

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE
PLANES COMPLEMENTARIOS



TRABAJO DE GRADO

ERRORES DE LOS ESTUDIANTES DE TERCER CICLO DE EDUCACIÓN BÁSICA AL
RESOLVER OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS: UNA
APROXIMACIÓN TEÓRICA Y PRÁCTICA

PARA OPTAR AL GRADO DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN, ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

PRESENTADO POR

JESER CALEB CANDRAY MENJIVAR
PEDRO ANTONIO QUEZADA MOLINA
JOSÉ NATANAEL CORTEZ RODAS
IVÁN ELENILSON ARCHILA ESCOBAR

DOCENTE ASESOR

LICENCIADO LEO EDGARDO MENDOZA ESCÁRATE

OCTUBRE, 2020

SANTA ANA, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
AUTORIDADES



M.Sc. ROGER ARMANDO ARIAS ALVARADO
RECTOR

DR. RAÚL ERNESTO AZCÚNAGA LÓPEZ
VICERRECTOR ACADÉMICO

ING. JUAN ROSA QUINTANILLA QUINTANILLA
VICERRECTOR ADMINISTRATIVO

ING. FRANCISCO ANTONIO ALARCÓN SANDOVAL
SECRETARIO GENERAL

LICDO. LUÍS ANTONIO MEJÍA LIPE
DEFENSOR DE LOS DERECHOS UNIVERSITARIOS

LICDO. RAFAEL HUMBERTO PEÑA MARIN
FISCAL GENERAL

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE
AUTORIDADES



M.Ed. ROBERTO CARLOS SIGÜENZA CAMPOS
DECANO

M.Ed. RINA CLARIBEL BOLAÑOS DE ZOMETA
VICEDECANA

LICDO. JAIME ERNESTO SERMEÑO DE LA PEÑA
SECRETARIO

M.Ed. FRANCIS OSVALDO MEJÍA LOARCA
COORDINADOR DE PLANES COMPLEMENTARIOS

AGRADECIMIENTOS

Deseo dar gracias primeramente a Dios, por haberme dado su bendición en todos los aspectos que hicieron posible concluir esta investigación. A los compañeros de trabajo: José Cortez, Iván Archila y Jeser Candray, quienes tuvieron el dinamismo y entrega para trabajar en equipo y así llegar a la culminación de nuestro trabajo de tesis. También, a los docentes que me impartieron clases en el plan especial realizado en la Universidad De El Salvador Facultad Multidisciplinaria De Occidente, quienes sirvieron de inspiración, motivando en todo momento hacia la superación académica, profesional.

Pedro Quezada

AGRADECIMIENTOS

Agradezco inmensamente al Altísimo Señor Jesús, por regalarme la vida y bajo su voluntad permitirme finalizar un peldaño más en educación. Solamente a Él sea la gloria, honra, majestad, alabanza y poder. Por toda la eternidad.

A mis padres por su amor incondicional en todo momento, dedicación para orientarme por el buen camino e inculcarme la paciencia ante situaciones adversas. Gracias por hacer de mí una persona de bien, mediante las correcciones moderadas y oportunas.

A los profesores normalistas que me cultivaron la disciplina y el orden en primer ciclo de educación básica. Fue un verdadero honor estar bajo su tutela, adquirí mucho conocimiento y buenos hábitos que hoy en día escasean.

A la Facultad Multidisciplinaria de Occidente por permitirme continuar con mis estudios superiores, mediante el Plan Especial que inicio en el 2015. Ofertando la Licenciatura en Educación, Especialidad Matemática. Carrera que me ha acrecentado la formación personal y profesional.

A todos los catedráticos por compartir sus conocimientos y experiencias educacionales, especialmente al Licenciado Leo Edgardo Mendoza Escárte. Por ser uno de los pocos profesionales empáticos que diseñan naturalmente clases amenas y productivas.

A los colegas docentes, Jeser, Pedro e Iván por ser un grupo trabajador. Aunque no coincidamos en metodologías educativas de aprendizaje, si estamos comprometidos en formar ciudadanos propositivos y creativos, en una sociedad cada vez más demandante.

José Cortez

AGRADECIMIENTOS

Mis agradecimientos son especialmente a las personas que siempre me han apoyado:

Mis padres, Israel Archila y Juana Ramírez. Ambos han fueron mi pilar en mis estudios

A mí tío Jendry Archila que siempre me da su apoyo incondicional en mi desarrollo profesional

A mis compañeros José Cortez, Pedro Quezada y Jeser Candray.

Iván Archila

DEDICATORIA

A mis padres, familiares y amigos.

A los colegas de tesis y a los docentes de la carrera.

A los docentes participantes del estudio por su ayuda.

A Dios por tantas oportunidades.

Jeser

Como Educador Matemático, busco utilizar aquello que aprendí como matemático para realizar mi misión de educador. En términos muy claros y directos: el estudiante es más importante que los programas y los contenidos.

Ubiratán D'Ambrosio.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	XIV
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	17
1.1 SITUACIÓN PROBLEMÁTICA.....	18
1.2 ENUNCIADO DEL PROBLEMA.....	21
1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	21
1.4 OBJETIVOS.....	22
1.4.1 OBJETIVO GENERAL.....	22
1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	22
1.5 JUSTIFICACIÓN.....	23
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....	26
2.1 MARCO TEÓRICO.....	27
2.1.1 ¿QUÉ ES UN ERROR EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA?.....	28
2.1.2 CAUSAS DEL ERROR EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.....	29
2.1.3 TIPOS DE ERRORES AL RESOLVER OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES.....	31
2.1.4 ESTRATEGIAS PARA EL TRATAMIENTO DE LOS ERRORES.....	35
2.2 RESEÑA HISTÓRICA.....	36
2.2 TIPOLOGÍA DE LAS FRACCIONES.....	37
2.3 OPERACIONES CON FRACCIONES.....	40
2.3.1 SUMAS Y RESTAS DE FRACCIONES.....	40
2.3.2 SUMAS Y RESTAS EN EL LIBRO OFICIAL DEL MINISTERIO DE EDUCACIÓN.....	44
2.3.3 MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES.....	47
2.3.4 MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES EN EL LIBRO OFICIAL DEL MINED.....	52
2.4 OPERACIONES COMBINADAS CON FRACCIONES.....	53
2.5 APLICACIÓN DE LAS OPERACIONES CON FRACCIONES EN DISTINTOS CAMPOS.....	54
2.6 DIFERENCIA ENTRE PROBLEMA Y EJERCICIO.....	57
CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO.....	59
3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	60
3.2 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.....	61
3.3 SUJETOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	62
3.4 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN DOCENTE.....	62

3.5 VALIDACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS	63
3.6 MATRIZ DE VARIABLES	65
3.7 APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO	66
3.8 TRATAMIENTO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	66
CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS	70
4.1 APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO	71
4.2 GENERALIDADES DOCENTES	72
4.3 RESULTADOS SEGÚN VARIABLES DEL ESTUDIO	75
4.3.1 ¿QUÉ ES ERROR?.....	75
4.3.3 OPERACIÓN MÁS FÁCIL Y MÁS DIFÍCIL	81
4.3.4 CATEGORÍAS DE ERRORES.....	84
4.3.5 ESTRATEGIAS.....	91
4.4 CUADRO 16 RESUMEN DE CATEGORÍAS SEGÚN VARIABLES DEL ESTUDIO.....	97
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	99
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102
ANEXOS	105
ANEXO I: INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN DOCENTE – IRID.....	106
ANEXO II: RESPUESTAS DE LOS DOCENTES POR VARIABLES DE ESTUDIO.....	117

ÍNDICE DE CUADROS, GRÁFICOS Y TABLAS

CUADRO 1. EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE SUMA DE NÚMEROS FRACCIONARIOS USANDO PROPIEDADES DE NÚMEROS ENTEROS.....	17
GRÁFICO 1. SUMA Y RESTA DE FRACCIONES.....	30
CUADRO 2. ALGORITMOS ERRÓNEOS UTILIZADOS POR LOS BACHILLERES EVALUADOS.....	32
GRÁFICO 2. ERRORES COMETIDOS CON FRACCIONES ALGEBRAICAS QUE PROVIENEN DE LA ARITMÉTICA.....	33
GRÁFICO 3. PROCEDIMIENTO PARA MULTIPLICAR UNA FRACCIÓN POR UN NÚMERO MIXTO.	34
CUADRO 3. COMPOSICIÓN GRÁFICA DE LAS FRACCIONES.....	38
ILUSTRACIÓN 1. UBICACIÓN DE $\frac{3}{2}$ EN LA RECTA NUMÉRICA.....	39
CUADRO 4. MATRIZ DE VARIABLES.....	64
GRÁFICO 4. GÉNERO DE LOS PARTICIPANTES.....	70
GRÁFICO 5. EDAD DE LOS PARTICIPANTES.....	70
GRÁFICO 6. PARTICIPANTES SEGÚN SECTOR DE SU LUGAR DE TRABAJO.....	71
GRÁFICO 7. NIVEL ACADÉMICO DONDE IMPARTE CLASES.....	71
GRÁFICO 8. FORMACIÓN ACADÉMICA DE LOS DOCENTES.....	72
GRÁFICO 9. AÑOS DE EXPERIENCIA DOCENTE.....	72
GRÁFICO 10. NUBE DE PALABRAS: SEGÚN SU CRITERIO Y EXPERIENCIA, ¿QUÉ ENTIENDE POR ERROR EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LOS ESTUDIANTES?.....	73
CUADRO 5. CATEGORIZACIÓN: ¿QUÉ ES ERROR?.....	74
TABLA 1. SEGÚN SU CRITERIO Y EXPERIENCIA, ¿POR QUÉ LOS ESTUDIANTES ERRAN AL RESOLVER OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES?.....	76
GRÁFICO 11. NUBE DE PALABRAS: SEGÚN SU CRITERIO Y EXPERIENCIA, ¿CUÁL ES LA CAUSA QUE HACE QUE LOS ESTUDIANTES ERREN AL RESOLVER OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES?.....	77
CUADRO 6. CATEGORIZACIÓN: CAUSAS DEL ERROR.....	77
TABLA 2. OPERACIÓN MÁS FÁCIL Y DIFÍCIL SEGÚN CRITERIO Y EXPERIENCIA DOCENTE.....	79
CUADRO 7. POR FAVOR EXPLIQUE, ¿POR QUÉ CONSIDERA QUE ESA OPERACIÓN BÁSICA CON FRACCIONES QUE SEÑALÓ EN LA PREGUNTA ANTERIOR RESULTA MÁS FÁCIL DE	80

RESOLVER POR LOS ESTUDIANTES?.....	
CUADRO 8. POR FAVOR EXPLIQUE, ¿POR QUÉ CONSIDERA QUE ESA OPERACIÓN BÁSICA CON FRACCIONES QUE SEÑALÓ EN LA PREGUNTA ANTERIOR RESULTA MÁS DIFÍCIL DE RESOLVER POR LOS ESTUDIANTES?.....	81
GRÁFICO 12. SEGÚN SU CRITERIO Y EXPERIENCIA, ¿QUÉ ACTIVIDAD MATEMÁTICA RESULTA MÁS COMPLICADA PARA EL ESTUDIANTE?.....	82
CUADRO 9. CATEGORÍA DE ERRORES, SEGÚN DOCENTES, AL RESOLVER OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES – SUMA.....	83
CUADRO 10. CATEGORÍA DE ERRORES, SEGÚN DOCENTES, AL RESOLVER OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES – RESTA.....	85
CUADRO 11. CATEGORÍA DE ERRORES, SEGÚN DOCENTES, AL RESOLVER OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES – MULTIPLICACIÓN.....	86
CUADRO 12. CATEGORÍA DE ERRORES, SEGÚN DOCENTES, AL RESOLVER OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES – DIVISIÓN.....	87
CUADRO 13. CATEGORÍA DE ERRORES, SEGÚN DOCENTES, AL RESOLVER OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES – OPERACIONES COMBINADAS.....	88
TABLA 3 ESTRATEGIAS QUE SUELEN APLICARSE PARA TRATAR EL ERROR.....	90
GRÁFICO 13. NUBE DE PALABRAS: ¿QUÉ ESTRATEGIAS HA UTILIZADO USTED PARA ENSEÑAR LAS OPERACIONES BÁSICAS CON LAS FRACCIONES.....	90
CUADRO 14. CATEGORIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DOCENTES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES.....	91
TABLA 4. ESTRATEGIA ES EFECTIVA PARA TRATAR EL ERROR.....	92
GRÁFICO 14. NUBE DE PALABRAS: ¿QUÉ ESTRATEGIAS HA UTILIZADO USTED PARA TRATAR EL ERROR EN EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES?..	93
CUADRO 15. CATEGORIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DOCENTES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES.....	93
CUADRO 16. RESUMEN DE CATEGORÍAS SEGÚN VARIABLES DEL ESTUDIO.....	95

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación titulado “errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios: una aproximación teórica y práctica” tiene como objetivo general describir los errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios a la luz de la teoría y de las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.

Para alcanzar este objetivo, los autores consideran realizar una investigación de tipo cualitativa con el apoyo de documentos bibliográficos y de instrumentos de recolección de información con docentes. El levantamiento bibliográfico tiene como objetivo mostrar y categorizar los principales errores que presentan los estudiantes para resolver operaciones básicas con números fraccionarios.

Para ello, se consultarán sitios web de revistas especializadas en el tema y de repositorios nacionales e internacionales buscando describir cinco variables principales: qué es un error en educación matemática; cuáles son las causas de los errores, cuáles son las operaciones más fáciles y difíciles para los estudiantes según esos estudios, qué tipo de errores presentan los estudiantes al resolver operaciones básicas con fraccionarios y qué estrategias didácticas son consideradas para tratar los errores.

Además, este estudio busca hacer un contraste entre la teoría y las concepciones didácticas de docentes de El Salvador. En ese sentido, estas mismas cinco variables son consultadas con docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador. Para la obtención de esta información se decidió hacer por medio de una encuesta digital con el objetivo de abordar estas inquietudes. Una vez se realice este ejercicio se hará un contraste entre lo determinado por la teoría y las concepciones didácticas de los docentes.

Con esto en consideración, la estructura de esta investigación está compuesta en cuatro capítulos. En el primer capítulo, se hace el planteamiento del problema, en donde se describe cual es la razón que motivó realizar esta investigación, abordando aspectos pedagógicos, didácticos y académicos; se enuncia el problema y las preguntas de investigación que

direccionarán la investigación; cuales son los objetivos que se persiguen y; se especifica el porqué es importante esta temática para los docentes y estudiantes salvadoreños.

En el segundo capítulo, se presenta el marco teórico que sustenta esta investigación. En una primera parte de este capítulo, se describe qué son las fracciones, cuáles son las operaciones básicas y algunas consideraciones didácticas y curriculares sobre la enseñanza de las fracciones en El Salvador. Una vez definido eso, se hace un levantamiento bibliográfico acerca de estudios que tratan acerca de las cinco variables principales que se desean profundizar, a decir, qué es un error en educación matemática; cuales son las causas de los errores, cuáles son las operaciones más fáciles y difíciles para los estudiantes según esos estudios, qué tipo de errores presentan los estudiantes al resolver operaciones básicas con fraccionarios y qué estrategias didácticas son consideradas para tratar los errores.

En el tercer capítulo se describe la metodología de la investigación y los pasos que se han determinado para poder responder las preguntas de investigación. Se discute sobre qué es una investigación cualitativa; el uso de los datos en una investigación cualitativa; el proceso de selección de los docentes participantes; la construcción del instrumento docente, definiendo la cantidad de ítems, la estructura del instrumento y el contenido de los ítems acorde a las cinco variables estudiadas en el levantamiento bibliográfico; los cuidados metodológicos para la aplicación y tratamiento de las encuestas y su posterior análisis.

En un cuarto capítulo, se presentan los resultados de la encuesta. Se detallan los cuidados metodológicos posteriores a la aplicación del instrumento. Se presentan características generales de los docentes consultados y, a continuación, se presentan los resultados finales de acuerdo con los objetivos y las variables de estudio. Este capítulo cierra con un cuadro comparativo entre los datos arrojados en el levantamiento bibliográfico y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador teniendo como ejes comparativos las variables del estudio.

Por último, este estudio cierra con las conclusiones y recomendaciones. Se espera que con este estudio los docentes que enseñan matemática y en específico las operaciones básicas con fracciones cuenten con insumos didácticos, sin ser prescriptivos, para el abordaje de esta

temática con los estudiantes. Sin más que agregar, a continuación, se presenta el capítulo I de este estudio.

CAPÍTULO I:
PLANTEAMIENTO
DEL PROBLEMA

1.1 Situación problemática

Esta investigación se busca describir los errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios a partir de las concepciones de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador. Ahora bien, la problemática sobre el aprendizaje y enseñanza de las operaciones básicas con números fraccionarios en la Educación Básica ha sido un tema de interés para la Educación Matemática desde una perspectiva pedagógica, didáctica y académica. Estas perspectivas son detalladas en los párrafos siguientes.

Desde la perspectiva pedagógica, dada la experiencia de los docentes autores de este estudio se ha podido verificar esta problemática acerca de los errores de los estudiantes al realizar operaciones básicas con números fraccionarios por lo que se considera de gran interés profesional (Este mismo interés es compartido por los docentes tal como se podrá verificar en el capítulo IV de esta investigación). No obstante, algún lector podrá preguntarse, ¿a qué se refiere a error en la resolución de operaciones básicas con fracciones? Para el explicar esta situación se propone un ejemplo. Es común que cuando se invita a estudiantes a resolver *suma de fracciones*, ellos busquen aplicar las mismas propiedades de la suma de números enteros a la suma de fracciones, pudiendo verificar el docente el desarrollo propuesto en el cuadro 1 a continuación:

Cuadro 1

Ejemplo de resolución de suma de números fraccionarios usando propiedades de números enteros

Suma de números enteros	Suma de fracciones
$4 + 5 = 9$	$\frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{9}{6}$
Aplicación correcta de las propiedades de la suma de números naturales	Aplicación incorrecta de propiedades de números naturales en operaciones con fracciones.

Nota. Fuente: Elaboración propia.

En este sentido, esta traslación de las propiedades de la suma de los números naturales a los números fraccionarios parece responder a una *sobregeneralización*¹ de las propiedades de la suma. Sin embargo, este hecho no es el único que ha sido verificado en nuestra experiencia como educadores en matemática. Ni tampoco somos los únicos en notarlos.

¹ Sobregeneralización. Concepto introducido en Cury (2017)

Así, al consultar con otros docentes de matemática se pudo verificar que esta necesidad también es compartida. Al profundizar con un especialista acerca de los errores que cometen los estudiantes para aprender las operaciones básicas con fracciones destacan que a pesar de aprender a sumar fracciones homogéneas ellos,

[...] no saben cómo aprovechar ese conocimiento para sumar fracciones homogéneas (no aplican el concepto de fracciones equivalentes). Olvidan que la división puede transformarse en multiplicación de fracciones. Cuando tienen un sumando en el numerador y denominador que es igual, simplifican, como si hacen cuando tienen un factor en el numerador y denominador igual. (O. Morales, comunicación personal, 19 de septiembre de 2019).

Para la profesora Rodas, los estudiantes tienen la dificultad de operar fracciones “al ponerles un problema de aplicación con cualquiera de las operaciones básicas los estudiantes tienen dificultad para extraer los datos” (Ledis Rodas, comunicación personal, 18 de septiembre de 2019), es decir, los estudiantes podrían conocer los algoritmos, pero no cómo clasificar la información en un problema contextualizado específico.

Puede observarse de este ejercicio que hay una preocupación de los docentes acerca del aprendizaje y enseñanza de las operaciones básicas con fracciones, sin embargo, los autores consideran necesario profundizar acerca de estos puntos. Así, se consideran que esta consulta a los docentes puede ofrecer un marco general acerca de las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en cómo comprenden los errores y qué tipo de errores en específico han podido verificar en su práctica docente. Este punto resulta de interés en esta investigación.

No obstante, los estudios acerca de los errores no solo se limitan a la preocupación docente, sino también a una necesidad didáctica, puesto que las fracciones tienen reservado un espacio en los planes de estudio del sistema educativo salvadoreño. La temática de la fracción es introducida en el tercer grado en el cual se explica sobre los elementos que la conforman y su representación gráfica. El cuarto y quinto grado se centra en la comprensión de las fracciones equivalentes; la simplificación y la amplificación de fracciones; la comparación de fracciones y la suma de fracciones homogéneas (MINEDUCYT, 2018a, b).

Es en sexto grado que se desarrollan por completo el estudio de las operaciones básicas de los números fraccionarios, es decir, la suma, resta, multiplicación y división. Se hace una retroalimentación de la temática y se incluyen las operaciones con fracciones homogéneas,

mismo denominador, con las heterogéneas, diferente denominador. Por último, se hace una relación entre la enseñanza de las operaciones con fracciones con los números decimales y a las operaciones combinadas con y sin números enteros (MINEDUCYT, 2018c). Es decir, puede verificarse que las fracciones tienen un espacio en los planes de estudio oficiales, que son obligatorios, por lo que su tratamiento tiene una necesidad de parte del docente.

Además, este interés no solo se reduce al ámbito pedagógico o didáctico, sino que este está íntimamente vinculado a un interés académico. Desde la perspectiva académica se puede constatar un interés de investigadores en Educación Matemática para abordar el tema. Por ejemplo, al colocar en el buscador de la revista española Suma² se pueden encontrar 16 artículos relacionados con el tema con énfasis en fracciones continuas, estrategias metodológicas para la enseñanza de las fracciones, fracciones equivalentes, entre otros.

Al hacer el mismo ejercicio en la Revista Educación Matemática³ de México se encuentran diez artículos relacionados a las fracciones que investigan la enseñanza de la división de fracciones, los obstáculos didácticos en la enseñanza de las fracciones y prácticas cotidianas. Dentro de los estudios académicos acerca del error, se destacan los realizados por Di Pego (2012) y Del Olmo (2015) a continuación.

Di Pego (2012) en su estudio establece que los obstáculos para aprender fracciones parten de dos “ejes conceptuales: las relaciones parte-todo y la comparación de fracciones” (p. 5). Cuando se refiere a la relación parte-todo, quiere decir que el estudiante tiende a tratar de hacer una similitud entre fracciones y enteros, y por consecuencia, a operarlos de igual forma. De la misma forma, existe una dificultad en comparar fracciones al relacionarlas con los números enteros, por ejemplo, cuando el estudiante cree que $1/7$ es menor que $1/9$.

