesores sobre la materia, el cual conlleva al conocimiento de lo que hay que aprender (conceptos, teorías, ideas, evidencias y pruebas).

Ampliando sobre el modelo TPACK, se menciona que el conocimiento pedagógico del contenido se aplica a la enseñanza de temáticas específicas; esa transformación se produce cuando el maestro interpreta la misma, encuentra varias formas de representarla considerando concepciones alternativas y conocimientos previos de los alumnos. Con respecto al conocimiento Tecnológico del contenido, implica la comprensión de la manera en que la tecnología y el contenido se influyen limitándose entre sí, es aquí donde el dominio de la asignatura que se enseña por parte de los maestros debe ser profundo, para que junto con las tecnologías se aborde el aprendizaje de manera adecuada.

En consecuencia, el conocimiento tecnológico pedagógico requiere de la comprensión de cómo la enseñanza y el aprendizaje, pueden cambiar cuando se utilizan determinadas tecnologías de manera particular. Lo antes mencionado, da origen al conocimiento tecnopedagógico (*Figura 2*) del contenido, que a su vez está supeditado a la enseñanza significativa y profundamente competente con la tecnología, aquí se requiere una comprensión

de la representación, para que se pueda enseñar de manera constructiva los contenidos de manera que puedan volverse fáciles los conceptos que hay que aprender.

*Figura 2 modelo TPACK*



Fuente: TPACK: un modelo para los profesores de hoy

#### **2.4.2 TIC y ESMATE.**

La aplicación simultánea de las TIC y ESMATE consiste en integrar el software GeoGebra como un recurso didáctico en el contenido de función cuadrática que plantea el proyecto de mejoramiento de la matemática, utilizándola como una herramienta de aprendizaje para los estudiantes. Es necesario recalcar que el uso de este software ayuda en la adquisición de logros en el aprendizaje, ya que motiva, reduce el tiempo, mejora la visualización de las gráficas, además permite variar los parámetros de estudio, promoviendo la reflexión, el razonamiento y la crítica.

#### **2.4.3 Las TIC y la resolución de problemas (RSP)**

El modelo pedagógico de resolución de problemas propone la manipulación de los objetos matemático para la activación de la capacidad mental, ejercitando así su creatividad y dando pauta a la reflexión sobre su propio pensamiento y mejorando el proceso de aprendizaje.

Por consiguiente, el modelo de resolución de problemas propone un paradigma educativo, el cual se puede adecuar por medio del uso de recursos tecnológicos que conduzcan al estudiante a la solución de situaciones problemáticas por medio de un software y así utilizarlas como herramientas de aprendizaje.

Por consiguiente, la transversalidad de las TIC y del modelo RSP, generan la necesidad de diseñar una secuencia, en la cual se planteen una serie de actividades dirigidas al estudiante, mediante las cuales se promueva la RSP y al mismo tiempo requiera el uso del software para el desarrollo de la función cuadrática. Según **García (2014)**, en su tesis de maestría sobre el estudio de las ecuaciones lineales con GeoGebra en octavo grado en la cual tuvo como objetivo mejorar la comprensión de los conceptos referidos a ecuaciones lineales (su origen, características, forma de graficar y sus aplicaciones) gracias al uso del software GeoGebra, obteniendo resultados satisfactorios.

En este sentido, se desarrollará una secuencia de cómo se puede abordar el contenido, iniciando por la definición de proporcionalidad directa a partir de: la relación de proporción entre dos variables cuando una de ellas esta elevada al cuadrado, seguido de la gráfica de la función  $y = ax^2$ , tomando como referencia la función más simple cuando  $a = 1$  utilizando deslizadores para el análisis de las características y propiedades de esta función y por último el análisis de los intervalos donde es creciente, decreciente y el eje de simetría.

Por lo tanto, GeoGebra con sus herramientas algebraicas y geométricas para el contenido de función cuadrática responde al modelo de RSP, ya que con él los estudiantes: exploran y ponen a prueba múltiples estrategias y/o métodos de resolución de problemas en el marco del contenido, además de reflexionar sobre los patrones y comportamientos comunes de las gráficas  $y = ax^2$ ,  $y = ax^2 + c$  a partir de datos iniciales, estos ejercicios metacognitivos amplían su capacidad de transferencia de estrategias a otros contextos o niveles.

## **2.5 Requerimientos del MINEDUCYT**

Según el nuevo programa de estudio de Tercer Ciclo (2018, p. 63) se espera que todo estudiante al finalizar noveno grado, este preparado para:

- ✓ Utilizar el álgebra simbólica y los diferentes métodos de factorización para resolver problemas matemáticos.
- ✓ Realizar operaciones con números reales, utilizando las propiedades de la raíz cuadrada y aplicándolas a situaciones del contexto.
- ✓ Plantear una ecuación cuadrática y resolverla mediante los diferentes métodos.
- ✓ Resolver problemas sobre figuras y cuerpos geométricos utilizando la semejanza de figuras y el teorema de Pitágoras.
- ✓ Organizar e interpretar la información obtenida en su entorno y utilizar las medidas de dispersión para el análisis de los datos.

Por lo que, un estudiante de este nivel al resolver un problema que involucre el contenido de ecuación cuadrática iniciaría la solución elaborando una tabla de valores para la función donde identificaría los pares ordenados, luego procedería a ubicarlos en el plano cartesiano, posteriormente uniría por medio de una línea los puntos, ¿Qué generaría? en su mayoría líneas rectas o trazos errados. Si analizamos esta forma de proceder encaja con el modelo tradicional de aprendizaje, requiriendo este proceso la inversión de tiempo, que a su vez genera retraso para abordar los contenidos pertinentes, ya que las características se van aprendiendo una a una, debido a esto, GeoGebra es la opción perfecta, para la agilización del aprendizaje de la función cuadrática, porque proporciona al estudiante una herramienta para graficar, atractiva y que permite alcanzar los requerimientos del contenidos.

### **2.5.1 ESMATE a nivel de tercer ciclo**

El Proyecto de mejoramiento de los aprendizajes de matemática establece según la Guía Metodológica MINED (2018), que un estudiante en el nivel de noveno grado debería poseer conocimientos previos sobre:

- ✓ Proporcionalidad Directa e Inversa y sus aplicaciones.
- ✓ Función lineal
- ✓ Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas y sus aplicaciones.
- ✓ Ecuación cuadrática
- ✓ Aplicaciones de ecuaciones cuadráticas (p. 122)

Por lo cual se espera que, los estudiantes estén preparados para abordar el contenido de función cuadrática, alcanzando los indicadores de logro que demanda la Guía Metodológica MINED (2018), estos son:

- ✓ Plantear una ecuación de la forma  $y = ax^2$  a partir del uso de tablas y encontrar la proporcionalidad directa con el cuadrado de la ecuación.
- ✓ Utilizar la proporcionalidad directa para encontrar la constante de proporcionalidad dada la variable independiente y dependiente.
- ✓ Describir las características de la función  $y = x^2$  a partir de los puntos ubicados en el plano cartesiano.
- ✓ Elaborar la gráfica de  $y = ax^2$  con  $a > 1$ , a partir de la gráfica  $y = x^2$ .
- ✓ Elaborar la gráfica de  $y = ax^2$  con  $0 < a < 1$ , a partir de la gráfica  $y = x^2$ .
- ✓ Elaborar la gráfica de  $y = -ax^2$  con  $a > 0$ , a partir de la gráfica  $y = x^2$ .
- ✓ Identificar las características de la función  $y = ax^2$  y de la función  $y = -ax^2$  a partir de los valores de  $a$ .
- ✓ Describir el cambio en los valores de la función  $y = ax^2$  en el intervalo que no incluye la coordenada  $x$  del vértice.
- ✓ Encontrar el rango de la función  $y = ax^2$  dado su dominio que incluye la coordenada  $x$  del vértice.
- ✓ Encontrar la constante de proporción para la función  $y = ax^2$  y describe las variaciones de la función.
- ✓ Resolver problemas que involucren la función  $y = ax^2$ .
- ✓ Graficar la función  $y = ax^2 + c$ , con  $c > 0$  y realizar desplazamientos verticales en  $c$  unidades, a partir de la gráfica  $y = ax^2$ .
- ✓ Graficar la función  $y = ax^2 + c$ , con  $c < 0$  y realizar desplazamientos verticales en  $c$  unidades, a partir de la gráfica  $y = ax^2$ .
- ✓ Calcular los valores de  $a$  y  $c$  en  $y = ax^2 + c$ , dadas las condiciones iniciales de la gráfica de la función.
- ✓ Resolver problemas que involucren la función  $y = ax^2 + c$ . (pp. 125- 141)

Estos deben ser conocimientos adquiridos al finalizar la unidad, para que puedan ser capaces de determinar las características de la función  $y = ax^2 + c$ , trazando con precisión la gráfica y resolviendo problemas sobre la variación de la función.

### **2.5.2 Competencias a desarrollar**

En la asignatura de matemática, se busca que un estudiante a través de actividades construya habilidades intelectuales como el razonamiento lógico y flexible, la imaginación, la inteligencia espacial, el cálculo mental ya que son fundamentales para la aplicación y practica de resolución de problemas de la vida cotidiana. Sin embargo, según el programa de estudio MINED (2018) las competencias esperadas son las siguientes:

- ✓ Razonamiento lógico. Esta competencia promueve en las y los estudiantes la capacidad para identificar, nombrar, interpretar información, comprender procedimientos, algoritmos y relacionar conceptos. Estos procedimientos fortalecen en los estudiantes la estructura de un pensamiento matemático, superando la práctica tradicional que partía de una definición matemática y no del descubrimiento del principio o proceso que da sentido a los saberes numéricos.
- ✓ Comunicación con lenguaje matemático. Las notaciones y símbolos matemáticos tienen significados precisos, diferentes a los del lenguaje natural. Esta competencia desarrolla habilidades, conocimientos y actitudes que promueven la descripción, el análisis, la argumentación y la interpretación utilizando el lenguaje matemático, desde sus contextos, sin olvidar que el lenguaje natural es la base para interpretar el lenguaje simbólico.
- ✓ Aplicación de la Matemática al entorno. Es la capacidad de interactuar con el entorno y en él, apoyándose en sus conocimientos y habilidades numéricas. Se caracteriza también por la actitud de proponer soluciones a diferentes situaciones de la vida cotidiana. Su desarrollo implica el fomento de la creatividad, evitando el uso excesivo de métodos basados en la repetición. (p.5)

Si bien las competencias se enfocan en las características y trazos de esta función, estas carecen de prácticas con recursos informáticos, y que desentonan con las exigencias en primer año de bachillerato, ya que serán necesarias e indispensables las prácticas y aplicaciones de la función cuadrática, entre otras funciones que son contenidos reforzados mediante el uso de GeoGebra. Por lo que los estudiantes que en este nivel hayan sido adiestrados en el uso del software, están capacitados y cumplirán efectivamente las exigencias de ESMATE para el nivel superior.

### **2.5.3 Función cuadrática**

La función cuadrática inicia con los aportes de Apolonio de Perga (260 a. C), quien construyó un tratado de las secciones cónicas, con base en los estudios de Euclides, Aristeo el viejo, Platón, Arquímedes, Menecmo; dándole una forma sistemática; aunque recopiló trabajos de estos matemáticos, su tratado no es sólo un compendio, es un tratado. Así mismo nombra a la parábola como tal y a las demás secciones cónicas, pero parábola se refiere a una superficie de la forma  $y = ax^2$ , que está relacionada con áreas. (MESA, 2008, P. 32)

En este sentido, en el siglo XVII las secciones cónicas fueron sin duda el paso más grande para afianzar la relación entre lo algebraico y lo geométrico en relación con la cuadratura de superficies expresadas por el álgebra que Viete trabaja desde un álgebra simbólica que sirve de referencia para los trabajos de Fermat y Descartes al observar las relaciones entre la gráfica de una ecuación y su trazo por medio de los puntos generadores de la expresión. Por su parte en el Arte Analítica de Viete, se desarrolla el álgebra simbólica, pero sin el uso de coordenadas.

Después, al reunir ambos instrumentos, coordenadas y álgebra literal, Fermat y Descartes vislumbran la Geometría Analítica estableciendo un puente para transitar entre la Geometría y el Álgebra, lo que permite asociar curvas y ecuaciones definidas y su representación en un sistema de coordenadas, por una ecuación indeterminada con dos incógnitas, llamada la ecuación de la curva, expresión que al estar intrínsecamente vinculada a la curva, implícitamente resume sus propiedades geométricas, las cuales se ponen de manifiesto el cálculo algebraico.

### **2.5.3.1 Función cuadrática y la modelación**

Se exponen algunas propuestas didácticas sobre el contenido de función cuadrática usando modelación (graficación), por medio de un pequeño análisis de cada una de ellas.

Las investigaciones desarrolladas sobre la función cuadrática destacan la necesidad de implementar una herramienta que permita la correcta “modelación”, ya que la modelación como método de enseñanza provee de una mejor aprehensión de los conceptos estudiados, además de la capacidad para comprender, interpretar, formular y resolver situaciones de problemas, afinando el sentido crítico y creativo del estudiante (Silva, 2014, p56). En este sentido se brindará una herramienta para que el proceso de enseñanza aprendizaje sea más productivo.

Según Silva (2014), nos presenta una propuesta didáctica mediante la cual se puede construir el concepto de función cuadrática utilizando la modelación de fenómenos variacionales, se plantea un problema sobre una empresa de viajes al que se le da solución, de tal manera que el estudiante identifique las cantidades que intervienen e identifique características: crecimiento, decrecimiento, punto máximo, mínimo, rapidez de cambio. Esta práctica lleva a valorar que en efecto se puede establecer la modelación, sin embargo, no se auxilia de un software que brinde de manera precisa la gráfica estudiada, ventaja que tiene esta investigación al utilizar el software GeoGebra.

Por otra parte, Villarraga (2012) en su propuesta de investigación, establece una propuesta didáctica de la función cuadrática modelando situaciones de variación y cambio, usando herramientas tecnológicas como instrumentos de mediación para los estudiantes desde noveno grado hasta bachillerato. Basado en los lineamientos curriculares del ministerio de educación, plantea metas de enseñanza como: aprovechar herramientas tecnológicas como instrumentos de mediación para la conceptualización de función cuadrática a través de la modelación, proporcionar experiencias significativas y estimular el uso y traducción de diferentes representaciones funcionales (verbal, algebraica, gráfica, visual y numérica). Dicha propuesta consta de tres actividades y en cada una se utiliza una herramienta tecnológica adecuada, para dar solución a algunos problemas que se encuentran divididos en momentos. En sus conclusiones establece que las nuevas tecnologías traerán beneficios al proceso de enseñanza dependiendo del uso que se haga de ellas.

De acuerdo a lo planteado en la investigación, Villarraga (2012) trata de guiar a los estudiantes que usen primordialmente las herramientas tecnológicas, para realizar tablas y gráficos como mediadores de la enseñanza de la función cuadrática, en contraste con la investigación a realizar, esta busca la aplicación simultánea de las demandas curriculares del MINEDUCYT para noveno grado y la incorporación de las TIC como suplemento.

Para terminar, se destaca que no se cuenta con una propuesta de enseñanza de la función cuadrática adaptada a las exigencias curriculares de El Salvador, y en especial con la incorporación de una metodología transversal que sea aplicable en cualquier ambiente escolar, sin importar las posibilidades o dificultades de recursos (Tablets, internet, pc, etc.), por lo que es necesario la creación de esta. Además, que garantice el éxito de aprendizaje por resolución de problemas, y que simultáneamente motive al estudiante y profesor.

Otro aspecto, a considerar son las dificultades de aprendizaje que Brunet (1998) las define como: un término genérico que designa un conjunto heterogéneo de perturbaciones que se manifiestan por dificultades persistentes en la adquisición y en la utilización de la escucha, de la palabra, de la lectura, de la escritura, del razonamiento o de las matemáticas, o de habilidades sociales. En este sentido estas dificultades aplicadas en el área de matemática pueden ser de manera cognitivo, asociado a la parte de la atención, memoria, razonamiento matemático y la parte de comunicación con símbolos, además involucra la parte de conocimiento previo. También se presenta la parte procedimental en la que se involucra la resolución de problemas y la modelación matemática.

Por lo tanto, ESMATE en su guía metodología describe las posibles dificultades que puede cometer un estudiante de noveno grado en el desarrollo del contenido de función cuadrática, las cuales son:

- ✓ Puede que algunos estudiantes aún no dominen completamente el concepto de proporcionalidad directa, es un conocimiento previo que se presentó en la unidad 6 de séptimo grado.
- ✓ Uso incorrecto de la calculadora. Si se escribe  $-0.8^2$  el resultado será  $-0.64$ , indicar que se escriba de la forma correcta  $(-0.8)^2$ , y el resultado será  $0.64$ ; que se utiliza para el

llano de tablas donde se ubican los pares ordenados, los cuales sirven para realizar gráfica de la función cuadrática.

- ✓ Cuando el estudiante no comprende las características de la parábola, ya que se menciona el valor absoluto, se debe sugerir como ejemplo observar lo que sucede con las formas de las funciones  $y = +3x^2$  ,  $y = -3x^2$  donde  $a = 3$  y que poseen el mismo valor absoluto.
- ✓ Si no escribe correctamente el cambio de  $y$  en la gráfica de la función.
- ✓ Cuando se gráfica la función correctamente, pero no se escribe el vértice o si se escribe correctamente el vértice, pero no se realiza la gráfica.

En conclusión, la función cuadrática es un eslabón importante en el desarrollo del razonamiento porque involucra las competencias exigidas en el programa de estudio de ESMATE, además de poner en manifiesto la matemática aplicada al entorno de manera transversal con el uso de la tecnología.

# **CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO**

### **3.1 Diseño de la investigación**

Toda investigación que está determinada con un enfoque cualitativo se debe diseñar a partir del planteamiento del problema, mediante una perspectiva general y los autores de ello serán los investigadores durante el desarrollo de esta. La intención primordial de esta investigación fue proponer una estrategia metodológica que integrara el software GeoGebra, para la enseñanza de la función cuadrática en los estudiantes de noveno grado. El criterio en el cual se fundamentó en “la teoría fundamentada; es un diseño y un producto” de acuerdo a O’Reilly y otros (2012) citado por Hernández-Sampieri (2016, p. 472), debido a que el fin era desarrollar teoría en donde se tomó en cuenta una estrategia metodológica para la enseñanza de la función cuadrática de una forma innovadora.

Además, la investigación estuvo inspirada y fundamentada en la teoría de las situaciones didácticas planteadas por Brousseau (1986), según lo cita el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, pues se definió una descripción de pasos fundamentales así también resaltando que bajo esta metodología resultó de gran valor el análisis del comportamiento de los estudiantes frente a un conocimiento específico, en este caso, la enseñanza de ecuaciones cuadráticas en un medio que integró un Ambiente de Geometría Dinámica.

### **3.2 Tipo de estudio**

La investigación que se realizó fue de carácter cualitativa de corte transversal y con un alcance exploratorio debido a que el abordaje del fenómeno fue desde el punto de vista cualitativo con el fin de desarrollar una estrategia que integrara el software GeoGebra para la enseñanza de la función cuadrática dentro un contexto poco explorado especialmente en el nuevo programa ESMATE a nivel de tercer ciclo actualmente en el año 2019.

#### **3.2.1 Área de estudio**

Esta investigación se llevó a cabo en las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, zona urbana; Complejo Educativo Delgado, zona urbana y Complejo Educativo Refugio Sifontes, pertenecientes al Municipio de Ciudad Delgado, Departamento de San Salvador; Funcionan durante dos jornadas: matutina y vespertina. Cada institución atendía dos secciones de noveno grado, una en cada jornada. Tales instituciones no pertenecían al Sistema Integrado

de la Escuela Inclusiva de Tiempo Pleno (EITP) y los estudiantes comprendían edades entre los 14 y 15 años, procedentes de colonias y zonas accesibles, así como de cantones de los alrededores.

### 3.3 Población y muestra

En este apartado se describe la población que involucró la investigación, además de la selección de estudiantes que constituyeron la muestra. Cabe de mencionar que la educación en El Salvador se divide en pública y privada, y fueron seleccionadas tres instituciones del sector público del departamento de San Salvador, por conveniencia y accesibilidad.

#### 3.3.1 Población

La población estudiada correspondió al total de estudiantes matriculados en noveno grado de los centros escolares “Complejo Educativo Delgado”, “Complejo Educativo Refugio Sifontes” y “Centro Escolar Edelmira Molina” del municipio de Ciudad Delgado departamento de San Salvador, haciendo un total de 170 estudiantes.

*Tabla 1 Población de los tres Centros Educativos*

<b>POBLACIÓN</b>	
<b>Centro Escolar</b>	<b>Número de Estudiantes</b>
<b>Complejo Educativo Delgado</b>	56
<b>Complejo Educativo Refugio Sifontes</b>	60
<b>Centro Escolar Edelmira Molina</b>	54
<b>TOTAL</b>	170

Fuente: Elaboración propia

#### 3.3.2 Muestra

Se tomó a bien utilizar el muestreo por conveniencia considerando las características de la población, la accesibilidad y la participación voluntaria; en respuesta a que la investigación es de tipo cualitativa.