Por otra parte, y más específicamente cuando se habla de realizar un estudio acerca de los errores se destaca el trabajo realizado por Del Olmo (2015) que buscaba identificar errores en el aprendizaje de las fracciones con estudiantes de primer año de la ESO (Educación Secundaria Obligatoria, séptimo grado en El Salvador). Del Olmo identificó cuatro grandes categorías de errores en el aprendizaje de las fracciones: errores por descuido o distracción; errores por desconocimiento de la respuesta; errores por defectos en la comprensión del concepto y la aplicación sistemática de procedimientos erróneos.

² Tomado de <http://revistasuma.es/>

³ Tomado de <https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/>

Al realizar esto, Del Olmo, aportó algunas explicaciones sobre los errores que tienen los estudiantes al aprender a operar fracciones. Al categorizar los errores, no solo se puede identificar los que suelen ser más comunes, sino también puede aportar a su comprensión y al diseño de estrategias didácticas para tratarlos. Por lo tanto, puede concluirse que el estudio de los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con números fraccionarios tiene un interés pedagógico, didáctico y académico.

Antes de dar paso a la definición del enunciado del problema, los autores consideran necesario delimitar la situación problemática. Así, dentro de los alcances de este estudio se pretende realizar una investigación que recoja los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones a la luz de la teoría y de las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.

Con esto anterior, se define el enunciado del problema y las preguntas de la investigación.

1.2 Enunciado del problema

¿Cuáles son los errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios a la luz de la teoría y de las concepciones de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?

1.3 Preguntas de investigación

De esta interrogante, se plantea cinco preguntas de investigación, a decir:

- i. ¿Qué es el error en educación matemática según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?
- ii. ¿Cuáles son las causas de los errores de los estudiantes al resolver la operación básica más fácil y más difícil de aprender para los estudiantes según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?

- iii. ¿Cuál es la operación básica más fácil y más difícil de aprender para los estudiantes según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?
- iv. ¿Cuáles son los errores más comunes que presentan los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones según la teoría y las concepciones didácticas de docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?
- v. ¿Cuáles son las estrategias que propone la teoría y los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador para tratar los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones?

Definidas las interrogantes de la investigación, a continuación, se presenta el objetivo general y los objetivos específicos de este estudio.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Describir los errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios a la luz de la teoría y de las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.

1.4.2 Objetivos específicos

- i. Conceptuar qué es el error en educación matemática según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.
- ii. Enunciar las causas de los errores de los estudiantes al resolver la operación básica más fácil y más difícil de aprender para los estudiantes según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.
- iii. Identificar cuál es la operación básica más fácil y más difícil de aprender para los estudiantes según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.

- iv. Categorizar los errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios según la teoría y las concepciones didácticas de docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.
- v. Detallar las estrategias propuestas por la teoría y por los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador para tratar el error de los estudiantes que resuelven operaciones básicas con fracciones.

Así, partiendo de las preguntas de investigación y de los objetivos específicos, las variables de estudio de esta investigación son: ¿qué es error?, ¿cuáles son las causas del error?, ¿cuál es la operación básica más fácil y más difícil?, categorías de errores y estrategias para el tratamiento de errores.

A continuación, se discutirá sobre el porqué de esta investigación.

1.5 Justificación

Los errores de aprendizaje de las matemáticas se manifiestan en los estudiantes a lo largo de su proceso educativo. Estos han sido estudiados desde varias perspectivas que vienen desde la psicología educacional, pasando por estudios vinculados al análisis estadístico hasta los estudios que privilegian los procedimientos, los contextos y las causas de estos.

Ahora bien, dado que esta investigación recogerá los resultados de estudios acerca de errores de los estudiantes conviene explicar entonces, ¿qué es un estudio de errores en educación matemática? Al inicio del siglo XX los estudios de errores, según Cury (2017), destacaban por tener una carga fuertemente psicológica. Thorndike, señalado como el impulsor de la psicología educacional, en el año de 1936 escribe “*The psychology of Arithmetic*”, considerada como una obra de gran importancia para el estudio de errores (Ibid, p. 23), que influyó mucho a mediados del siglo XX.

Los estudios de errores en esa época tendían mucho a realizar distintas pruebas a las cuales solo se aplicaban técnicas estadísticas lo que llevó a otros investigadores en educación a realizar unas críticas a este modelo, tal es el caso de Kilpatrick y Wirszup (1976) citados por

Cury (2017) quienes cuestionaron: “¿Por qué se debe asumir que los puntajes de los test son la única – o mejor – fuente de información sobre las habilidades matemáticas?” (p. 28).

Una crítica fuertemente al uso exclusivo de datos estadísticos como único medio de analizar el trabajo matemático de los estudiantes es que el mero dato no aporta información sobre los procesos mentales y cognitivos de los estudiantes, a esto Cury (2017) citando a Cazorla (2002) asegura que “Muchas veces, resultados iguales pueden haber sido productos de procesos mentales diferentes y no necesariamente significan la presencia de la habilidad” Cury (p. 28).

Otra crítica que tiene el uso del estudio de errores basado en análisis estadístico es que no considera los procedimientos “acertados”, es decir, aquellos en los cuales el estudiante resuelve y responde correctamente. Mientras un estudio de errores se centra exclusivamente en los “fallos” de los estudiantes, otros estudios con vertientes cualitativas tratan, además de los procedimientos errados, los procedimientos correctos de los estudiantes, categorizarlos, explicarlos y analizarlos.

Es así que, en la visión de Cury (2017), se abre un nuevo espacio para la investigación de la producción de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática volcado a los “procesos y no solamente el producto”, o sea, se busca un análisis cualitativo de la respuestas de los estudiantes sobre la base de una discusión mucho más profunda que se distancia de la visión tradicionalista del error como un “fallo del sistema” Astolfi (2004, p. 111) a ver al error como “el de indicador y analizador de los procesos intelectuales puestos en juego” (2004, p. 113).

En ese sentido, al realizar esta investigación se pretende hacer un diálogo con los estudios nacionales e internacionales que han tratado el tema del error de los estudiantes al resolver operaciones básicas con números fraccionarios. En este ejercicio investigativo, no solo se podrá encontrar los errores que han encontrado investigadores de referencia, sino que también se podrá analizar las estrategias y las propuestas de estos especialistas para un mejor abordaje didáctico y pedagógico con los estudiantes y, a partir del contraste que se hará con las concepciones docentes, se enunciará las estrategias utilizadas por los docentes salvadoreños al enseñar este contenido. Es decir, este estudio podrá ser utilizado como un insumo didáctico para los docentes que enseñan matemática.

Entonces, ¿Qué interés podrá existir en un estudio de este tipo? Como se discutió anteriormente, el aprendizaje de las operaciones con fracciones tiene una validez académica,

didáctica y pedagógica. Es decir, existe esta problemática en el aula salvadoreña. Es por este motivo que surge el interés en analizar la producción escrita al resolver operaciones básicas con números fraccionarios. El interés en investigar este tema está asociado a las experiencias que hemos consolidado en las aulas donde hemos evidenciado que los estudiantes presentan errores cuando relacionamos algún contenido con las operaciones básicas de números fraccionarios no solamente en los años de este estudio, sino a lo largo de la vida académica de los estudiantes.

Por último, al proponer esta investigación también se pretende en ofrecer insumos teóricos metodológicos que permitan a otros investigadores aportar en la comprensión de los procedimientos que realizan los estudiantes al resolver ejercicios y problemas de matemática.

A continuación, se presenta el marco teórico que sustenta esta investigación.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

En esta sección se presenta el marco teórico acerca de estudios que hayan analizado los errores de estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones. Para la construcción de este marco teórico se realizó a partir de una revisión bibliográfica. La revisión bibliográfica es, según Fiorentini y Lorenzato (2010), la piedra angular de la investigación y tiene como objetivo “profundizar y conocer lo que ya se ha investigado o estudiado sobre el tema escogido” (Fiorentini y Lorenzato, 2010, p. 61), en este sentido, se puede decir que la revisión bibliográfica permite situar teóricamente al investigador y así poder situar la investigación que se realiza en el marco de las otras preexistentes.

De este modo, los autores decidieron profundizar acerca del estudio sobre los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones buscando otras investigaciones similares en artículos, revista o tesis que cumplieran con los objetivos de la investigación. Este proceso se explica en la sección siguiente.

2.1 Marco teórico

Para efectuar esta revisión bibliográfica, y siendo conscientes que existe una inmensa cantidad de sitios y páginas web sobre educación y educación matemática con distintos niveles de confianza, los autores decidieron buscar en cuatro repositorios de tesis y revistas: Dialnet, Base, Scielo y la salvadoreña Reddices. Además, y para focalizar más la investigación se decidió consultar en revistas internacionales especializadas en el tema que contaran con un cuerpo editorial, una sociedad o universidad que la respaldase y un código ISSN. Así, las revistas consultadas son las siguientes: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática; Educación Matemática; Revista de Educación Matemática; Números, revista de Didáctica de las Matemáticas; Graó; Suma; Avances de investigación en Educación Matemática; Relime; Unión; RECME y; Revista Internacional de Etnomatemática.

Una vez delimitado el marco donde se haría la consulta, fue necesario hacer una lista de palabras claves que ayudaran a encontrar contenidos efectivos para la investigación. Estas palabras claves fueron: fracciones; racionales; dificultades fracciones; dificultades operaciones; errores fracciones y; errores operaciones. Ahora bien, no toda la información

recogida por alguna de las seis palabras claves se aproximaba a la investigación. Fue importante la lectura para verificar que cada documento tenía cercanía con los objetivos de investigación.

Así, fue imprescindible hacer una nueva depuración y para tal fin se utilizó como referencia las cinco variables del estudio: que se entiende por error en el aprendizaje de la matemática; que causa el error en matemática; que operaciones básicas con fracciones más fáciles y difíciles para los estudiantes; categorías de errores al resolver operaciones básicas con fracciones y; estrategias y metodologías para abordar los errores. Con estas variables como lupa y teniendo como guía los objetivos de la investigación fue posible encontrar buena cantidad de insumos para el estudio. En los siguientes párrafos se realiza un diálogo con las investigaciones relacionadas siguiendo como referencia las variables de estudio antes descritas.

2.1.1 ¿Qué es un error en la enseñanza de la matemática?

Antes de profundizar en elementos propios sobre las fracciones, se decidió conocer cómo se comprende la palabra “error” en el marco de la Educación Matemática. Esto es importante porque existen distintas perspectivas acerca de esta palabra. Para el caso, cuando se planteó este estudio con colegas y docentes universitarios llamó mucho la atención la preocupación sobre la carga negativa que tiene esta palabra, por ello, es necesario dialogar con otros autores de referencia.

Así, se fija el interés en los errores que es parte central del estudio. Errar no exclusivo del ámbito académico, desde la antigüedad el ser humano ha buscado dar respuestas a los fenómenos que les rodea. Así también López & López (2017) sostiene “en su afán de encontrar respuestas a todas sus preguntas han sido una gran cantidad de conocimientos que hoy sabemos que son erróneos...” (p.655). Si bien el cometer error es apreciado desde la antigüedad, los autores nos hacemos la pregunta ¿qué es error?, para responder a la interrogante, se presenta a continuación, las siguientes definiciones o a acercamientos al concepto:

Los errores son intentos razonables, pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación (López & López, 2017).

Conocimiento deficiente o incompleto que conlleva a una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la matemática escolar. (Rivera & Rodríguez, 2010).

Los errores son el resultado de un procedimiento sistemático imperfecto que el alumno utiliza de modo consistente y con confianza (González, 2011).

El error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción. (González, 2011).

Como se puede observar el concepto de error está relacionado a los conocimientos del estudiante, que pueden ser deficientes o incompletos, generando un resultado equivocado. En este escenario el profesor juega un papel importante en la búsqueda de las causas y las posibles soluciones que vayan encaminadas a evitar los errores, como afirma Stenhouse (1991), citado por Jiménez & Rivera (2011) “serán los profesores los que transformaran la escuela entendiéndola” (p.88).

2.1.2 Causas del error en la enseñanza de la matemática

Teniendo esto en mente, resulta importante preguntar: ¿cuáles son las causas del error? En medicina es importante encontrar la raíz que produce la enfermedad, con el fin de proponer un efectivo tratamiento a las personas dolientes. En didáctica de la matemática se puede recurrir a los “obstáculos” para intentar explicar el origen de los errores. Estos obstáculos pueden ser ontogénicos, epistemológicos o didácticos.

En este sentido, los obstáculos son de origen ontogenético, o sea, procesos cognitivos que son los encargados de validar la información recibida. Mientras que los obstáculos de origen epistemológico se presentan cuando la comprensión de cierto concepto matemático interfiere con la comprensión de otro más complejo, por ejemplo, el conjunto de los números naturales interfiere con la comprensión de los números racionales. Y los obstáculos didácticos pueden provenir de la metodología desarrollada por el profesor o por comprensiones erradas

del estudiante que pueden causar incoherencia de un tema con otro que le sigue (Brousseau, como se citó en Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013).

La división de fracciones es una operación difícil para muchos estudiantes en diversas generaciones, y se vuelve más incomprensible cuando se añaden la ley de signos. Se señala la mala ejecución del proceso para hacer divisiones de fracciones por no entender el significado. Por ejemplo, para resolver $6 \div \frac{1}{2}$ varios estudiantes han desarrollado $6 \div 2 = 3$ ó $6 \times \frac{1}{2}$.

Asimilar el algoritmo de la suma de fracciones se torna una tarea difícil, muchos educandos lo transgiversan sumando numerador con numerador y denominador con denominador. Intuyendo una suma de números naturales, adquirida en un tema anterior. Escolano y Gairín (como se citó en Pinilla, 2015, p. 686) consideran que las relaciones y operaciones con números racionales tienen el mismo significado que en los números naturales. Los estudiantes extienden los significados y técnicas del número natural a una nueva situación en la que, desde sus creencias, los entes numéricos no cambian de sentido.

Muñoz-Catalán, Carrillo y Climent (como se citó en Valdemoros, 2010, p. 437) aseguran que la dependencia de libros oficiales de enseñanza coarta la creatividad y autonomía de los profesores, desarrollando clases mecanizadas que afectan el progreso mental de los pupilos. La comprensión a medias del desarrollo de un contenido puede ocasionar errores gravísimos en el futuro. Es importante verificar que los educandos han comprendido todo el desarrollo de la clase, mediante preguntas exploradoras y no hasta el examen.

Otra de las posibles causas del origen del error cuando se opera con fracciones es la diversidad del significado de fracción. López, Corona, & Juárez (2017) afirma: “en esta polisemia se oculta precisamente uno de los problemas del aprendizaje de este argumento, ya sea en torno al concepto general como a las operaciones” (p.341).

Al hacer la consulta en los sitios y revistas antes mencionadas buscando referencias a operaciones básicas más fáciles y más difíciles con números fraccionarios, no fue posible verificar un estudio que haya tratado esta arista. Sin embargo, puede encontrarse un especial interés en las operaciones con fracciones en López (2008). A continuación, vamos a revisar algunos errores que se recogidos de los documentos consultados.

2.1.3 Tipos de errores al resolver operaciones básicas con fracciones

Si bien el estudio de las fracciones es amplio, este estudio se centra en los errores que se cometen cuando se realizan operaciones con números fraccionarios. Jiménez & Rivera (2011) sostiene: “suman las fracciones como si se tratara de enteros sin ninguna relación entre sí, no tienen claridad en la manera de hallar un común denominador, presentan confusiones en la multiplicación y en la división de fracciones” (p.99).

En Sánchez (2012, p.52), se menciona que: “es importante en un principio representar las fracciones en la misma unidad, porque si las fracciones se representan en unidades distintas se puede caer en errores”. A continuación se ponen de manifiesto, las siguientes errores cuando se enseña a los alumnos con representaciones gráficas:

Gráfico 1

Suma y resta de fracciones

Ilustración 1: Modelo adecuado

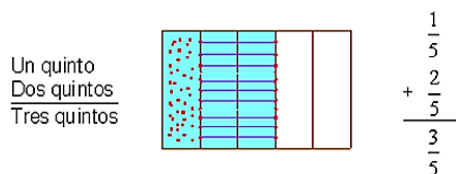
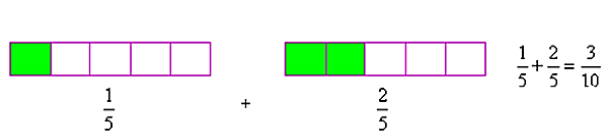


Ilustración 2: Modelo inadecuado que genera error



Fuente: Sánchez (2012, p.52, 53)

En ocasiones los estudiantes utilizan lo aprendido con los números naturales y son empujados instintivamente en aplicar esos conocimientos al conjunto de los números racionales, tal como lo mencionan González, Fernández, & Llinares (2019)

la literatura previa ha detallado las dificultades que los estudiantes de educación primaria y secundaria tienen con la suma y restas con fracciones, algunas de las cuales se pueden explicar por el uso del conocimiento de los números naturales que no es adecuado en estas tareas” (p.4).

En este sentido, los estudiantes comenten el error cuando suman o restan numerador con numerador y denominador con denominador:

$$\text{Error en la suma: } \frac{12}{13} + \frac{7}{8} = \frac{19}{21}$$

$$\text{Error en la resta: } \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{0}{2}$$

Siguiendo con la presentación de errores al operar con números racionales, tenemos la investigación que se realizó a un grupo de 42 alumnos bachilleres de nuevo ingreso a la carrera de Licenciatura en Contaduría. Según Sánchez, & Moreno (2018). “La importancia de analizar la habilidad de los estudiantes para operar con fracciones se debe a que en nivel superior existen materias como álgebra, cálculo o probabilidad” (p.525). Los errores obtenidos en esta investigación son los siguientes (Ver cuadro 2).

Otra investigación relacionada es la efectuada con 29 estudiantes de noveno grado con una edad promedio de 14 años, cuyo objetivo era identificar errores en fracciones algebraicas y sus operaciones. González en su estudio determinó que “los errores que se cometen con mayor frecuencia son los relacionados con la comprensión aritmética por parte de los estudiantes, ya que si ellos no dominan las operaciones con fracciones las traducen erróneamente al campo algebraico” González (2011, p.117). Así los errores en la operación suma que descubriremos parten de lo realizado con fracciones algebraicas, siendo el primer error, sumar numerador con numerador y multiplicar los denominadores, el segundo error es sumar numerador linealmente.

Gráfico 2

Errores cometidos con fracciones algebraicas que provienen de la aritmética.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{x \cdot y}$$

$$\frac{3}{2x} + \frac{7x}{2} = \frac{10x}{4x}$$

Fuente: González A. (2011, p.117).

Estos errores en algebra evidencias errores como los siguientes en la aritmética:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{2} = \frac{10}{4}$$

Cuadro 2

Algoritmos erróneos utilizados por los bachilleres evaluados.

N°	Fórmula	Discusión
1	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{ab + cb}{b}$	El procedimiento de la suma de fracciones con igual denominador el alumno multiplica los numeradores por b y posteriormente los suma, en lugar de realizar la suma de los numeradores directamente.
2	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + ac}{bd}$	El procedimiento de la suma multiplica los denominadores para obtener una fracción equivalente, luego multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda para obtener la equivalencia de la primera fracción, sin embargo, multiplica los numeradores y los suma al producto de <i>a</i> por <i>b</i> .
3	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ac}{b + d}$	La manera de multiplicar este alumno fue multiplicar los numeradores y sumar los denominadores.
4	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a + c}{bd}$	Este procedimiento se encontró en dos alumnos, y se puede ver que multiplican los denominadores y suman los numeradores.
5	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a + c}{b + d}$	El alumno que resolvió de esta manera sumó los numeradores y denominadores directamente.
6	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{b + d}$	Este procedimiento se encontró en la resolución de dos alumnos, multiplican cruzado para obtener los numeradores, pero los denominadores en lugar de multiplicarlos para obtener la respuesta correcta, los suman.
7	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{b + d}$	El procedimiento para resolver la suma de fracciones fue sumar los denominadores, multiplicar cruzado el numerador de una fracción por el denominador de la otra y posteriormente restarlos.

Fuente: Sánchez & Moreno (2018, p.533).

Por otro lado, sobre los errores al trabajar con multiplicación de fracciones, Fernández, & Llinares (2019) manifiestan que, “En el caso de las multiplicaciones con fracciones, predominantemente cuando se multiplican con mismo denominador, el error más común consiste en considerar que solo se multiplica en numerador” (p.35-36). El siguiente ejemplo muestra este tipo de error:

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

Retomando la investigación que se realizó a un grupo de 42 alumnos bachilleres de nuevo ingreso a la carrera de Licenciatura en Contaduría. Sánchez & Moreno (2018), mencionan: “en el análisis de los resultados de la secuencia didáctica se detectó que los alumnos presentaron problemas para multiplicar una fracción por un número mixto” (p.535). En este tipo de operaciones de multiplicar una fracción por un mixto, se cometió un mismo tipo de error que ronda el 64.28% del total de estudiantes. El tipo de error es el que a continuación se explica en la siguiente imagen.

Gráfico 3

Procedimiento para multiplicar una fracción por un número mixto.

Procedimiento correcto	Procedimiento de los alumnos
Sea $x, a, b, c, d \in \mathbb{Z}, b, d \neq 0, x \frac{a}{b}$ un número mixto y $\frac{c}{d}$ una fracción.	Sea $x, a, b, c, d \in \mathbb{Z}, b, d \neq 0, x \frac{a}{b}$ un número mixto y $\frac{c}{d}$ una fracción.
Luego $x \frac{a}{b} = \frac{xb + a}{b}$ ya convertido a fracción impropia.	Entonces
Entonces	$x \frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \left(\frac{x}{x}\right) * \left(\frac{a}{b}\right) * \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{xac}{xbd}$
$x \frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \left(\frac{xb + a}{b}\right) * \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{xbc + ac}{bd}$	

Fuente: Sánchez & Moreno (2018, p. 536).

La investigación realizada con niños de primaria muestra problemas con las operaciones de números fraccionario. “se emprendió un proyecto de investigación con niños de 5° y 6° de primaria, con el propósito de identificar las dificultades que ellos presentan en los temas de fracciones y algunos de los resultados demuestran que hay deficiencias” Londoño, Kakes, & Llanes (2015). De esta investigación en la página 234 se lee “también hay quienes multiplican cruzado”. Haciendo un bosquejo del error para tener una mejor comprensión tenemos el siguiente ejemplo:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

2.1.4 Estrategias para el tratamiento de los errores.

Ahora bien, con esto en mente, los docentes suelen hacerse la siguiente pregunta, entonces, ¿cómo se debe tratar el error? Un camino para el tratamiento de los errores que ha sido frecuentemente utilizado es el de aplicar una metodología docente preventiva: la lectura del guion de clase y evaluar si hay situaciones encaminadas a impedir la comprensión de un tema posterior. Así, una de las estrategias es una planeación didáctica en pro de evitar el error (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013). Parra y Flores (2008) señala que el trabajo docente es importante para el trabajo con las fracciones, afirmando que

Siguiendo esta lógica, Valdemoro (2010) considera que una pieza clave en el progreso educativo es una planeación didáctica basada en las dificultades cognitivas de los estudiantes. y modifica el pensamiento acerca del error considerando los procesos erróneos como trampolín para alcanzar el conocimiento deseado, debe ser una parte esencial del desempeño profesional.

Por otro lado, Parra y Flores (2008) proponen el trabajo colaborativo como camino para el tratamiento de los errores. Así, se propone al estudiantado una serie de tareas, que en un primer momento serán individuales, y luego se escogen parejas para compartir los resultados.

El aprendizaje cooperativo permitió también que los alumnos expresaran y argumentaran propuestas de solución para ser consideradas por los demás compañeros a fin de compartir conceptos que les permitieran experimentar nuevas soluciones y, con ello, desarrollar nuevos conocimientos. (Parra y Flores, 2008, p. 48)

Los autores también señalan que esta metodología requiere un trabajo directo del docente con los estudiantes.

Además, otros autores proponen el uso de las herramientas tecnológicas para la enseñanza de las fracciones. Así, la era digital ofrece oportunidades para la comprensión

completa de un contenido, es importante que los educadores manejen diferentes softwares en las clases, insten a los alumnos a usarlos para su aprendizaje.

Para finalizar, otra estrategia es buscar incidir en aspectos socioemocionales así entran como estrategias para prevenir el error la motivación al estudiante.

Concluida esta etapa de abordaje teórico acerca de los errores, en la segunda mitad de este capítulo se presentan algunos elementos teóricos y procedimentales para la resolución de operaciones básicas con fracciones siguiente se procede a describir los elementos metodológicos que direccionarán este estudio.

2.2 Reseña histórica

La historia como testigo del progreso humano, aduce que la génesis de la matemática proviene del razonamiento humano para afrontar a múltiples necesidades de su entorno. Las fracciones aparecieron informalmente en la cultura egipcia, específicamente las fracciones unitarias, para solventar problemas relacionados a medidas de pirámides, terrenos y partición de pan. Por ejemplo, el papiro “Rhind” alberga problemas interesantes sobre fracciones, tal como lo presenta Zarco (2012):

Problema 6. Repartir 9 barras de pan entre 10 hombres. En este caso Ahmes sólo da la solución al problema, afirmando que el resultado es $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{30}$ y verificando que al multiplicar el resultado anterior por 10 se obtiene 9 (p. 15).

Un segundo papiro intitulado “Moscú”, hace también referencia a problemas de fracciones unitarias. Estos dos papiros son un legado que demuestran el prelude de las fracciones en el conocimiento humano.

Con el tiempo, culturas como Babilonia, China y Grecia también abonaron a la evolución de las fracciones, acuñando situaciones nuevas, como las fracciones continuas que referenció Euclides en Los Elementos. De este tipo de fracciones se originó una teoría formalizada, en manos del matemático Joseph Louis Lagrange en 1768 que será presentado sucintamente en los párrafos siguientes.

Discutida la parte histórica, a continuación, se abordan los elementos teóricos acerca de los números fraccionarios.

Conjunto de números racionales

Al hablar de números fraccionarios, nos referimos formalmente al conjunto de números racionales. Según Wagner, Barrero y Torres (2010) este conjunto:

Está conformado por todos los números de la forma $\frac{x}{y}$, donde $x, y \in \mathbb{Z}$ y $y \neq 0$. El entero y se llama denominador e indica el número de partes iguales que se ha dividido la unidad, y el entero x se le nombra numerador y representa el número de partes que se toman. (p. 71).

Por ejemplo $\frac{2}{4}$ significa que la unidad se ha dividido en cuatro partes iguales y se han tomado dos.

2.2 Tipología de las fracciones.

La discusión a continuación está basada en el libro *Problemas de Aritmética y Cómo Resolverlos* de Hernán Flores Velazco (1999) y en el libro *Principios Básicos de Aritmética* de Graciela Wagner de García, Alfredo Caicedo Barrero y Humberto Colorado Torres (2010).

El conjunto de números racionales está formado por una diversidad de fracciones que pueden ser clasificadas atendiendo a sus características y propiedades. Respecto al numerador, se identifica una clase de fracción llamada fracción unitaria. Como se explicó anteriormente, los egipcios tuvieron un gran dominio en hacer operaciones con este tipo de fracciones. La fracción unitaria es aquella que tiene como numerador el “1”, por ejemplo: $\frac{1}{2019}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{8}$.

En el ámbito escolar se emplean en el tema de comparación, con el fin de identificar la fracción mayor y menor. Mediante su denominador se establecen dos clases de fracciones, la fracción decimal cuyo denominador es una potencia de diez y la fracción ordinaria o común que presenta un denominador diferente a una potencia de diez. Algunos ejemplos son $\frac{2019}{10}$, $\frac{6}{1000}$, $\frac{1}{11}$ y $\frac{7}{3}$.

Por la relación entre numerador y denominador se obtienen cinco clases: la fracción propia cuyo numerador es menor que el denominador; la fracción entera o aparente cuyo numerador es igual al denominador o el numerador es múltiplo del denominador; la fracción

impropia cuyo numerador es mayor que el denominador; la fracción reducible que tiene factores primos comunes en el numerador y denominador y; la fracción irreducible o número racional puro cuyo numerador y denominador son primos entre sí. Algunas ilustraciones son $\frac{2019}{2021}$, $\frac{17}{17}$, $\frac{19}{2}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{28}{30}$ y $\frac{28}{15}$.

Por axiomas se generan dos clases de fracciones, la fracción opuesta que nace del axioma de existencia de opuesto aditivo y afirma que todo número racional tiene una fracción opuesta que se identifica por el signo de fracción cambiado. Al sumar una fracción con su opuesta siempre se obtendrá 0; y la fracción inversa que surge del axioma de existencia de inverso multiplicativo y expresa que todo número racional, a excepción de la fracción entera cero, tiene una fracción inversa que invierte las funciones de numerador y denominador. Al multiplica una fracción por su inversa siempre se obtendrá 1. Algunos casos son: La fracción opuesta de $\frac{2}{3}$ es $-\frac{2}{3}$ y la fracción opuesta de $-\frac{2}{3}$ es $\frac{2}{3}$, la fracción inversa de $\frac{6}{17}$ es $\frac{17}{6}$ y la fracción inversa de $\frac{17}{6}$ es $\frac{6}{17}$.

Por medio de grupos de fracciones se identifican tres clases, las fracciones equivalentes se expresan de manera diferente, pero representan el mismo número racional como $\frac{20}{60}$ y $\frac{9}{27}$. Además se cumple la igualdad en el producto cruzado de dos en dos, y el proceso para obtenerlas se llama amplificación; las fracciones homogéneas tienen el mismo denominador, por ejemplo $\frac{7}{11}$, $\frac{18}{11}$ y $-\frac{31}{11}$; mientras que las fracciones heterogéneas son fracciones irreducibles que tienen diferentes denominadores como $\frac{245}{19}$, $-\frac{1,001}{102}$ y $\frac{31}{11}$.

Atendiendo a su composición gráfica, se tienen tres clases de fracciones, la fracción mixta que está formada por un número entero y una fracción propia, esta puede transformarse a fracción impropia y viceversa; la fracción compuesta o compleja que tiene al menos una fracción como numerador o denominador, o ambos; y la fracción continua simple finita que se presenta por un número entero más una fracción unitaria que tiene como denominador un número entero más una fracción unitaria cuyo denominador es un número entero más fracción unitaria y así sucesivamente. Esto puede verificarse en el cuadro 3 a continuación:

Cuadro 3

Composición Gráfica de las fracciones

Fracción mixta	Fracción compleja	Fracción continua simple finita
$2019 \frac{2}{3}$	$\frac{1 \frac{14}{27} - \frac{71}{21}}{\frac{6}{5} + \frac{11}{5} - \frac{81}{7}}$	$2019 + \frac{1}{1 + \frac{1}{-4 + \frac{1}{11}}}$

Fuente: Elaboración propia

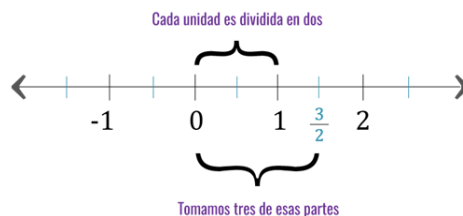
A continuación, se expone la forma de ubicar el conjunto de los números racionales en la recta numérica, seguido de la relación de equivalencia entre fracción y número decimal.

Ubicación en la recta numérica de los números fraccionarios

Para ubicar cualquier fracción irreducible en la recta numérica, se divide cada unidad en el número de partes que indica el denominador y se toman las partes que indica el numerador a partir del origen (cero en la recta numérica, ver Ilustración 1). Por ejemplo, la representación de $\frac{3}{2}$ en la recta, el denominador muestra que debemos dividir las unidades en dos partes iguales, mientras el tres en el numerador señala que debemos tomar tres de esas divisiones a partir del origen.

Ilustración 1

Ubicación de $\frac{3}{2}$ en la recta numérica. GCFAprenLibre (1998-2019). Los números-Los racionales en la recta.



Fuente: tomado de <https://edu.gcfglobal.org/es/los-numeros/los-racionales-en-la-recta/1/>

Relación de números racionales y números decimales

Toda fracción, con excepción de la fracción entera o aparente, se puede expresar como un número decimal mediante el desarrollo de la división, siendo el cociente el decimal buscado. Velazco (1999) expresa que “9.5 Expresión decimal de una fracción. Se llama así al resultado de la división del numerador entre el denominador de una fracción” (p.303). Por otra parte, todo número decimal, con excepción de los decimales infinitos no periódicos, se puede

transformar en una fracción irreducible conocida como fracción generatriz, por medio de algoritmos o fórmulas originarias de una demostración.

2.3 Operaciones con fracciones

A continuación, se desarrolla la teoría acerca de la enseñanza de las operaciones básicas, sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y operaciones combinadas con operaciones con fracciones. Esto se abordará por medio de autores históricamente utilizados, así como la propuesta de enseñanza presente en los libros de texto del Ministerio de Educación.

2.3.1 Sumas y restas de fracciones

A continuación, presentamos los siguientes métodos para resolver fracciones que encontramos en la aritmética de A. Baldor (1992). Cabe recalcar que estos métodos o algoritmos son los que tradicionalmente se utilizan en los libros de textos.

Para suma fracciones con igual denominador, se emplea la siguiente regla: “Se suman los numeradores y esta suma se parte por el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay” (Baldor,1992, p.254).

Ejemplo: Efectuar $\frac{7}{9} + \frac{10}{9} + \frac{4}{9}$

$$\frac{7}{9} + \frac{10}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7 + 10 + 4}{9} = \frac{21}{9} = 2\frac{1}{3}$$

Para sumar fracciones con diferente denominador, se aplica la siguiente regla: “Se simplifican los quebrados dados si es posible. Después de ser irreducibles se reducen al mínimo común denominador y se procede como el caso anterior” (Baldor, 1992, p. 255).

Ejemplo: Efectuar $\frac{12}{48} + \frac{21}{49} + \frac{23}{60}$

Simplificando las fracciones, tenemos: $\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{23}{60}$, el m.c.m. de 4, 7 y 60 es 420. Luego 420 será el mínimo común denominador. Así:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{23}{60} = \frac{105 + 180 + 161}{420} = \frac{446}{420} = \frac{223}{210} = 1 \frac{13}{210}$$

Para restar quebrados de igual denominador se procede de la siguiente forma “Se restan los numeradores y esta diferencia se parte por el denominador común. Se simplifica el resultado y se obtienen los enteros de ser posible” (Baldor, 1992, p. 259).

Ejemplo: Efectuar $\frac{7}{12} - \frac{5}{12}$

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Resta de fracciones de distinto denominador. Se sigue la regla: “Se simplifican los resultados si es posible. Una vez que son irreducibles, se reducen al mínimo común denominador y se restan como en el caso anterior” (Baldor, 1992, p. 259).

Ejemplo: Resolver $\frac{5}{40} - \frac{4}{320}$.

Al simplificar las fracciones tenemos: $\frac{7}{12} - \frac{5}{12}$

Reduciendo al mínimo común denominador: $\frac{1}{8} - \frac{1}{80} = \frac{10-1}{80} = \frac{9}{80}$

Sumar y restar combinadas de fracciones. Para resolver este tipo de operaciones se tiene la siguiente regla: “Se simplifican los quebrados dados si es posible. Se reducen al mínimo común denominador y se efectúan las operaciones” (Baldor, 1992, p. 263).

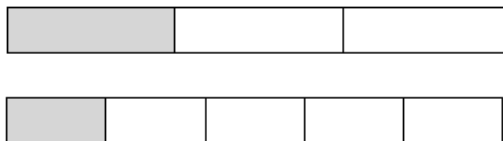
Ejemplo: Resolver $\frac{14}{60} - \frac{1}{8} - \frac{16}{64} + \frac{15}{36}$

Simplificando, tenemos: $\frac{7}{30} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{28-15-30+50}{120} = \frac{78-45}{120} = \frac{33}{120} = \frac{11}{40}$

A parte del método numérico (simbología matemática) que se ha descrito, existen otros métodos para sumar y restar fracciones que se abordan en los diferentes libros de texto, entre los cuales tenemos:

Gráfico continuo. Este método, tomado de Antonegui (2006) consiste en utilizar figuras rectangulares que se dividirán en partes congruentes para representar las fracciones.

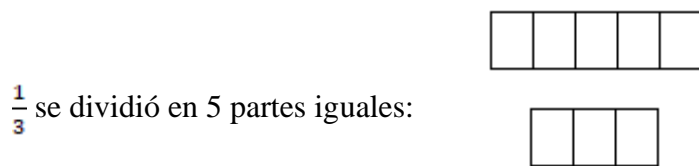
Por ejemplo, sumar $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$, la solución gráfica sería:



$\frac{1}{3}$, se representa por:

$\frac{1}{5}$, se representa por:

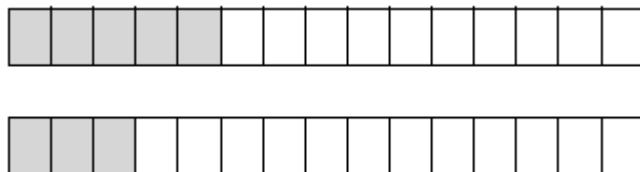
Luego, se debe encontrar una cuadrícula que sea menor a la parte sombreada que representa a las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$. Con la condición de que dicha cuadrícula encaje un número de veces exacto en ambas fracciones. La cuadrícula buscada se consigue, si $\frac{1}{3}$ se divide en 5 partes de igual tamaño, y $\frac{1}{5}$ en 3 partes de igual tamaño. Así:



$\frac{1}{3}$ se dividió en 5 partes iguales:

$\frac{1}{5}$ se dividió en 3 partes iguales:

Con lo anterior se obtiene la siguiente representación de las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$ respectivamente:



Observe que cada región sombreada ahora representa $\frac{1}{15}$ de cada figura, podemos concluir que $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ es igual a:



Es decir, $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

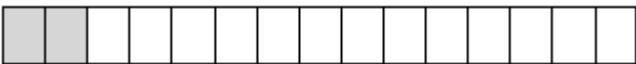
Si deseamos utilizar el método gráfico para restar fracciones, el proceso a seguir es similar.

Por ejemplo. Resolver $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

De lo trabajado en el ejemplo anterior conocemos que $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$ son respectivamente las figuras:



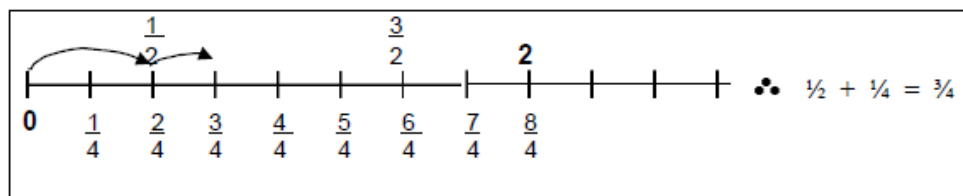
Observe que el resultado de $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ es:



Por lo tanto: $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

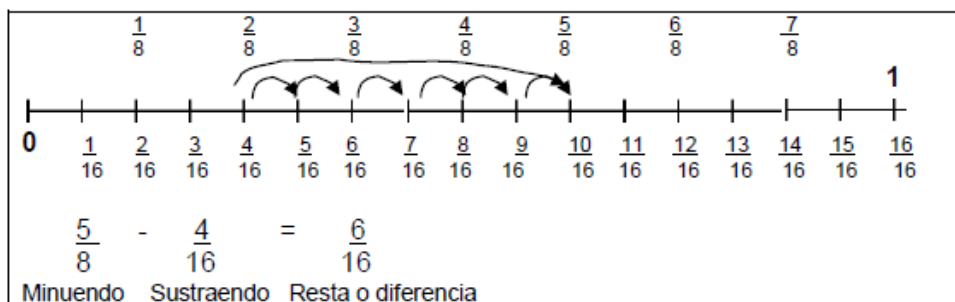
Punto sobre la recta. Este método consiste en utilizar una recta en la cual se toman los segmentos que van del origen a cada uno de los puntos señalados. Estos segmentos se vinculan sobre la recta a partir del origen y se marca el punto extremo del segmento suma.

Ejemplo 1: Sumar $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$,



Fuente: Robles, Robles, Minquini, Lechuga (2003)

Ejemplo 2. Restar $\frac{5}{8} - \frac{4}{16}$



Fuente: Robles, Robles, Minquini, Lechuga (2003)

2.3.2 Sumas y restas en el libro oficial del Ministerio de Educación.

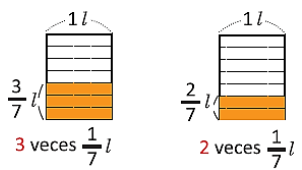
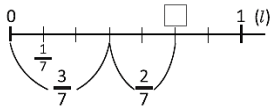
Las operaciones básicas con fracciones se inician en el tercer grado de educación básica, en la unidad 8: fracciones, se introduce de forma intuitiva la operación suma de fracciones con ejercicios de la siguiente forma: escribe la fracción que se forma al tener 3 veces un $\frac{1}{5}$, con este tipo de ejercicios se induce al estudiante a familiarizarse con la suma de fracciones homogéneas, es decir, fracciones de igual denominador. Las operaciones de suma y resta de fracciones de igual denominador se inician de manera formal en el cuarto grado. El proceso empleado para la suma de fracciones consiste en iniciar con la presentación de un problema, luego se da paso a resolverlo el problema por el método gráfico continuo y el método punto sobre la recta. Luego de utilizar estos métodos se finaliza con presentar al alumno la regla para operar sin la necesidad de algunos de estos métodos descritos.

Es de hacer notar que la regla que formaliza la operación no corresponde en su totalidad con el método numérico, ya que no se observan un abordaje completo de dicho método. Para la operación resta se observa que solamente se utiliza el método gráfico.

La suma y resta de fracciones con distinto denominador se aborda en el quinto grado de básica. Los métodos utilizados para la enseñanza de este tipo de operaciones son el gráfico y el numérico. Es de hacer notar que aquí si trabaja en la explicación del método numérico en el momento de resolver el problema inicial, sin la existencia de ejemplos concretos del método.

A continuación, presentamos a modo de ejemplo el desarrollo paso a paso del proceso utilizando para la suma y resta de fracciones de igual denominador que están presentes en los libros de texto de la educación pública salvadoreña.

Suma homogénea

<p>Paso 1. Analiza Juan bebió $\frac{3}{7}l$ de jugo en la mañana y $\frac{2}{7}l$ de jugo por tarde. ¿Qué cantidad de jugo bebió en total? Paso2. Soluciona</p>	
<p>Método gráfico</p> <p>PO: $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$</p> <p>Represento la cantidad de jugo que bebió Juan en la mañana y la cantidad que bebió por la tarde. Así:</p>  <p>Por la mañana Juan bebió 3 veces $\frac{1}{7}l$ de jugo y por la tarde bebió 2 veces $\frac{1}{7}l$</p> <p>Como $3 + 2 = 5$, bebió 5 veces $\frac{1}{7}$ que es $\frac{5}{7}$</p> <p>Paso 3: escribir la respuesta. R: $\frac{5}{7}l$</p>	<p>Método punto sobre la recta</p> <p>PO: $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$</p> <p>Utilizo la recta numérica para representar la cantidad de jugo que Juan bebió por la mañana $\frac{3}{7}l$</p> <p>Luego, realizo un desplazamiento de $\frac{2}{7}l$ que representa la cantidad de jugo que bebió por la tarde.</p>  <p>En total Juan bebió 5 veces $\frac{1}{7}$, es decir, $\frac{5}{7}l$.</p> <p>R: $\frac{5}{7}l$</p>
<p>Paso 4. Comprende. “Para sumar fracciones homogéneas se suman los numeradores y se escribe el mismo denominador; esto es posible ya que en ambas fracciones la unidad se ha dividido en la misma cantidad de partes” (MINED, 2018, p. 180).</p>	

Resta homogénea

Paso 1. Analiza.

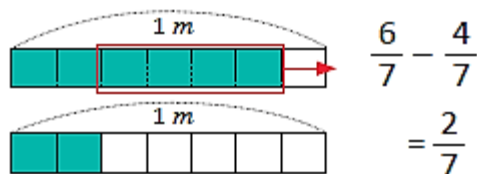
Carmen y Eliza planearon ir a la escuela con listones en su cabello. Carmen cortó $\frac{4}{7}m$ de un listón verde que medía $\frac{6}{7}m$ y Elisa cortó $\frac{3}{5}m$ de un listón celeste que medía $\frac{9}{5}m$.

a) ¿Qué cantidad de listón rosado sobró?

Paso 2. Soluciona

PO: $\frac{6}{7} - \frac{4}{7}$

Represento gráficamente la longitud inicial del listón rosado y elimino la fracción de listón que Carmen cortó.



De 6 veces $\frac{1}{7}m$ se quitaron 4 veces $\frac{1}{7}m$. La longitud de listón rosado que sobró es igual

a $6 - 4 = 2$ veces $\frac{1}{7}m$

$$\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$$

Paso 3. Obtener la respuesta. R: $\frac{2}{7}m$

Paso 4. Comprende

“Para restar fracciones homogéneas se restan los numeradores y se escribe el mismo denominador, esto se puede realizar porque en ambas fracciones la unidad se ha dividido en la misma cantidad de partes iguales” (Ministerio de Educación, 2018, p. 187).