*Tabla 2 Datos de las muestras*

<b>MUESTRA</b>	
<b>Centro Escolar</b>	<b>Número de Estudiantes</b>
<b>Complejo Educativo Delgado</b>	25
<b>Complejo Educativo Refugio Sifontes</b>	25
<b>Centro Escolar Edelmira Molina</b>	25
<b>TOTAL</b>	75

Fuente: Elaboración propia

### 3.4 Operacionalización de variables

#### 3.4.1 Matriz 1

Tabla 3 Operacionalización de variables: matriz 1, parte 1

Matriz de operacionalización									
Enunciado	Objetivo	Concepto	Definición	Dimensiones	Variables	Indicadores	Ítems	Fuente	
Estrategia metodológica que integra el software GeoGebra, para la enseñanza de la función cuadrática	Identificar las dificultades en el desarrollo del contenido de la función cuadrática, en los estudiantes de noveno grado de las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador	Dificultad en el proceso de enseñanza-aprendizaje	Dificultades de aprendizaje son un término genérico que designa un conjunto heterogéneo de perturbaciones que se manifiestan por dificultades persistentes en la adquisición y en la utilización de la escucha, de la palabra, de la lectura, de la escritura, del razonamiento o de las matemáticas, o de habilidades sociales.	Cognitivo	Razonamiento matemático	1. Utilizó la proporcionalidad directa para encontrar la constante de proporcionalidad dada la variable independiente y dependiente.	1	Prueba 1 de unidad 4 plateada en la guía metodológica de noveno grado.	
						2. Encuentró el máximo y el mínimo de la función describiendo el cambio en los valores que toma la función	3a 3b		
						1. Tipo de dificultad	10		Entrevista al docente
						2. Conocimientos previos	11		
					Comunicación con lenguaje Matemático	1. Planteó una ecuación de la forma $y = ax^2$ a partir del uso de tablas y encontrando la proporcionalidad directa con el cuadrado de la ecuación.	1	Prueba 1 de unidad 4 plateada en la guía metodológica de noveno grado	
						2. Calculó los valores de a y c en $y = ax^2 + c$ , dadas las condiciones iniciales de la gráfica de la función.	6		
3. Identificó las características de las funciones $y = ax^2$ y $y = -ax^2$ a partir de los valores de a	3a 3b								

Fuente: elaboración propia

Tabla 4 Operacionalización de variables: matriz 1, parte 2

Enunciado	Objetivo	Concepto	Definición	Dimensiones	Variables	Indicadores	Ítems	Fuente
				<b>Procedimental</b>	Resolución de problemas	1.Encuentra el rango de la función $y = ax^2$ dado su dominio	Ítem 4	Prueba 1 de unidad 4 plateada en la guía metodológica de noveno grado
						2.Describió el cambio en los valores de la función $y = ax^2$	Ítem 2	
						3.Elaboró la gráfica $y = ax^2$ con $a > 1$ o $0 < a < 1$ a partir de la gráfica $y = x^2$	Ítem 2	
						4.Elaboró la gráfica $y = -ax^2$ con $a > 0$ a partir de la gráfica $y = x^2$	Ítem 2	
						5.Graficó la función $y = ax^2 + c$ , con $c > 0$ y $c < 0$ realizando desplazamientos verticales en $c$ unidades, a partir de la gráfica de $y = ax^2$	Ítem 5	
						1.Tipo de problemas	Ítem12	Entrevista al docente
						2. Cantidad de ejercicios.	Ítem 13	

Fuente: Elaboración Propia

### 3.4.2 Matriz 2

Tabla 5 Operacionalización de variables: matriz 2

Matriz de Operacionalización								
Enunciado	Objetivo	Concepto	Definición	Dimensiones	Variables	Indicadores	Ítems	Fuente
Estrategia metodológica que integra el software GeoGebra, para la enseñanza de la función cuadrática	Diseñar una guía metodológica que complemente el proceso de enseñanza aprendizaje de la unidad cuatro: función cuadrática, utilizando el recurso tecnológico de GeoGebra en los estudiantes de noveno grado de las	<b>Herramienta GeoGebra.</b>	Es un software matemático interactivo libre para la educación y multiplataforma que permite interactuar dinámicamente con la geometría, el álgebra y el cálculo numérico.	<b>Geométricas</b>	Geometría Dinámica	*Manejo de herramientas básicas a través de construcciones de figuras *Manejo de herramientas básicas para representar y analizar distintas funciones. *Relaciones que se establecen a partir de construcciones		Manual de GeoGebra
					Vista gráfica	*Diferencias entre representar un lugar geométrico y representar una función en GeoGebra * Uso de comandos para analizar funciones *Manejo de herramientas básicas para representar y analizar distintas funciones *Función cuadrática a través de problemas. *Elementos “a” y “c” para su análisis. *Entorno geométrico de GeoGebra.		
				<b>Algebraicas</b>	Vista Algebraica	* Ingresar directamente expresiones algebraicas en la barra de entrada *Modificar la representación algebraica de un objeto directamente en la  Vista algebraica. *Utilizó la herramienta  Elige y mueve, haciendo clic en un objeto libre en la  Vista algebraica *Utiliza la Barra de estilo de la vista algebraica que ofrece botones para: mostrar / ocultar  Objetos auxiliares,  ordenar los objetos según diferentes criterios y agregar nuevas  Vistas a la ventana de GeoGebra (GeoGebra Web y Tablets)		

	<p>instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador.</p>	<p>ESMATE</p>	<p>Proyecto de mejoramiento en los aprendizajes de matemática en educación básica y educación media, desarrollo por el Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (MINEDUCYT) con el apoyo de la Agencia de Cooperación</p>	<p>Función <math>y = ax^2</math></p>	<p>Características</p>	<p>*Planteó una ecuación de la forma <math>y = ax^2</math> a partir del uso de tablas y encontrando la proporcionalidad directa con el cuadrado de la ecuación.          *Utilizó la proporcionalidad directa para encontrar la constante de proporcionalidad dada la variable independiente y dependiente.          *Describió las características de la función <math>y = ax^2</math> a partir de los puntos ubicados en el plano cartesiano.          *Elaboró la gráfica de <math>y = ax^2</math> con <math>a &gt; 1</math>, a partir de la gráfica <math>y = ax^2</math>          *Elaboró la gráfica de <math>y = ax^2</math> con <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, a partir de la gráfica <math>y = ax^2</math>.          *Elaboró la gráfica de <math>y = -ax^2</math> con <math>a &gt; 0</math>, a partir de la gráfica <math>y = ax^2</math>.          *Identificó las características de la función <math>y = ax^2</math> y de la función <math>y = -ax^2</math> a partir de los valores de a.          *Describió el cambio en los valores de la función <math>y = ax^2</math> en el intervalo que no incluye la coordenada x del vértice.          *Encontró el rango de la función <math>y = ax^2</math> dado su dominio que incluye la coordenada x del vértice          *Resolvió problemas relacionados con la función <math>y = ax^2</math>          *Resolvió problemas que involucraban la función <math>y = ax^2</math></p>		<p>Guía metodológica de noveno grado plateada por ESMATE</p>
--	---	---------------	--	--------------------------------------	------------------------	--	--	--

Fuente: elaboración propia

			<p>ón Internacio nal del Japón (JICA)</p>	<p>Función <math>y = ax^2 + c</math></p>	<p>Despla zamien tos para la constru cción de gráfica s.</p>	<p>*Graficó la función <math>y = ax^2 + c</math>, con <math>c &gt; 0</math> realizando desplazamientos verticales en <math>c</math> unidades, a partir de la gráfica <math>y = ax^2</math>.          *Graficó la función <math>y = ax^2 + c</math>, con <math>c &lt; 0</math> y realizando desplazamientos verticales en <math>c</math> unidades, a partir de la gráfica <math>y = ax^2</math>.          *Calculó los valores de <math>a</math> y <math>c</math> en <math>y = ax^2 + c</math>, dadas las condiciones iniciales de la gráfica de la función.          *Resolvió problemas que involucraron la función <math>y = ax^2 + c</math>.</p>		
--	--	--	---	--	--	---	--	--

Fuente: elaboración propia

### 3.4.3 Matriz 3

Tabla 6 Operacionalización de las variables: matriz 3, parte 1

Matriz de Operacionalización									
Enunciado	Objetivo	Concepto	Definición	Dimensiones	Variables	Indicadores	Ítems	Fuente	
Estrategia metodológica que integra el software GeoGebra, para la enseñanza de la función cuadrática	Establecer una comparación de los resultados previos y posteriores a la implementación de la guía metodológica diseñada, para la enseñanza de la unidad cuatro: función cuadrática, utilizando el recurso tecnológico de GeoGebra en los estudiantes de noveno grado de las instituciones: Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado, departamento de San Salvador	Comparar	Comparación de resultados obtenidos previos y posteriores en sus dimensiones	Cognitivo	Razonamiento matemático	1. Utilizó la proporcionalidad directa para encontrar la constante de proporcionalidad dada la variable independiente y dependiente.	1	Prueba 1 y Prueba 2	
						2. Encuentró el máximo y el mínimo de la función describiendo el cambio en los valores que toma la función	3a 3b		
						1. Tipo de dificultad	10		Entrevista al docente
						2. Conocimientos previos	11		
					Comunicación con lenguaje Matemático	1. Planteó una ecuación de la forma $y = ax^2$ a partir del uso de tablas y encontrando la proporcionalidad directa con el cuadrado de la ecuación.	1	Prueba 1 y Prueba 2	
						2. Calculó los valores de a y c en $y = ax^2 + c$ , dadas las condiciones iniciales de la gráfica de la función.	6		
3. Identificó las características de las funciones $y = ax^2$ y $y = -ax^2$ a partir de los valores de a	3a 3b								

Fuente: elaboración propia

Tabla 7 Operacionalización de las variables matriz 3, parte 2

Enunciado	Objetivo	Concepto	Definición	Dimensiones	Variables	Indicadores	Ítems	Fuente
				<b>Procedimental</b>	Resolución de problemas	1. Encuentró el rango de la función $y = ax^2$ dado su dominio	4	Prueba 1 y Prueba 2
						2. Describió el cambio en los valores de la función $y = ax^2$	2a 2b, 2c	
						3. Elaboró la gráfica $y = ax^2$ con $a > 1$ o $0 < a < 1$ a partir de la gráfica $y = x^2$	2a 2b, 2c	
						4. Elaboró la gráfica $y = -ax^2$ con $a > 0$ a partir de la gráfica $y = x^2$	2a 2b, 2c	
						5. Graficó la función $y = ax^2 + c$ , con $c > 0$ y $c < 0$ realizando desplazamientos verticales en $c$ unidades, a partir de la gráfica de $y = ax^2$	5a, 5b	
						1. Tipo de problemas	12	Entrevista al docente
						2. Cantidad de ejercicios.	13	

Fuente: Elaboración Propia

### **3.5 Propuesta que integra GeoGebra a ESMATE**

#### **3.5.1 Guía docente**

La estructura de la guía del docente posee una barra lateral derecha, donde se destacan aspectos metodológicos relevantes para las prácticas a realizar; además de poseer cuadros de conceptos claves para el desarrollo del contenido y así fomentar la práctica de forma amigable, mediante la integración de la geometría dinámica. Está diseñada de tal manera, que permite ir evidenciando la variación de la función cuadrática desde su forma básica  $y = x^2$  hasta  $y = ax^2 + c$ . La guía consta de dos prácticas que se desarrollan en dos horas clases de 45 minutos cada una, y un práctico lo aprendido como tarea ex aula o evaluada como una actividad integradora (Anexo 2.2).

#### **3.5.2 Guía estudiante**

Consta de dos sesiones prácticas que se desarrollarán en dos horas clases de 45 minutos cada una. La guía es amigable y utiliza el lenguaje común de los estudiantes, sin olvidar algunos conceptos matemáticos importantes en el tema. Cabe destacar que el práctico lo aprendido, está orientado para la aplicación mediante el dispositivo móvil más utilizado: el celular (Smartphone), lo cual le otorga un plus y al mismo tiempo propone un reto hacia ellos, ya que la interacción con este genera motivación, curiosidad, además lleva a la aplicación del conocimiento y adquisición de habilidades graficadoras que permite el software (Anexo 2.1).

En conclusión, ambas guías responden a las necesidades individuales del docente y del estudiante, cabe resaltar que poseen adecuaciones curriculares enfocadas a las competencias tecnológicas en matemática y a las exigencias de ESMATE, ayuda a superar las posibles dificultades del aprendizaje del contenido de la función cuadrática, además la guía del docente contiene orientaciones adicionales para la comprensión del material. En fin, el diseño de la guía se basa en una propuesta innovadora, la cual integra el software GeoGebra, en la estrategia metodológica de ESMATE en el nivel de noveno grado.

### **3.6 Instrumentos de recolección de datos**

Los instrumentos que se utilizaron para recolectar datos, consistieron en entrevista al docente la cual constaba de una pequeña introducción donde se le explicaba al docente el motivo de la entrevista, luego se desglosaba en tres partes, en la primera se pedía las generalidades como su nombre, grados en los que impartían clase y si eran de la especialidad de matemática, en la segunda hacía referencia a la parte de la didáctica que se utiliza en clase y por último se realizaban preguntas sobre las dificultades que presentaban los estudiantes en el contenido de la función cuadrática; también se les preguntaba si consideraba que el tipo de problemas que presenta ESMATE en la prueba de unidad es adecuado para el cumplimiento del contenido (Anexo 1.1). Así mismo, se hizo la consulta a la prueba final de unidad correspondiente a Función Cuadrática del programa de noveno grado ESMATE, esta prueba constaba de seis ítems que a su vez tenían literales (a, b, c) donde se le evaluaba al estudiante el razonamiento matemático, la comunicación de símbolos y la parte de resolución de problemas, considerando definición, características y grafica de la función cuadrática (Anexo 1.2).

### **3.7 Forma de administración de instrumentos**

El proceso de administración está dividido en cuatro etapas: la primera consistió en entrevistar a cada uno de los docentes que impartía la asignatura, para enumerar las habilidades que poseían respecto al uso de software, las generalidades de su formación y la utilización de ESMATE. La segunda etapa abarcó la recolección de los resultados de las pruebas de la unidad cuatro que es una prueba estandarizada propuesta en la guía metodológica del MINEDUCYT, la cual fue administrada por el docente responsable de la materia al finalizar la unidad, las cuales fueron entregadas a los investigadores para sus respectivas tabulaciones y análisis.

En la tercera etapa se identificaron los ítems con mayor porcentaje de dificultad y se establecieron comparaciones entre las instituciones, el grupo de investigadores diseñó una guía metodológica que respondiera de forma asertiva a las dificultades identificadas y propuso dos versiones de la guía metodológica una del docente y otra para el estudiante. Para la cuarta etapa se realizó la práctica en cada uno de los centros escolares, se verificó que en los centros escolares se contara con computadora e instalado el software GeoGebra (en el caso que no estuviese instalado se procedió a instalar una versión portátil); además se brindó a cada

estudiante una copia virtual de la guía metodológica, y se les pidió realizar y entregar al docente el práctico lo aprendido propuesto, la práctica duró dos horas, se contó con la participación del encargado del centro de cómputo, el docente de matemática y el grupo investigador, por último se analizaron nuevamente las pruebas y se establecieron juicios de valor en base a las comparaciones.

### **3.8 Perfil de administración**

Los instrumentos de recolección de datos fueron administrados, por un equipo de investigadores con amplio conocimiento en el área educativa, específicamente en la asignatura de Matemática. La recolección de los datos se solicitó al docente respectivo en cada uno de los tres centros educativos, de los resultados de la prueba estandarizada propuesta en la guía metodológica. Las visitas a los centros escolares se realizarán en el turno matutino. La población escolar atendida en Centro Escolar Edelmira Molina, Complejo Educativo Delgado y Complejo Educativo Refugio Sifontes del municipio de Ciudad Delgado es de 170 alumnos y alumnas.

### **3.9 Procesamiento de datos**

Se aplicó un estudio descriptivo a los resultados de la prueba final de unidad y a los resultados de la entrevista del docente. El software usado fue Statistical Pack Age for the Social Sciences (SPSS), para el levantamiento de base de datos y luego proceder al análisis de los datos y posterior presentación de resultado. El diseño de la guía metodológica se realizó a partir del análisis de las dificultades de las y los estudiantes, identificadas en la prueba de unidad 4. Función cuadrática y al verificar las características propias del software GeoGebra se ejecutará la adecuación del contenido de la unidad para destacar una secuencia didáctica, que permita al alumno comprender la función y se logren cumplir los indicadores dispuestos por ESMATE

# **CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Este capítulo está compuesto por los diferentes gráficos, tablas y sus respectivas interpretaciones, correspondientes a la información adquirida durante el proceso de recolección a través de los distintos instrumentos administrados, con el fin de dar respuesta a las preguntas propuestas en el proceso de investigación, todo esto enmarcado a una propuesta metodológica que integra el software GeoGebra para fortalecer el proceso de aprendizaje de los alumnos de noveno grado en el contenido de la función cuadrática.

#### 4.1 Dificultades en el desarrollo del contenido de la función cuadrática

El análisis de las dificultades en el desarrollo del contenido de función cuadrática se desarrolló en dos dimensiones: la primera a nivel cognitivo: que involucra el razonamiento lógico y la comunicación con lenguaje matemático, la segunda a nivel procedimental donde se estudia la resolución de problemas, que ayuda a responder la primera pregunta de investigación. Además, tomando en consideración los resultados al utilizar la herramienta GeoGebra integrando ESMATE en sus dimensiones algebraica y geométrica, por último, se analiza la secuencia metodológica en lo práctico y teórico. Cabe mencionar que todas las dificultades están en correspondencia a la prueba de unidad cuatro, que está distribuida así:

*Tabla 8 Descripción estructura de la prueba*

Ítems	Literales
1	–
2	$a, b$ y $c$
3	$a, b$
4	–
5	$a, b$
6	–

Fuente: Elaboración propia

Las dificultades identificadas son en dos dimensiones: cognitiva y procedimental. Y habiendo evaluado las pruebas 1 de la unidad cuatro se obtuvo el consolidado, siguiente:

*Tabla 9 Resultados globales*

		<b>1</b>	<b>2<sup>a</sup></b>	<b>2b</b>	<b>2c</b>	<b>3a</b>
<b>Todos los Centros Escolares</b>	No responde	8%	35%	41%	43%	51%
	Incorrecto	47%	21%	21%	25%	25%
	Parcial	39%	21%	15%	26%	24%
	Correcto	6%	23%	23%	6%	0%
		100%	100%	100%	100%	100%

Fuente: elaboración propia

*Tabla 10 Porcentajes globales*

		<b>3b</b>	<b>4</b>	<b>5a</b>	<b>5b</b>	<b>6</b>
<b>Todos los Centros Escolares</b>	No responde	55%	31%	65%	65%	52%
	Incorrecto	21%	62%	16%	12%	16%
	Parcial	24%	7%	12%	16%	13%
	Correcto	0%	0%	8%	8%	20%
		100%	100%	100%	100%	100%

Fuente: elaboración propia

De las tablas 9 y 10, se obtuvo que en todos los centros escolares el porcentaje de respuesta correcta por ítem no supero el 50%, por lo que se evidencian dificultades en el proceso de aprendizaje de la función cuadrática, las cuales se describen ítem a ítem a continuación:

***Dificultades Ítem 1.***

Ítem 1. Un 6% de los estudiantes evaluados utilizo la proporcionalidad directa, para encontrar la constante de proporcionalidad  $a$ , presentando dificultades para identificar la variable dependiente  $x$  e independiente  $y$ , lo que evidencia que el estudiante no aplica el aprendizaje en situaciones adidácticas, como lo evidencian los procedimientos encontrados en algunas pruebas. Por otra parte, en contraposición a lo que expresa Brousseau: el estudiante debe relacionarse con el problema respondiendo al mismo, en base a los conocimientos, se tienen pruebas en las que no se plantea una ecuación de la forma  $y = ax^2$  a partir de la

proporcionalidad directa con el cuadrado de la ecuación. También, el alumno evaluó los cuadrados de ambas variables olvidando la ecuación general de una función cuadrática, e incluso el estudiante no divide entre el cuadrado que es 25, sino entre 5. (Anexo 3.1)

### ***Dificultades Ítem 2a, 2b y 2c.***

En estos ítems el estudiante demuestra la falta de habilidades para el trazo de parábolas, y al mismo tiempo la errónea interpretación de la constante de proporcionalidad cuando  $a < 1$ . Por lo tanto, el aprendizaje no ha sido significativo, por la falta de relación de la imagen o forma en situaciones concretas, así como lo expresa Ausubel.

Observando la tabla 9 con relación al ítem 2a, un 35% de los estudiantes evaluados no responde, lo que confirma la falta de habilidades para el trazo en papel, además de la descripción de cambios en la función  $y = ax^2$ , para cuando  $a < 1$  y la elaboración de la gráfica cuando  $y = \frac{1}{2}x^2$ . Para ítem 2b. Un 23% de los estudiantes responde de forma correcta y un 15% de forma parcialmente correcta, lo que al sumarlo hace un 38% de estudiantes que intentaron desarrollar lo solicitado, presentando errores para graficar, algunas de las dificultades se deben a no relacionar la ecuación  $y = ax^2$ , para generar  $y = \frac{3}{2}x^2$ . Y, por último, ítem 2c, donde el 43% de estudiantes no respondieron a este ítem, se adjudica a la falta de comprensión del signo menos de la constante  $a$ , lo que incluso se evidenció en algunos que si respondieron, pero según sus procedimientos al considerar la función una parábola abierta hacia arriba y no como lo indica el signo abierto hacia abajo. (Anexo 3.2)

### ***Dificultades Ítem 3a, 3b y 4***

Las dificultades en estos ítems poseen relación, por la forma de solucionarlos, en el planteamiento de Polya, la estrategia: resolución de problemas implica crear un contexto donde los datos guarden cierta coherencia, para evitar la aplicación mecánica de un algoritmo. Es necesario que los estudiantes apliquen procedimientos heurísticos consciente o inconscientemente siguiendo los pasos para llegar a la posible solución, por medio del razonamiento matemático y la comunicación con lenguaje matemático, al obtener un número que carece de significado. En estos casos se observó un bajo dominio del análisis del rango, el

máximo y el mínimo de una función, así mismo presentaron dificultades al identificar las características de las funciones  $y = ax^2$ ,  $y = -ax^2$  a partir de los valores de  $a$ .

Al analizar los resultados (Tabla 9 y 10) se pueden identificar que para el ítem 3 *a* y 3 *b* más del 50% de los estudiantes no responden, y más del 20% dan respuestas incorrectas, por esto se le podría atribuir a que interpretan el resultado como función, y no como un número que representa el máximo o mínimo en el rango solicitado, para un valor específico de la variable  $x$ . En el ítem 4, un 31% no respondió y otro 62% fueron respuestas incorrectas. Los resultados de los ítems corresponden al bajo dominio algebraico en la sustitución de un valor numérico asignado a una variable. (Anexo 3.3)

### ***Dificultades Ítem 5a y 5b***

La relación de este ítem con el 2a, 2b y 2c, corresponde a que ambos involucran la gráfica de parábolas, sin embargo, en este, se espera que el estudiante identifique la ecuación general de una función cuadrática y algunos elementos necesarios para dar una solución asertiva al ítem. Según Ausubel, un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe, este debe ser transferible a nuevas situaciones de forma autónoma y productiva por parte de quien aprende, lo que deja entrever que la gestión del conocimiento los estudiantes limita al graficar la función  $y = ax^2 + c$ , con  $c > 0$  y  $c < 0$  y también a realizar desplazamientos verticales en  $c$  unidades, a partir de la gráfica de  $y = ax^2$

Existe un 65% que no responde a los ítems dejando sin respuesta, para el ítem 5a el 16% obtuvo respuestas incorrectas y en el 5b un 12%. En consecuencia el conocimiento del estudiante no es transferible a situaciones de forma productiva, al olvidar el uso de la ecuación general de una función cuadrática  $y = ax^2$  que está centrada al origen para la gráfica de una desplazada. Por otra parte en ambas ilustraciones carecen de habilidades para graficar parábolas e identificar el vértice a partir de la ecuación dada. (Anexo 3.4)

### ***Dificultades Ítem 6***

El aprendizaje alojado en las estructuras cognitivas es imprescindible para el desarrollo de este ítem, a la vez que se necesita de la comunicación con lenguaje matemático. Los

estudiantes poseen dificultades en este contexto las cuales se pueden solventar con la teoría de Polya y Ausubel, el primero propone que enseñar a resolver problemas y no algoritmos, el segundo sugiere adecuar el conocimiento previo a situaciones nuevas.

Se tiene que en un 52% de estudiantes no responden al ítem, y un 16% lo resuelven de forma incorrecta, la forma de graficar no responde a procesos cognitivos, y la comunicación del lenguaje matemático es carente, el estudiante no logra calcular los valores de  $a$  y  $c$  para la función  $y = ax^2 + c$ . Las dificultades radican en la aplicación de procesos algebraicos para el cálculo de la variable  $a$  y la ausencia de un protocolo en la búsqueda de la solución. (Anexo 3.5)

Las dificultades encontradas en las pruebas se detallan a continuación: en el ítem uno, los estudiantes presentan problemas de manejo algebraico lo cual está vinculado al área cognitiva; en el ítem 2 los procesos encontrados demuestran que los estudiantes no son capaces de realizar las indicaciones del área procedimental que implica el trazo de las gráficas de las funciones.

De acuerdo con el ítem 3 y 4, en su mayoría los alumnos no logran completar los procedimientos para encontrar valores máximos y mínimos dadas las funciones, debido que la constante “ $a$ ” tomaba valores positivos y negativos, dichos ítems correspondían al área cognitiva y procedimental respectivamente y finalmente en los ítems 5 y 6 se encuentran hallazgos en donde el estudiante no logra comprender el vértice de una parábola y constantes, en especial cuando se exigen procedimientos algebraicos a partir de una gráfica determinada. Los resultados obtenidos en términos generales en las pruebas se vinculan a las respuestas brindadas mediante las entrevistas aplicadas a los tres docentes encargados de impartir la materia de matemática en los centros escolares estudiados.

Puesto que dos de ellos manifiestan que los recursos utilizados son solamente el pizarrón, los marcadores y carteles, solamente uno de ellos utiliza el centro de cómputo cuando considera necesario, además indican que existen dificultades para impartir adecuadamente la clase, especialmente hacen mención que el tiempo que propone el programa ESMATE, no es el adecuado para impartir los contenidos debido a que es demasiado acelerada la forma en que el sistema pretende se enseñen; en cuanto a dificultades en los estudiantes se encuentran en común acuerdo que los estudiantes no muestran interés, y académicamente no han adquirido bases

sólidas de conocimientos previos, lo cual dificulta hasta la ubicación misma de coordenadas en el plano cartesiano y el uso de tablas (Anexo 1.1) Todos los aspectos previamente mencionados son precisamente los factores que justifican los resultados obtenidos en las primeras pruebas de unidad realizadas en los centros de estudio.

## **4.2 Diseño de la guía**

Con la intención del mejoramiento de los aprendizajes en matemática, se elabora una guía de trabajo, que está diseñada incorporando la tecnología particularmente GeoGebra al contenido de la función cuadrática de los nuevos programas de estudio. La guía está diseñada a partir de dos prácticas en las cuales los estudiantes deben dar lectura, realizar las construcciones y pasos que se van sugiriendo a medida van avanzando, para posteriormente aplicar los conocimientos en el práctico lo aprendido con el fin que el estudiante comprenda y aclare conceptos acerca de la parábola (Anexo 3).

Es importante recalcar que el diseño de la guía resulta a partir de las dificultades presentadas por los alumnos durante la primera prueba de unidad; es decir, se realizó un análisis en las dificultades encontradas a nivel cognitivo y procedimental, en la primera pregunta de investigación ha sido enfocada a la graficación descriptiva.

La primera practica tiene como objetivo principal, responder y reforzar conocimientos relacionados a los ítems 1, 2,3 y 5 de la prueba de Unidad, específicamente porque los estudiantes presentan problemas en la elaboración de gráficas, identificación de vértices, las orientaciones de la parábola y las variaciones en el dibujo de la gráfica de la parábola estas debido a los valores de la variable  $a$ . La segunda práctica solventa los ítems 4 y 6 de la prueba de Unidad, así como reforzar el ítem 5 puesto que ésta contiene indicaciones para que el estudiante aprenda acerca de los aumentos y disminuciones que pueden surgir en la gráfica de la función cuadrática.

Por tanto, se considera que la guía permitiría solventar y reafirmar los conocimientos en los estudiantes que logren desarrollar los pasos presentados y responder adecuadamente a las preguntas propuestas, de manera que al finalizar la práctica y se aplique la segunda prueba de unidad, los resultados que se obtengan sean superiores a los encontrados en la primera prueba aplicada.

### **4.3 Comparación de los resultados previos y posteriores a la implementación de la guía.**

En el transcurso de la investigación, se trabajó con una prueba referente a los contenidos de la unidad 4, para noveno grado de educación básica enfocada en el tema: función cuadrática, la prueba fue realizada por los estudiantes en dos ocasiones, la primera después de las clases desarrolladas por el (la) docente, la segunda se realizó después de una práctica en computadora con la guía elaborada para el uso de GeoGebra que integraba el contenido propuesto por ESMATE. Dichos resultados fueron tabulados y analizados, de los cuales se establece una comparación de dos pruebas y se designan:

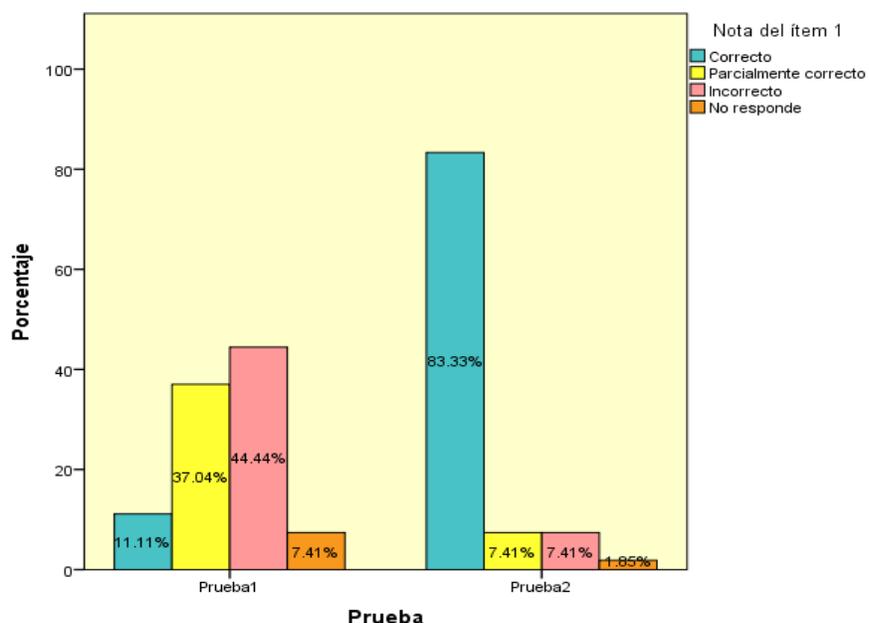
- Prueba 1 (P1). Realizada después del desarrollo de los contenidos de forma tradicional (Docente-Libro-Alumno)
- Prueba 2 (P2). Realizada después del desarrollo del contenido mediante una práctica en la que se utilizó la guía del estudiante que integra el contenido y el uso del recurso tecnológico (ESMATE-GeoGebra).

Se utiliza el método estadístico descriptivo, para la comparación de la P1 y P2, que se realizó en los tres centros educativos investigados, es de notar que en las instituciones se obtuvo un incremento en el promedio. Para el análisis se denotan cada una de las instituciones de la siguiente manera:

- EM. Centro Escolar Edelmira Molina
- CD. Complejo Educativo Delgado
- RS. Complejo Educativo Refugio Sifontes

### 4.3.1 Comparación de pruebas por ítems

Figura 3 Porcentaje nota ítem 1, P1 y P2



Fuente: Elaboración propia

En la figura 3 se observan los resultados del ítem 1 en las P1 y P2, se verifica que la mayoría de los estudiantes en la prueba tiene un 44.44% de incorrectas, en la prueba 2 se tiene una disminución en este porcentaje. Además, el porcentaje de respuesta correctas incremento súbitamente de un 11.11% al 83.33%, demostrando que el concepto de proporcionalidad fue asimilado correctamente y aplicado de igual forma, disminuyendo también el porcentaje de no responde del 7.41% al 1.05%.

Tabla 11 Porcentajes ítem 2a, P1 y P2

	Nota del ítem 2 <sup>a</sup>				Total
	Correcto	Parcialmente correcto	Incorrecto	No responde	
Prueba 1	12 (22.22%)	12 (22.22%)	11 (20.37%)	19 (35.19%)	54
Prueba 2	33 (61.11%)	7 (12.96%)	9 (16.67%)	5 (9.26%)	54

Fuente: Elaboración propia

*Tabla 12. Porcentajes ítem 2b, P1 y P2*

	Nota del ítem 2b				Total
	Correcto	Parcialmente correcto	Incorrecto	No responde	
Prueba 1	11 (20.37%)	8 (14.81%)	11 (20.37%)	24 (44.44%)	54
Prueba 2	12 (22.22%)	9 (16.67%)	15 (27.78%)	18 (33.33%)	54

Fuente: elaboración propia

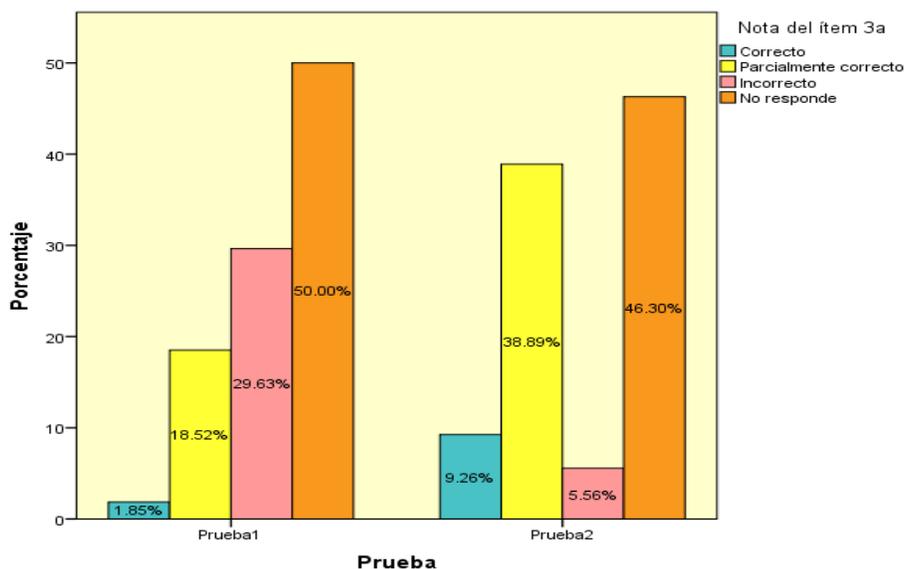
*Tabla 13. Porcentaje ítem 2c, P1 y P2*

	Nota del ítem 2c				Total
	Correcto	Parcialmente correcto	Incorrecto	No responde	
Prueba 1	3 (5.56%)	11 (20.37%)	14 (25.93%)	26 (48.15%)	54
Prueba 2	30 (55.56%)	15 (27.78%)	0 (0%)	9 (16.67%)	54

Fuente: Elaboración propia

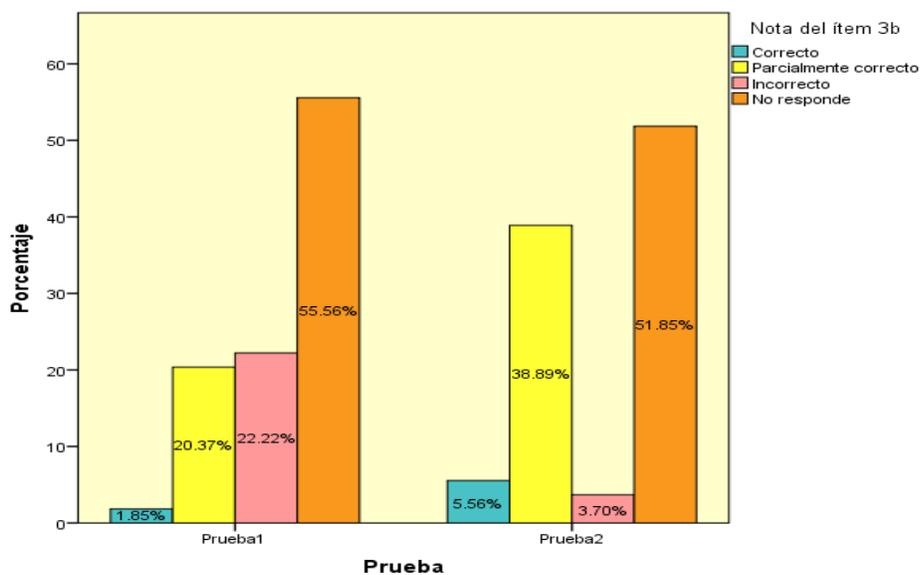
En las Tabla 11 se puede observar que el impacto del aprendizaje de los estudiantes en la P2 es notorio, para el ítem 2a de 19 estudiantes disminuyó a 5 el no responde, de 11 incorrectos a 9, superando a más de la mitad de las respuestas correctas. En Tabla 12, correspondiente al ítem 2b 24 algunos no respondieron en P1 y para P2: 18 no respondieron reflejando una disminución de 6 estudiantes, los incorrectos aumentaron de 11 a 15, estos no ayudan a comprender que el estudiante se motivó a responder el ítem, aunque la respuesta no fue acertada. Por último, en la Tabla 13, para ítem 3c de 26 no responde se redujo a 9 y de 14 incorrectos a cero.

Figura 4. Porcentaje nota ítem 3a, P1 y P2



Fuente: elaboración propia

Figura 5. Porcentaje nota ítem 3b, P1 y P2



Fuente: Elaboración propia

Los aprendizajes no están fijados en las estructuras cognitivas del estudiante, para ítem 3a las dificultades siguen sin superarse ya que de un porcentaje de 50% se tiene aún un 46.30%

de no responde, si bien ha disminuido el número de estudiantes que no responde, pero sigue siendo un porcentaje alto (Figura 5). En el ítem 3b se presenta una leve disminución en los porcentajes de no responde, pero un incremento con los parcialmente correctos lo que deja entre ver que los estudiantes presentaron mayor disposición de realizar procedimientos para llegar a la respuesta (Figura 4 y 5).

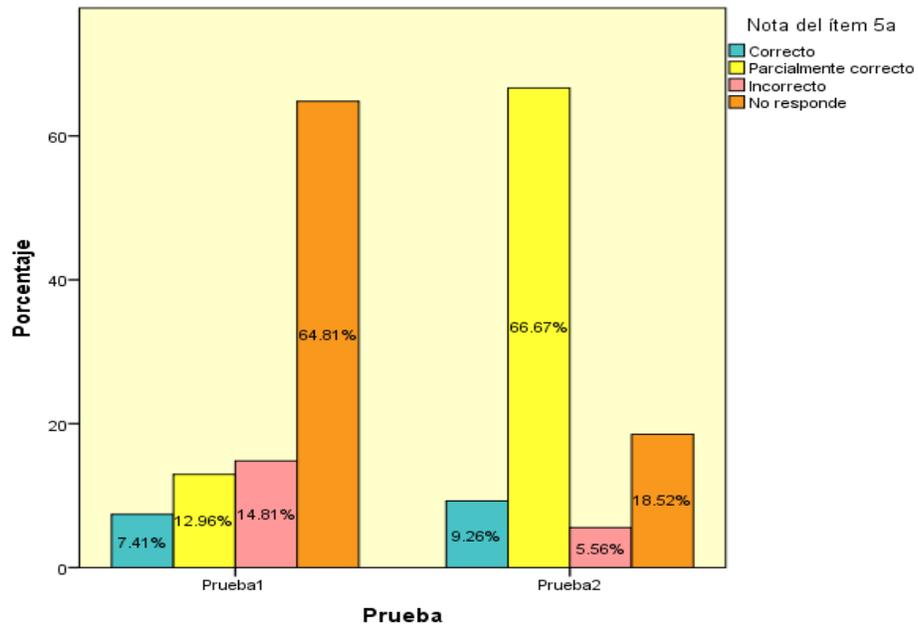
*Tabla 14. Porcentaje ítem 4 P1 y P2*

	Nota del ítem 4				Total
	Correcto	Parcialmente correcto	Incorrecto	No responde	
Prueba 1	2 (3.70%)	3 (5.56%)	28 (51.85%)	21 (38.89%)	54
Prueba 2	11 (20.37%)	13 (24.07%)	5 (9.26%)	25 (46.30%)	54

Fuente: elaboración propia

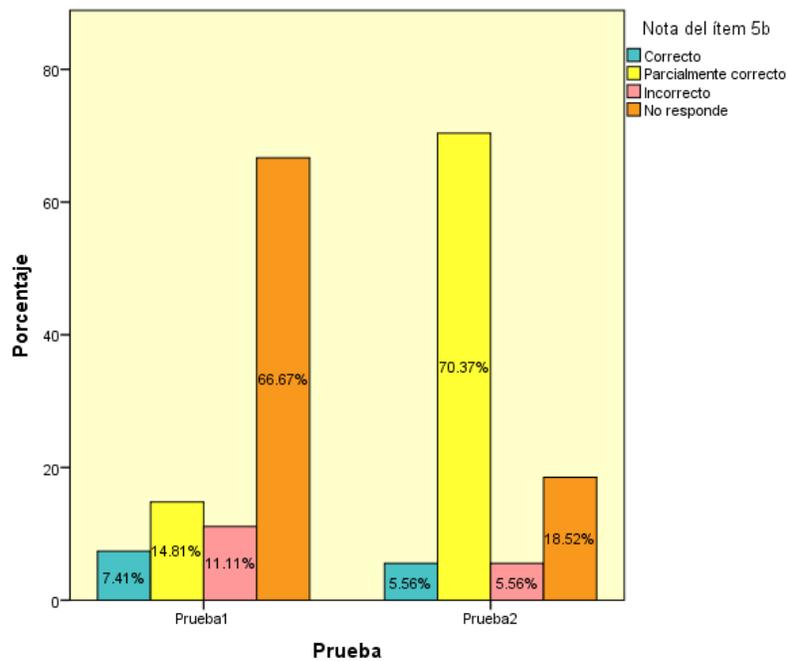
Los estudiantes continúan presentando dificultades con el desarrollo del ítem 4, al comparar la cantidad que no responde ha incrementado de 21 a 25, lo indica que hay más estudiantes que no pudieron realizarlo, de 28 se disminuyó a 5 la cantidad de respuestas incorrectos, lo que representa un éxito (Tabla 14).

Figura 6. Porcentaje nota ítem 5a P1 y P2



Fuente: elaboración propia

Figura 7. Porcentaje nota ítem 5b, P1 y P2



Fuente: elaboración propia

En este ítem se tiene los literales a y b, respecto al literal *a* en los no responde se tenía 64.81% y se disminuyó hasta el 18.52%, en el literal *b* de 66.67% se disminuyó a 18.52, y para la opción de incorrecto de un 14.81% de la prueba 1, se llegó a un 5.56% para el primer literal y para el segundo de un 11.11% a un 5.56%, siendo cifras aceptables, que demuestran la viabilidad de la guía (Figura 7 y 8).

*Tabla 15. Porcentaje ítem 6 P1 y P2*

	Nota del ítem 6				Total
	Correcto	Parcialmente correcto	Incorrecto	No responde	
Prueba 1	14 (25.93%)	8 (14.81%)	8 (14.81%)	24 (44.44%)	54
Prueba 2	26 (48.15%)	6 (11.11%)	4 (7.41%)	18 (33.33%)	54

Fuente: elaboración propia

En la tabla 15 se observa la comparación entre los resultados del ítem 6, destacando una marcada tendencia alza en los conceptos de correcto del 25.93% al 48.15%, otro aspecto a destacar es la disminución de los no responde en un 11.11%, lo que nos lleva a considerar que en su mayoría demostraron interés por resolver el ítem.

#### 4.3.2 Comparación entre escuelas

*Tabla 16. Porcentaje promedios globales P1 y P2*

Centros Escolares	Promedios	
	Prueba 1	Prueba 2
Centro Escolar Edelmira Molina	2.30	6.13
Complejo Educativo Delgado	1.79	3.50
Complejo Educativo Refugio Sifontes	1.80	5.47
Todos los Centros Escolares	1.96	5.03

Fuente: elaboración propia, de la base de datos de SPSS

Así como se observamos en la tabla 15, comparando los promedios globales de prueba 1 y 2, tenemos que *EM* incremento 3.83, *CD* 1.71 y *RS* 3.67.

### **4.3.2 Comparación de resultados**

La comparación de resultados previos a la implementación de la prueba, se realizó con el fin de detectar en la unidad número cuatro los aciertos y desaciertos presentados por parte de los estudiantes, con el fin de diseñar una guía metodológica que fuera capaz de satisfacer los conocimientos exigidos por los alumnos en tan solo dos sesiones de clases para posteriormente analizar nuevos resultados, realizando con estos un contraste para identificar todas las bondades generadas en los estudiantes por medio de la estrategia metodológica, así como las debilidades detectadas que están relacionadas al diseño y estructura de la estrategia planteada y además todos los vacíos que tiene que ver con factores ajenos a esta.

### **4.4 Estrategia resultante**

Aunque el proyecto ESMATE, con su programa de estudio desarrolle los componentes curriculares, no consigue resolver situaciones particulares de cada aula; por lo tanto, se debe desarrollar de modo flexible y contextualizado, por esta razón el proceso de aprendizaje de la matemática requiere de metodologías participativas, que generen la búsqueda de respuestas en el estudiante, promoviendo su iniciativa y participación en un clima de confianza que le permita equivocarse sin temor, desarrollar su razonamiento lógico y comunicar ideas para solucionar problemas del entorno.

La forma de enseñar matemática. Además, es de agregar que estos conocimientos han sido por muchos años adquiridos y de interés para una mínima cantidad de personas, debido que no se motiva a los estudiantes. Por otra parte, la falta de estrategias de aprendizaje adaptadas a la diversidad en el aula perjudica al alumno. Ante esta necesidad surge el planteamiento y la creación de una herramienta. Con la nueva estrategia de ESMATE y agregando el recurso de tecnología que cada vez en de mayor acceso para todos. El aporte de la tecnología ayuda a dar un entorno de aprendizaje constructivo permitiendo así que la interacción sea atractiva en la medida en que el diseño del entorno es percibido como soportador del interés.

La estrategia metodológica final planteada por esta investigación es aquella que mantenga el desarrollo del contenido según lo estipula ESMATE en cuanto a la función cuadrática, con la incorporación de dos guías prácticas (docente-alumno) que retoman todos los contenidos fundamentales del tema y son desarrolladas usando el software GeoGebra.

La secuencia implementada actualmente en las aulas es innovadora, y para complementar la interactividad que permite el software GeoGebra, la nueva estrategia planteada se encuentra estructurada en dos guías prácticas, las cuales buscan dar respuesta a los indicadores que se plantea ESMATE. Además, el diseño busca que el estudiante desarrolle paso a paso instrucciones, que lo haga descubrir los sucesos de estudio, para el caso particular de la Función cuadrática. El uso de estas guías en el aula requiere de computadoras, sin embargo, se agrega una actividad a desarrollar en GeoGebra para sistema Android (el más usado actualmente en Smartphone). El docente que imparte matemática poseerá una valiosa alternativa, que además evita explicaciones largas.

**CAPÍTULO V:**  
**CONCLUSIONES Y**  
**RECOMENDACIONES**

## 5.1 Conclusiones

1. La propuesta de la estrategia metodológica que integre el uso de las tecnologías para tercer ciclo de educación básica es necesaria para alcanzar los indicadores de logros del programa de estudio. La inclusión del software GeoGebra, en dicha propuesta se enfocó en la transversalidad de la tecnología con ESMATE, ya que a nivel del tercer ciclo carece de la aplicación de TIC hasta el momento, por lo que se vuelve esencial esta estrategia como plan de acción favoreciendo a los estudiantes con el fin de que puedan encontrar decisiones apropiadas para mejorar las competencias matemáticas fortaleciendo el aprendizaje de la función cuadrática.
2. El desarrollo del contenido de la función cuadrática evidencia dificultades en los procesos de aprendizaje, hallazgos que fueron identificados mediante la evaluación de la unidad 4 propuesta por el MINEDUCYT y manifestaron que los estudiantes confunden las variables dependientes e independientes, además, aplican proporcionalidad directa en lugar del despeje de variables, también, manifiestan falta de habilidades para el trazo de parábolas y confunden  $y = ax^2$  con  $y = -ax^2$ : Así mismo se detectaron problemas para calcular el valor numérico para expresiones cuadráticas, Desconocen valores de mínimos y máximos e ignoran el vértice de una parábola y finalmente se les es difícil asociar una gráfica con su ecuación.
3. El diseño de una guía metodológica para complementar el proceso de aprendizaje de la función cuadrática implicó identificar las dificultades que mostraron los estudiantes en el desarrollo de dicho contenido al realizar la prueba uno, por lo que fueron adaptadas las características del software GeoGebra en la necesidad de elaborar una estrategia que combinó ESMATE y el software GeoGebra, para brindar una estrategia resultante que favoreció los procesos de aprendizaje.
4. Las diferencias encontradas al establecer las comparaciones de resultados previos y posteriores a la implementación de la guía fueron principalmente que fortalece los procesos de aprendizaje, permite explorar y resolver dificultades en la dimensión

cognitiva y procedimental. Además, favorece el desarrollo de las competencias del currículo, es decir, el razonamiento lógico, la comunicación con lenguaje matemático y la aplicación de la matemática al entorno, estas se evidencian en la matriz número dos de la operacionalización de variables en la que se muestran los ítems por competencias. Así también, el Aumento en los niveles de respuestas de los estudiantes en Prueba 2.