2.3.3 Multiplicación y división de fracciones

Para comenzar a establecer algunas definiciones y algoritmos vinculados con las operaciones de multiplicación de fracciones, tenemos que saber el significado de multiplicar por ejemplo $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$, que es algo muy diferente a simplemente aplicar el algoritmo, en este apartado se presentaran argumentos que fundamenten el funcionamiento de los distintos algoritmos tanto como para realizar operaciones de multiplicación y división.

La multiplicación de enteros por fracciones y viceversa

La multiplicación de un entero por una fracción está asociada al sentido de una multiplicación con números enteros, es decir, si multiplicamos 4×3 como 4 es el operador entonces el 3 se sumara 4 veces es decir $4 \times 3 = 3+3+3+3 = 12$, esto mismo ocurre en la multiplicación de un entero por una fracción por ejemplo si multiplicamos $4 \times \frac{1}{3}$ tenemos una operación donde se está operando 4 veces $\frac{1}{3}$ como se presenta a continuación

$4 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1+1+1+1}{3} = \frac{4 \times 1}{3} = \frac{4}{3}$ donde para obtener el numerador basta con multiplicar 4×1 y denominador se mantiene, con estos argumentos se ha fundamentado el sentido de la multiplicación de un entero por una fracción. Según Zabala (2006):

Tanto en la situación de entero por fracción $\left(n \times \frac{a}{b} \right)$ como en la de fracción por entero $\left(\frac{a}{b} \times n \right)$, el resultado es el mismo, es decir, una fracción que tiene como numerador el producto del entero por el numerador de la fracción factor, y como denominador, el denominador de la fracción factor: $\frac{n \times a}{b}$. (p. 16)

Otro método similar es propuesto los libros de educación básica del Ministerio de Educación (2018) en el que se propone que "para multiplicar fracciones por un numero

natural: 1) multiplicar el numerador por el numerador por natural, 2) deja el mismo denominador”, (p. 3).

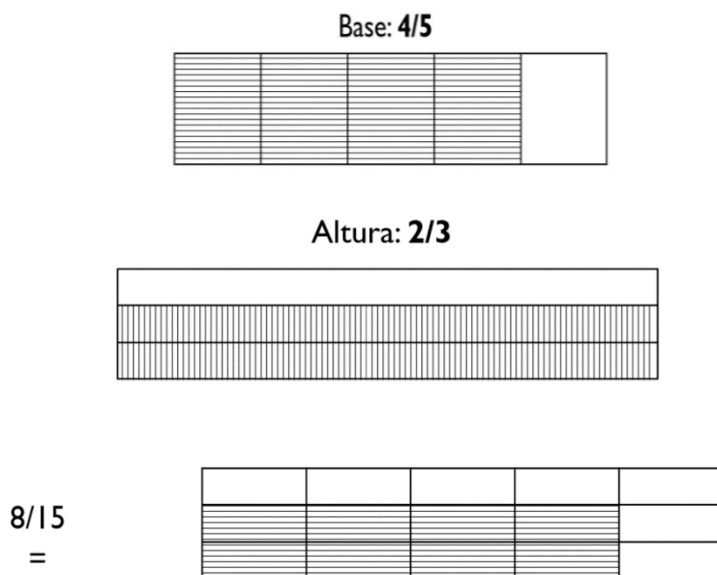
Al hacer el comparativo de estos dos métodos presentados para la multiplicación de fracciones, tienen como característica diferenciadora que Zabala (2006) se presenta una fórmula general.

Multiplicación de dos fracciones.

Para multiplicar dos fracciones, se puede argumentar a través de representaciones geométricas donde una de las fracciones representaría la base y la otra la altura, por eso según Zabala (2006)

Las dos fracciones representan las longitudes de los lados de un rectángulo, y su producto, el área de dicho rectángulo. Por ejemplo al multiplicar $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ podemos pensar en un rectángulo que tenga tales factores como medida de sus lados; si suponemos que $\frac{4}{5}$ se refiere a la base y $\frac{2}{3}$ a la altura, su respectiva representación sería:

superponiendo los rectángulos los rectángulos obtenemos el área, que es la parte de la



intercepción lo que nos interesa porque es donde se representan la base y la altura definida.

Como puede verse el area de intercepción contiene **8** de las 15 cuadrículas que se generaron al superponer los graficos iniciales, lo que significa una que region representa $\frac{8}{15}$ de la unidad. Es decir $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$ (p. 17, 18)

A continuación, se presenta el método directo, en el cual para realizar la multiplicación "primero debemos multiplicar los signos y después multiplicamos los numeradores entre sí y los denominadores. Simplificamos el numerador y denominador en caso de ser posible". Moreno (2002, p. 132).

Por ejemplo:
$$\frac{-4}{9} \times \frac{3}{-5} = \frac{(-4)(3)}{(9)(-5)} = \frac{-12}{-45} = \frac{4}{15}$$

Propiedades de la multiplicación de fracciones

Al igual que los demás campos o conjuntos de números, los números racionales cumplen ciertas propiedades que son muy elementales en la multiplicación, estas reglas facilitan algunos cálculos para resolver ejercicios o problemas relacionados al campo de estudio. Dentro de estas propiedades se destacan las siguientes:

CONMUTATIVA: El orden en que se multiplican dos fracciones no modifica su producto. Ya lo mencionamos al considerar las fracciones como operadores. La propiedad también es evidente si ambas se consideran como las medidas de los lados de un rectángulo.

ASOCIATIVA: Si hay más de dos factores, el orden progresivo en que "entran" en la multiplicación es indiferente: el resultado siempre es el mismo. Entendida la multiplicación de fracciones como composición de operadores, esto significa que el resultado final no queda afectado por el orden de aplicación en que se toman los operadores.

EXISTENCIA DE UN ELEMENTO REDUCTOR: Es decir, la fracción 0; cuando multiplica a otra fracción, el producto es 0.

EXISTENCIA DE UN ELEMENTO NEUTRO: Es decir, la fracción 1; cuando multiplica a una fracción, ésta no varía.

EXISTENCIA DE UN ELEMENTO INVERSO: Esta es una propiedad nueva con respecto al caso de la multiplicación de números naturales. En términos de la fracción como operador, significa que existe un operador inverso para cada uno de los operadores-fracciones (excepto para el 0).

DISTRIBUTIVA CON RESPECTO A LA SUMA Y A LA RESTA: Cuando uno de los factores es una suma indicada, el otro factor puede multiplicar a cada uno de los sumandos o bien a la suma de los mismos. Análogamente, cuando uno de los factores es una resta indicada, el otro factor puede multiplicar al minuendo y al sustraendo o bien a la diferencia de los mismos. (Zabala, 2006, p. 20)

La división de fracciones

Como ya se ha planteado, es importante establecer argumentos que fundamenten el sentido de las operaciones, es por esta razón que Zabala (2006) propone el método gráfico para explicar el sentido de la división de fracciones, y lo explica mediante los siguientes dos ejemplos:

Veamos el sentido de la división de fracciones a partir de un par de ejemplos dados **a)**

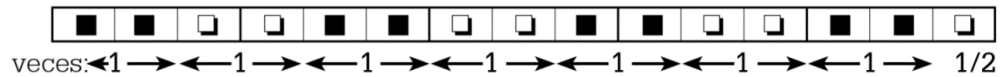
$$5 \div \frac{2}{3}; \text{ y } \mathbf{b)} \frac{2}{3} \div \frac{3}{4}.$$

a) $5 \div \frac{2}{3}$. Graficamos las 5 unidades concatenadas y dividida en tres cuadrículas cada



una que representa un tercio.

Vamos a ver cuántas veces este contenido $\frac{2}{3}$ (representado alternativamente por dos cuadrillos negros y dos blancos, para ayudarnos en la visualización) en el espacio de las 5 unidades



La grafica nos muestra que $\frac{2}{3}$ cabe "7 veces y media" en 5, es decir, $5 \div \frac{2}{3} = 7 \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

b) $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$ la pregunta ahora es que parte de $\frac{3}{4}$ cabe en $\frac{2}{3}$ (puesto que $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$) si con el fin de poder compararlas llevamos a ambas fracciones a sus representaciones equivalentes



de igual denominador, $\frac{8}{12}$ y $\frac{9}{12}$, respectivamente:

Vemos que de las 9 cuadrículas de $\frac{3}{4}$ (en su forma $\frac{9}{12}$) solo cabe 8 en $\frac{2}{3}$ (en su forma $\frac{8}{12}$). Es decir, que solo $\frac{8}{9}$ de $\frac{3}{4}$ están contenidos en $\frac{2}{3}$. Por lo tanto $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$ (p.22)

Los siguientes son algoritmos directos y prácticos que explican los pasos específicos a seguir para la división de fracciones, según Moreno (2002)

Al algoritmo le llamamos la ley de la tortilla. Ahora haremos la división de números fraccionarios positivos y negativos. Recordando la ley de la tortilla lo podemos hacer de dos formas:

1. Cambiando el signo de división por el de multiplicación y dándole la vuelta (como lo

cambiamos el signo

$$\frac{5}{2} \div \frac{3}{7} = \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{35}{6}$$

le damos la vuelta

hacemos al calentar tortillas) al segundo término

2. Expresando la división como la división de dos fracciones y haciendo la multiplicación de los extremos y dividiéndolo entre la multiplicación de los medios.

$$\begin{array}{l} \text{extremos} \\ \left[\begin{array}{l} \rightarrow 5 \\ \rightarrow 2 \\ \rightarrow 3 \\ \rightarrow 7 \end{array} \right] \\ \text{medios} \end{array} = \frac{(5)(7)}{(2)(3)} = \frac{35}{6}$$

cuando dividimos números fraccionarios aplicado la ley de la tortilla no debemos olvidar tomar en cuenta el signo.

2.3.4 Multiplicación y división de fracciones en el libro oficial del MINED

El método que se desarrolla en el libro de texto oficial del Ministerio de Educación (2018) es similar al que presenta Moreno (2002) y el más común según libros de texto, así que para multiplicar una fracción otra fracción primero se multiplican los numeradores y luego se multiplican los denominadores.

En el libro de texto oficial del Ministerio de Educación (2018) se propone hacer la división de un número por una fracción utilizando los inversos multiplicativos, de esta forma:

Se puede dividir entre fracciones aplicando la propiedad de la división para transformarlas a divisiones conocidas. Si se transforma a un divisor 1, no es necesaria operar divisiones.

Por lo que conviene transformar todas las divisiones a una con divisor 1. En general:

$$a \div \frac{c}{d} = a \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{c} \quad (\text{p.47})$$

De igual manera en la división de dos fracciones, la división se transforma de una multiplicación y se multiplica al dividendo por el recíproco del divisor, Ministerio de Educación (2018) "para

dividir dos fracciones, el dividendo se multiplica por el recíproco del divisor. Es decir:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ " (P.52).}$$

2.4 Operaciones combinadas con fracciones.

Las operaciones combinadas con fracciones se les nombra de esa manera porque se combinan operaciones de suma, resta multiplicación y división en un solo problema o ejercicio, donde las operaciones se tienen que ejecutar según su orden o jerarquía. Según Moreno (2002) "en la suma de fracciones combinada con divisiones y multiplicaciones el orden que debemos seguir para la ejecución de las operaciones es el mismo que en el caso de los números enteros", (p.144)

Por ejemplo, si se quiere efectuar la siguiente suma de fracciones:

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{7} \div \frac{1}{4} + \frac{8}{3} \times \frac{7}{5}$$

Primero resolvemos la multiplicación y la división

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{7} \div \frac{1}{4} + \frac{8}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2}{5} - \frac{3}{7} \times \frac{4}{1} + \frac{8(7)}{3(5)}$$

El mínimo común múltiplo es 105, usando el método hacemos la suma de las fracciones

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{7} \div \frac{1}{4} + \frac{8}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2(21)}{105} - \frac{12(15)}{105} + \frac{56(7)}{105}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{7} \div \frac{1}{4} + \frac{8}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{42 - 180 + 392}{105}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{7} \div \frac{1}{4} + \frac{8}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{254}{105}$$

En las operaciones combinadas se pueden aplicar todos los algoritmos citados anteriormente, pero siempre hay que tener en cuenta la jerarquía de las operaciones de esta forma:

Los pasos para realizar operaciones combinadas de suma, resta, multiplicación y división son: 1) convertir los números naturales, decimales y mixtos a fracción. 2) si hay

división convertir a multiplicación. 3) realizar las multiplicaciones. 4) por último, realizar las sumas y restas de izquierda derecha. Ministerio de Educación (2018, p. 52)

2.5 Aplicación de las operaciones con fracciones en distintos campos


La importancia y el manejo de las operaciones con fracciones son de gran utilidad no solo en el ámbito académico, sino también en los diferentes campos en que estas se pueden aplicar. A continuación, presentamos algunos ejemplos en lo que se observa la importancia de las operaciones con fracciones.

Las operaciones en la música. Según (Liern Carrión, 2008):

La gran cantidad de situaciones en las que el músico está utilizando las fracciones, hace prácticamente imposible hacer una descripción exhaustiva. Por eso, nos conformaremos con presentar el uso de fracciones que rigen la duración de las notas musicales y las que afectan a la altura de los sonidos, ya sea en las notas de la partitura o en la elección de los mismos. (p. 129).

“Desde las primeras lecciones de música, el estudiante comienza, normalmente de forma inconsciente, un ejercicio de aritmética de fracciones sin el que sería imposible interpretar el pentagrama.” (Liern Carrión, 2008, p.129).

La suma de fracciones se observa al representar el compás 2/4, como se presenta en la siguiente imagen:


$$\frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

Pentagrama 1

(Liern, 2008)

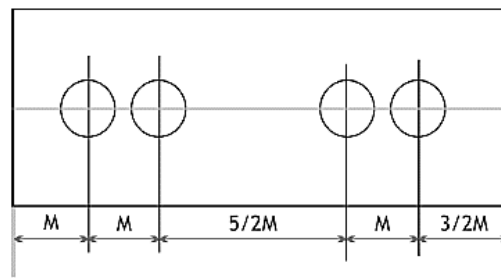
Matemática aplicada al área de la mecánica.

Las fracciones están presentes en diversos contextos laborales. En este apartado presentamos el uso que se les da a las fracciones y sus operaciones en el ámbito de la mecánica. “A diferencia de lo que ocurre en el contexto escolar, en los contextos laborales -o de la vida cotidiana se presentan situaciones problemáticas menos estructuradas y más difusas respecto de las variables que deben seleccionarse para un correcto planteo y eficaz resolución” (Zorzoli, Giuggiolini & Mastroianni, 2005, P.8).

Ejemplos de las fracciones utilizadas en el ámbito de la mecánica en diferentes niveles de dominio, tenemos:

Primer nivel:

1. ¿Cuánto pesan 9 poleas abiertas si cada una pesa $8 \frac{1}{4}$ kg?
2. El croquis representa una lámina que tiene agujeros en los puntos indicados.

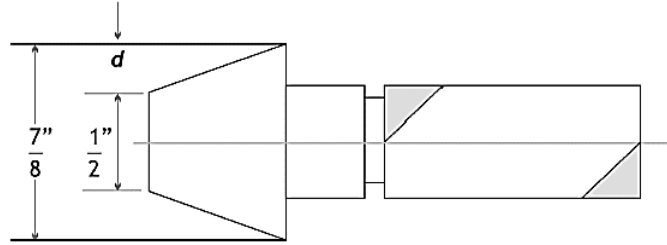


(Zorzoli, G., Giuggiolini, I. & Mastroianni, A., 2005).

- a) Escriba una expresión que le permita calcular la longitud total de la lámina.
- b) Si la longitud total de la lámina es de 56 cm, ¿cuál es la distancia que separa los centros de las dos circunferencias de la derecha en el dibujo?

Segundo nivel:

3. Encuentre la longitud que debe tener el material con el cual se deben fabricar 8 llaves cónicas, si cada una mide $6 \frac{1}{2}$ " de largo y se debe tolerar $\frac{1}{8}$ " de desperdicio en cada corte.
4. El siguiente es un esquema de un calibrador cónico.



(Zorzoli, G., Giuggiolini, I. & Mastroianni, A., 2005).

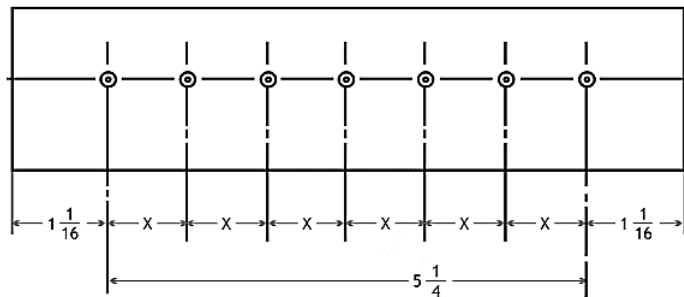
a) Calcule la diferencia entre las medidas del diámetro mayor y del diámetro menor, en pulgadas, del calibrador cónico.

b) Indique con una X el valor que corresponde a d:

- $3/8$ " $3/16$ " $3/4$ "

Tercer nivel:

5. Teniendo en cuenta el croquis, calcule el valor de x medido en pulgadas.



(Zorzoli, Giuggiolini, & Mastroianni, 2005).

Las fracciones en la vida cotidiana.

Hemos mostrado algunos ejemplos de la importancia del dominio de las operaciones con números fraccionarios en diferentes campos. Otro uso de las operaciones con fracciones se da en la vida cotidiana.

La noción de fracción es muy común en la vida cotidiana, como al pedir $\frac{1}{2}$ kg de algún alimento o una bebida de un $\frac{1}{4}$ de litro; es más sencillo solicitar las cantidades en fracción de un entero que en unidades de medida y prefijo. También es común el uso de fracciones para

indicar las cantidades de los ingredientes en las recetas de cocina. (López, Michel, Rodríguez & Sánchez, 2017, p. 86).

Las fracciones en el campo académico.

Finalmente se considera la importancia que se les da al uso de las operaciones con números fraccionarios en el ámbito académico. Según Kieren (como se citó en Llinares, Sánchez, 1997) considera que las fracciones son un fundamento para las relaciones algebraicas que se aprenderán posteriormente. Por ejemplo, en el currículo salvadoreño actual la aplicación de algoritmos para operar con fracciones algebraicas se evidencia a partir del séptimo grado de básica.

2.6 Diferencia entre problema y ejercicio

Para cerrar este capítulo y dado que en esta investigación se hace una diferencia entre los errores presentados por los estudiantes al resolver ejercicios o problemas que involucran operaciones básicas con fracciones, se considera necesario explicar qué se considerará en esta investigación como problema y qué considerará como ejercicio. Para ello se hará una discusión sobre la base de los estudios de D'Amore (2007) y Lopes (2014).

Diferenciar entre problema y ejercicio no es una tarea sencilla. Según D'Amore (2007) se puede denominar problema “cuando una, o más, de las reglas o un o más, de los procedimientos necesarios aún no están en el bagaje cognitivo del responsable de resolverlo” (p. 286), a su vez, continua D'Amore (2007), resolver problema implica “un acto creativo por parte de quien precisa resolverlo” (p. 286). Lopes (2014), por su parte, denomina problema como “una situación que un individuo tiene que enfrentar (resolver) por necesidad o deseo, pero que presenta algún nivel de obstáculo que impide que pueda ser resuelto de inmediato o mecánicamente” (p. 12).

Por otro lado, se puede llamar ejercicio “cuando la resolución prevee que se deban utilizar reglas y procedimientos ya aprendidos, aunque no estén consolidados. Los ejercicios, por tanto, entran en la categoría de las experiencias con el objetivo de verificación inmediata o

de refuerzo” (p. 286). En el caso de Lopes (2014) los ejercicios son situaciones que pueden ser resueltas de manera rutinaria, mediante la aplicación de actividades mecánicas.

En este sentido y tomando en cuenta estos elementos, se podría definir como características diferenciadoras entre los ejercicios y los problemas que estos últimos exigen un mayor nivel de razonamiento inicial, incluyen más de una operación (cadena de ejercicios), son multidisciplinarios y que resolverlos requiere un acto de creatividad. Estas características serán tomadas en cuenta para el diseño de los instrumentos de recolección de información.

Sin más que agregar, en el siguiente capítulo se describen los rumbos metodológicos trazados para responder las preguntas de investigación y alcanzar los objetivos del estudio.

CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO

3.1 Tipo de investigación

El tipo de investigación definido para este estudio es la metodología cualitativa con apoyo de documentos bibliográficos y la aplicación de instrumentos de recolección de información. Para Creswell (2010) la investigación cualitativa busca la descripción de los fenómenos considerando la diversidad de enfoques y reconociendo el carácter temporal de sus afirmaciones.

De estas aproximaciones conceptuales se puede establecer que un estudio cualitativo prioriza los procesos descriptivos y, además, pretende la interpretación de un fenómeno cuya validez no descansa en la comprobación o no de una hipótesis y en la que el investigador no puede asumir una posición objetiva o ajena al fenómeno pues en sus interpretaciones se expresa su cosmovisión del mundo que le rodea.

Sin embargo, es esto no quiere decir que las investigaciones cualitativas excluyen el uso de datos. Para Bogdan y Biklen, argumenta que:

Aunque los datos cuantitativos obtenidos por otras personas (evaluadores, administradores y otros investigadores) puedan ser convencionalmente útiles tal como fueron descritos, los investigadores cualitativos se disponen a recoger de los datos cuantitativos de forma crítica. No es que los números por si no tengan valor. En lugar de eso, el investigador cualitativo tiende a cambiar el proceso de compilación en su cabeza preguntándose qué es lo que los números dicen acerca de las suposiciones de las personas que los usan y los compilan [...] los investigadores cualitativos son inflexibles en no tomar los datos cuantitativos por su valor nominal (Bogdan y Biklen, 1994, p. 1995)

En este sentido, el uso de los datos cuantitativos en los estudios cualitativos es reconocido. Por otro lado, las etapas de investigación cualitativa, según Martínez (1996), son las siguientes:

1. Etapa previa o de clarificación de los presupuestos de los cuales parte el investigador.
2. Etapa descriptiva, en la que se expone una descripción que refleja, lo más fielmente posible, la realidad vivida por los individuos, en relación al tópico que se investiga.
3. Etapa estructural, que implica el estudio y análisis fenomenológico propiamente dicho.
4. La discusión del resultado del análisis efectuado, en relación con la información brindada por los sujetos de estudio.

3.2 Diseño de la investigación

El diseño de la investigación es utilizado para encontrar respuestas a las preguntas de la investigación. Según Hernández Sampieri (2014): “El término diseño se refiere al plan o estrategia concebida para obtener la información que se desea con el fin de responder al planteamiento del problema”. (p.128).

En líneas generales, esta investigación está diseñada en tres momentos principales: el primero está basado en la apertura y problema de investigación. En esta etapa se describe de forma general el porqué es importante realizar esta investigación. Se justifica, a partir del diálogo entre los autores y otros docentes sobre los errores presentados en el proceso aprendizaje-enseñanza de los estudiantes al resolver operaciones con fracciones. Se concluye presentando los objetivos, el enunciado del problema y las preguntas de investigación.

En el segundo momento denominado el marco teórico, se refiere a las categorías y subcategorías, de acuerdo a los conceptos y principios teóricos que ayuden a responder las preguntas de investigación. Acorde a esto, se estableció dar un sustento teórico, a partir del levantamiento bibliográfico, que aborde las variables del estudio previamente definidas, a decir: que se entiende por error en el aprendizaje de la matemática; que causa el error en matemática; que operaciones básicas con fracciones más fáciles y difíciles para los estudiantes; categorías de errores al resolver operaciones básicas con fracciones y; estrategias y metodologías para abordar los errores. Además, este marco teórico concluye con la descripción de los siguientes elementos: historia y desarrollo de las fracciones; operaciones básicas con fracciones, es decir, la suma, resta, multiplicación y división; operaciones combinadas de fracciones y; para cada una de las operaciones básicas se buscó incluir al final de cada apartado la forma en que estas operaciones son tratadas y presentadas en los libros de texto oficial del MINEDUCYT.

El tercer momento denominado trabajo de campo, consiste en la aplicación del instrumento de recolección de información aplicado a docentes que busca obtener los datos requeridos, acorde las variables que conforman el objeto de estudio mencionadas en el segundo momento. En este momento se presentan los resultados obtenidos y su respectiva interpretación y análisis que tendrá como fin el responder las preguntas de investigación. En

las secciones siguientes se explicará a detalle la estructura, tratamiento y análisis del instrumento.

3.3 Sujetos de la investigación

Dado que esta investigación es de tipo cualitativa con apoyo en documentos y un instrumento de recolección de información aplicado a docentes, los sujetos de la investigación serán docentes que enseñen matemática a estudiantes que cursen el Tercer Ciclo de Educación Básica, en el año lectivo 2020 y, como se delimitó en el capítulo I, los docentes seleccionados para el estudio deberán laborar en el departamento de San Salvador. Así, se buscará que los docentes cumplan las siguientes características:

- ✓ Que tengan al menos tres años de ejercer la docencia en el sector público y/o privado.
- ✓ Que estén impartiendo la asignatura de matemática en el Tercer Ciclo de Educación Básica en el año 2020.
- ✓ Que su centro escolar público o colegio privado este ubicado en el departamento de San Salvador.
- ✓ Que tengan la capacidad de responder el formulario de forma digital.
- ✓ Que deseen participar en la investigación.
- ✓ Que autoricen el uso de su información.

En el siguiente apartado se describe el instrumento de recolección de información docente.

3.4. Instrumentos de recolección de información docente

Para el diseño de los instrumentos de recolección de información docente (IRID) se establecieron las siguientes características. Dado que se pretende conocer las concepciones docentes, se estableció que se utilizaría un único instrumento que sería llenado por los docentes que enseñan matemática a estudiantes del Tercer Ciclo de Educación Básica en el sector público y privado. Debido a la situación de emergencia sanitaria que atraviesa el país, el instrumento será diseñado en la plataforma digital *Google Forms* que permite realizar preguntas y almacenar respuestas. Este instrumento tendrá las siguientes características: veinte preguntas máximo, con preguntas abiertas y cerradas, que pueda ser respondido en un tiempo

máximo de 30 minutos y que sea llenado por, al menos, veinticinco docentes con las características descritas con anterioridad.

Con esto en mente, se diseña el IRID en tres partes distintas, estructuradas de la siguiente forma:

Parte I: Datos generales. En esta parte los docentes responderán preguntas relacionadas a su experiencia personal y laboral tales como: correo electrónico, grado académico, años de experiencia docente, asignatura que imparte, nivel académico que labora, Código de Infraestructura del Centro Escolar, edad y género. Estos datos servirán para verificar el cumplimiento de las condiciones establecidas previamente.

Parte II: preguntas preferentemente cerradas. En esta sección se propondrán preguntas a los docentes en la que abordarán las variables del estudio ya descritas con anterioridad. La estructura de estas preguntas está diseñada preferentemente de forma que los docentes pueden responder acuerdo a unas opciones múltiples que parten de las lecturas y la teoría acerca de los errores de los estudiantes al resolver las operaciones básicas con números fraccionarios.

Parte III: preguntas preferentemente abiertas. Esta sección buscará profundizar en las preguntas de la parte II. En esta parte el docente tendrá el espacio de exponer a libertad cuestiones abordadas bajo preguntas cerradas. Acá se buscará obtener principalmente de los docentes las categorías de errores para cada una de las operaciones básicas y sobre las estrategias que utilizan para abordar estos errores. Al final del instrumento se colocará una opción para que el docente ratifique las respuestas y autorice el uso de su información garantizando su confidencialidad.

3.5 Validación de los instrumentos

Así, bajo esta perspectiva, los autores del estudio diseñaron el IRID y se procedió a validar en dos vías. Primero, se compartió con dos especialistas en el tema que revisaron el instrumento e hicieron observaciones de tipo teórico y de redacción. Esta etapa concluyó con la integración de las observaciones hechas por los especialistas. Luego, en una segunda

validación, se compartió el instrumento corregido a cinco docentes de matemática que no serían parte del estudio. A ellos se les pidió hacer observaciones de tipo teórica, de redacción y solicitándoles informar el tiempo que se llevará el instrumento para llenar. Así, estos docentes reportaron sus observaciones y reportaron el tiempo que se llevó para realizar el instrumento. Esta etapa finalizó integrando las observaciones de los docentes, dejando de esta forma se validó el instrumento. El IRID está disponible en el anexo I al final de este documento.

Así, bajo estas condiciones, la matriz de variables, acorde al objetivo general, específico, preguntas de investigación se relaciona con el Instrumento de Recolección de Información Docente de la siguiente manera, (ver cuadro 4).

3.6 Matriz de variables

Cuadro 4

Matriz de variables

Tema: Errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios: una aproximación teórica y práctica.

Enunciado	Objetivo General	Preguntas de investigación	Objetivo específico	Variable	Técnica	Ítem	
¿Cuáles son los errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios a la luz de la teoría y de las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?	Describir los errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios a la luz de la teoría y de las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.	¿Qué es el error en educación matemática según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?	Conceptuar qué es el error en educación matemática según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.	Error en educación matemática	Revisión literaria	Todos	
		¿Cuáles son las causas de los errores de los estudiantes al resolver la operación básica más fácil y más difícil de aprender para los estudiantes según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?	Enunciar las causas de los errores de los estudiantes al resolver la operación básica más fácil y más difícil de aprender para los estudiantes según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador	Causas de los errores	Encuesta	11	
		¿Cuál es la operación básica más fácil y más difícil de aprender para los estudiantes según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?	Identificar cuál es la operación básica más fácil y más difícil de aprender para los estudiantes según la teoría y las concepciones didácticas de los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador	Operación básica más fácil y más difícil	Encuesta	3, 4, 5, 6, 7	
		¿Cuáles son los errores más comunes que presentan los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones según la teoría y las concepciones didácticas de docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador?	Categorizar los errores de los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios según la teoría y las concepciones didácticas de docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador.	Errores de estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones	Encuesta	14, 15, 16, 17, 18	
		¿Cuáles son las estrategias que propone la teoría y los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador para tratar los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones?	Detallar las estrategias propuestas por la teoría y por los docentes que enseñan matemática en el departamento de San Salvador para tratar el error de los estudiantes que resuelven operaciones básicas con fracciones.	Estrategias para tratar el error	Encuesta	1, 8, 9, 10, 13, 19, 20	
						Revisión literaria	Todos
						Encuesta	2, 12
						Revisión literaria	Todos

3.7 Aplicación del instrumento

Una vez descrito el IRID, este se aplicará de la siguiente manera. Dadas las condiciones excepcionales en la que se encuentra el país, debido a la emergencia mundial provocada por el COVID-19 a nivel mundial, que mantiene desde el mes de marzo del 2020 los centros escolares y colegios privados cerrados, se priorizó buscar docentes de matemática acuerdo a las redes de contacto que se mantienen dado que los autores son igual docentes en matemática que laboran en el departamento de San Salvador.

Así, cada uno de los autores de este estudio compartirá el link a cinco docentes de matemática que cumplieran los requisitos previamente definidos. A su vez, se invitará a estos docentes a compartir este mismo instrumento a otros docentes que cumplieran las mismas características. Los docentes contarán para el llenado del formulario con dos semanas, desde la última semana de julio y la primera semana de agosto del presente año.

Una vez concluida la fase de recolección de información, se describe en la sección siguiente el tratamiento y el análisis de los resultados.

3.8 Tratamiento y Análisis de resultados

Para el tratamiento de la información y dado que la plataforma seleccionada Google Forms permite almacenar la información en, entre otras formas, tablas de Excel, se procederá a resguardar la información en dicha tabla. A partir de este momento, se procederá a seleccionar las respuestas que cumplen todos los criterios docentes establecidos previamente. Para ello, se hará uso de la información brindada por los docentes en la parte uno del IRID. Las respuestas que cumplan estos criterios formarán parte total de las respuestas del estudio que serán presentadas, interpretadas y analizadas.

La información que se obtenga se presentará por medio de gráficos y cuadros estadísticos. En el caso de las respuestas a las preguntas abiertas, se decidió utilizar una “nube de palabras” que permitirá verificar gráficamente las respuestas obtenidas. Para la interpretación y análisis de los datos, se hará una interpretación de los datos estadísticos obtenidos en la parte II del IRID por medio de la ampliación que realizaron los docentes en las respuestas de las preguntas contenidas

en la parte III del IRID. El análisis de las respuestas dadas por los docentes será por medio de la metodología llamada análisis de contenido que se describe a continuación.

Para Moraes (1999) el análisis de contenido (ADC) es una metodología que viene siendo usada en las investigaciones cualitativas para “describir e interpretar el contenido de toda clase de documentos y textos [...] ayuda a reinterpretar los mensajes y a alcanzar una comprensión de sus significados” (MORAES, 1999, p. 2). Así el ADC puede utilizarse a partir de cualquier texto que haya sido obtenido por medio de documentos, revistas, libros, grabaciones, entrevistas y encuestas, que es nuestro caso.

Sobre la validez de la interpretación de los resultados a partir de esta metodología, Moraes señala que el ADC es una “interpretación personal de parte del investigador con relación a la percepción que tiene de los datos” (MORAES, 1999, p. 3), enfatizando que “no es posible una lectura neutra. Toda lectura se constituye de una interpretación”. En este sentido, se comprende que el ADC es una forma de interpretar y analizar las respuestas que se obtendrán de los docentes a partir del instrumento.

Ahora bien y concretamente con el método para aplicar el ADC a las respuestas de los docentes, esta investigación se inspiró en el método propuesto por MORAES (1999) que consta de cuatro etapas: preparación de las informaciones; unitarización o transformación del contenido en unidades; categorización o clasificación de las unidades en categorías; descripción e interpretación.

En la etapa de preparación de las informaciones se busca verificar que la información recabada cumpla con los objetivos de la investigación (MORAES, 1999, p. 4, 5). Así, para efectos de esta investigación en esta etapa corresponde al momento en que se verifica que las respuestas obtenidas por medio del IRID cumpla con los criterios de los docentes descritos en anterioridad.

La etapa de unitarización busca definir unidades de análisis, releer la información y clasificar las unidades de análisis. Una unidad de análisis, añade MORAES (1999), puede ser una palabra, frase o un tema. Para efectuar esta etapa en esta investigación, se agruparán las respuestas de los docentes de acuerdo a cada pregunta del IRID y cada pregunta se agrupará de acuerdo con las cinco variables de estudio previamente definidas y expresadas en la matriz de variables. Luego, una vez estén agrupadas según las variables, se leerá la información y se

crearán las unidades de análisis a partir de cada una de las frases que haya escrito el docente en la respuesta a cada pregunta. Por último, estas frases (unidades de análisis) serán clasificadas de acuerdo subcategorías emergentes para cada una de las respuestas dadas.

La etapa de categorización consiste, según MORAES (1999), unir cada una de las unidades de análisis de acuerdo a criterios comunes o semejantes entre ellos. Esas unidades de análisis pueden estar unidas a partir de verbos, sustantivos, adjetivos entre otros. Para Moraes esta etapa es “una de las etapas más creativas del análisis del contenido” (MORAES, 1999, p. 6) lo que significa que el autor tiene amplio margen para la definición en términos de cantidad y forma de las categorías, sin embargo, estas deben ser “excluyentes”, “válida” y “pertinente”. Excluyente porque una unidad de análisis no puede estar en dos categorías distintas; válida, porque tiene que tener relación con el tema de estudio y; pertinente porque debe estar relacionada con la teoría que sustenta el estudio.

De esta forma, las categorías se harán de acuerdo a las variables de estudio. En el caso de la variable 3, que trata de las operaciones fáciles y difíciles, se harán categorías para la operación señalada como fácil y difícil respectivamente; para el caso de la variable 4, que hace referencia a tipos de errores, se clasificarán para cada una de las cuatro operaciones básicas ya definidas y dentro de ellas se clasificarán de acuerdo a las categorizaciones existentes en la teoría descrita en el capítulo II. Mismo tratamiento se hará con las categorías que surgirán en la variable 5, que hace referencia a las estrategias para abordar el error.

La etapa de la descripción e interpretación consiste en comunicar los resultados obtenidos. Moraes (1999, p. 8 y 9) sugiere que para cada una de estas categorías se presente un texto síntesis que exprese el conjunto de los significados encontrados en cada una de las unidades de análisis. Así, en esta investigación, las categorías serán presentadas a partir de tablas y de un texto que explique cada una de esas categorías.

Por último, la etapa de análisis concluirá con un análisis comparativo a partir de la información obtenida del levantamiento bibliográfico con la información obtenida con los docentes por medio del IRID a través de un cuadro comparativo que recoja las variables estudiadas.

Sin más que agregar, se procede en el siguiente capítulo a detallar los hallazgos obtenidos al realizar el levantamiento bibliográfico y la aplicación del instrumento de recolección de la información docente.

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados de la aplicación del Instrumento de Recolección de la Información Docente (IRID), para ello se presenta, en primer lugar, los estadísticos de la población participante a partir de los criterios de selección establecidos. En seguida se presentarán los resultados obtenidos haciendo un diálogo entre los datos cuantitativos y cualitativos siguiendo las cinco variables del estudio. Para cada una de estas variables se presentarán los datos estadísticos, cuadros y/o gráficos que ayuden a visualizar los resultados y análisis de acuerdo al ADC. Al final, se presenta un cuadro comparativo que resumirá los principales hallazgos. La sistematización de las respuestas puede ser consultadas en los anexos.

Sin más que agregar, a continuación, se describen los datos de la población del estudio y el tratamiento dado previo al análisis.

4.1 Aplicación del instrumento

Como se explicó anteriormente, los docentes contaron con dos semanas para el llenado del IRID. Al cierre del plazo, se contó con 46 participaciones de los docentes. A partir de ese momento, se hizo una revisión de los cuestionarios a partir de las preguntas generales a modo de descartar las respuestas que no cumplieran los criterios establecidos, es decir, contar con al menos 3 años de experiencia docente, que enseñen matemática en tercer ciclo y que laboraran en el departamento de San Salvador; además se verificó que no estuvieran repetidas las respuestas y que hayan autorizado el uso de los datos.

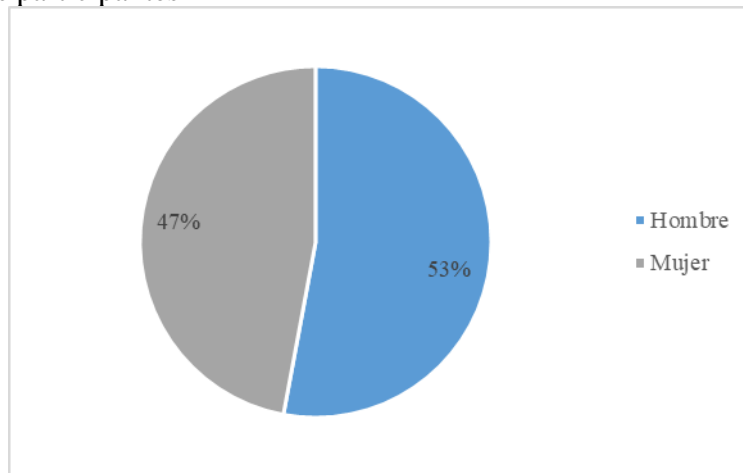
Así, una vez se hizo este procedimiento se verificó que 34 de los 46 formularios cumplían los requisitos establecidos en este estudio. Dentro de los IRID descartados se encuentran aquellos que el docente no da clases en ese sector, docentes que no dan clases de matemática, docentes que tenían menos de tres años de ejercer la docencia.

A continuación, se presentan los resultados generales de los docentes participantes.

4.2 Generalidades docentes

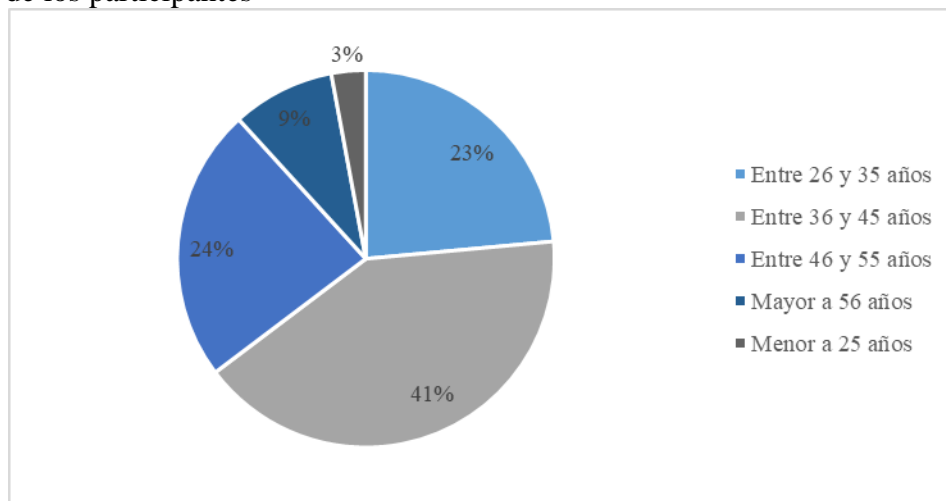
Al consultarles a los docentes aspectos personales tales como su género y edad los resultados fueron los siguientes, (Ver Gráfico 4 y 5).

GRÁFICO 4
Género de los participantes



Fuente: Elaboración propia de acuerdo a formulario docente

GRÁFICO 5
Edad de los participantes

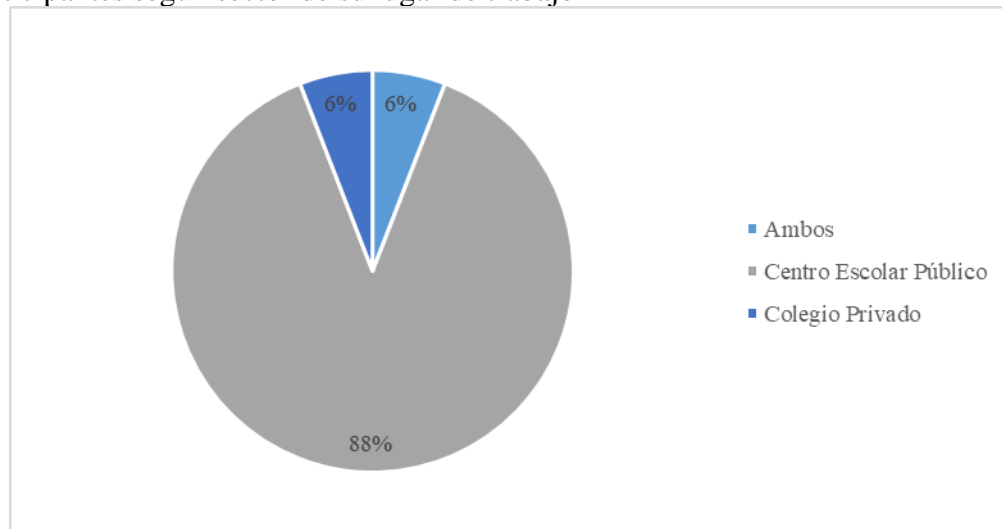


Fuente: Elaboración propia de acuerdo a formulario docente

Luego, se consultó a los docentes aspectos de su lugar de trabajo, tales como el sector donde laboran y los niveles académicos en que imparte clases, (Ver gráfico 6 y 7).