Entonces, al planificar el trabajo escolar considerando el uso de las aulas informáticas, el centro de recursos para el aprendizaje (CRA) y la aplicación de la estrategia resultante (guías metodológicas) se tendría gran impacto en el aprendizaje de los estudiantes, tanto de noveno grado como de otros grados.

## 5.2 Recomendaciones

Los hallazgos obtenidos del proceso realizado en la investigación permiten proponer recomendaciones para los docentes, coordinadores, directores y docentes en formación siguientes:

- ✓ Es necesaria la aplicación y uso de otros recursos que favorezcan los procesos de aprendizaje de los alumnos y alumnas, con el fin de alcanzar las competencias esperadas y fortalecer la calidad académica que se desea lograr con ESMATE, al desarrollar la unidad 4 de noveno grado sobre función cuadrática. Por lo que, en este caso se propone como sugerencia principal que se utilice el software GeoGebra mediante la implementación de la guía metodológica diseñada, orientando a los estudiantes para alcanzar los conocimientos requeridos con respecto a la temática.
- ✓ El uso de los recursos tecnológicos en los centros escolares debe convertirse en un pilar que conlleve a los estudiantes al éxito académico, con la intención de fortalecer los procesos de aprendizaje esperados en los adolescentes que cursan la unidad 4 del noveno grado con el programa ESMATE. Además, orientar el uso de otros recursos tecnológicos tales como los teléfonos celulares y Tablets, considerando que son parte de los instrumentos de uso cotidiano de los estudiantes.
- ✓ La actualización y perfeccionamiento docente debería de ser parte de la mejora continua en el desempeño del quehacer educativo, particularmente en Matemática.  
Abrir espacios para el entrenamiento constante de los profesores (talleres, capacitaciones, conferencias)  
Implementar la metodología combinada de ESMATE con GeoGebra. El uso de un software como GeoGebra favorecería los aprendizajes de los estudiantes de noveno grado y de otros niveles.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva Cognitiva*. Barcelona: Ed. Paidós
- Bobadilla, D. (2018). Enfoque mixto. (Artículo). Recuperado de <https://es.scribd.com/doc/55500384/Enfoque-Mixto>
- Bossio, D. (2015). *Matemática y TIC Orientaciones para la enseñanza*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
- Briceño, O. y Buendía, G. (2014). *Una secuencia para la introducción de la función cuadrática a través de la resignificación de aspectos variacionales. Tecné, Episteme y Didaxis: TED* (Artículo) Recuperado de [www.scielo.org.co/pdf/ted/n39/n39a07.pdf](http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n39/n39a07.pdf)
- Brunet, J. P. (junio de 1998). *Definición de las dificultades de aprendizaje*. Obtenido de [http://www.sld.cu/galerias/pdf/sitios/rehabilitacion-definicion\\_de\\_las\\_dificultades\\_de\\_aprendizaje.pdf](http://www.sld.cu/galerias/pdf/sitios/rehabilitacion-definicion_de_las_dificultades_de_aprendizaje.pdf)
- Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME, 2008). *Acta latinoamericana de Matemática educativa* (CLAME, Volumen 21) Recuperado del sitio de internet del Ministerio de Educación Nacional República de Colombia <http://funes.uniandes.edu.co/898/>
- Cordero, F. & Suárez, L. (enero de 2005). *Modelación de matemática educativa. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 639-644. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/273063405\\_Modelacion\\_en\\_Matematica\\_Educativa](https://www.researchgate.net/publication/273063405_Modelacion_en_Matematica_Educativa)
- Cortés, M., & Galindo, N. (2007). *El modelo de Polya centrado en resolución de problemas en la interpretación y manejo de la integral definida*. (Maestría). Universidad de la Salle.
- EL Salvador. Ministerio de Educación, MINED. (2016). MINED. Recuperado el 20 de 05 de 2018, de <http://www.mined.gob.sv/index.php/noticias/item/8387-mined-y-jica-realiza-taller-sobre-proyecto-esmate>

- El Salvador. Ministerio de Educación, MINED (2017). *Programa de estudio matemática ciclo de Educación Básica / Ministerio de Educación*. [Primera Edición]. Recuperado de <https://www.mined.gob.sv/index.php/descargas/category/869-programas-de-estudio-para-tercer-ciclo-de-educacion-basica>
- El Salvador. Ministerio de Educación. (MINED, 2018). *ESMATE Material Educativo para Tercer Ciclo y Bachillerato*. Recuperado de <http://www.mined.gob.sv/index.php/esmate>
- Freire, P. (Ed). (2010). *Cartas a quien pretende enseñar*. Buenos Aires: Siglo Veintiuno editores.
- García, V.A. (s. f). (2014). (Tesis de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales). *Una secuencia didáctica que integra GeoGebra para la enseñanza de Ecuaciones Lineales en grado octavo [Colombia no pude descifrar]*. Recuperado de <http://bdigital.unal.edu.co/47084/1/34318975-Victoria.pdf>
- GeoGebra. (s.f). *¿Qué es GeoGebra?* Recuperado del sitio de internet <https://www.geogebra.org/about>
- Ibarra, L. (27 de noviembre de 2011). *Blog de tecnología*. [Como está El Salvador en Tecnología de información y Comunicaciones]. Recuperado de <http://blogs.laprensagrafica.com/litoibarra/?p=1646>
- Ley General de Educación. (1996). *Asamblea Legislativa de El Salvador*. Recuperado del sitio de Internet del Portal de Transparencia de la Asamblea Legislativa <https://www.asamblea.gob.sv/decretos/details/333>
- López, M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula*. (Tesis doctoral, Universidad de los Andes, Colombia, ID 1768). *Recuperada de* <http://funes.uniandes.edu.co/1768/>
- Palma, J. C. (octubre, 2018). *Viceministerio Ciencia y Tecnología*. [Programa un Niño, una Niña, una Computadora]. Recuperado de <http://www.cienciaytecnologia.edu.sv/programas/ppc.html>

- Silva, O. A. (2014). Una secuencia de modelación para la introducción significativa de la función cuadrática (Tesis de maestro en ciencias en matemática educativa). Instituto Politécnico Nacional. México. Obtenido de <https://tesis.ipn.mx/bitstream/handle/123456789/15268/Tesis%20Ma%20PROME%202014%28P%29%20-Octavio%20Augusto%20Brise%20C3%B1o%20Silva.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Tourón, J. (2016). *TPACK: un modelo para los profesores de hoy*. [Artículo de investigación]. Recuperado de <https://www.javiertouron.es/tpack-un-modelo-para-los-profesores-de/>
- Nisbet, J. y Shucksmith J. (1986) - *Learning strategies*. Londres: Routledge. [Estrategia de aprendizaje. Madrid: Aula XXI/Santillana, 1987].
- Villarraga, S.P (2012). La función cuadrática y la modelación de fenómenos físicos (Trabajo de postgrado). Obtenido de <bdigital.unal.edu.co/9004/1/Sandrapatriciavillarragaperlaza.2012.pdf>
- Universidad Autónoma Metropolitana. (2006). Aprendizaje Significativo (ensayo) Recuperado de [https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=2ahUKewiB-vz1w4blAhXM1VkkHdVuCAQQFjABegQIAhAC&url=http%3A%2F%2Fsgpwe.izt.uam.mx%2Ffiles%2Fusers%2Fuami%2Fmianroch%2FAprendizaje%2FAprendizaje\\_Significativo\\_A.doc&usg=AOvVaw1wYE5XLRiezsU7cmrdb9Yd](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=2ahUKewiB-vz1w4blAhXM1VkkHdVuCAQQFjABegQIAhAC&url=http%3A%2F%2Fsgpwe.izt.uam.mx%2Ffiles%2Fusers%2Fuami%2Fmianroch%2FAprendizaje%2FAprendizaje_Significativo_A.doc&usg=AOvVaw1wYE5XLRiezsU7cmrdb9Yd)
- Solórzano, C. M. (2009) *Construccionismo. Sociotecnopedagógico para la era digital*. (Artículo) Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/1794/179414895005.pdf>
- Sadovsky, P. (2005). *LA Teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática*. (Artículo) Obtenido de [https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria\\_situaciones.pdf](https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf)
- Méndez, M. C. (2007). El modelo de Polya centrado en resolución de problemas en la interpretación y manejo de la integral definida (Artículo) Obtenido de

<http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/1552/TM85.07%20C818m.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

Madrid, Gabriel C. (21 de mayo 2019). Se trabajará para que haya internet en todas las escuelas. *La Prensa Gráfica*, pp.15 Obtenido de <https://www.pressreader.com/el-salvador/la-prensa-grafica/20190521/282316796500948>

Mesa, Y (2008). *El concepto de función cuadrática: un análisis de su desarrollo histórico*. La función cuadrática y la modelación de fenómenos físicos (Tesis trabajo de grado para optar al título de licenciada en educación básica con énfasis en matemáticas, Universidad de Antioquía). Obtenido de <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/939/1/JC/0538.pdf>

Marqués, P. (1996). Uso del software educativo aspectos a considerar. (Artículo) Obtenido de [http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=secciones.VisualizaArticuloSeccionIU.visualiza&proyecto\\_id=244&articuloSeccion\\_id=2132#:~:text=Seg%C3%BAn%20Pere%20Marqu%C3%A9s%20\(1996\)%20un,procesos%20cognitivos%20que%20desarrollan%20los](http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=secciones.VisualizaArticuloSeccionIU.visualiza&proyecto_id=244&articuloSeccion_id=2132#:~:text=Seg%C3%BAn%20Pere%20Marqu%C3%A9s%20(1996)%20un,procesos%20cognitivos%20que%20desarrollan%20los)

Belloch, C. (2012) Las Tecnologías de la Información y Comunicación en el aprendizaje. Material docente [on-line]. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Universidad de Valencia. Disponible en <http://www.uv.es/bellohc/pedagogia/EVA1.pdf>

Polya, G. (1957) *How to solve it*, [Segunda Edición] Garden City, New York. Doubleday Anchor Books, Doubleday & Comapy, Inc.

Roger (2009) *El GeoGebra como medio articulador del conocimiento matemático*. XVII concurso universitario feria de las ciencias. Universidad Nacional Autónoma de México.

Hernández-Sampieri, R. (2016) Capítulo 15: Diseños del proceso de investigación cualitativa. Universidad Católica de Costa Rica. Recuperado de: <https://administracionpublicaub.files.wordpress.com/2016/03/hernc3a1ndez-sampieri-cap-15-disec3b1os-del-proceso-de-investigac3b3n-cualitativa.pdf>

UNESCO (2004). Guía de Planificación: Las Tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente, Montevideo, Uruguay. Trilce. Recuperado de <https://pide.files.wordpress.com/2007/08/documento-unesco-tic-y-formacion.pdf>

# **ANEXOS**

## Anexo 1. Instrumentos para la recolección de datos



**Universidad de El Salvador**  
Facultad Multidisciplinaria de Occidente  
Licenciatura en Ciencias de la Educación Especialidad Matemática  
Anteproyecto de investigación

**Estimado docente:** sírvase responder el siguiente instrumento con total objetividad, el propósito de este es recolectar información relacionada con el tema de investigación: “Secuencia didáctica que integra el software GeoGebra para la enseñanza de la función cuadrática en los estudiantes de noveno grado de las escuelas: “Complejo Educativo Delgado”, “Complejo Educativo Refugio Sifontes” y “Centro Escolar Edelmira Molina” del municipio de Ciudad Delgado departamento de San Salvador.

**Gracias por su participación**

**Objetivo:** Identificar las dificultades de enseñanza-aprendizaje en el estudio de la función cuadrática en noveno grado.

**Indicación:** Responda las interrogantes, según su experiencia.

### PARTE I. Generalidades

1. Nombre del docente:
2. Grados que atiende, en la asignatura de matemática:
3. Cantidad de estudiantes atendidos en la asignatura de matemática:
4. ¿Usted es especialista en matemática?
5. ¿Cuántos años lleva laborando como profesor?

### PARTE II. Didáctica

6. ¿Utiliza el libro del proyecto ESMTATE?
7. ¿Cuáles son sus recursos para el desarrollo de sus clases?
8. ¿Cómo define el concepto dificultad en matemática?

### PARTE III. Dificultades

9. ¿Qué piensa de las dificultades ha observado en el proceso de enseñanza aprendizaje?
10. ¿Qué tipo de dificultades ha identificado en sus alumnos en el contenido de la función cuadrática?

11. ¿Cuáles problemas de conocimientos previos afecta el aprendizaje de la función cuadrática?
12. ¿Considera que el tipo de problemas que se desarrolla en la clase le permite al estudiante identificar los elementos de la función cuadrática de manera gráfica?
13. ¿La cantidad de ejercicios resueltos en clase ayuda al aprendizaje de la función cuadrática?

## Anexo 2. Prueba de unidad 4 de noveno grado

A continuación, se presenta la prueba de Unidad de la unidad 4, tomada de la Guía Metodológica de noveno grado, planteada por el proyecto ESMATE, dicha prueba que ayudará a identificar las dificultades que cometen los estudiantes sobre el contenido referente a la función cuadrática.

<b>Prueba de la Unidad 4: Función cuadrática de la forma <math>y = ax^2 + c</math></b>	<b>Matemática 9º</b>
Fecha: _____	
Nombre: _____	Sección: _____
Edad: _____ años      NIE: _____	Sexo: <input type="checkbox"/> masculino <input type="checkbox"/> femenino
Centro escolar: _____	
<b>Indicaciones:</b> en cada ejercicio planteado debes dejar constancia de tus procedimientos. Escribe la respuesta final en el recuadro correspondiente.	

1. La variable  $y$  es directamente proporcional al cuadrado de la variable  $x$ . Calcula el valor de la constante  $a$  si cuando  $x = 5$  entonces  $y = 100$ .

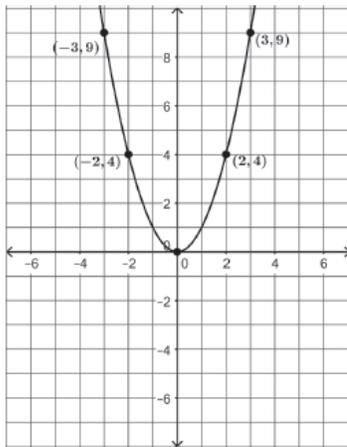
Respuesta: $a =$
---------------------

2. A partir de la gráfica de  $y = x^2$ , grafica las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{1}{2}x^2$

b)  $y = \frac{3}{2}x^2$

c)  $y = -4x^2$



3. Dadas las funciones  $y = 5x^2$  y  $y = -5x^2$ .

a) Si el valor de  $x$  aumenta de 1 a 4, ¿cómo cambia el valor de  $y$  en ambas funciones?

Respuesta:

Para  $y = 5x^2$ :

Para  $y = -5x^2$ :

b) Si el valor de  $x$  aumenta de  $-3$  a  $-1$ , ¿cómo cambia el valor de  $y$  en ambas funciones?

Respuesta:

Para  $y = 5x^2$ :

Para  $y = -5x^2$ :

1

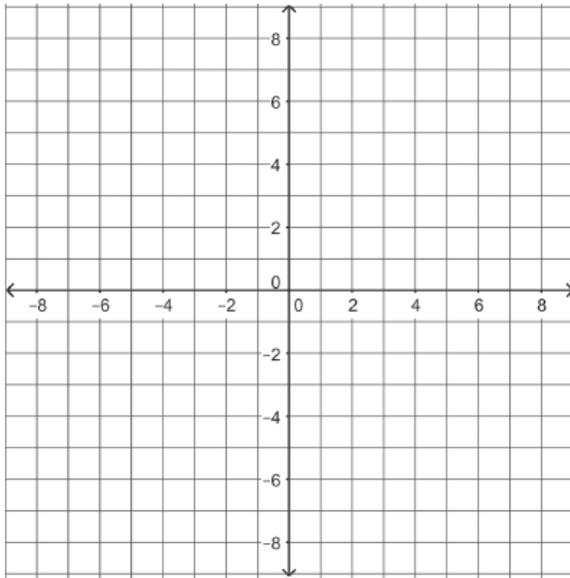
4. Si  $y = -\frac{1}{4}x^2$ , ¿entre cuáles valores se encuentra  $y$  si  $x$  está entre  $-4$  y  $2$ ?

Respuesta:

5. Grafica las siguientes funciones. En cada caso escribe cuál es el vértice:

a)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

b)  $y = 3x^2 - 4$



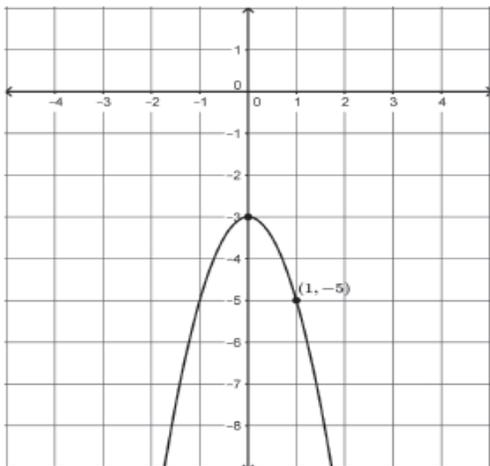
Respuesta a)

Vértice:

Respuesta b)

Vértice:

6. La siguiente gráfica corresponde a una función de la forma  $y = ax^2 + c$ . Encuentra los valores de  $a$  y  $c$ .



Respuesta:

$a =$

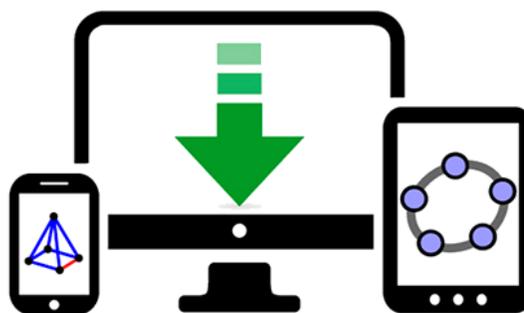
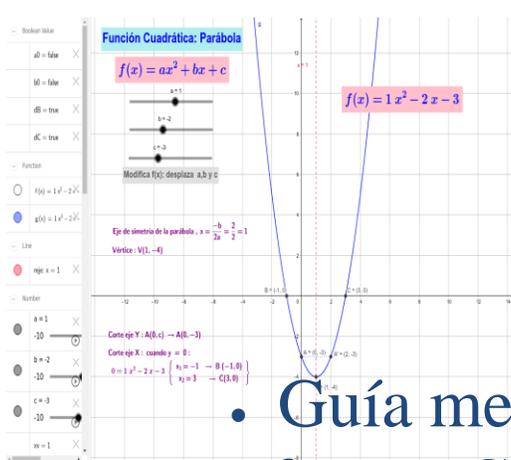
$c =$

2

## Anexo 3. Guías metodológicas que integran el software geogebra

### Anexo 3.1 Guía para estudiante

# GeoGebra Estudiante



• Guía metodológica que integra el software GeoGebra, para la enseñanza de la función cuadrática en los estudiantes de noveno grado.

#### EDITORES:

Flores Fuentes, Fabio Hedilson FF11016  
Joya Castro, Rina Esther JC11005  
Maldonado Martínez, María de los Ángeles MM 11176  
Navas Solís, Yoselin Iliveth NS11004  
Tesorero Valencia, Heber Alí TV17008

#### DOCENTE ASESOR:

Licenciada Elia Elizabeth Pineda de Flores

EDICIÓN 2019, SANTA ANA, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA

## Introducción

Estimados Jóvenes, es un gusto dirigirse a ustedes con la intención de aportar al mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas y en especial del desarrollo de la unidad n°4 “la función Cuadrática” puesto que, es una de las unidades que enmarcan conocimientos que serán fundamentales para el desarrollo y adquisición de otros contenidos.

Desarrollar los contenidos de la unidad n°4 desde el punto de vista requiere una propuesta que fusione la tecnología y el nuevo programa ESMATE, por lo tanto, en este material se puede encontrar una serie de pasos que deben ser desarrollados tal cual se presentan, y en algunos casos responder una serie de interrogantes que ayudaran a la comprensión de conceptos como desplazamientos y dilataciones de la función cuadrática.

## FUNCIÓN CUADRÁTICA

Debes verificar que tu computadora cuente con el software GeoGebra, para ello busca el icono de la aplicación. Caso contrario puedes descargar la app para el celular o trabajar en GeoGebra online en los siguientes enlaces:

### App

(dispositivos móviles: laptops, Tablets, celulares Android)

Logotipo:



[https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra&hl=es\\_419](https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra&hl=es_419)

### En línea

Logotipo:



<http://www.geogebra.org/classic>

### Práctica 1:

*Tiempo estimado: 1 hora*

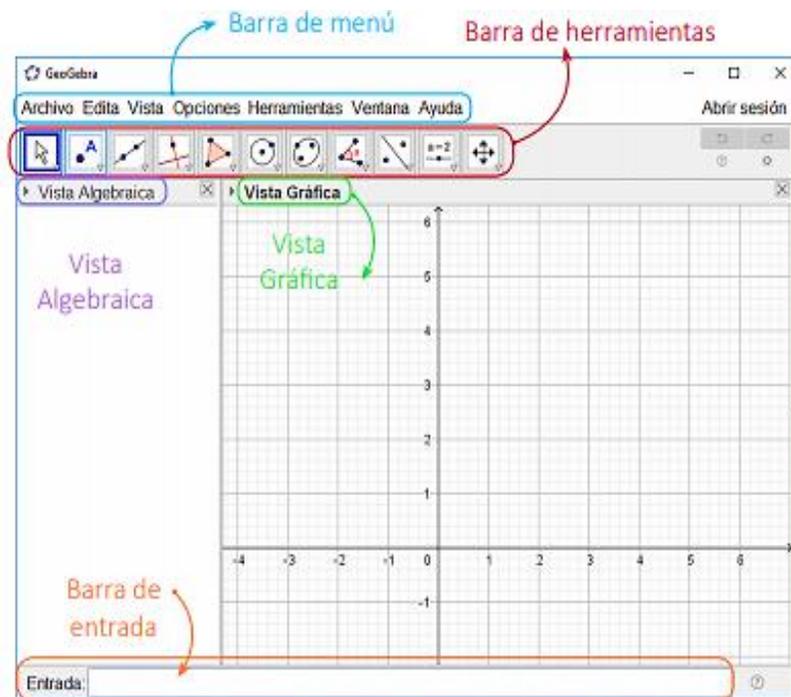
Esta práctica se realizará utilizando app de GeoGebra para Smartphones y Tablets

**Indicaciones:** realiza los siguientes pasos de forma ordenada. Ingresa a GeoGebra dando clic

en  

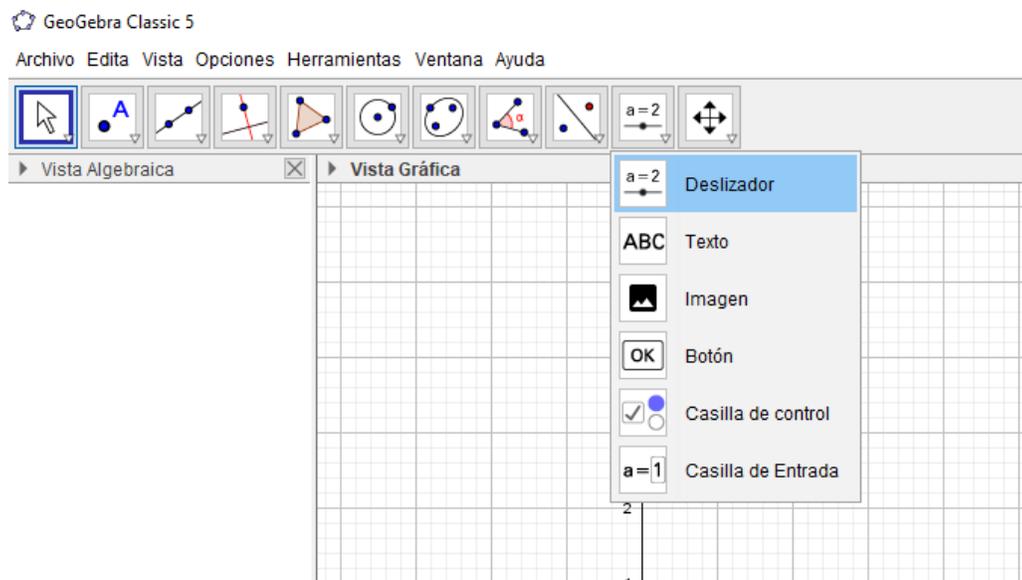
Realiza lo siguiente:

1. Abre un nuevo archivo de GeoGebra dando clic (o doble clic) al icono del software.
2. Abre un nuevo archivo de GeoGebra dando clic al ícono del software. En la ventana puedes identificar las siguientes partes: la Barra de menú, la Barra de herramientas, la Vista Algebraica, la Vista Gráfica y la Barra de entrada.

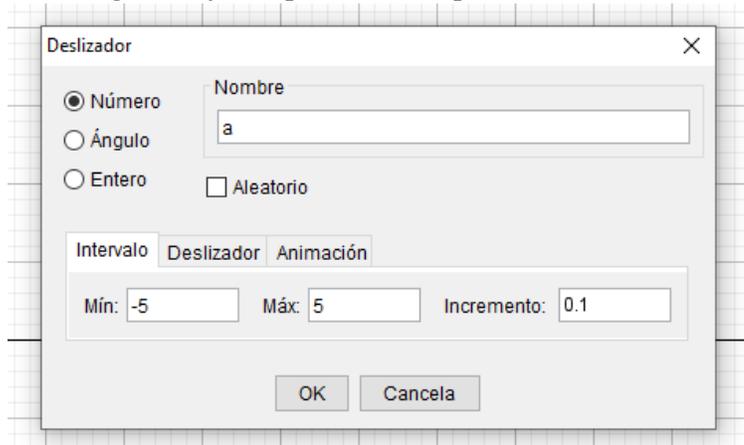


Crearemos deslizadores, ayudaran a dar valores a la variable “a” y “c” de la función  $y = a \times (x)^2 + c$

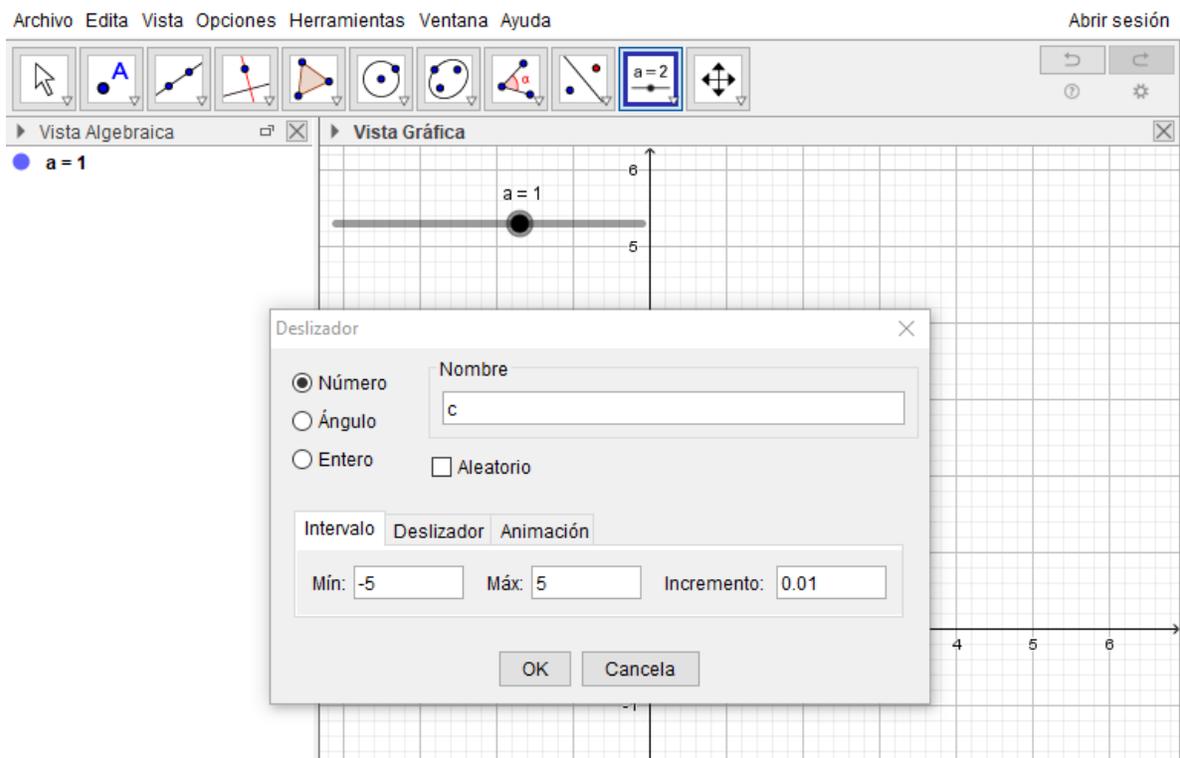
1. Vamos a la barra de herramientas, seleccionemos deslizador



2. Dar clic sobre la vista gráfica y completa los campos de mínimo, máximo e incremento



3. Ahora, aplicando el mismo procedimiento (paso 1 y 2), crearemos un segundo deslizador llamado c (observa la imagen).



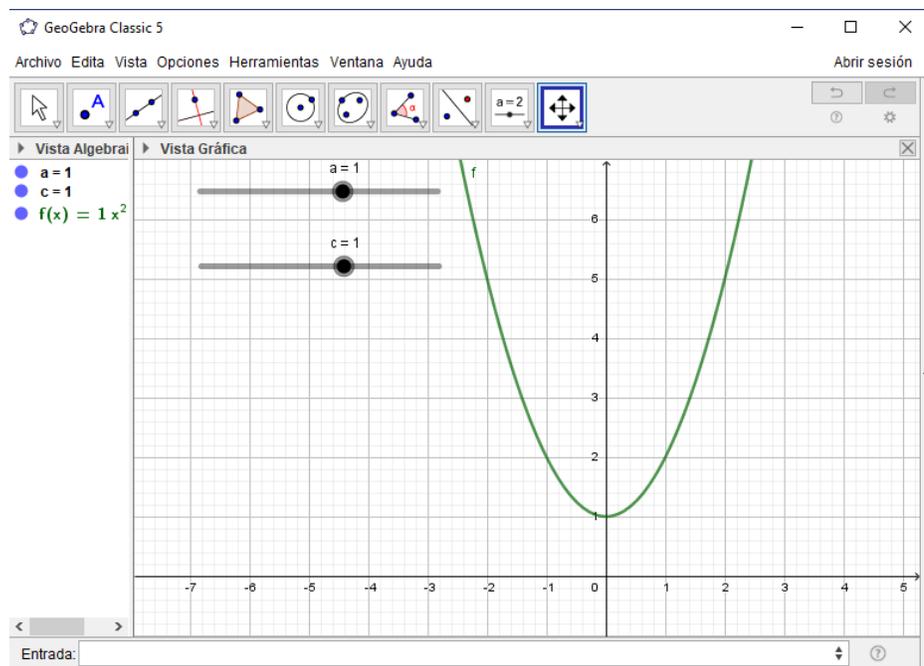
4. Escribe en la entrada lo siguiente.  $y = a \times (x)^2 + c$  . Así

Entrada:  $y=ax^2+c$

Para ingresar el cuadrado, presiona al mismo tiempo las teclas

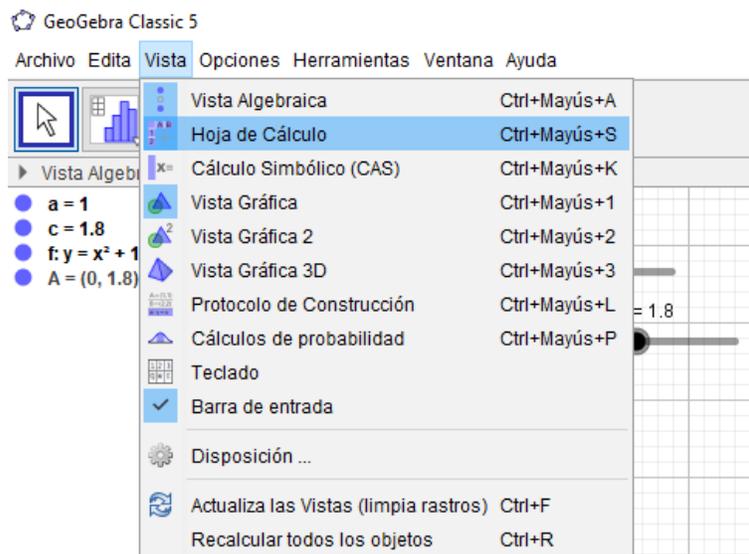


O las teclas



5. Grafiquemos las tablas para los valores de  $x$  y  $y$

a. Vamos a la barra de menú y seleccionemos vista hoja de calculo



- b. Introducir los siguientes datos, así como lo muestra la imagen. (para ingresar el cuadrado recuerda el paso 4)

	A	B
1	-5	=a (A1)^2 + c
2	-4	=a (A2)^2 + c
3	-3	=a (A3)^2 + c
4	-2	=a (A4)^2 + c
5	-1	=a (A5)^2 + c
6	0	=a (A6)^2 + c
7	1	=a (A7)^2 + c
8	2	=a (A8)^2 + c
9	3	=a (A9)^2 + c
10	4	=a (A10)^2 + c
11	5	=a (A11)^2 + c

- c. Ahora vamos a obtener los siguientes datos

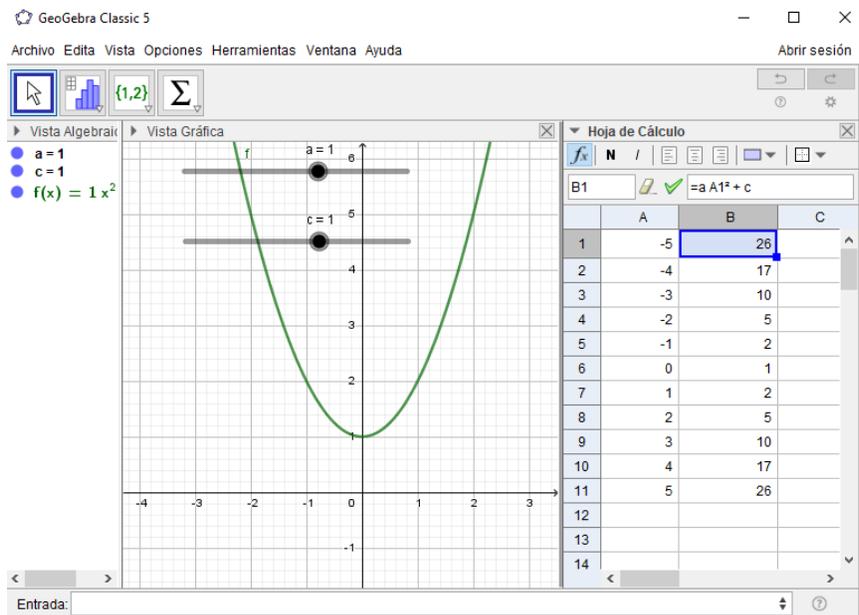
Hoja de Cálculo

*f*<sub>x</sub> N / [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

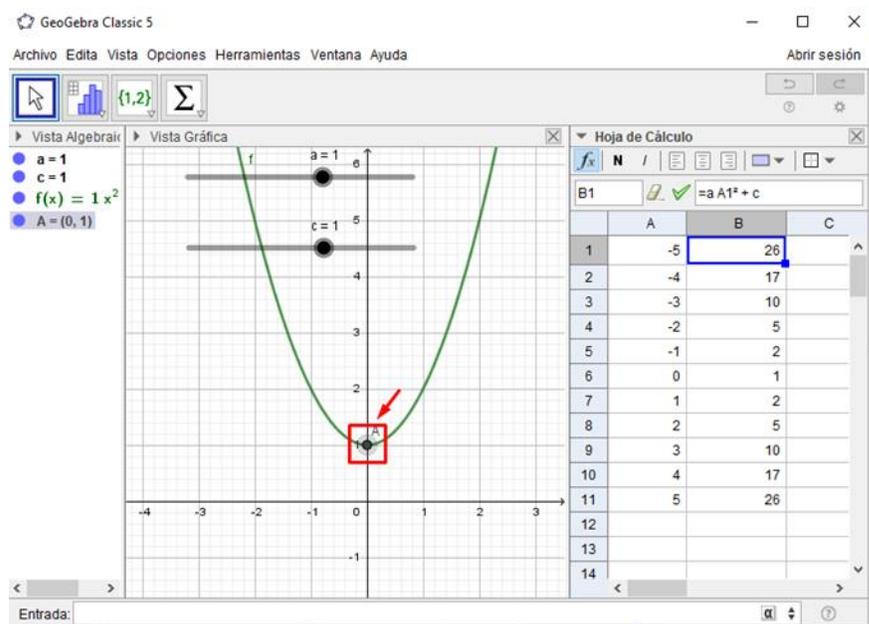
E19 [ ] [ ] [ ]

	A	B	C
1	-5	26	
2	-4	17	
3	-3	10	
4	-2	5	
5	-1	2	
6	0	1	
7	1	2	
8	2	5	
9	3	10	
10	4	17	
11	5	26	

6. Tendrás lo siguiente. (Para que los valores sean los de la imagen, los deslizadores deben tener los valores de  $a = 1$  y  $c = 1$ ). En vista de Hoja de Cálculo, la columna A representa los valores de la variable independiente  $x$  y la columna B los de la variable dependiente  $y$



7. Para obtener el vértice, en la barra de entrada ingresa Entrada: (0,c), obtenemos:



8. Guarda tu practica con el nombre **practica\_1**.

Responde o complementa los que se te pide. Utiliza el documento **practica\_1**, desarrollado en GeoGebra.

1. Iniciando de la forma  $y = a \times (x)^2 + c$ , y se le da valores de  $a = 1$  y  $c = 0$ . Tendrás la graficas de la función  $y = x^2$ , y tiene su vértice en  $(\_, \_)$

2. Si graficas la función  $y = 2x^2 + 3$ , el cual los valores  $a = \_$  y de  $c = \_$ . Tiene su vértice en  $(\_, \_)$ .

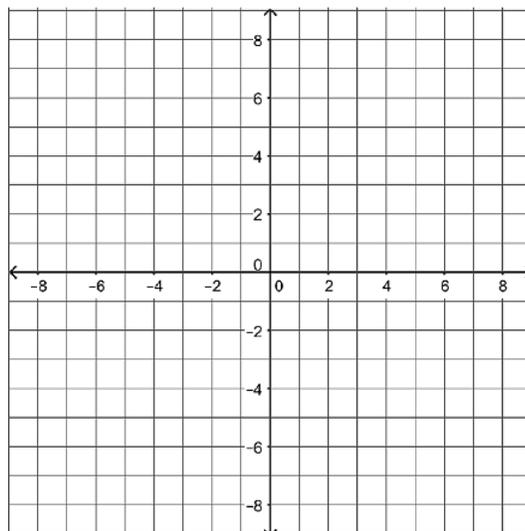
3. Si graficas la función  $y = 2x^2 - 3$ , su vértice será  $(\_, \_)$ . Ahora puedes afirmar que la forma  $y = a \times (x)^2 \pm c$ , su vértice será  $(\_, \pm \_)$

4. Si graficas la función  $y = -\frac{1}{5}x^2$ , ¿entre cuales valores se encuentra y si  $x$  está entre  $-4$  y  $2$ ? \_\_\_\_\_

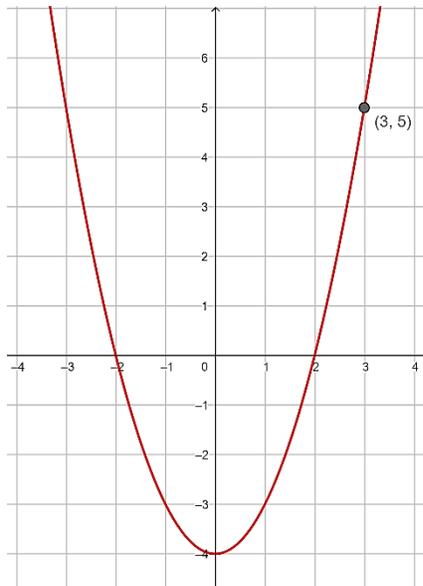
5. Grafica las siguientes funciones. En cada caso escribe cuál es el vértice:

a)  $y = -\frac{1}{5}x^2 + 3$

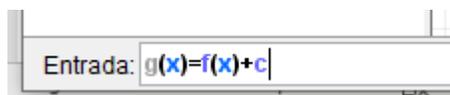
b)  $y = 4x^2 - 2$



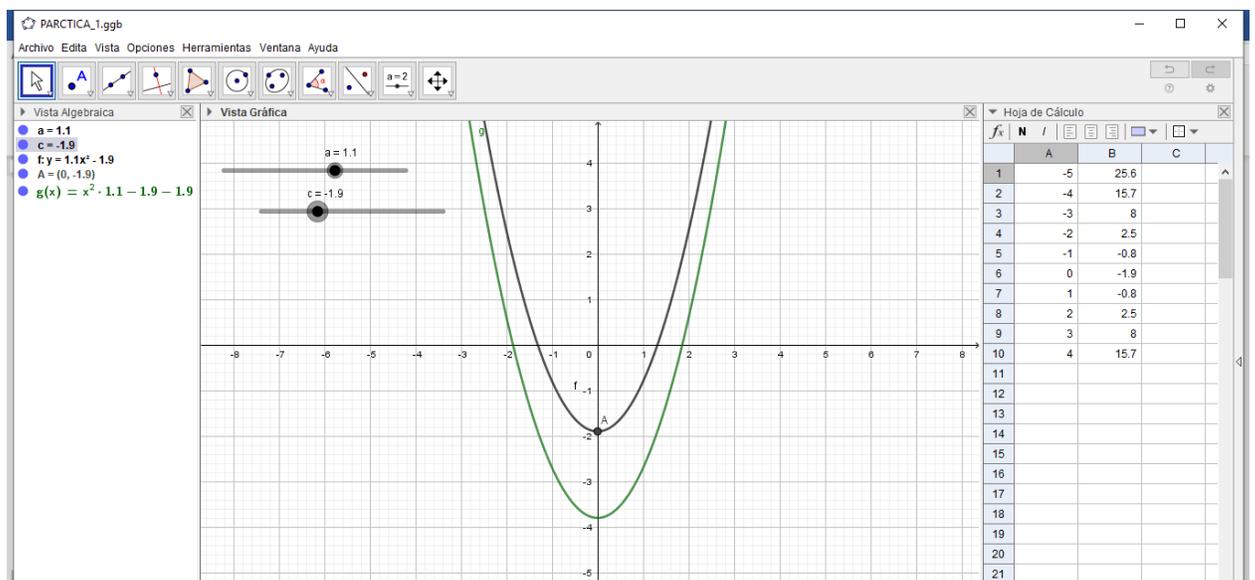
6. La siguiente Grafica corresponde a una función de la forma  $y = a \times (x)^2 \pm c$ .  
Encuentra los valores  $a = \underline{\hspace{1cm}}$  y  $c = \underline{\hspace{1cm}}$ .



7. Guarda tu practica con el nombre **practica\_1**. En el mismo documento, realizaremos  
8. Escribe en la barra de entrada  $f(x) = ax^2$  y  $g(x) = f(x) + c$ . Así:



9. Movamos los deslizadores



Respondamos

- a) En la vista grafica se generó un objeto, ¿Qué objeto? ¿*punto o recta*? \_\_\_\_\_  
¿Qué nombre o letra se le asignó al objeto? \_\_\_\_\_, el punto formado por  $(0, c)$  recibe el nombre de vértice.
- b) Al aumentar el deslizador  $c$ , ¿En qué dirección se desplaza la gráfica?  
\_\_\_\_\_
- c) Al disminuir el deslizador  $c$ , ¿En qué dirección se desplaza la gráfica?  
\_\_\_\_\_

### Concepto

Si  $a$  es cualquier número real excepto 0 (positivo o negativo) y  $c$  es un numero positivo ( $c > 0$ ) entonces, la gráfica de  $y = ax^2 + c$  es un desplazamiento vertical de  $c$  unidades (hacia arriba) de la grafica  $y = ax^2$ ; y su vértice es  $(0, c)$ . En el caso de que  $c < 0$  el desplazamiento vertical de  $c$  unidades hacia abajo y su vértice es  $(0, c)$ .

## Práctica 2: Aumentos o disminuciones de la función cuadrática

En clases anteriores se estudió la función, con las variaciones para el valor de la constante  $a$ , en esta práctica describiremos las variaciones en intervalos, para "  $y$ " y "  $x$ ".