GRÁFICO 6

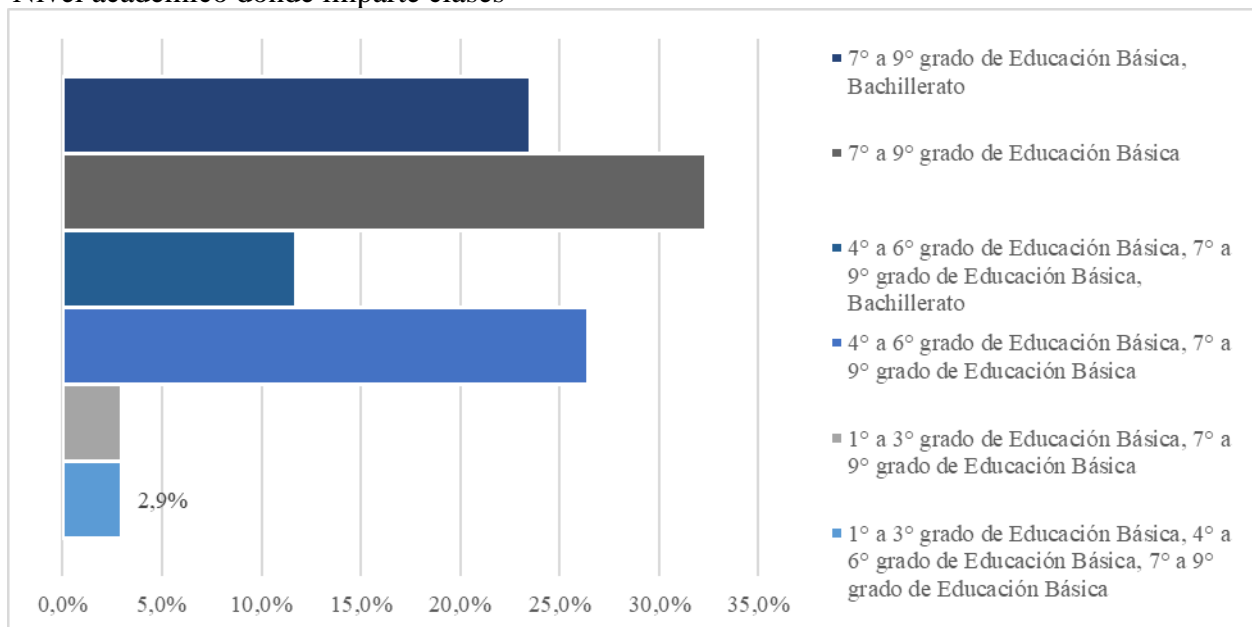
Participantes según sector de su lugar de trabajo



Fuente: Elaboración propia de acuerdo con formulario docente

GRÁFICO 7

Nivel académico donde imparte clases

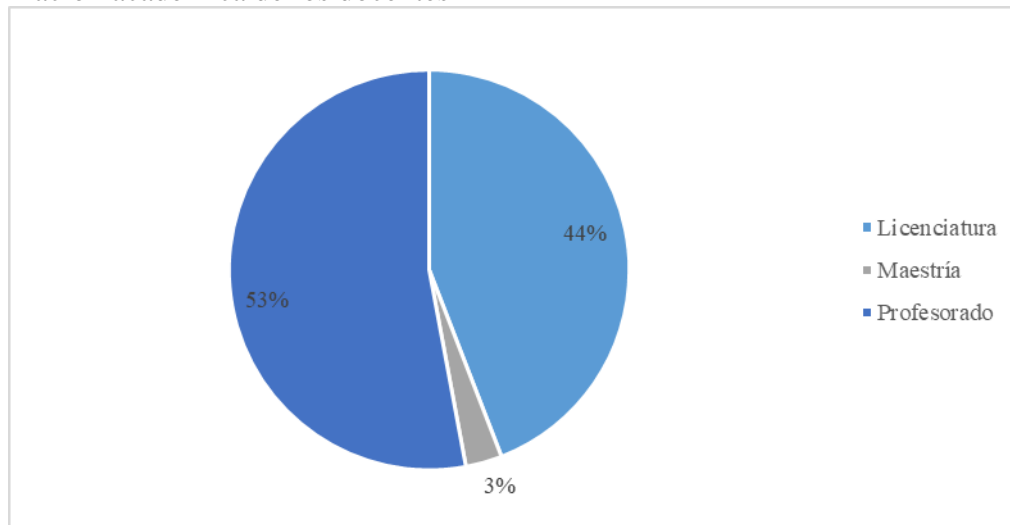


Fuente: Elaboración propia de acuerdo con formulario docente

Por último, se consultó a los docentes sobre su formación académica y su trayectoria profesional. Esa información es presentada en el Gráfico 8 y Gráfico 9 a continuación.

GRÁFICO 8

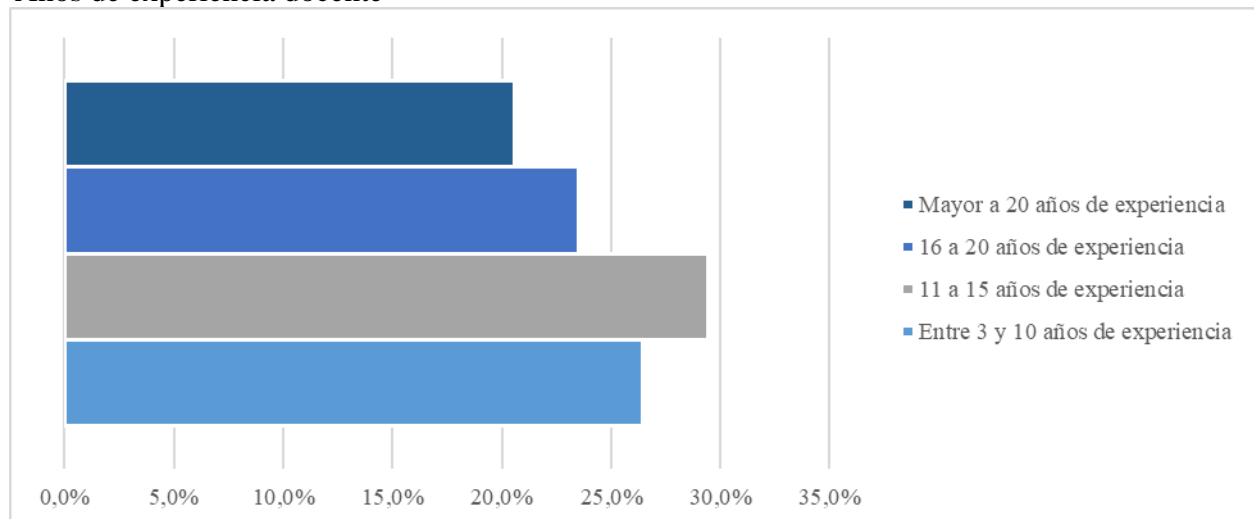
Formación académica de los docentes



Fuente: Elaboración propia de acuerdo con formulario docente

GRÁFICO 9

Años de experiencia docente



Fuente: Elaboración propia de acuerdo con formulario docente

Una vez se han presentado las características de los docentes del estudio, a continuación, se describen y analizan los resultados obtenidos.

4.3 Resultados según variables del estudio

El orden de esta descripción está acorde a las cinco variables principales del estudio buscando comprender que se entiende por error en el aprendizaje de la matemática; que causa el error en matemática; que operación básica con fracciones es la más fácil y la difícil para los estudiantes; categorías de errores al resolver operaciones básicas con fracciones y; estrategias y metodologías para abordar los errores.

4.3.1 ¿Qué es error?

Una de las preguntas clave para entender el análisis y tratamiento del error radica en comprender qué entienden los docentes por error; así, se les preguntó a los docentes “según su criterio y experiencia, ¿qué entiende por error en el proceso de aprendizaje de los estudiantes?”. Para facilitar el análisis de las respuestas de los docentes, y como se dijo anteriormente, se decidió analizarlas mediante dos formas: nube de palabras⁴ y el análisis de contenido (ADC). A continuación, en el gráfico 10 se presenta la nube de palabras.

Gráfico 10

Nube de palabras: según su criterio y experiencia, ¿qué entiende por error en el proceso de aprendizaje de los estudiantes?



Fuente: elaboración propia.

⁴ Para la creación de las nubes de palabras utilizadas en el estudio, se utilizó la aplicación disponible en el link siguiente: <https://www.nubedepalabras.es/>

Hay que recordar que este tipo de gráficos se utilizan para resaltar palabras o frases más repetidas en un discurso, entrevista o en nuestro caso al totalizar las respuestas de los docentes participantes. Esta imagen del gráfico 10, permite verificar que hay una fuerte carga negativa con la palabra error, tal cual fue descrita por Astolfi (2004). Las palabras que más resaltan de lo descrito por los docentes son: proceso, incorrecto, respuesta, equivocación y problema. Al revisar las respuestas también se verifica que esta acción errónea o incorrecta es asignada por el docente al estudiante, puesto que hace referencia al error como un proceso incorrecto, equivocado y erróneo aplicado por los estudiantes al resolver problemas o ejercicios matemáticos.

Al realizar el proceso de análisis por medio del ADC, se construyeron las categorías emergentes a partir de las frases dadas por los docentes. Estas frases se fueron agrupando, como se explicó en el capítulo anterior, acorde a frases, verbos y adjetivos que compartían entre sí. Así, las categorías resultantes acerca del error son las siguientes, (ver cuadro 5)

Cuadro 5

Categorización: ¿qué es error?

Pregunta

Según su criterio y experiencia, ¿qué entiende por error en el proceso de aprendizaje de los estudiantes?

Categorías

Aplicación incorrecta

Equivocación

Procedimiento no lógico

No asimilación del estudiante

No adquisición de una competencia del estudiante

Conocimiento incorrecto

Aprendizaje incorrecto

Olvido

Dificultades

Fuente: Elaboración propia.

Cuando los docentes mencionan las categorías “aplicación incorrecta”, “equivocación” y “procedimiento no lógico” hacen referencia al trabajo procedimental de los estudiantes al resolver problemas o ejercicios, es decir, la aplicación equivocada de un método o proceso. Cuando se habla de aplicación incorrecta, los docentes incluyen al estudiante que, a pesar de realizar un proceso correcto, al final no entregan una respuesta correcta. Estas tres categorías fueron las más mencionadas por los docentes y demuestran el fuerte vínculo de la concepción del

error del estudiante a fallos y equívocos al momento de resolver un problema y se verifica el énfasis en los procedimientos de los estudiantes.

Las siguientes dos categorías, “no asimilación de estudiante”, “no adquisición de una competencia del estudiante” hacen referencia a “vacíos” o “fallos” de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de un tema enseñado por el docente. Es decir, estas categorías hacen referencia a que a pesar de que el docente enseña algo, el estudiante muestra dificultad de comprender los procedimientos. Esto se debe en parte, según los docentes, a algunos conocimientos previos que ellos no dominan refiriéndose a este como cuando “no se realizó el proceso correcto de interiorización conscientemente del algoritmo matemático” o “cuando el estudiante no adquiere las competencias necesarias de un tema específico”.

Las categorías “conocimiento incorrecto” y “aprendizaje incorrecto”, según los docentes, cuestionan el papel del docente en su fase de enseñanza, de hecho, para uno de ellos el error es un “aprendizaje incorrecto por parte del alumno y mala metodología por parte del maestro” que ya remite a causas de esos errores, este tema de las causas del error es discutido con profundidad en la siguiente sección. Las últimas categorías describen al error como un “olvido” o “dificultad” del estudiante. Al referirse al olvido, los docentes establecen que el estudiante aprende momentáneamente un tema o procedimiento, pero que luego lo olvidan. Cuando habla de dificultad, el docente hace referencia a complicaciones propias del tema que está aprendiendo el estudiante.

De estas categorizaciones puede verificarse una aproximación a los planteamientos de Rivera y Rodríguez (2010) que veían al error como un conocimiento deficiente o incompleto que conduce a procedimientos inválidos en matemática y a los de González (2011) que hace énfasis al error como un fallo en los procedimientos matemáticos y a la construcción de esquemas cognitivos inadecuados, o como lo llaman los docentes, la no “asimilación del estudiante” de un conocimiento matemático.

Una vez se ha discutido acerca del error, en la siguiente sección se aborda las causas de los errores analizada por los docentes.

4.3.2 Causas del error

Otro punto de interés de esta investigación, una vez abordado el tema de qué entienden por error los docentes es profundizar acerca de las causas de esos errores. Para ello, se abordaron las concepciones docentes acerca de este tema por medio de dos preguntas complementarias en el IRID. En una primera pregunta, se consultó a los docentes por medio de un ítem cerrado de opción múltiple contando con seis opciones posibles pudiendo marcar más de una opción. La pregunta fue: ¿por qué los estudiantes erran al resolver operaciones básicas con fracciones? Las respuestas obtenidas fueron las siguientes (Ver Tabla 1).

Tabla 1

Según su criterio y experiencia, ¿Por qué los estudiantes erran al resolver operaciones básicas con fracciones?

Opciones	Total	Porcentaje
Desinterés por aprender de parte del estudiante	20	57,14%
Por distracción/descuido del estudiante	8	22,86%
Porque se enseña mal en grados anteriores	19	54,29%
Porque el profesor/a no muestra interés en enseñar	3	8,57%
Por la propia dificultad del aprendizaje de las fracciones	16	45,71%
Porque se dedica poco tiempo para los temas	9	25,71%
Total docentes	34	

Nota. Fuente: Elaboración propia de acuerdo al formulario docente. El porcentaje no puede ser 100% dado que los docentes tenían más de una opción para responder.

La interpretación de estos resultados puede tener distintas aristas, sin embargo, las seis opciones fueron construidas para analizar tres agentes distintos: el estudiante, el docente y el currículo. Estas categorías pueden ser analizadas en conjunto o separadamente. De forma global, se puede decir que casi dos tercios de los docentes ven en el desinterés de los estudiantes y en la mala enseñanza del tema en años anteriores como las principales causas del error. La razón menos seleccionada por los docentes fue la propia actividad pedagógica del docente. Un poco menos de la mitad de los docentes consideró que la propia dificultad del contenido es la causa principal del error de los estudiantes. Llama la atención como los docentes tienden a señalar a sus colegas docentes de años anteriores y a los propios estudiantes como agentes causantes del error.

Cuadro 6

Categorización: causas del error

Pregunta	Agente	Categoría
Según su criterio y experiencia, ¿Cuál es la causa que hace que los estudiantes erren al resolver operaciones básicas con fracciones?	Estudiantes	Olvido
		Falta de interés del estudiante
		Predisposición emocional
		Falta de atención
		No comprenden la teoría ni la práctica
		Falta de práctica
		Conocimientos previos
		No seguir procedimientos
		Docentes de años anteriores
		Enseñanza incorrecta
	Docentes	Cuestiones curriculares
	Currículo	

Fuente: Elaboración propia

Una categoría emergente de los aportes de los docentes es la “predisposición emocional”, que puede entenderse como una aversión de los estudiantes a la matemática; además los docentes señalan la falta de conocimientos teóricos y prácticos acerca del asunto, lo que es comúnmente llamado de “conocimientos previos” que también es otra categoría. Estos conocimientos previos, señalados a los estudiantes también se vinculan con una categoría que tiene al docente como agente principal, es decir, la categoría “docentes de años anteriores” hace referencia a que gran parte de los errores de los estudiantes es causado por la forma en que los docentes enseñan el contenido. En este sentido un docente señalaba que: “docentes no especialistas -no enseñar con objetos concretos- colocar ejercicios demasiados engorrosos” como causantes de los errores de los estudiantes.

Por último, referente al agente “currículo” y en la categoría “cuestiones curriculares” un docente señalaba que “no se acostumbra a enseñar las operaciones con fracciones, siguiendo una secuencia lógica y ordenada y no se contextualiza la operación con situaciones de la realidad. Para identificar la verdadera naturaleza de los algoritmos a utilizar”.

Ahora bien, si hacemos un comparativo de las causas de los errores a partir de las concepciones docentes con las determinadas en la teoría seleccionada, se puede decir que se perciben dos causas similares relacionadas a lo que se llamó “obstáculos epistemológicos y obstáculos didácticos. Las categorías que señalan al docente “docentes de años anteriores” y “enseñanza incorrecta” son comparables con los obstáculos didácticos señalados con anterioridad

y los obstáculos epistemológicos, por ser obstáculos relacionados a la asimilación del que aprende, pueden relacionarse a las categorías “no comprenden la teoría ni la práctica” y a la falta “conocimientos previos”.

Una vez se ha discutido de forma general acerca del error y sus causas, en la siguiente sección se puntualiza específicamente acerca de las percepciones docentes acerca de la operación más fácil y más difícil al resolver operaciones básicas con fracciones.

4.3.3 Operación más fácil y más difícil

Un elemento de interés del presente estudio es conocer qué operación con fracciones es, a criterio de los docentes, más fácil y más difícil. Esta situación tomó más interés al notar que existe poca evidencia de este tipo de datos en los estudios mencionados en el capítulo II. Así, al consultarle a los docentes qué “Operación es más fácil y más difícil para los estudiantes”, los resultados son los siguientes (Ver Tabla 2).

Tabla 2
Operación más fácil y difícil según criterio y experiencia docente.

Operación	Fácil	Difícil
Suma	14.7%	47.1%
Resta	0	32.4%
Multiplicación	79.4%	2.9%
División	5.9%	17.6%
Total	100%	100%

Nota. Fuente: Elaboración propia de acuerdo al formulario docente.

Al analizar los datos se puede verificar que casi 4 de cada 5 docentes consultados consideran que la multiplicación es la operación básica con fracciones más fácil. Un resultado contundente. Luego y para no quedar únicamente con este dato, se consultó a los docentes por qué creían que esa operación seleccionada era la más fácil. Las razones principales que sustentaron sus respuestas fueron que la multiplicación es un “proceso lineal, sencillo de resolver y que requiere, en su mayoría, un único algoritmo. Así, un docente argumenta su respuesta

afirmando que “La regla básica para multiplicar fracciones es relativamente sencilla porque deben multiplicarse los numeradores entre sí y los denominadores entre sí”.

Además, consideraron que la multiplicación es fácil de memorizar por los estudiantes y que es fácilmente asociada a la suma. Los docentes que argumentaron que la suma es la operación más fácil argumentaban que esta es así “cuando [las fracciones] son homogéneas” y los docentes que señalan a la división como la operación más fácil se debe a que “cuando hacen el cambio en la segunda fracción para hacerla multiplicación casi siempre la dejan igual”. El total de categorías asociadas a la pregunta “operación básica con fracciones más fácil”, según los docentes, está en el cuadro 7.

Cuadro 7

Por favor explique, ¿por qué considera que esa operación básica con fracciones que señaló en la pregunta anterior resulta más fácil de resolver por los estudiantes?

Operación	Categoría
Multiplicación	Multiplicación lineal
	Sencillez del proceso
	Un solo algoritmo
	Por memorización
	Se asocia con la suma
Suma	Sumas homogéneas
Resta	Facilidad del procedimiento
División	División/Multiplicación

Fuente: Elaboración propia.

Esta contundencia de los resultados sobre la operación básica con fracciones más fácil de resolver por los estudiantes no se repite al consultarle a los docentes cuál consideran que es la más difícil. Sin embargo, dos operaciones destacan en esta pregunta: la suma y la resta, esto puede deberse a que ambas tienen procesos algorítmicos similares. Ahora bien, profundizando en por qué consideran que la suma es la operación básica más difícil, los docentes señalan a la “dificultad del proceso y de los algoritmos”, “operaciones combinadas”, los “denominadores heterogéneos”, los “métodos de enseñanza”, el “MCM” y “los conocimientos previos” como razones para justificar su posición. Los docentes señalan que esa dificultad en los procesos algorítmicos en la suma de fracciones es “porque implica un proceso que no es parecido a la suma de números enteros” y “Porque requiere la combinación de otras operaciones y además aprenderse el procedimiento”.

Esto es especialmente notorio cuando las fracciones son heterogéneas, así un docente afirma que en ese caso “siempre se vuelve complicado para el estudiante [...], ya que se requiere la utilización de diferentes conocimientos previos como: mínimo común múltiplo y la homogenización de las fracciones”.

Casi estas mismas razones se dan al momento de justificar la dificultad con la operación “resta”, añadiendo a esta operación la categoría “ley de signos” como razón para justificar su decisión. Así un docente afirma que “La ley de los signos agrega a la resta una mayor dificultad que la suma”. Una de las razones por las cuales los docentes creen que la división es la operación con fracciones que más se les complica a los estudiantes es debido a que “Se olvida que es producto en cruz” o bien “Confunden con el procedimiento de la multiplicación”. El total de estas categorías, de acuerdo al tipo de operación básica con fracciones está presente en el cuadro 8 a continuación.

Cuadro 8

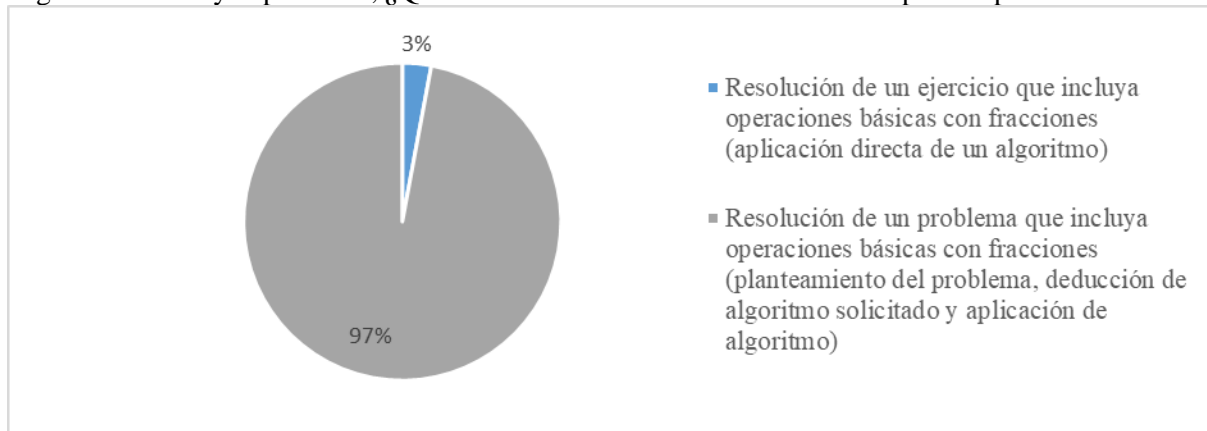
Por favor explique, ¿por qué considera que esa operación básica con fracciones que señaló en la pregunta anterior resulta más difícil de resolver por los estudiantes?

Operación	Categorías
Suma	Dificultad del proceso y de los algoritmos
	Operaciones combinadas
	Confunde con multiplicación
	Método de enseñanza del docente
	Conocimientos previos
	Denominadores heterogéneos
	Por MCM
Resta	Procesos y algoritmos
	Ley de los signos
	Método de enseñanza
	Denominadores heterogéneos
	Por el MCM
División	Resuelven como multiplicación
	Olvidan procesos
	Simplificar
	Procesos afectivos
Multiplicación	Olvidan procesos
Fuente: Elaboración propia	

Ahora bien, para cerrar esta sección, y de acuerdo a los intereses de la investigación se quiso conocer si existe una percepción diferente de los docentes sobre la dificultad que tienen los estudiantes al resolver ejercicios o problemas que envuelven operaciones básicas con fracciones. Así, al consultar sobre este punto se pudo verificar que un 97% de los docentes consideraron que, en efecto, resolver problemas era más complicado para los estudiantes debido a la complejidad de las acciones previas al desarrollo del algoritmo. Este dato puede ser verificado en el gráfico 12 a continuación.

Gráfico 12

Según su criterio y experiencia, ¿Qué actividad matemática resulta más complicada para el estudiante?



| Nota. Fuente: Elaboración propia de acuerdo al formulario docente

Discutida la parte relacionada a la operación básica con fracciones más fácil y más difícil, según los docentes, a continuación, se describe la categorización de errores por cada una de las operaciones básicas.

4.3.4 Categorías de errores

En esta sección se presentan las categorizaciones de los errores que comenten los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones que han sido percibidos por los docentes. El proceso seguido para llegar a estas categorizaciones es el mismo empleado con el ejercicio de las variables anteriores. Se separaron las respuestas de acuerdo a las cuatro operaciones básicas estudiadas y una quinta categoría que analizó las operaciones combinadas

con fracciones. Luego, para cada una de estas operaciones se totalizaron las respuestas constituyéndose de ellas el llamado “corpus” según la ADC adoptado en esta investigación.