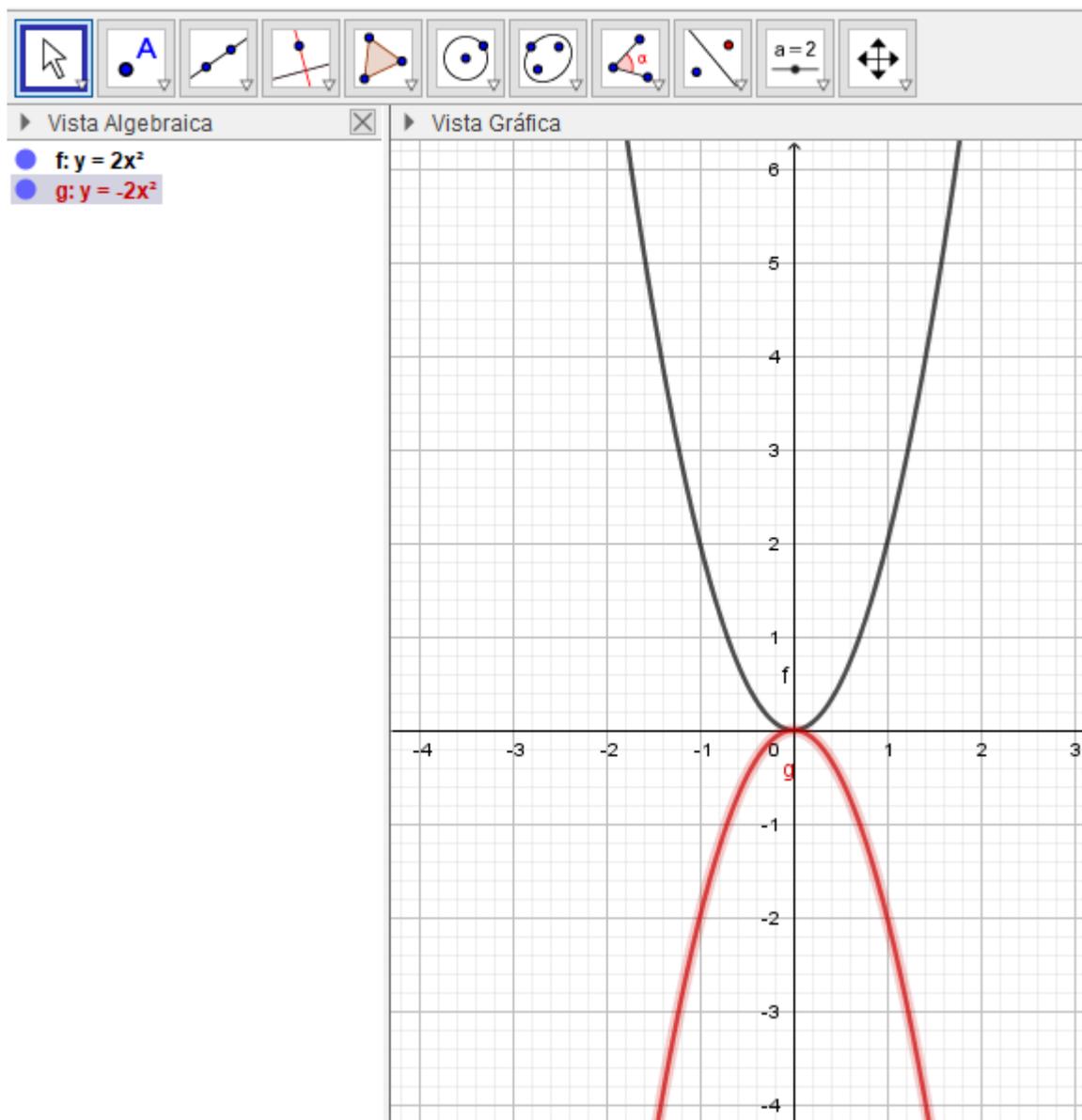
9. Abrir una nueva ventana de GeoGebra
10. En la barra de entrada escribe la función  $y = 2x^2$  y  $y = -2x^2$

Entrada:  $y=2x^2$  y Entrada:  $y=-2x^2$

11. obtendrás

GeoGebra Classic 5

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda



12. Completemos la tabla, realizando los cálculos correspondientes para  $x = 1, x = 2$

	$x = 1$	$x = 2$		$x = 1$	$x = 2$
$y = 2x^2$	$y = 2(1)^2$ $y = 2$	$y = 2(\_\_)^2$ $y = \_\_\_\_\_\_$	$y = -2x^2$	$y = -2(\_\_)^2$ $y = -\_\_\_\_\_\_$	$y = -2(\_\_)^2$ $y = -\_\_\_\_\_\_$
Valores de $x, y$	$x = 1$ $y = 2$	$x = \_\_\_\_\_\_$ $y = \_\_\_\_\_\_$	Valores de $x, y$	$x = \_\_\_\_\_\_$ $y = \_\_\_\_\_\_$	$x = \_\_\_\_\_\_$ $y = \_\_\_\_\_\_$

Respondamos, como cambia el valor de  $y$ , en ambas funciones

- a) Para  $y = 2x^2$ ; el valor de  $y$ , ¿aumenta o disminuye? \_\_\_\_\_  
en el intervalo de \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_
- b) Para  $y = -2x^2$ ; el valor de  $y$ , ¿aumenta o disminuye? \_\_\_\_\_  
en el intervalo de \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_

13. Analiza la gráfica de las funciones  $y = 2x^2$  y  $y = -2x^2$

Completemos la tabla, realizando los cálculos correspondientes para  $x = -2, x = -1$

	$x = -2$	$x = -1$		$x = -2$	$x = -1$
$y = 2x^2$	$y = 2(-2)^2$ $y = 8$	$y = 2(\_\_)^2$ $y = \_\_\_\_\_\_$	$y = -2x^2$	$y = -2(\_\_)^2$ $y = -\_\_\_\_\_\_$	$y = -2(\_\_)^2$ $y = -\_\_\_\_\_\_$
Valores de $x, y$	$x = -2$ $y = 8$	$x = \_\_\_\_\_\_$ $y = \_\_\_\_\_\_$	Valores de $x, y$	$x = \_\_\_\_\_\_$ $y = \_\_\_\_\_\_$	$x = \_\_\_\_\_\_$ $y = \_\_\_\_\_\_$

Respondamos, como cambia el valor de  $y$ , en ambas funciones

- a) Para  $y = 2x^2$ ; el valor de  $y$ , ¿aumenta o disminuye? \_\_\_\_\_  
en el intervalo de \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_
- b) Para  $y = -2x^2$ ; el valor de  $y$ , ¿aumenta o disminuye? \_\_\_\_\_  
en el intervalo de \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_

## Concepto

Las variaciones en las parábolas responden al valor que posee la constante  $a$ , así:

- ✓  $a > 0$ , existe un **mínimo** que es el vértice, gráficamente sería una parábola abierta hacia arriba  $\cup$
- ✓  $a < 0$ , existe un **máximo** que es el vértice, gráficamente sería una parábola abierta hacia abajo  $\cap$

14. Guarda tu practica con el nombre **practica\_2**

## Práctica lo aprendido

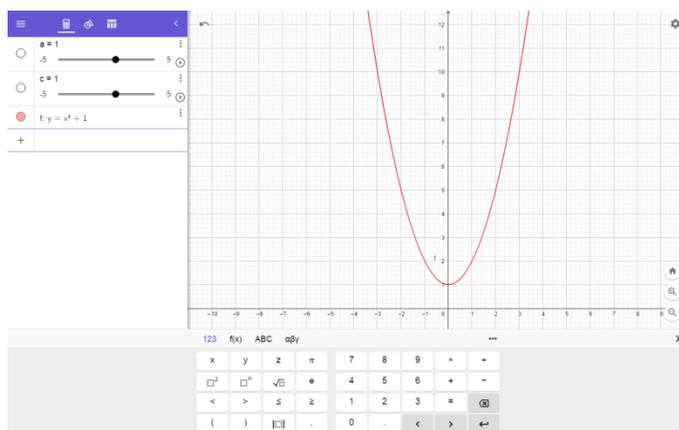
Tiempo estimado: 1 hora

Esta práctica se realizará utilizando app de GeoGebra para Smartphones y Tablets

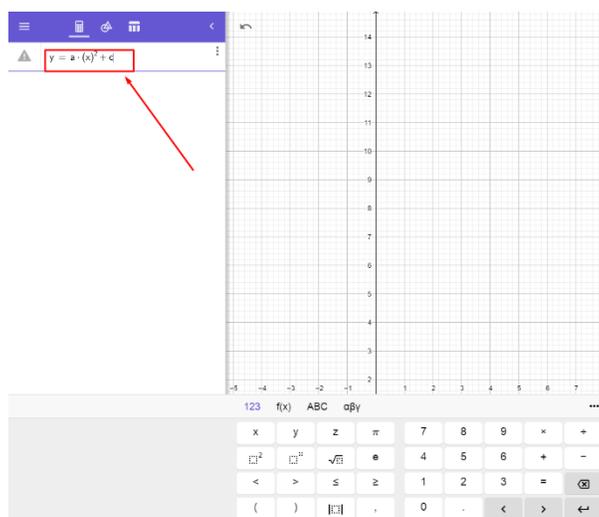
**Indicaciones:** realiza los siguientes pasos de forma ordenada. Ingresa a GeoGebra dando

clic en  clic en [GeoGebra](#)

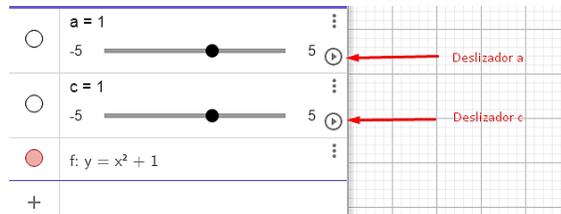
1. Escribe en la entrada lo siguiente.  $y = a \times (x)^2 + c$



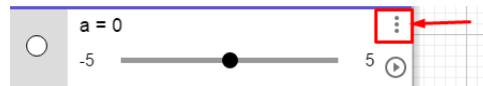
2. Tendrás lo siguiente.



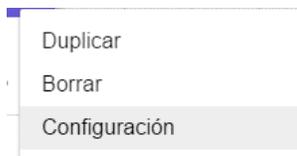
3. Estos serán deslizadores, ayudaran a dar valores a la variable “a” y “c” de la función  $y = a \times (x)^2 + c$



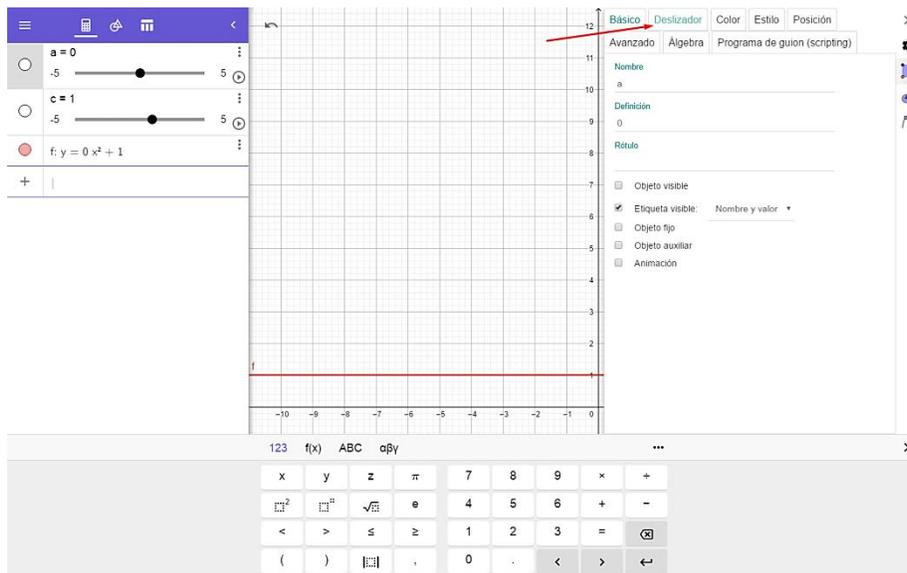
4. Configuramos el deslizador “a” daremos clic izquierdo sobre los siguiente.



5. Nos aparecerá un cuadro así



6. Seleccionamos configuración, aparecerá lo siguiente y seleccionamos deslizador.



7. Ingresa los siguientes valores.



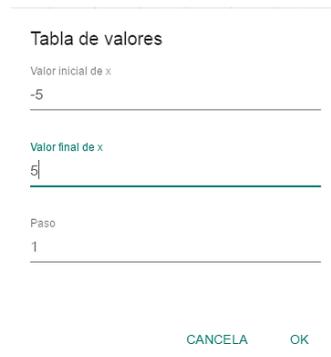
8. GeoGebra también posee la herramienta tabla de valores. Dar clic izquierdo sobre lo señalado.



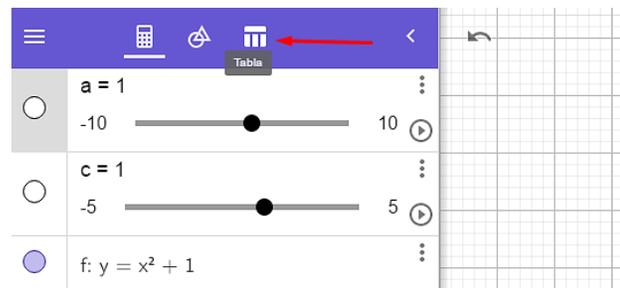
9. Aparecerá lo siguiente. Luego dar clic en Tabla de valores.



10. En la siguiente ventana, puedes elegir los valores de la variable  $x$ , con los cuales aparecerá en la tabla y el paso es el aumento del valor de  $x$ . Ingresar los valores que aparece en la siguiente imagen.



11. Para observar la tabla es de dar clic en. (así como lo muestra la imagen)



12. Tendrás lo siguiente. (Para que los valores sean los de la imagen, los deslizadores tienen que poseer los valores de  $a = 1$  y  $c = 1$ ). En esta tabla se puede analizar si aumenta  $x$  de 1 a 4, y también aumenta.

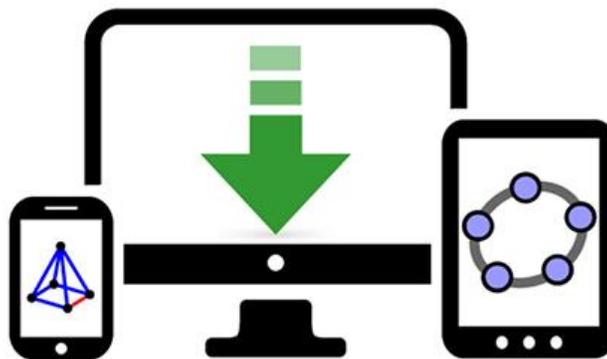
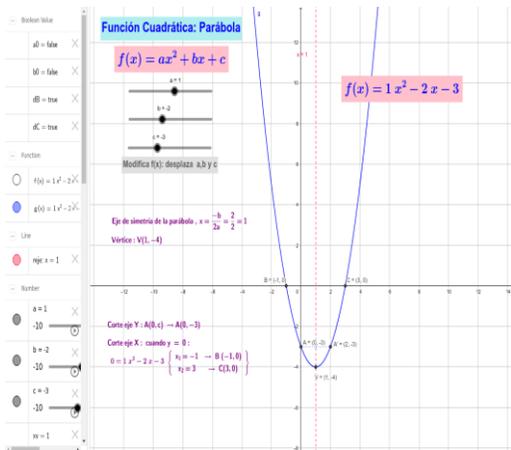
x	f(x)
-5	26
-4	17
-3	10
-2	5
-1	2
0	1
1	2
2	5
3	10
4	17
5	26

13. Para obtener el vértice, realiza el paso 8 y luego elige Puntos especiales. El punto el cual contenga la palabra Extremo (f) es el vértice de la función.

<input checked="" type="radio"/>	f: $y = x^2 + 1$	⋮
<input type="radio"/>	A = Raíz(f) → indefinido	⋮
<input type="radio"/>	B = Extremo(f) → (0, 1) ←	⋮
<input type="radio"/>	C = (0, 1)	⋮

# GeoGebra

## DOCENTE



Guía metodológica que integra el software GeoGebra, para la enseñanza de la función cuadrática en los estudiantes de noveno grado.

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

### EDITORES:

Flores Fuentes, Fabio Hedilson	FF11016
Joya Castro, Rina Esther	JC11005
Maldonado Martínez, María de los Ángeles	MM 11176
Navas Solís, Yoselin Iliveth	NS11004
Tesorero Valencia, Heber Alí	TV17008

### DOCENTE ASESOR:

Licenciada Elia Elizabeth Pineda de Flores

EDICIÓN 2019, SANTA ANA, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA



Estimados compañeros docentes:

Reciban un cordial saludo, junto con nuestro más sincero respeto y agradecimiento por el trabajo que realizan día con día.

Desde la Universidad de El Salvador, facultad multidisciplinaria de occidente, hemos dado los pasos necesarios para fortalecer y acompañar la labor docente que ustedes realizan; ya que como docentes con amplia experiencia en educación proponemos la incorporación de la tecnología en la educación, en el proyecto denominado Mejoramiento de los Aprendizajes de Matemática en Educación Básica y Educación Media (ESMATE), ha sido conformado por parte del ministerio de educación, ciencia y tecnología, comprometidos con dar una propuesta educativa que ayude a una mejor comprensión de los saberes matemáticos; hemos visto necesario la conformación de nuevos textos donde se incorpore el software de GeoGebra en el contenido de la función cuadrática en noveno grado.

Por consiguiente, en dicho contenido que corresponde a la unidad 4 del libro de texto de noveno grado se ha creado dos tipos de guías; una para el uso de los estudiantes, que corresponden a un guía de prácticas utilizando el software GeoGebra, y para ustedes una Guía metodológica. Con el uso de estos materiales se pretende dar un apoyo y refuerzo al contenido que plantea ESMATE para el contenido de la función cuadrática.

Por tal motivo, tenemos la certeza para afirmar que el apoyo a la enseñanza de la matemática generará para nuestro país una sociedad madura, con capacidad de análisis, de ser crítica, ingeniosa y creativa, fortaleciendo el liderazgo y promoviendo el éxito tanto individual como grupal y con una manera diferente de utilizar la tecnología en el proceso de enseñanza aprendizaje. Formando así, una sociedad capaz de resolver eficiente y oportunamente problemas complejos que se presentan en el diario vivir, construyendo así un país más educado y productivo. Este esfuerzo es de toda la comunidad educativa y particularmente de ustedes que dan lo mejor para que el conocimiento sea un éxito. Por eso les invitamos a que tomen estos libros como aliados para el desarrollo de sus clases y en sí una manera diferente de reforzar los contenidos.

Una vez más agradecemos por toda la labor docente que realizan.

Con respeto y aprecio:

Los editores



## INDICE

Introducción .....	110
Practica con GeoGebra.....	112
Generalidades del software GeoGebra.....	113
Practica 1: la función de la forma $y = ax^2 + c$ .....	114
Practica 2: Aumentos o disminuciones de la función cuadrática .....	122
Práctica lo aprendido.....	125
Prueba.....	129

La finalidad de la guía es contribuir a la mejora de los procesos de enseñanza aprendizaje en la asignatura de Matemática, integrando el software GeoGebra en el desarrollo del contenido de la función cuadrática que propone la guía metodológica de noveno grado que se implementa a nivel nacional con el programa ESMATE.

Los principales objetivos que se pretenden lograr con el uso de esta guía son los siguientes:

1. Orientar la planificación de la clase a partir de una propuesta de contenidos mediante el uso del software GeoGebra organizados en prácticas en las cuales se realizará graficas de la función de la forma  $y = ax^2 + c$ .
2. Ofrecer sugerencias metodológicas concretas y pertinentes que ayuden a los docentes y estudiantes en la fijación de los contenidos.
3. Proponer estrategias concretas para el desarrollo de los indicadores de logros que permitan el abordaje de las competencias matemáticas que deben alcanzar los estudiantes.

Con este material se prevé fortalecer la práctica docente y así desarrollar de manera efectiva los aprendizajes de los estudiantes ya que la importancia fundamental del aprendizaje de la matemática es el desarrollo del razonamiento matemático generan en los estudiantes competencias para resolver problemas complejos, analizar situaciones, ser creativos, críticos, eficientes, pragmáticos y lógicos; capacidades que les permitirán vivir como ciudadanos comprometidos consigo mismos y con el desarrollo sostenible de sus comunidades, ya que los saberes matemáticos permiten reconocer que la ciencia está presente en todo lo que nos rodea, por lo que cualquier objeto de la realidad puede ser utilizado como herramienta tecnológica que ayude a resolver situaciones problemáticas, las cuales enfrentará día con día cada estudiante.

Con el fin de buscar la mejora y la integración de los recursos tecnológicos, para el caso GeoGebra, al mismo tiempo que se apega a lo establecido en la guía metodológica de segundo año tomo uno, página 4; en el apartado Asistencia y facilitación:



El MINEDUCYT se propone cambiar el paradigma acerca del rol de los docentes, de enseñar hacia asistir el aprendizaje. Tradicionalmente, en el proceso de enseñanza se hacen esfuerzos por responder ¿qué es lo que hace el docente?, en vez de preocuparse por saber ¿qué es lo que lograron los estudiantes?, centrarse en el aprendizaje es un esfuerzo genuino que debe ser la base para evaluar el desempeño docente.

Las actividades del docente deben ser planificadas para elevar el nivel de aprendizaje y preocuparse por el resultado de los estudiantes, por lo que esta secuencia se enfoca en ese sentido.

### Practica con GeoGebra

La Guía metodológica de noveno grado se establece dos lecciones para desarrollar la unidad cuatro, las cuales se detallan:

#### **Lección 1: Función $y = ax^2$**

A partir de los conocimientos de la función  $y = ax^2$  se obtiene con desplazamientos la gráfica de la función  $y = ax^2 + c$ , dependiendo del valor de  $c$ . Se utilizan además procesos de análisis para obtener la ecuación de una función de la forma  $y = ax^2 + c$ , a partir de ciertos datos iniciales.

#### **Lección 2: Aumentos o disminuciones de la función cuadrática**

Se analizan las características y propiedades de esta función, los intervalos donde es creciente, decreciente y el eje de simetría. En esta lección surgen algunos conceptos nuevos para el estudiante, como dilatación y compresión vertical de una función, además de los conceptos de máximo y mínimo

Por lo que la presente secuencia estará dividida en dos prácticas, donde la primera consideraremos las generalidades básicas del uso del software GeoGebra y la gráfica de la función de la forma  $y = ax^2 + c$  y la segunda la se trabaja la parte de interpretación de suceso que ocurren al ingresar valores a la variable independiente.

# GeoGebra

## Generalidades del software GeoGebra

*Tiempo estimado: 2 horas*

### Generalidades de GeoGebra

GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos; en él pueden trabajarse contenidos relacionados con geometría, álgebra, estadística y cálculo, pues cuenta con numerosas herramientas fáciles de usar. En esta clase explorarás la interfaz para conocer sobre sus generalidades y el uso de algunos comandos. Y aplicación que puede tener en el contenido de función cuadrática.

En la unidad cuatro aprendieron como graficar funciones de la forma  $y = ax^2 + c$ , realizar desplazamientos horizontales y verticales de funciones cuadráticas, así como los conceptos de dilatación y compresión vertical de una función, además de los conceptos de máximo y mínimo. En esta práctica se utilizará el software para graficar las funciones cuadráticas, iniciando con el estudio de la función  $y = ax^2$ , como referencia la función más simple cuando  $a = 1$ ; se analizan las características y propiedades de esta función, los intervalos donde es creciente, decreciente y el eje de simetría.

Debes verificar que tu computadora cuente con el software GeoGebra, para ello busca el icono de la aplicación. Caso contrario puedes descargar la app para el celular o trabajar en GeoGebra online en los siguientes enlaces:

#### App

(dispositivos móviles: laptops, Tablets, celulares Android)

Logotipo:



[https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra&hl=es\\_419](https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra&hl=es_419)

#### En línea

Logotipo:



<http://www.geogebra.org/classic>

### Sugerencia

- Asegúrate de descargar e instalar “GeoGebra Clásico 5”
- Es esta parte se le brinda información al estudiante del software de GeoGebra, las maneras en que se puede descargar y las distintas versiones que se encuentra para dispositivos móviles.
- Enfatizar en los logotipos de la app y el software online

# GeoGebra

## Práctica 1: la función de la forma $y = ax^2 + c$ .

*Tiempo estimado: 1 hora*

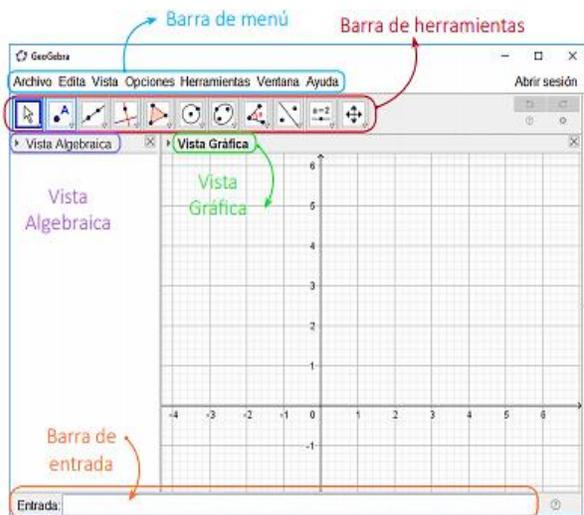
Esta práctica se realizará utilizando app de GeoGebra para celular o Tablet

**Indicaciones:** realiza los siguientes pasos de forma ordenada. Ingresas a GeoGebra dando clic



Realiza lo siguiente:

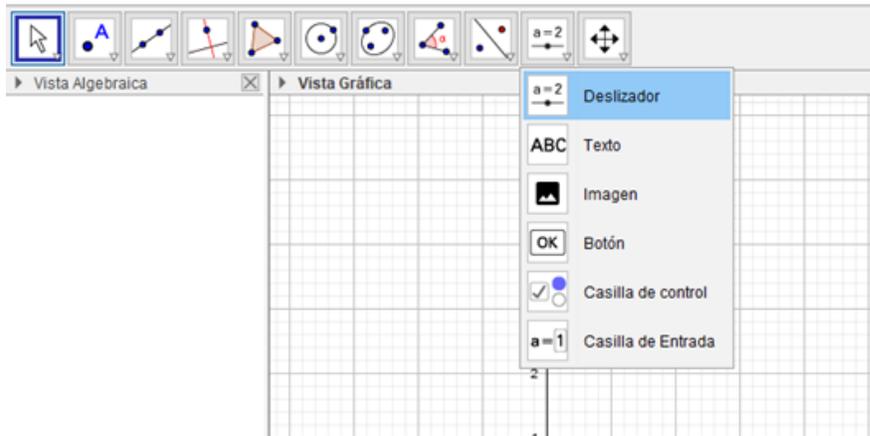
1. Abre un nuevo archivo de GeoGebra dando clic (o doble clic) al icono del software.
2. Abre un nuevo archivo de GeoGebra dando clic al icono del software. En la ventana puedes identificar las siguientes partes: la Barra de menú, la Barra de herramientas, la Vista Algebraica, la Vista Gráfica y la Barra de entrada.



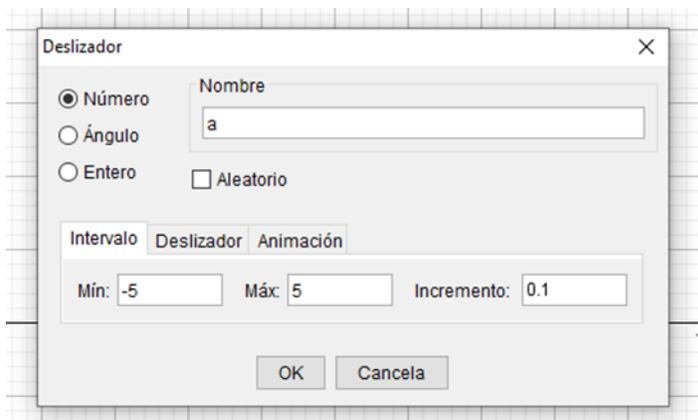
Crearemos deslizador, ayudaran a dar valores a la variable "a" y "c" de la función  $y = a \times (x)^2 + c$

1. Vamos a la barra de herramientas, seleccionemos deslizador

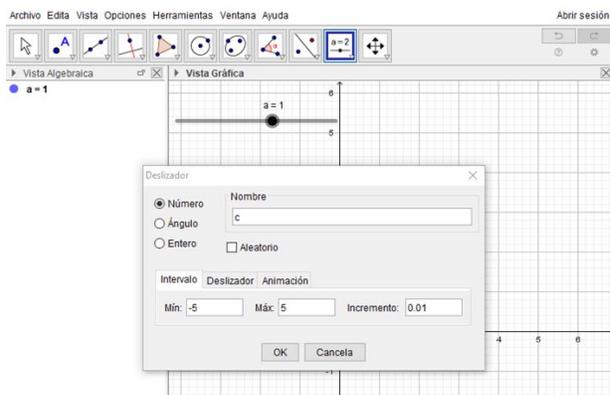
- El estudiante puede observar la imagen donde se ve las partes de la vista de GeoGebra, inicialmente es de motivar a investigar para que otros temas se puede aplicar este Software Educativo



2. Dar clic sobre la vista grafica y completa los campos de mínimo, máximo e incremento



3. Ahora, aplicando el mismo procedimiento (paso 1 y 2), crearemos un segundo deslizador llamado c (observa la imagen).



- Es esta parte se le crearan deslizador para que la función general, se pueda modificar los valores de sus constantes

# GeoGebra

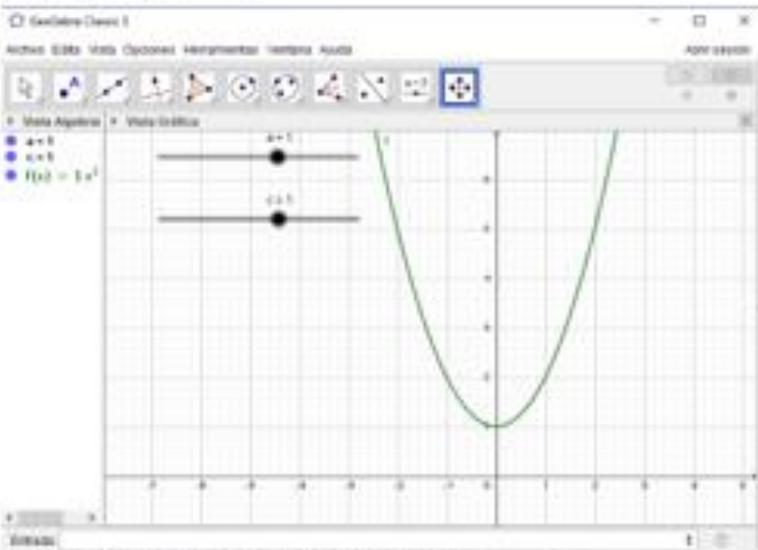
4. Escribe en la entrada lo siguiente.  $y = a \times (x)^2 + c$ . Así

Entrada:  $y = ax^2 + c$

Para ingresar el cuadrado, presiona al mismo tiempo las teclas

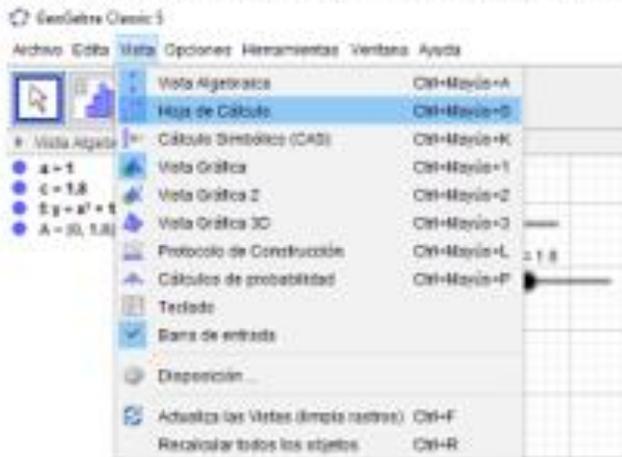


O las teclas



5. Grafiquemos las tablas para los valores de  $x$  y  $y$

a. Vamos a la barra de menú y seleccionemos vista hoja de calculo



- Al ingresar la función general, el alumno puede que presente dificultad al ingresar el cuadrado. Se puede aplicar la combinación de teclas **alt** + **2** y esta funciona en algunas computadoras lempitas, otra opción

es la de

b. Introducir los siguientes datos, así como lo muestra la imagen. (para ingresar el cuadrado recuerda el paso 4)

	A	B
1	-5	$=a(A1)^2+c$
2	-4	$=a(A2)^2+c$
3	-3	$=a(A3)^2+c$
4	-2	$=a(A4)^2+c$
5	-1	$=a(A5)^2+c$
6	0	$=a(A6)^2+c$
7	1	$=a(A7)^2+c$
8	2	$=a(A8)^2+c$
9	3	$=a(A9)^2+c$
10	4	$=a(A10)^2+c$
11	5	$=a(A11)^2+c$

c. Ahora vamos a obtener los siguientes datos

▼ Hoja de Cálculo

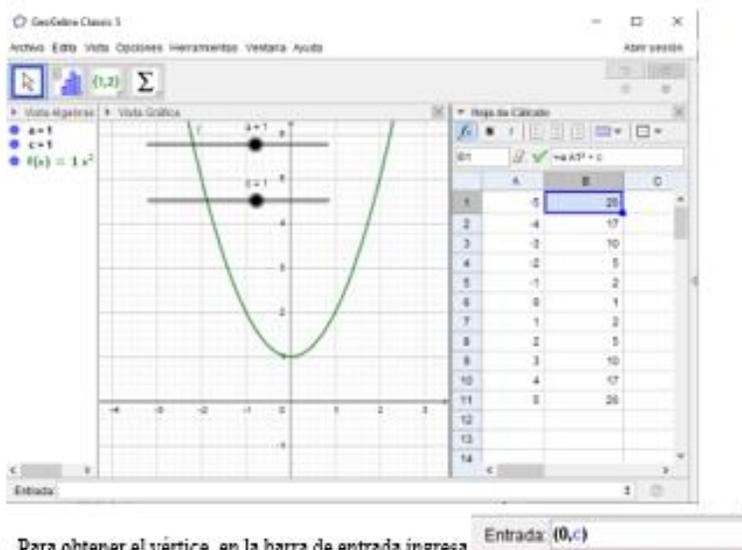
$f_x$  N /

E19

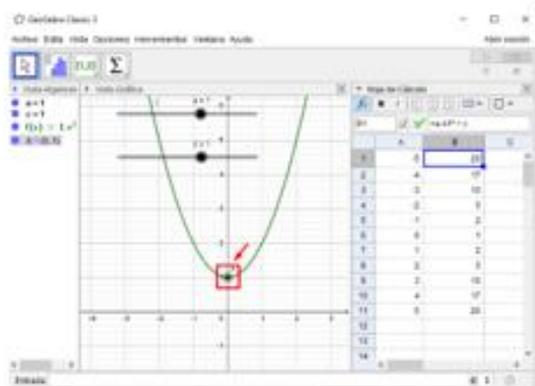
	A	B	C
1	-5	26	
2	-4	17	
3	-3	10	
4	-2	5	
5	-1	2	
6	0	1	
7	1	2	
8	2	5	
9	3	10	
10	4	17	
11	5	26	

- El estudiante puede aplicar la opción de deslizar la celda, para no tener que copiar todo. La manera de realizarlo es: con el curso y la tecla shift, seleccionas las dos celdas que contengan los datos, luego ubica el curso en la parte inferior izquierda de la selección, aparecerá un triángulo, allí da clic y si soltar lo presionado desplaza hacia abajo hasta donde quieras que tenga los datos.
- La opción de copiar lo que se ve en la imagen es para aquellos con menos habilidades.

6. Tendrás lo siguiente. (Para que los valores sean los de la imagen, los deslizadores deben tener los valores de  $a = 1$  y  $c = 1$ ). En vista de Hoja de Cálculo, la columna A representa los valores de la variable independiente  $x$  y la columna B los de la variable dependiente  $y$



7. Para obtener el vértice, en la barra de entrada ingresa  $(0,c)$ , obtenemos:



8. Guarda tu practica con el nombre **practica\_1**.

- Con lo realizado en esta Practica 1, se obtiene, un objeto (función) que se desplaza y transforma como solo dar valores a los deslizadores  $a$  y  $c$ , también el estudiante puede obtener resultados (pares ordenados), se puede intervenir para reafirmar conceptos de variables independiente y dependiente.

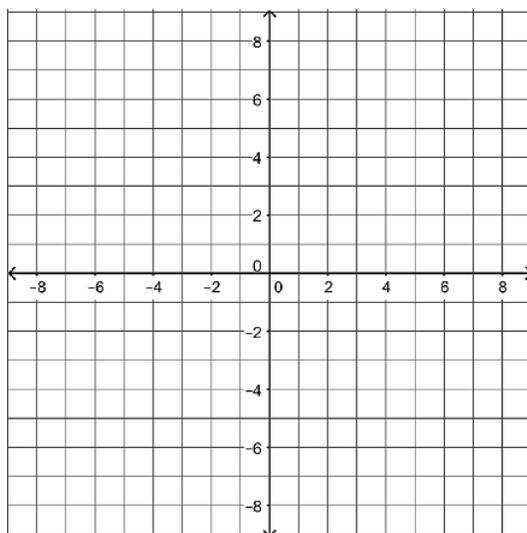
Responde o complementa los que se te pide. Utiliza el documento practica\_1, desarrollado en GeoGebra.

1. Iniciando de la forma  $y = a \times (x)^2 + c$ , y se le da valores de  $a = 1$  y  $c = 0$ . Tendrás la graficas de la función  $y = x^2$ , y tiene su vértice en  $(\square, \square)$
2. Si graficas la función  $y = 2x^2 + 3$ , el cual los valores  $a = \square$  y de  $c = \square$ . Tiene su vértice en  $(\square, \square)$ .
3. Si graficas la función  $y = 2x^2 - 3$ , su vértice será  $(\square, \square)$ . Ahora puedes afirmar que la forma  $y = a \times (x)^2 \pm c$ , su vértice será  $(\square, \pm \square)$
4. Si graficas la función  $y = -\frac{1}{5}x^2$ , ¿entre cuales valores se encuentra y si  $x$  está entre  $-4$  y  $2$ ?  


---

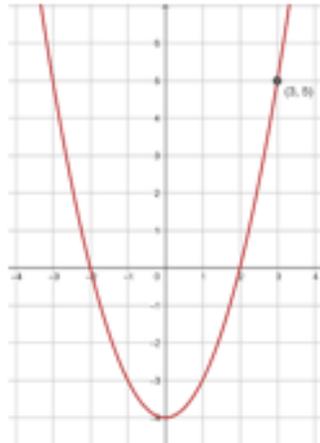


---
5. Grafica las siguientes funciones. En cada caso escribe cuál es el vértice:
  - a)  $y = -\frac{1}{5}x^2 + 3$
  - b)  $y = 4x^2 - 2$



- Este cuestionario ayudara que estudiante por si mismo encuentre respuesta a los sucesos, que ocurren al modificar los constantes a y c, además se le menciona conceptos como vértice y como obtenerlo.

6. La siguiente Grafica corresponde a una función de la forma  $y = a \times (x)^2 \pm c$ .  
Encuentra los valores  $a = \underline{\hspace{1cm}}$  y  $c = \underline{\hspace{1cm}}$ .



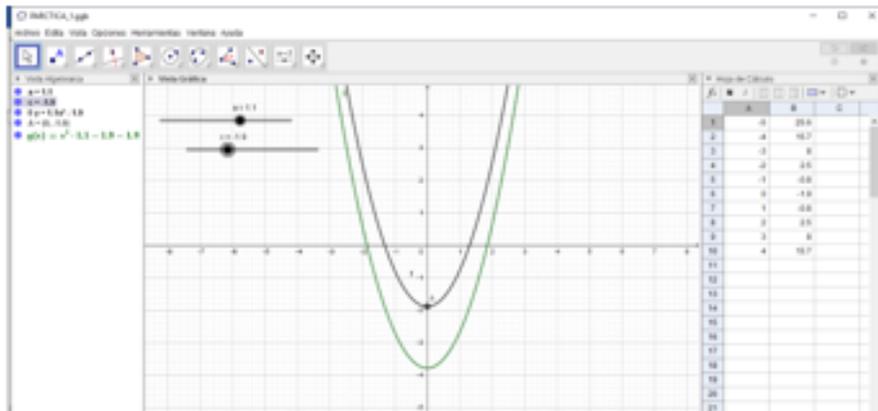
7. Guarda tu practica con el nombre **practica\_1**

En el mismo documento, realizaremos

8. Escribe en la barra de entrada  $f(x) = ax^2$  y  $g(x) = f(x) + c$ . Así:



9. Movamos los deslizadores



- En estos ítems los estudiantes identifican por si mismos la relación de la constante  $c$  y el vértice.

Respondamos

- a) En la vista grafica se generó un objeto, ¿Qué objeto? *¿punto o recta?*  
\_\_\_\_\_ ¿Qué nombre o letra se le asignó al objeto? \_\_\_\_\_, el punto formado por  $(0, c)$  recibe el nombre de vértice.
- b) Al aumentar el deslizador  $c$ , ¿En qué dirección se desplaza la gráfica?  
\_\_\_\_\_
- c) Al disminuir el deslizador  $c$ , ¿En qué dirección se desplaza la gráfica?  
\_\_\_\_\_

## Concepto

Si  $a$  es cualquier número real excepto 0 (positivo o negativo) y  $c$  es un número positivo ( $c > 0$ ) entonces, la gráfica de  $y = ax^2 + c$  es un desplazamiento vertical de  $c$  unidades (hacia arriba) de la gráfica  $y = ax^2$ ; y su vértice es  $(0, c)$ . En el caso de que  $c < 0$  el desplazamiento vertical de  $c$  unidades hacia abajo y su vértice es  $(0, c)$ .

- Estudiante continúa respondiendo, para que el mismo genere su propio concepto.

## Practica 2: Aumentos o disminuciones de la función cuadrática

En clases anteriores se estudió la función, con las variaciones para el valor de la constante  $\alpha$ , en esta práctica describiremos las variaciones en intervalos, para "y" y "x".

9. Abrir una nueva ventana de GeoGebra

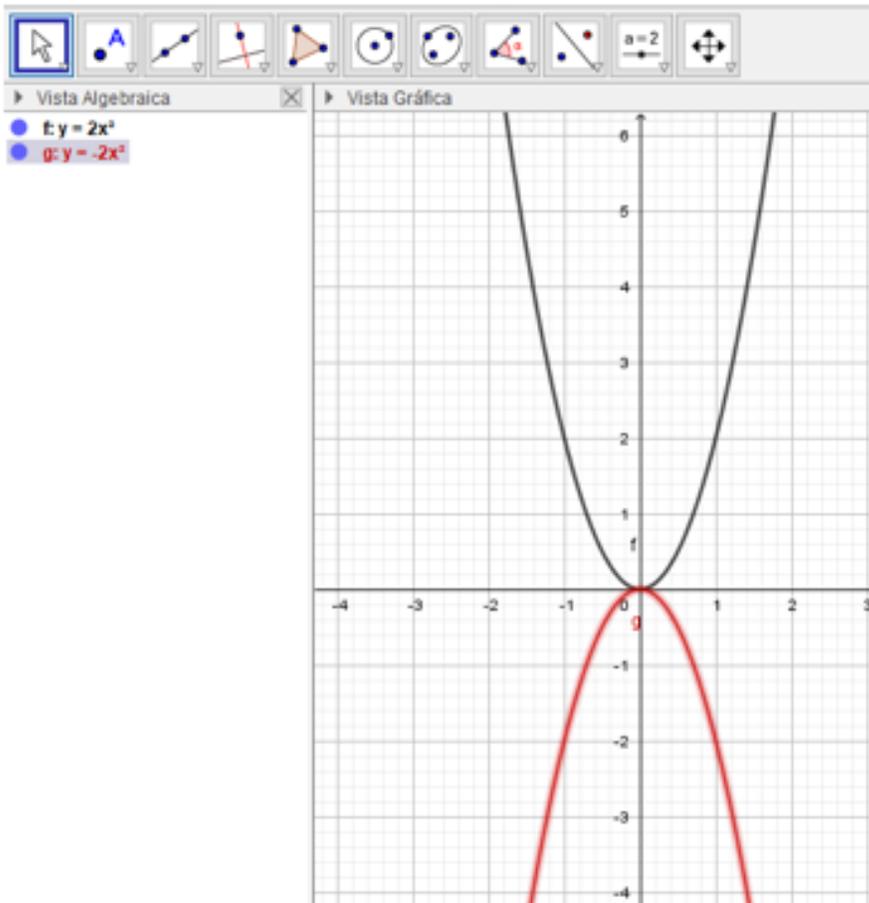
10. En la barra de entrada escribe la función  $y = 2x^2$  y  $y = -2x^2$

Entrada:  $y=2x^2$  y Entrada:  $y=-2x^2$

11. obtendrás

GeoGebra Classic 5

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda



- La practica 2, ayuda al trabajo algebraico, de igual manera formas la parábola con respecto a la constate a positiva y negativa.

12. Completamos la tabla, realizando los cálculos correspondientes para  $x = 1, x = 2$

	$x = 1$	$x = 2$		$x = 1$	$x = 2$
$y = 2x^2$	$y = 2(1)^2$ $y = 2$	$y = 2(\quad)^2$ $y = \underline{\quad}$	$y = -2x^2$	$y = -2(\quad)^2$ $y = -\underline{\quad}$	$y = -2(\quad)^2$ $y = -\underline{\quad}$
Valores de $x, y$	$x = 1$ $y = 2$	$x = \underline{\quad}$ $y = \underline{\quad}$	Valores de $x, y$	$x = \underline{\quad}$ $y = \underline{\quad}$	$x = \underline{\quad}$ $y = \underline{\quad}$

Respondamos, como cambia el valor de  $y$ , en ambas funciones

- Para  $y = 2x^2$ ; el valor de  $y$ , ¿aumenta o disminuye? \_\_\_\_\_  
en el intervalo de \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_
- Para  $y = -2x^2$ ; el valor de  $y$ , ¿aumenta o disminuye? \_\_\_\_\_  
en el intervalo de \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_

13. Analiza la gráfica de las funciones  $y = 2x^2$  y  $y = -2x^2$

Completamos la tabla, realizando los cálculos correspondientes para  $x = -2, x = -1$

	$x = -2$	$x = -1$		$x = -2$	$x = -1$
$y = 2x^2$	$y = 2(-2)^2$ $y = 8$	$y = 2(\quad)^2$ $y = \underline{\quad}$	$y = -2x^2$	$y = -2(\quad)^2$ $y = -\underline{\quad}$	$y = -2(\quad)^2$ $y = -\underline{\quad}$
Valores de $x, y$	$x = -2$ $y = 8$	$x = \underline{\quad}$ $y = \underline{\quad}$	Valores de $x, y$	$x = \underline{\quad}$ $y = \underline{\quad}$	$x = \underline{\quad}$ $y = \underline{\quad}$

Respondamos, como cambia el valor de  $y$ , en ambas funciones

- Para  $y = 2x^2$ ; el valor de  $y$ , ¿aumenta o disminuye? \_\_\_\_\_  
en el intervalo de \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_
- Para  $y = -2x^2$ ; el valor de  $y$ , ¿aumenta o disminuye? \_\_\_\_\_  
en el intervalo de \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_

- El proceso que el estudiante realiza es se encuentra con un ejemplo, además se orienta en las interrogantes a que se obtengan respuestas cerradas.