A partir de este corpus se procedió a la unitarización de las respuestas de cada docente. Dado que era una pregunta abierta, los docentes tuvieron la oportunidad de plantear más de un error que hayan notado, así cada una de esas frases fue separada de las respuestas de los docentes. Una vez se unitarizaron las respuestas se procedió a la categorización de los errores. Como se explicó en el capítulo anterior, la categorización es el proceso de agrupar las frases de los docentes siguiendo como referencia frases, adjetivos, verbos y otro elemento que se considerara útil para la unión. Esta fase terminaba con nombrar de forma general cada una de las categorías, verificando que cumplieren los criterios de exclusión, validez y pertinencia (MORAES, 1999).

Los autores consideraron importante hacer esta recapitulación para entender las construcciones que se presentan a continuación. Así, sin más, en los siguientes párrafos se desarrolla este análisis.

4.3.4.1 Categorización de errores al resolver operaciones básicas con fracciones. Suma

Al consultarle a los docentes acerca de los errores más comunes que han verificado que cometen los estudiantes al resolver sumas de fracciones se encontraron ocho categorías: “suman fracciones de forma lineal”; “suman el denominador en una fracción homogénea”; “identifican mal el denominador”; “no encuentran el MCM”; “aplicación incorrecta el MCM”, “no dominan el algoritmo de la suma”; “olvidan el procedimiento” y; “no simplifican fracciones”. Estas categorías se presentan en el cuadro 9.

La suma de fracciones de forma lineal o suma horizontal de fracciones es la que más fue mencionada por los docentes y se da cuando “los estudiantes tienden a querer sumar numerador con numerador y denominador con denominador” este error es también conocido, como se explicó anteriormente, como una *sobregeneralización* de la suma de números enteros. Un caso particular de esta sobregeneralización se da cuando el estudiante “suma el denominador de una

fracción homogénea”, es decir, ese error se da cuando los estudiantes suman las fracciones siguiendo el mismo procedimiento para las fracciones homogéneas de las heterogéneas.

Cuadro 9

Categoría de errores, según docentes, al resolver operaciones básicas con fracciones - Suma

Suman fracciones de forma lineal

Suman el denominador de fracción Homogénea

Identifican mal el denominador

No encuentran el MCM

Aplicación incorrecta del MCM

No dominio del algoritmo

Olvidan procedimiento

No simplifican fracciones

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, la deducción del MCM es un método habitual en las aulas de matemática para el trabajo con fracciones. Los docentes señalan un doble error que los estudiantes cometen, el primero es no poder deducir el MCM y el segundo es no aplicarlo bien. Esto es explicado por un docente participante cuando afirma que los estudiantes “no recuerdan o aplican mal el MCM al establecer el denominador común en una suma de fracciones”. Otro error común sucede porque el estudiante olvida o no domina bien el algoritmo da suma, de este modo los docentes perciben que a los estudiantes “se les dificulta recordar en qué orden se realiza el algoritmo”. Por último, los docentes señalan que un error muy común de los estudiantes se da en la simplificación de las fracciones.

Discutidas las categorías de errores en la suma de operaciones básicas, a continuación, se hace este mismo ejercicio para la operación resta.

4.3.4.2 Categorización de errores al resolver operaciones básicas con fracciones. Resta.

A partir de la consulta a los docentes acerca de los errores más comunes de los estudiantes al resolver resta de fracciones se determinaron seis categorías, estas fueron: “resta de forma

lineal”; “error en el trabajo con los signos”; “trabajo con el denominador”; “no encuentra el MCM”; “falta de dominio del algoritmo” y “los mismos de la suma”. Estas categorías están presentadas en el cuadro 10 a continuación:

Cuadro 10

Categoría de errores, según docentes, al resolver operaciones básicas con fracciones - Resta

Restan de forma lineal

Error en el trabajo de los signos

Trabajo con el denominador

No encuentran el MCM

Falta de dominio del algoritmo

Los mismos que la suma

Fuente: Elaboración propia

La categoría “resta de forma lineal” es la más mencionada por los docentes y es equivalente a la operación suma de fracciones. La categoría “error en el trabajo de los signos” en la operación resta se da, según los docentes, cuando los estudiantes intentan trabajar con los signos, señalando que ellos “lo manejan la ley de los signos”. La categoría “trabajo con el denominador”, que hace referencia a trabajar las fracciones homogéneas y heterogéneas indistintamente y “falta del dominio del algoritmo” son igualmente compartidas con la operación suma de fracciones.

En ese sentido, se puede decir que la principal dificultad en la resta de fracciones en comparación a la suma de fracciones se encuentra en el trabajo de los signos dado que ambas siguen el mismo algoritmo tanto para las fracciones homogéneas como con las heterogéneas.

Al realizar un comparativo de las categorías para la operación suma y resta que se construyeron a partir de las concepciones docentes con la teoría previamente descrita, se puede verificar que comparten las categorías relacionadas al error producto del trabajo con el MCM (Jimenez y Rivera, 2011), la suma de fracciones como si fueran enteras como menciona Cury (2017), González (2011) y Sánchez y Moreno (2018).

Construidas las categorías de los errores para la suma y la resta de fracciones, a continuación, se presentan las categorías de errores para la multiplicación de fracciones.

4.3.4.3 Categorización de errores al resolver operaciones básicas con fracciones. Multiplicación.

Cuando se consultó a los docentes acerca de la operación básica con fracciones es, a su juicio la más fácil y la más difícil, se pudo verificar que la multiplicación es la más fácil y la menos difícil para los estudiantes, según los mismos docentes. A pesar de esta información, las respuestas de los docentes reflejan una buena cantidad de errores al momento de trabajar con la multiplicación de fracciones. Las categorías construidas a partir de este ejercicio están descritas en el cuadro 11 a continuación.

Cuadro 11

Categoría de errores, según docentes, al resolver operaciones básicas con fracciones – Multiplicación

No conocen las tablas

Operar con fracciones mixtas

Multiplicar fracción con entero

Multiplicación cruzada

No simplifican las fracciones antes de multiplicar

No simplifican al final del proceso

Se equivocan en los signos

Confunden los números que deben multiplicar

Fallan en el algoritmo

Fuente: Elaboración propia

Las dos categorías que contaron con mayor mención por los docentes es que los estudiantes “no conocen las tablas”, es decir, que se equivocan en la multiplicación de los números y “la multiplicación cruzada”, es decir, que multiplicación de fracciones la realizan “como la regla de la división ya que se le enseñó a memoriza”. Sobre este punto, un docente consultado señala que los estudiantes erran incluso usando la calculadora “se les olvida las tablas de multiplicación conste si no se les deja usar y si usan calculadora pues la poca experiencia al usarla”.

Dos casos específicos también son mencionados por los docentes. Para los docentes, los estudiantes erran al multiplicar una fracción que envuelven números enteros y/o números mixtos. Así, según los docentes, los estudiantes “cuando se multiplica una fracción por un entero tienden a multiplicar ambos términos de la fracción por el entero” y el error con el trabajo de las

fracciones mixtas se da porque los estudiantes “no convierten a fracciones impropias para multiplicar”.

Ahora bien, si recordamos cuál era el error más común en la operación suma y resta de divisiones, es decir, “error por sumar o restar de forma lineal” podremos notar que tiene mucha influencia en que la operación multiplicación con fracciones sea más fácil de asimilar los estudiantes, puesto que el procedimiento es ese el seguido para la multiplicación de fracciones. Las otras categorías determinadas a partir de las concepciones docentes hacen referencia a errores debido a que “se equivocan en los signos” y a la “no simplificación de fracciones” ya sea antes del proceso de multiplicar o al final del proceso.

A continuación, se presentan las categorías construidas a partir de la operación división de fracciones.

4.3.4.4 Categorización de errores al resolver operaciones básicas con fracciones. División.

Al analizar la operación división de fracciones, se pudo verificar ocho categorías diferentes. Las categorías con más menciones de parte de los docentes hacen referencia al proceso de división de fracciones en el que el estudiante debe trabajar con el recíproco de la fracción. Así, el principal error se da porque el estudiante “no puede encontrar el recíproco” y porque trabajan la división como si trabajaran con la multiplicación. Estas categorías están descritas en el cuadro 12 siguiente.

Cuadro 12

Categoría de errores, según docentes, al resolver operaciones básicas con fracciones - División

No puede encontrar el recíproco

Trabajan como multiplicación

No simplifican las fracciones

Involucrar conocimientos previos

Se equivocan con los signos

Olvida el algoritmo

Planteamiento de algoritmos

Confunden procesos

Fuente: Elaboración propia

Las categorías conocimientos previos y error con los signos son categorías que se comparten con la operación multiplicación y se refieren a que los estudiantes “no recuerdan las tablas de multiplicación” y “no aplican correctamente la ley de los signos” y ya han sido descritas anteriormente. Cuando los docentes mencionan la categoría “confunden procesos”, se refiere a que los estudiantes en lugar de multiplicar las fracciones lo que hacen es dividirla. Ese proceso se da cuando los estudiantes ya han aplicado el recíproco o realizan la división “cruzada”.

Al realizar una comparación de los errores al operar multiplicaciones y divisiones de fracciones a partir de la teoría y de las categorías construidas a partir de las concepciones docentes, se puede verificar que comparten los errores producto del trabajo con números mixtos.

Descritas las categorías construidas acerca de los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones, a continuación, se presentan las categorías de errores cuando los estudiantes resuelven operaciones combinadas con fracciones.

4.3.4.5 Categorización de errores al resolver operaciones básicas con fracciones. Operaciones combinadas

A partir del análisis de las respuestas de los docentes acerca de los errores que han detectado que cometen los estudiantes cuando resuelven las operaciones combinadas con fracciones, fue posible verificar ocho categorías distintas. Estas están presentadas en el cuadro 13.

De estas ocho categorías, el error más común de los estudiantes se da porque los estudiantes desconocen o no respetan la “jerarquía y orden de las operaciones”. Hay que recordar que las operaciones combinadas tienen un proceso a seguir cuando tienen signos de agrupación estas son operadas primero y al no tener más signos de agrupación se operan las multiplicaciones y divisiones con fracciones de izquierda a derecha. Esto se hace más evidente porque, según los docentes los estudiantes “No dominan el uso de los signos de agrupación”. Por último, los docentes señalan que un error que los estudiantes comenten es “operar fracciones como enteros”

y “operar fracciones como fracciones homogéneas”, lo que evidencia que en estas operaciones es posible encontrar categorías específicas con cada una de las operaciones descritas previamente.

Cuadro 13

Categoría de errores, según docentes, al resolver operaciones básicas con fracciones – Operaciones combinadas

Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una operación combinada de fracciones?

Jerarquía y orden de las operaciones

Desconocen el algoritmo

Confunden procedimientos

Ley de signos

Signos de agrupación

Simplificación

Operan fracciones como enteros

Operan como fracciones homogéneas

Fuente: Elaboración propia

Una vez se ha cumplido el objetivo principal de esta investigación que es el de categorizar los errores que cometen los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones, los autores de este estudio consideraron importante profundizar acerca de las estrategias que los docentes utilizan para la enseñanza de las operaciones con fracciones y el tratamiento que se puede dar los mismos, pese a que este estudio no tiene carácter prospectivo. Es por ello que, sin la pretensión de dictar métodos o estrategias prescriptivas, a continuación, se hará un diálogo con los docentes a modo de comprender sus estrategias ante este tema.

4.3.5 Estrategias

Los docentes, según la percepción de los autores, siempre están interesados en conocer nuevas estrategias, metodologías y recursos para tratar los temas que enseñan a sus estudiantes. Esto pudo ser verificado en esta investigación al constatar que el 100% de los docentes consideraron importante investigar los errores que cometen los estudiantes para poder aplicarlos en sus procesos de enseñanza y cerca de un 80% considero que una buena metodología podría

evitar el surgimiento de errores que cometen los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones.

Ahora bien, dado que ya se ha explicado que esta investigación no tiene como objetivo proponer estrategias y metodologías para el tratamiento de los errores, los autores si consideraron importante dialogar con las propuestas que presentan los docentes y que puedan ser analizadas en futuras investigaciones. Al consultarle a los docentes acerca del uso o no de determinadas estrategias que suelen aplicarse para tratar el error, las respuestas se presentan en la tabla 3, como se observa a continuación.

Tabla 3
Estrategias que suelen aplicarse para tratar el error.

Estrategia	Sí	No
Resolver el ejercicio o problema en la pizarra	94%	6%
Resolver el ejercicio o problema con el estudiante	97%	3%
Repetir las propiedades de las operaciones	79%	21%
Dejar una guía de ejercicios o problemas adicional	68%	32%
Colocar otro problema/ejercicio para que sea resuelto por los estudiantes en la pizarra	94%	6%

Fuente: elaboración propia

En consecuencia, con los distintos tipos de errores que se presentaron en la sección anterior, los docentes evidencian una preferencia a resolver ejercicios o problemas, ya sea en la pizarra, de forma individual o de forma grupal. La estrategia que menos se utiliza por los docentes es la asignación de guías de ejercicios o problemas adicionales. Ahora bien, conocida cuales estrategias utiliza el docente para tratar el error, se buscó indagar acerca de cómo el docente enseña las operaciones básicas en otras preguntas del IRID, para ello se preguntó de forma general *¿qué estrategias ha utilizado usted para enseñar las operaciones básicas con las fracciones?* las respuestas a esta interrogante se presentan de forma gráfica en la nube de palabras a continuación.

que los docentes buscan “hacer una demostración gráfica de las operaciones”. Otras estrategias utilizadas son el uso de “juegos” y “recursos digitales”, es decir, softwares.

Por otro lado, aun se evidencia de parte de los docentes el uso de lo que es comúnmente llamado metodologías tradicionales. Sobre este punto, un docente afirma que él parte de “ejemplos sencillos hasta que se apropien el algoritmo de cada operación y luego ir aumentando la dificultad”. Otro docente afirma su estrategia por medio del trabajo grupal e individual y cree que “la mejor manera de aprender es enseñando si se explican entre ellos y uno observa cómo lo hacen y corregir en el momento haciendo amena la clase se fija más el conocimiento”. Y sobre la estrategia de “retroalimentación de clases” un docente valida el uso de esta estrategia de enseñanza “aunque me tome un poco más de tiempo. Realizó operaciones muy básicas y elementales para que reconozcan las ideas elementales de las operaciones con fracciones. Para fortalecer los conocimientos de los estudiantes parto de la idea de que no recuerdan nada”.

Todas estas estrategias son utilizadas por los docentes para la enseñanza de las operaciones básicas con fracciones, sin embargo, ¿cómo consideran los docentes que debe tratarse los errores que cometen los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones? Nuevamente, en esta investigación se les preguntó a los docentes sobre la efectividad o no de ciertas estrategias en el tratamiento del error. Los datos se presentan en la tabla 4 a continuación.

Tabla 4

Estrategia es efectiva para tratar el error

Estrategia	Sí	No
Resuelve el ejercicio o problema en la pizarra	97,1%	2,9%
Resuelve el ejercicio o problema con el estudiante	94,1%	5,9%
Repetir las propiedades de las operaciones	73,5%	26,5%
Dejar una guía de ejercicios o problemas adicional	76,5%	23,5%
Colocar otro problema/ejercicio para que sea resuelto por los estudiantes en la pizarra	97,1%	2,9%

Fuente: elaboración propia

Al comparar estos resultados con las estrategias que se les preguntó a los docentes que utilizaban para tratar el error, puede notarse que las mismas tres estrategias “resuelve el ejercicio o problema en la pizarra”, “resuelve el ejercicio o problema con el estudiante” y “colocar otro problema/ejercicios para que sea resuelto por los estudiantes en la pizarra” son las que gozan de

Los docentes señalan como estrategias para el tratamiento del error al “refuerzo de las operaciones” y al “refuerzo teórico”. Cuando un docente habla del uso del refuerzo de las operaciones afirma que esto busca “reforzar los pasos con mayor dificultad, explicar más y hacer más ejercicios” y cuando se refiere al refuerzo teórico otro docente afirma que se busca “explicar nuevamente los procedimientos. Partir de lo más fácil a lo complejo”.

Sobre el “trabajo grupal”, los docentes buscan que los estudiantes puedan entre ellos resolver ejercicios y problemas sobre operaciones con fracciones; otra estrategia aplicada con el colectivo de estudiante es el uso de tutores que se encargan de ayudar a sus compañeros. Sobre el “trabajo individual” el docente lo que busca es que los estudiantes resuelvan en su cuaderno o en la pizarra ejercicios o problemas que involucren operaciones con fracciones, además en este trabajo individual el docente busca conocer específicamente las dificultades de los estudiantes y así ayudarles a superarlos.

Las últimas estrategias planteadas por los docentes para el tratamiento del error son el uso de recursos manipulables, multimedia y de juegos. Entre los recursos manipulables los docentes mencionan la utilización de “geoblocks, bingo de las fracciones y plastilina”, de materiales multimedia se refiere al uso de “videos para que puedan ver otros procesos” y sobre los juegos un docente menciona que los utiliza “para que [el estudiante] se interese”.

Finalizado el objetivo de presentar las categorías de errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones, a continuación, se presenta un cuadro resumen de todos los hallazgos del estudio.

4.4 Cuadro 16 resumen de categorías según variables del estudio.

Variables	1. ¿Qué es error	2. Causas del error	3. Operaciones más fácil y difícil			
			Operación más Difícil		Operación más fácil	
Categorías	Aplicación incorrecta	Olvido Falta de interés del estudiante	Multiplicación	Multiplicación lineal Sencillez del proceso	Suma	Dificultad del proceso y de los algoritmos Operaciones combinadas Confunde con multiplicación Método de enseñanza del docente Conocimientos previos Denominadores heterogéneos Por MCM
	Equivocación	Predisposición emocional		Un solo algoritmo Por memorización		
	Procedimiento no lógico	Falta de atención		Se asocia con la suma		
	No asimilación del estudiante					
	No adquisición de una competencia del estudiante	No comprenden la teoría ni la práctica	Suma	Sumas homogéneas	Resta	Procesos y algoritmos Ley de los signos Método de enseñanza Denominadores heterogéneos Por el MCM
	Conocimiento incorrecto	Falta de práctica Conocimientos previos	Resta	Facilidad del procedimiento	División	Resuelven como multiplicación Olvidan procesos Simplificar Procesos afectivos
	Aprendizaje incorrecto	No seguir procedimientos				
	Dificultades	Docentes de años anteriores Enseñanza incorrecta Cuestiones curriculares	División	División/Multiplicación	Multiplicación	Olvidan procesos

Fuente: Elaboración propia

Variables	4. Categoría de errores según operación básica				5. Estrategias		
	Suma	Resta	Multiplicación	División	Operaciones combinadas	Para la enseñanza	Para tratar el error
Categorías	Suman fracciones de forma lineal.		No conocen las tablas				
	Suman el denominador de fracción Homogénea.	Restan de forma lineal	Operar con fracciones mixtas	No puede encontrar el recíproco	Jerarquía y orden de las operaciones	Recursos manipulables	Refuerzo de las operaciones
	Identifican mal el denominador	Error en el trabajo de los signos	Multiplicar fracción con entero	Trabajan como multiplicación	Desconocen el algoritmo	Uso de representaciones geométricas	Refuerzo teórico
	No encuentran el MCM	Trabajo con el denominador	Multiplicación cruzada	No simplifican las fracciones	Confunden procedimientos	Recursos digitales	Trabajo grupal de estudiantes
	Aplicación incorrecta del MCM	No encuentran el MCM	No simplifican las fracciones antes de multiplicar	Involucrar conocimientos previos	Ley de signos	Juegos	Trabajo individual de estudiantes
	Aplicación incorrecta del MCM	No encuentran el MCM	No simplifican al final del proceso	Se equivocan con los signos	Signos de agrupación	Trabajo tradicional	Trabajo individual de estudiantes
	No dominio del algoritmo	Falta de dominio del algoritmo	No simplifican al final del proceso	Se equivocan con los signos	Simplificación	Trabajo teórico	Recursos manipulables
	No dominio del algoritmo	Se equivocan en los signos	Se equivocan en los signos	Olvida el algoritmo	Operan fracciones como enteros	Trabajo con ejercicios	Recurso multimedia
	Olvidan procedimiento	Los mismos que la suma	Confunden los números que deben multiplicar	Planteamiento de algoritmos	Operan como fracciones homogéneas	Retroalimentación clases	Juegos
No simplifican fracciones		Fallan en el algoritmo	Confunden procesos				

Fuente: Elaboración propia

Conclusiones y recomendaciones

Como conclusión general se puede decir que los objetivos y las preguntas del estudio fueron respondidas. A pesar que existieron algunas dificultades iniciales para la realización de la investigación, sin embargo, se pudo profundizar acerca del qué es el error, sus causas a partir de las concepciones docentes y de la teoría; además se pudo construir una categorización de errores que cometen los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones por cada una de las cuatro operaciones básicas y con operaciones combinadas, esto a partir de las concepciones docentes y; se pudo construir categorías de estrategias para la enseñanza de las fracciones y el tratamiento didáctico de los errores que dan los docentes, a partir de sus propias concepciones.

Ahora bien, de forma específica, este estudio realizado puede concluir que:

- ✓ Existe una relación entre las concepciones didácticas de los docentes y las teorías que definen al error como una consecuencia en tres vías: el error como la falta de un conocimiento; el error como la incomprensión de los procedimientos o de los algoritmos matemáticos y; el error como un conocimiento asimilado de forma equivocada. Asimismo, puede verificarse que los docentes tienen una carga negativa sobre el error, en lugar de verlo como una oportunidad de aprendizaje (Astolfi, 2003).
- ✓ Sobre las causas del error se puede concluir que, a la luz de los planteamientos de los docentes, existen tres agentes causantes de los errores: estudiantes, docentes y el currículo. Cuando los docentes mencionan al estudiante como el causante del error, hacen énfasis en sus actitudes y elementos socioemocionales: falta de interés, olvido, falta de atención y falta de práctica. También mencionan una predisposición o aversión a la matemática como causa de esos errores.

Al referirse a los docentes como causa de los errores, mencionan que los docentes de años anteriores no explicaron bien el contenido, además señalan a una mala enseñanza de las temáticas de los docentes tanto de los años anteriores, como de ellos mismos. Los docentes parecen creer que existe una metodología efectiva que puede evitar la aparición del error, es decir, consideran que la metodología juega un papel preventivo del error. Para Astolfi (2003) el error es propio de la matemática misma, es decir, es inherente a la materia y no

existe forma de eliminarse. Astolfi añade que “el error es una dificultad objetiva en la apropiación del contenido enseñado” (Astolfi, 2003, p. 21).