## Concepto

Las variaciones en las parábolas responden al valor que posee la constante  $a$ , así:

- ✓  $a > 0$ , existe un **mínimo** que es el vértice, gráficamente sería una parábola abierta hacia arriba  $\cup$
- ✓  $a < 0$ , existe un **máximo** que es el vértice, gráficamente sería una parábola abierta hacia abajo  $\cap$

14. Guarda tu practica con el nombre **practica\_2**

## Práctica lo aprendido

Tiempo estimado: 1 hora

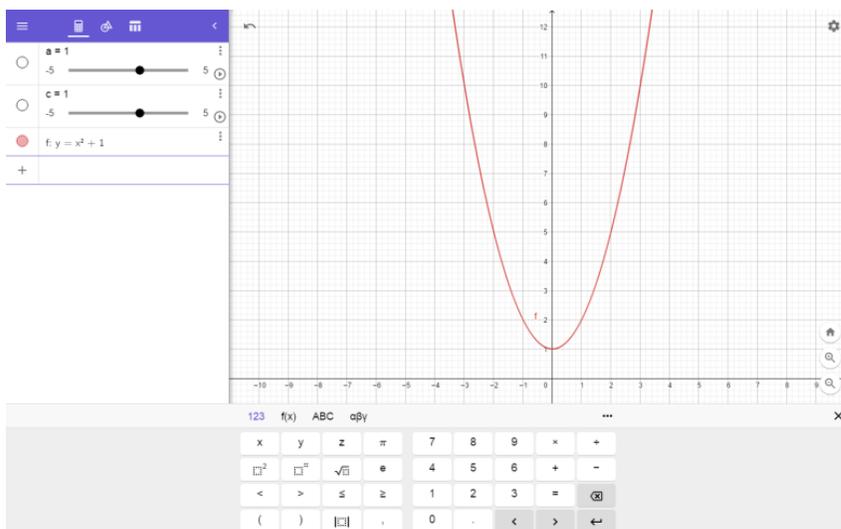
Esta práctica se realizará utilizando app de GeoGebra para celular

**Indicaciones:** realiza los siguientes pasos de forma ordenada.

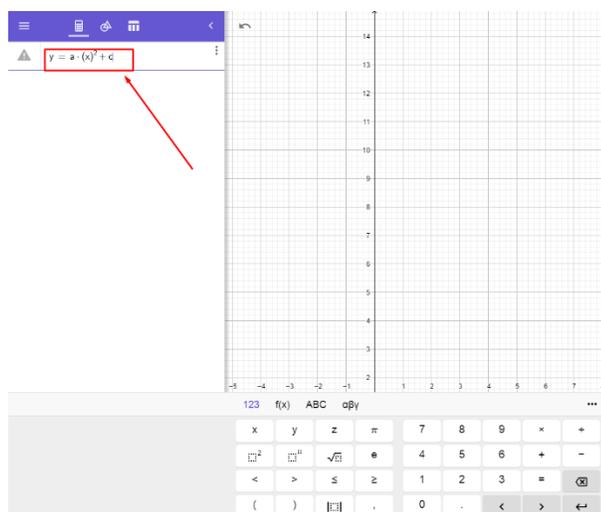


Ingresa a GeoGebra dando clic en [Graficadora](#)

1. Escribe en la entrada lo siguiente.  $y = a \times (x)^2 + c$

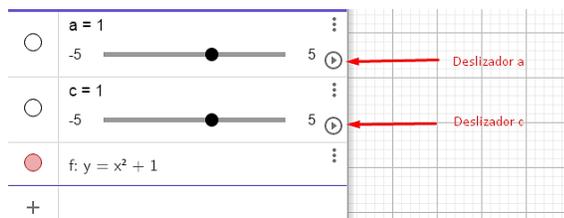


2. Tendrás lo siguiente.

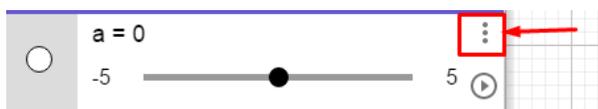


- Es de mencionar que el objetivo de esta actividad es, el complementar lo realizado en las prácticas anteriores. Además se centrar en el desarrollar un modelo en GeoGebra, que pretende adecuar el comportamiento de la función cuadrática de la forma  $y = a \times (x)^2 + c$ . La actividad utiliza GeoGebra Graficadora, esta aplicación es más generalizada, ya que esta posee un entorno visual igual, sin importar la plataforma desde donde se ejecute (iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux). En los literales 1 y 2 solo es para ingresar la función.

- Estos serán deslizador, ayudarán a dar valores a la variable “a” y “c” de la función  $y = a \times (x)^2 + c$



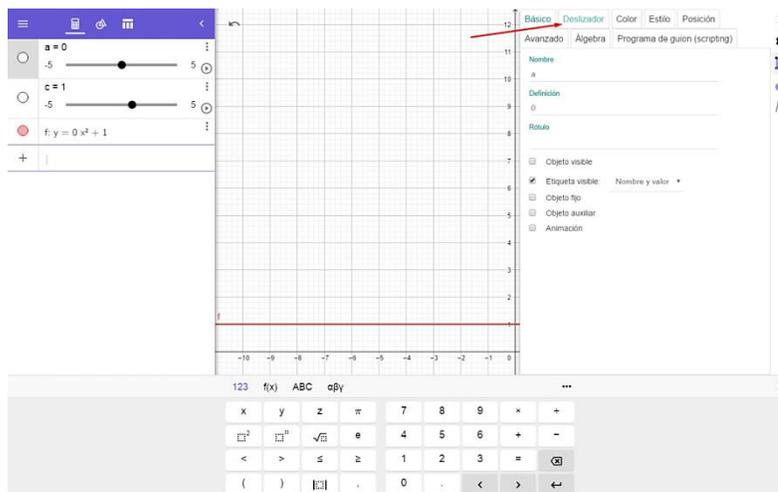
- Configuremos el deslizador “a” daremos clic izquierdo sobre los siguiente.



Nos aparecerá un cuadro así



- Seleccionamos configuración, aparecerá lo siguiente y seleccionamos deslizador.



- Ingresa los siguientes valores.

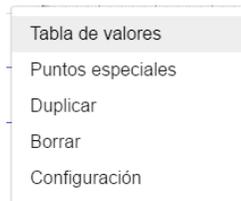


En esta parte los estudiantes configuran la herramienta del deslizador, incluye los pasos 3, 4, 5, 6 y 7. Esto tiene como fin que, se pueda ingresar valores en las variables “a” y “c” de la función ingresada el paso 1.

7. GeoGebra también posee la herramienta tabla de valores. Dar clic izquierdo sobre lo señalado.



8. Aparecerá lo siguiente. Luego dar clic en Tabla de valores.



9. En la siguiente ventana, puedes elegir los valores de la variable  $x$ , con los cuales aparecerá en la tabla y el paso es el aumento del valor de  $x$ . Ingresa los valores que aparece en la siguiente imagen.

Tabla de valores

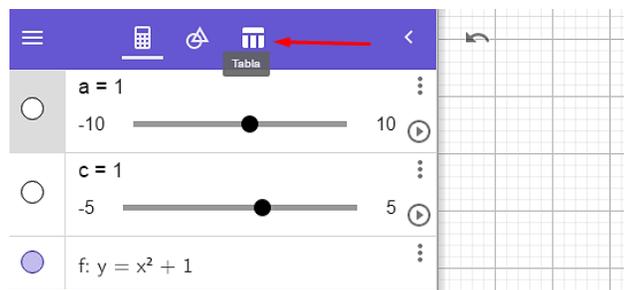
Valor inicial de  $x$   
-5

Valor final de  $x$   
5

Paso  
1

CANCELAR OK

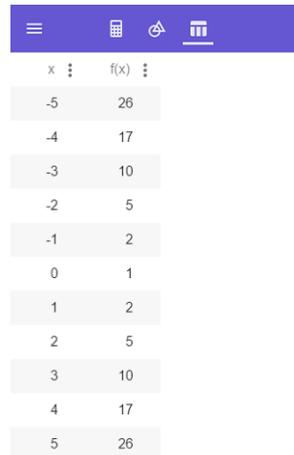
10. Para observar la tabla es de dar clic en



- En los pasos 8, 9, 10 y 11. Se trabaja para obtener la tabla de valores de  $x$  y  $f(x)$ .

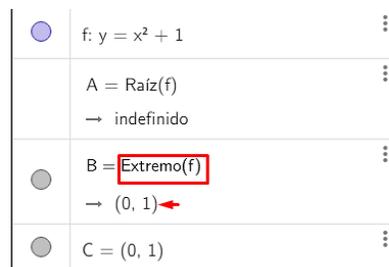
# GeoGebra

11. Tendrás lo siguiente. (Para que los valores sean los de la imagen, los deslizadores tienen que tener los valores de  $a = 1$  y  $c = 1$ ). En esta tabla se puede analizar si aumenta  $x$  de 1 a 4, y también aumenta.



x	f(x)
-5	26
-4	17
-3	10
-2	5
-1	2
0	1
1	2
2	5
3	10
4	17
5	26

12. Para obtener el vértice, realiza el paso 8 y luego elige Puntos especiales. El punto el cual contenga la palabra Extremo (f) es el vértice de la función.



<input checked="" type="radio"/>	f: $y = x^2 + 1$	⋮
<input type="radio"/>	A = Raíz(f) → indefinido	⋮
<input type="radio"/>	B = Extremo(f) → (0, 1) ←	⋮
<input type="radio"/>	C = (0, 1)	⋮

- El paso 12 es para obtener el vértice de la función.

## Prueba

¡Realicemos la siguiente prueba sin utilizar la aplicación!

Prueba de la Unidad 4: Función cuadrática de la forma  $y = ax^2 + c$

Matemática 9º

Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_ años NIE: \_\_\_\_\_ Sexo:  masculino  femenino

Centro escolar: \_\_\_\_\_

Indicaciones: en cada ejercicio planteado debes dejar constancia de tus procedimientos. Escribe la respuesta final en el recuadro correspondiente.

1. La variable  $y$  es directamente proporcional al cuadrado de la variable  $x$ . Calcula el valor de la constante  $a$  si cuando  $x = 5$  entonces  $y = 100$ .

Respuesta:

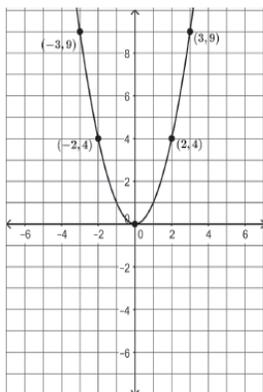
$a =$

2. A partir de la gráfica de  $y = x^2$ , grafica las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{1}{2}x^2$

b)  $y = \frac{3}{2}x^2$

c)  $y = -4x^2$



3. Dadas las funciones  $y = 5x^2$  y  $y = -5x^2$ .

a) Si el valor de  $x$  aumenta de 1 a 4, ¿cómo cambia el valor de  $y$  en ambas funciones?

Respuesta:

4. Si  $y = -\frac{1}{4}x^2$ , ¿entre cuáles valores se encuentra  $y$  si  $x$  está entre  $-4$  y  $2$ ?

Respuesta:

b) Si el valor de  $x$  aumenta de  $-3$  a  $-1$ , ¿cómo cambia el valor de  $y$  en ambas funciones?

Respuesta:

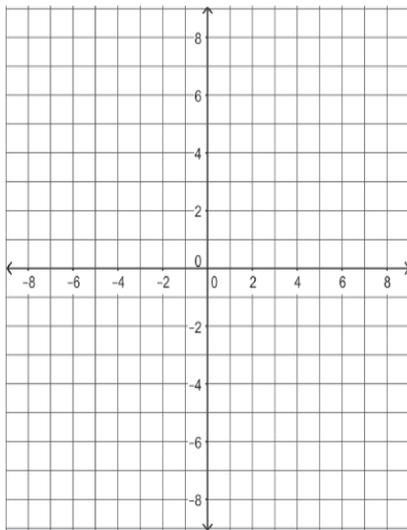
Para  $y = 5x^2$ :

Para  $y = -5x^2$ :

5. Grafica las siguientes funciones. En cada caso escribe cuál es el vértice:

a)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

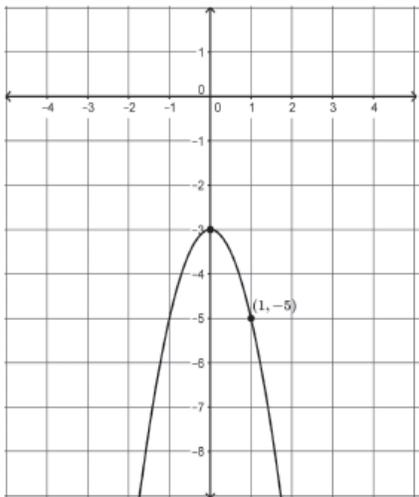
b)  $y = 3x^2 - 4$



Respuesta a)  
Vértice:

Respuesta b)  
Vértice:

6. La siguiente gráfica corresponde a una función de la forma  $y = ax^2 + c$ . Encuentra los valores de  $a$  y  $c$ .



Respuesta:  
 $a =$   
 $c =$

2

## Anexo 4. Evidencias prueba 1

Las evidencias anexadas corresponden a los resultados obtenidos de la prueba 1, en las tres instituciones públicas, y son el referente para la elaboración de la guía metodológica que integra el software GeoGebra.

### Anexo 4.1 Dificultades ítem 1, prueba 1

Figura 8 Dificultad ítem 1

1. La variable  $y$  es directamente proporcional al cuadrado de la variable  $x$ . Calcula el valor de la constante  $a$  si cuando  $x = 5$  entonces  $y = 100$ .

Handwritten solution 1:  
 $x = 5^2 = 25$      $y = 100^2 = 10,000$   
 $a = 400$   
Respuesta:  $a = 400$

1. La variable  $y$  es directamente proporcional al cuadrado de la variable  $x$ . Calcula el valor de la constante  $a$  si cuando  $x = 5$  entonces  $y = 100$ .

Handwritten solution 2:  
 $100 = a(5)^2$   
 $100 = a(25)$   
 $100 = (5a)$   
 $\frac{100}{5} = a$   
Respuesta:  $a = 20$

Fuente: prueba 1

### Anexo 4.2 Dificultades ítem 2, prueba 1

Figura 9 dificultad ítem 2

2. A partir de la gráfica de  $y = x^2$ , grafica las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{1}{2}x^2$     b)  $y = \frac{3}{2}x^2$     c)  $y = -4x^2$

Handwritten solution for (a):  
 $y = \frac{1}{2}(-2)^2 = y = 2, -2$   
 $y = \frac{1}{2}(-1)^2 = y = \frac{1}{2}, -1$   
 $y = \frac{1}{2}(0)^2 = y = 0, 0$   
 $y = \frac{1}{2}(1)^2 = y = \frac{1}{2}, 1$   
 $y = \frac{1}{2}(2)^2 = y = 2, 2$

Handwritten solution for (b):  
 $y = \frac{3}{2}(-2)^2 = y = 6, -2$   
 $y = \frac{3}{2}(-1)^2 = y = \frac{3}{2}, -1$   
 $y = \frac{3}{2}(0)^2 = y = 0, 0$   
 $y = \frac{3}{2}(1)^2 = y = \frac{3}{2}, 1$   
 $y = \frac{3}{2}(2)^2 = y = 6, 2$

Handwritten solution for (c):  
 $y = -4(-2)^2 = -8, -2$   
 $y = -4(-1)^2 = -4, -1$   
 $y = -4(0)^2 = 0, 0$   
 $y = -4(1)^2 = -4, 1$   
 $y = -4(2)^2 = -8, 2$

The figure also shows a coordinate plane with the graph of  $y = x^2$  and three transformed parabolas: a blue one opening downwards ( $y = -4x^2$ ), a red one opening upwards with a smaller width ( $y = \frac{1}{2}x^2$ ), and a green one opening upwards with a larger width ( $y = \frac{3}{2}x^2$ ). Points are marked on the graphs.

Fuente: prueba 1

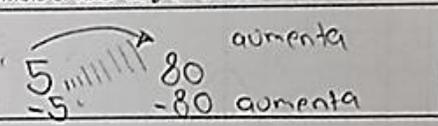
Anexo 4.3 Dificultades ítem 3 y 4, prueba 1

Figura 10 Dificultad ítems 3 y 4

3. Dadas las funciones  $y = 5x^2$  y  $y = -5x^2$ .

a) Si el valor de  $x$  aumenta de 1 a 4, ¿cómo cambia el valor de  $y$  en ambas funciones?

$y = 5(1)^2 = \frac{5}{80}$        $y = -5(1)^2 = -5$   
 $y = 5(4)^2 = 16$        $y = -5(4)^2 = -80$

Respuesta:  (2)

Para  $y = 5x^2$ : 5 a 80 aumenta  
 Para  $y = -5x^2$ : -5 a -80 aumenta

b) Si el valor de  $x$  aumenta de -3 a -1, ¿cómo cambia el valor de  $y$  en ambas funciones?

$y = 5(-3)^2 = 45$   
 $y = 5(-1)^2 = 5$

Respuesta: -5 a 45 aumenta (2)  
 Para  $y = 5x^2$ : -3 a 5 aumenta  
 Para  $y = -5x^2$ : 3 a -5 aumenta

---

3. Dadas las funciones  $y = 5x^2$  y  $y = -5x^2$ .

a) Si el valor de  $x$  aumenta de 1 a 4, ¿cómo cambia el valor de  $y$  en ambas funciones?

$x = 1$        $x = 4$   
 $y = 5(1)^2 = 5$        $y = 5(4)^2 = 80$   
 $y = 5$        $y = 80$

Respuesta: (2)  
 Para  $y = 5x^2 = 5[1] = 5x^2$  · aumenta  
 Para  $y = -5x^2 = -5[1] = -5x^2$

b) Si el valor de  $x$  aumenta de -3 a -1, ¿cómo cambia el valor de  $y$  en ambas funciones?

$x = -3$        $x = -1$   
 $y = -3(1)^2 = 3$        $y = -3(-1)^2 = -3$   
 $y = 3$        $y = -3$

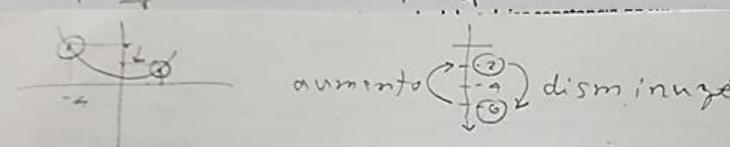
Respuesta: (2)  
 Para  $y = 5x^2 = -3(-1)^2 = -3x^2$  disminuye.  
 Para  $y = -5x^2 = -3[-1]^2 = -3x^2$

---

4. Si  $y = -\frac{1}{4}x^2$ , ¿entre cuáles valores se encuentra  $y$  si  $x$  está entre -4 y 2?

$y = \frac{1}{4}(-4)^2 = 4$        $y = \frac{1}{4}(2)^2 = \frac{1}{4}$   
 $y = 1 - \frac{1}{4}(16) = -3$        $y = -\frac{1}{4}$

Respuesta: (2)  
 $y = -4$        $y = -1$

 aumenta (2) disminuye

4. Si  $y = -\frac{1}{4}x^2$ , ¿entre cuáles valores se encuentra  $y$  si  $x$  está entre -4 y 2? (1)

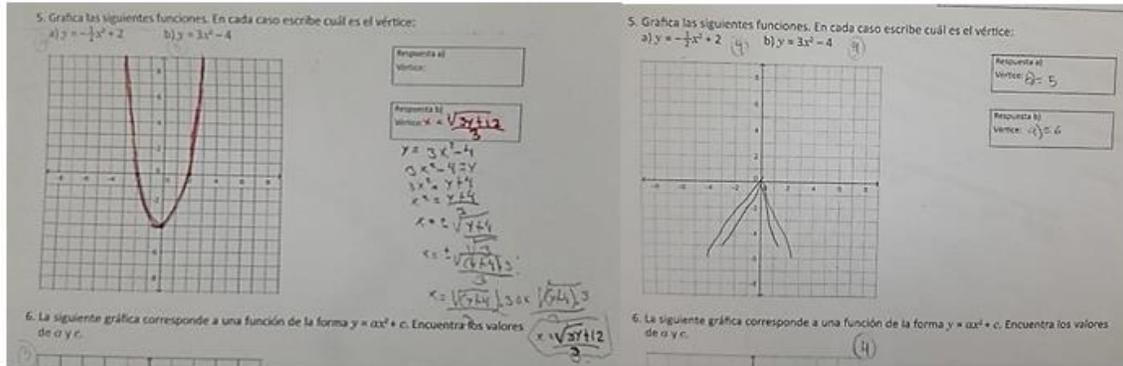
la fórmula es  $y = \frac{1}{4}x^2$   
 los pares ordenados son: A: (1, -1)  
 los pares ordenados son: A: (-4, -1)

Respuesta: (1)  
 -4 hasta -1

Fuente: prueba 1

### Anexo 4.4 Dificultades ítem 5, prueba 1

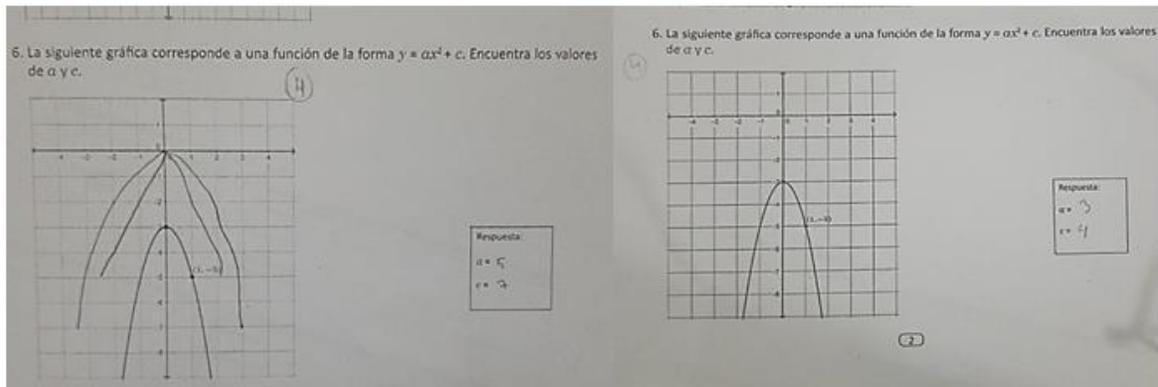
Figura 11 Dificultad ítem 5



Fuente: prueba 1

### Anexo 4.5 Dificultades ítem 6, prueba 1

Figura 12 Dificultad ítem 6



Fuente: prueba 1

## Anexo 5. Cronograma de actividades

		AÑO 2019																																																						
Actividad	Febrero					Marzo					Abril				Mayo				Junio					Julio				Agosto				Septiembre				Octubre					Noviembre				Diciembre											
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4								
1.Convocatoria																																																								
Presentación de lineamientos de trabajo de grado																																																								
2.Conformación de grupos de tesis																																																								
3.Inscripción del trabajo de grado																																																								
4.Elaboración del Anteproyecto																																																								
5.Elaboración de Marco teórico																																																								
6.Marco Metodológico y																																																								











33. Entrega documento impreso																																																	
-------------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

\*El periodo de defensa de tesis, se extendió debido a la emergencia por la Pandemia COVID-19.