Sobre el currículo, los docentes señalan que existe poco tiempo asignado para enseñar este tema y que, al ser un tema recurrente a partir del sexto grado en adelante, requiere una retroalimentación constante del mismo que no está prevista en las jornadas oficiales.

- ✓ Los docentes tienen claridad sobre la operación básica con fracciones que es más fácil y más difícil de resolver de parte de los estudiantes. Para ellos, la operación multiplicación es, por mucho, la operación que menos errores y dificultades presentan los estudiantes. La operación más difícil para los estudiantes es la operación suma y resta. ¿A qué se debe esto? Según el análisis realizado, esta concepción docente se debe en ambos casos al procedimiento que siguen los estudiantes para resolver las operaciones con fracciones.

El error más común para los estudiantes cuando suman y restan fracciones es la llamada sobregeneralización de la propiedad suma de números enteros sobre los números fraccionarios o mejor conocida como suma/resta lineal. Ahora bien, este mismo procedimiento es el procedimiento correcto en la multiplicación de fracciones, es decir, el método para operar multiplicaciones de fracciones es la multiplicación de numerador-numerador sobre multiplicación denominador-denominador, o sea, multiplicación lineal. Dado que el algoritmo para la suma y resta es idéntico, eso explica el porqué ambas son consideradas por los docentes como más difíciles para los estudiantes.

Sobre el nivel de dificultad de ejercicios o problemas que involucren operaciones básicas con fracciones, los docentes tienen claro que es la resolución de problemas la que mayor genera dificultad a los estudiantes. Esto se debe a que resolver problemas requiere, además del dominio procedimental de las operaciones básicas que están incluidas en la resolución de ejercicios, un importante ejercicio de análisis e interpretación del planteamiento del problema.

- ✓ A partir de las categorizaciones realizadas para cada una de las operaciones básicas con fracciones, se pudo verificar que existe una gran relación entre las categorías de la operación suma con la operación resta y una gran relación entre la operación multiplicación con la operación división. En el caso de la operación resta, existen categorías asociadas a los errores producto de la aplicación de la ley de los signos y, es

decir, es un elemento procedimental. En caso de la división existe unas categorías propias al conocimiento del recíproco de una fracción, es decir, es un elemento conceptual.

- ✓ Los docentes son críticos y autocríticos con las metodologías de enseñanza de las operaciones básicas con fracciones y con el tratamiento didáctico de los errores. Las estrategias de enseñanza de las fracciones incluyen el considerar los conocimientos previos de los estudiantes y el de retroalimentar las temáticas estudiadas previamente. Sobre las estrategias de tratamiento del error, los docentes ponderan positivamente el trabajo individual y colectivo entre estudiantes acompañados o no de tutores que puedan orientar el trabajo.

Además de estas herramientas, se pudo constatar un interés de los docentes de alejarse de teorías conocidas como tradicionales para la enseñanza de las fracciones y del tratamiento de los errores producto de ellos, tales como la clase expositiva y la asignación de guías de ejercicios y problemas adicionales.

A su vez, los docentes consideran importante el reforzamiento de las temáticas. Este refuerzo es visto como una actividad adicional a las clases y posterior a la detección de errores. Este planteamiento sugiere una divergencia entre las estrategias tradicionales para la enseñanza de las fracciones y el tratamiento de los errores.

Por último, un trabajo de investigación, como establece (Fiorentini y Lorenzatto, 2010) no es una conclusión de un tema de estudio, sino el cierre temporal del mismo. Por ello, los autores de esta investigación proponen para futuros estudios:

- ✓ La realización de las categorías de errores por operación básica con fracciones a partir de pruebas y ejercicios aplicados con estudiantes de tercer ciclo y bachillerato. Así como conocer qué operaciones son más fáciles y difíciles para los propios estudiantes.
- ✓ Profundizar en las oportunidades didácticas que se pueden construir a partir de la construcción de las categorías de los errores.
- ✓ Realizar un cuadro comparativo entre las categorías construidas por los autores de este estudio con las categorías de errores a partir de los estudiantes.
- ✓ Analizar con los estudiantes la efectividad de las estrategias aplicadas por los docentes para la enseñanza de las fracciones y el tratamiento de los errores.

Con estos últimos análisis, los autores agradecen a los lectores de esta investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andonegui, M. (2006). *Fracciones I: Orden y operaciones* (serie 9). Caracas, España: Federación internacional Fe y Alegría.
- Andonegui, M. (2006). *Fracciones II: Orden y operaciones* (serie 10). Caracas, España: Federación internacional Fe y Alegría.
- Astolfi, J.P. (2003). El error, un medio para enseñar 2da Ed.. México: Díada Editorial.
- Baldor, A. (1992). *Aritmética*. D.F., México: Publicaciones Cultural.
- Cortina, J., Zúñiga, C., & Visnovska, J. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Educación Matemática*, 25(2), 7-26. Recuperado 6 Julio 2020 de <http://www.revista-educacion-matematica.com/pdf/documentos/REM/REM25-2/Vol25-2-1.pdf>
- Creswell, J.W. (2010). *Proyecto de pesquisa. Métodos qualitativo, quantitativo e misto* 3ra Edición. Porto Alegre: Artmed.
- Cury, H.N. (2017). *Análises de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. 2 Ed. Belo Horizonte: Autêntica.
- D'Amore, B. (2007). *Elementos de didáctica da matemática*. São Paulo: Editora livraria da física.
- Del Olmo, D. G. (2015). *Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria* (Tesis de postgrado). Universidad de Cantabria, Cantrabria, España.
- Di Pego, V. P. (2012). Las fracciones: ¿problema de aprendizaje o problemas de la enseñanza? *Revista Pilquen*, XIV (8).
- Fiorentini, D., Lorenzato, S. (2010). *Investigación en Educación Matemática: recorridos históricos y metodológicos* (Alfonso Jiménez Espinosa, trad.). Campinas, SP, Brasil: Autores asociados.
- González, A. (2011). Construcción del significado de las fracciones algebraicas y sus operaciones a partir de las fracciones aritméticas. *Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística* (8 y 9 de Septiembre 2011). Recuperado el 8 de Julio de 2020 de <http://funes.uniandes.edu.co/9825/>
- González, J., Fernández, C., & Llinares., S. (28 de 12 de 2019). *El fenómeno natural number bias: un estudio sobre los razonamientos de los estudiantes en la multiplicación de números racionales* (artículo de revista). Recuperado el 9 de julio de 2020, de <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/100918>
- Jiménez, A., & Rivera, M. (2011). Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales. *Revista Academia y Virtualidad*, 7(1), 86-101. Recuperado 6 julio 2020, de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5061055>
- Liern, V. (noviembre 2008). Las fracciones de la música. *Suma*. Semana (59), pp. 129-134
- Liern, V. (2005): "Fuzzy tuning systems: the mathematics of musicians", *Fuzzy Sets and Systems* 150, pp. 35-52.
- Londoño, N., Kakes, A., & Llanes, J. (2015). *Dificultades en conceptos matemáticos que impliquen el uso de fracciones*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 230-237). Recuperado el 9 de julio de 2020, de <http://funes.uniandes.edu.co/10749/>
- Lopes, A. J. (2014). Resolução de problemas. In: Ministério de Educação de Brasil. Secretaria de Educação Básica. (2014). *Pacto Nacional pela Alfabetização na idade certa: saberes matemáticos e outros campos do saber*. Brasil: Brasília.

- López, E., Michel, H., Rodríguez, & A. Sánchez, N. (2017) *Matemática y vida cotidiana I*. México: Editorial Universitaria.
- López, Y., Corona, A., & Juárez, J. A. (2017). Requerimientos cognitivos y conceptuales para el aprendizaje de las fracciones en estudiantes de secundaria. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 339-346. Recuperado el 10 de Julio de 2020, de <http://funes.uniandes.edu.co/15519/>
- López, W., & López, W. (2017). Las dificultades conceptuales en el proceso de aprendizaje de la Matemática en el segundo año de Educación Media. Recuperado 6 Julio 2020, de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6585681>
- Ministerio de Educación. (2018). *Matemática 4*. El Salvador.
- Ministerio de Educación. (2018). *Matemática 5*. El Salvador.
- Ministerio de Educación. (2018). *Matemática 6*. El Salvador.
- Ministerio de Educación. (2018a). *Matemática, Programas de estudio Primer Ciclo de Educación Básica*. El Salvador.
- Ministerio de Educación. (2018b). *Matemática, Programas de estudio Segundo Ciclo de Educación Básica*.
- Ministerio de Educación. (2018c). *Matemática, Programas de estudio Tercer Ciclo de Educación Básica*.
- Moraes, R. (1999). *Análise de conteúdo*. *Revista Educação*, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.
- Parra, M. & Flores, R. (2008). Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones. *Educación Matemática*, 20(1), 31-52. Recuperado 6 Julio 2020 de <http://www.revista-educacion-matematica.com/descargas/Vol20-1.pdf>
- Pinilla, D. (2015). Indagación sobre la comprensión de la suma de fracciones en estudiantes de grado noveno. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 685-689. Recuperado 10 Julio 2020 de <http://www.ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/135/136>
- Rivera, M., & Rodríguez, F. (2010). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos de primer año de nivel bachillerato. *Memoria de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 240-247). Monterrey: Red Cimates. Recuperado 7 Julio 2020, de <http://funes.uniandes.edu.co/16366/>
- Robles, R., Robles, M., Minquini, M. & Lechuga, A. (2003) *Matemáticas en acción 4° de primaria, libro del maestro*. México: Fernández Editores.
- Sánchez, M. (2012). *Re- construyendo los números racionales*. (tesis de grado). Recuperado el 8 de Julio de 2020, de <http://www.bdigital.unal.edu.co/7271/>
- Sánchez, I., & Moreno, R. (2018). Competencias matemáticas en fracciones en alumnos de nuevo ingreso a nivel universitario. *In Crescendo*, 9(3), 525-539. Recuperado 6 julio 2020, de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6853090>
- Valdemoros, M. (2010). Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de fracciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-II), 423-440. Recuperado 10 Julio 2020 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33558827012>
- Velazco, H., (1999). *Problemas de Aritmética y Cómo Resolverlos*. Perú: RACSO.
- Wagner, G. & Barrero, A. & Torres, H., (2010). *Principios Básicos de Aritmética*. Quindío, Colombia: Elizcom.
- Zarco, Á. (2012). *Historia del Papiro Rhind y Similares*. España: Autor.

Zorzoli, G., Giuggiolini, I. & Mastroianni, A. (2005). *Competencias básicas Matemática aplicada al área de la mecánica*. 1st ed. Buenos Aires: Banco Interamericano de Desarrollo.

ANEXOS

Instrumento Docente: Errores de los estudiantes del Tercer Ciclo de Educación Básica al resolver operaciones básicas con números fraccionarios.

El presente instrumento tiene como objetivo conocer las concepciones de docentes que enseñan matemática en el Tercer Ciclo de Educación Básica sobre los errores que comenten los estudiantes al resolver operaciones básicas con números fraccionarios.

Se garantiza el uso estrictamente académico de las respuestas y por ningún motivo se publicará nombres y correos electrónicos de los participantes.

Se solicita, por favor, tomarse el tiempo necesario para responder el instrumento.

El tiempo para llenado de este formulario es de 30 minutos máximo.

De antemano, muchas gracias.

***Obligatorio**

1. Dirección de correo electrónico *

Parte I

A continuación se consultarán aspectos personales y profesionales. Recuerde, esta información es confidencial.

2. Indicar su sexo

Marca solo un óvalo.

- Mujer
- Hombre
- Prefiero no decirlo

3. ¿Cuál es su edad?

Marca solo un óvalo.

- Menor a 25 años
- Entre 26 y 35 años
- Entre 36 y 45 años
- Entre 46 y 55 años
- Mayor a 56 años

4. ¿A qué sector laboral pertenece la institución donde labora? *

Marca solo un óvalo.

- Centro Escolar Público
- Colegio Privado
- Ambos

5. Código de Infraestructura del Centro Escolar o Colegio Privado donde labora *

6. ¿Cuál es su último grado académico obtenido?

Marca solo un óvalo.

- Profesorado
- Licenciatura
- Maestría
- Doctorado

7. ¿A qué grados imparte la asignatura de matemática? (Puede marcar varias opciones) *

Selecciona todos los que correspondan.

- Parvularia
 1° a 3° grado de Educación Básica
 4° a 6° grado de Educación Básica
 7° a 9° grado de Educación Básica
 Bachillerato
 No enseño matemática

8. ¿Cuántos años de experiencia docente tiene? *

Marca solo un óvalo.

- Menor a 3 años de experiencia
 Entre 3 y 10 años de experiencia
 11 a 15 años de experiencia
 16 a 20 años de experiencia
 Mayor a 20 años de experiencia

Parte
II

En esta sección se solicita información con preguntas cerradas. A continuación, se pide su opinión sobre los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con números fraccionarios.

9. 1. ¿Considera importante investigar el uso de errores para la enseñanza de las fracciones? *

Marca solo un óvalo.

- Sí
 No
 Tal vez

10. 2. Según su criterio y experiencia, ¿por qué los estudiantes erran al resolver operaciones básicas con fracciones? (Puede marcar más de una opción) *

Selecciona todos los que correspondan.

- Por distracción/descuido del estudiante
- Desinterés por aprender de parte del estudiante
- Por la propia dificultad del aprendizaje de las fracciones
- Porque se dedica poco tiempo para los temas
- Porque se enseña mal en grados anteriores
- Porque el profesor/a no muestra interés en enseñar

11. 3. Según su criterio y experiencia, ¿qué operación básica con fracciones resulta más fácil de resolver por sus estudiantes? *

Marca solo un óvalo.

- Suma
- Resta
- Multiplicación
- División

12. 4. Por favor explique, ¿por qué considera que esa operación básica con fracciones que señaló en la pregunta anterior resulta más fácil de resolver por los estudiantes?

13. 5. Según su criterio y experiencia, ¿qué operación básica con fracciones resulta más difícil de resolver por sus estudiantes? *

Marca solo un óvalo.

- Suma
 Resta
 Multiplicación
 División

14. 6. Por favor explique, ¿por qué considera que esa operación básica con fracciones que señaló en la pregunta anterior resulta más difícil de resolver por los estudiantes?

15. 7. Según su criterio y experiencia, ¿qué actividad matemática resulta más complicada para los estudiantes? *

Marca solo un óvalo.

- Resolución de un ejercicio que incluya operaciones básicas con fracciones (aplicación directa de un algoritmo)
 Resolución de un problema que incluya operaciones básicas con fracciones (planteamiento del problema, deducción de algoritmo solicitado y aplicación de algoritmo)

16. 8. A continuación se presentan una serie de estrategias que suelen aplicarse para tratar el error. Para cada una de ellas, responda sí o no si usted la ha aplicado esa estrategia para tratar el error de un estudiante cuando resuelve problema o ejercicio que involucre las operaciones básicas con fracciones. *

Marca solo un óvalo por fila.

	Sí	No
Resolver el ejercicio o problema en la pizarra	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Resolver el ejercicio o problema con el estudiante	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Repetir las propiedades de las operaciones	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Dejar un a guía de ejercicios o problemas adicional	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Colocar otro problema o ejercicio para que sea resuelto por los estudiantes en la pizarra	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

17. 9. A continuación se presentan una serie de estrategias que suelen aplicarse para tratar el error. Para cada una de ellas, responda sí o no si usted considera que esa estrategia es efectiva para tratar el error de un estudiante cuando resuelve problema o ejercicio que involucre las operaciones básicas con fracciones. *

Marca solo un óvalo por fila.

	Sí	No
Resolver el ejercicio o problema en la pizarra	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Resolver el ejercicio o problema con el estudiante	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Repetir las propiedades de las operaciones	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Dejar un a guía de ejercicios o problemas adicional	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Colocar otro problema o ejercicio para que sea resuelto por los estudiantes en la pizarra	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

18. 10. ¿Considera que una buena metodología de enseñanza puede evitar que los estudiantes erren al resolver operaciones básicas con fracciones? *

Marca solo un óvalo.

- Sí
- No
- Tal vez

Parte
III

En esta parte se hacen preguntas abiertas para profundizar sobre sus respuestas previas acerca de los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con números fraccionarios. Se pide, por favor, detallar lo más posible sus respuestas.

19. 11. Según su criterio y experiencia, ¿qué entiende por error en el proceso de aprendizaje de los estudiantes? *

20. 12. Según su criterio y experiencia, ¿Cuál es la causa que hace que los estudiantes erren al resolver operaciones básicas con fracciones? *

21. 13. ¿Por qué considera que es importante analizar y estudiar los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones? *

22. 14. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una suma de fracciones? *

23. 15. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una resta de fracciones? *

24. 16. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una multiplicación de fracciones? *

25. 17. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una división de fracciones? *

26. 18. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una operación combinada de fracciones? *

27. 19. ¿Qué estrategias ha utilizado usted para enseñar las operaciones básicas con las fracciones? *

28. 20. ¿Qué estrategias ha utilizado usted para tratar el error en el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones? *

Autorización

Agradecemos su colaboración en el llenado de este formulario. Le recordamos que este formulario tiene carácter confidencial y su información personal no será publicada.

29. Autorizo el uso de esta información para fines académicos y he sido informado que los autores del formulario garantizan el anonimato de las respuestas. *

Marca solo un óvalo.

Sí autorizo

Este contenido no ha sido creado ni aprobado por Google.

Google Formularios

Anexo II: Respuestas de los docentes por variables de estudio.

Respuestas de docentes

Variable	Pregunta y respuestas
Error en educación matemática	<p>11. Según su criterio y experiencia, ¿qué entiende por error en el proceso de aprendizaje de los estudiantes?</p> <p>Respuestas</p> <p>Desconocimiento de procesos lógicos Creo que existen diferentes tipos de errores. Puede aprender bien un método, pero aplicarlo en la operación incorrecta (por ejemplo, tratar de sumar en línea recta, como lo haría en una multiplicación) Puede comprender de manera incorrecta o incompleta un método, llevándolo al fracaso Puede comprender muy bien el método, pero equivocarse en una operación numérica ($1 + 1 = 3$) Entre otros tipos de errores... Utilizar procesos equivocados o contrarios a las propiedades matemáticas Es lo que se enfrenta en estos momentos el estudiante, de acuerdo con los criterios que se plantean y él lo comprende de otra manera Un error en el proceso es cuando los procesos no han sido asimilados y por tanto los estudiantes no pueden desarrollarlos de forma autónoma y terminan aplicando mal un proceso, este puede ser de forma parcial o total. Usar de forma incorrecta el algoritmo de solución, o también equivocarse en alguna operación básica. Es la interpretación y aplicación incorrecta de una concepto o algoritmo al momento de plantear la solución de un problema. Proceso que se realizó de manera incorrecta Equivocación No saber aplicar los procedimientos necesarios para llegar a la solución un conocimiento erróneo u olvido no realizar proceso correcto, o procesos intermedios Cuando el estudiante aplica mal o aplica otro proceso. Brindar una respuesta o procedimiento falsa como verdadera. Que son todas aquellas dificultades que presentan los alumnos en diferentes temáticas. Cuando estos no poseen la habilidad de manejar operaciones básicas, pues ayuda a manejar el resto de las operaciones ya que son el pilar de cualquier otro proceso que es una receta de operaciones básicas colocadas en un algoritmo Aplicar incorrectamente el algoritmo para calcular la respuesta. Aplicación de algoritmos y propiedades de forma equivocada Seguir los procedimientos, pero no llegar a la respuesta correcta</p>

	<p>Proceso mal aplicado Mala resolución de un problema 9 ejercicio Se equivoca al plantear una solución Un procedimiento no adecuado Equivocarse en alguna parte del proceso lo cual no me permite llegar a la respuesta correcta Un error es la realización de un procedimiento matemático que no tiene la lógica para llegar a la respuesta esperada Son los fallos en el planteamiento y desarrollo del ejercicio o un problema Aplicar mal el proceso a la hora de resolver un ejercicio o problema El manejo del MCM y falta de aprendizaje de la factorización Cuando el estudiante no adquiere las competencias necesarias de un tema específico. No se realizó el proceso correcto de interiorización conscientemente del algoritmo matemático Aprendizaje incorrecto por parte del alumno y Mala metodología por parte del maestro Cuando el chico se le olvida algún proceso del cual depende el siguiente paso, aunque el proceso que va haciendo este bueno, pero como se le olvida aplicar bien la regla para resolver dicho problema Seguir el camino equivocado y desviarse de los que conducen a la respuesta. llevar la secuencia de los algoritmos en el desarrollo de los ejercicios</p>
<p>Causas de los errores</p>	<p>12. Según su criterio y experiencia, ¿Cuál es la causa que hace que los estudiantes erren al resolver operaciones básicas con fracciones?</p> <p>Respuestas Olvidan pasos mentales Desinterés de aprendizaje Olvido (algunos lo aprenden en su grado correspondiente, pero, por ejemplo, al siguiente año ya lo olvidaron) Enseñanza tradicional, que no genera interés en el alumno Enseñanza incorrecta del maestro (generalmente en educación básica los maestros no suelen ser especialistas, ellos pueden enseñar incorrectamente debido a eso) Etc. Los estudiantes no han asimilado lo que es una fracción y no se han apropiado de los algoritmos de cada operación Como lo abordamos en sus inicios, cuando se da este tema Falta de interés y concentración en primer lugar. Luego, también depende del método de enseñanza, y también hay que considerar las diferencias individuales, no todos los estudiantes tienen las mismas habilidades, por tanto, habrá unos que aprendan muy rápido y otros que les demore un poco más de tiempo. Una puedes ser que no tienen bases de años anteriores y que a veces el estudiante noble da la importancia necesaria a los temas. Y que siempre se predispone a que es un proceso difícil. Falta de comprensión y análisis numérico de los estudiantes, pues al resolver los ejercicios y problemas lo intentan hacer de forma mecánica según lo que lograr recordar y en el mejor de los casos asocian un nuevo ejercicio o problema con uno que ya han resuelto con anterioridad.</p>

	<p>Falta de interés por aprender. No ponen atención El desinterés por aprender Docentes no especialistas- No enseñar con objetos concretos- Colocar ejercicios demasiados engorrosos no comprenden la pregunta, por lo tanto, no saben cómo resolverla Falta de práctica. Falta de interés del alumno en aprender correctamente el proceso. No tener una noción clara y precisa del concepto. La poca práctica y el desinterés por parte de los alumnos. La falta de voluntad, no se trata de errores en los maestros el que quiere aprender busca otros recursos creo que todos conocemos esa experiencia No se fundamenta suficiente los procedimientos para el cálculo de las operaciones. No comprenden las propiedades ya que no se hace uso de aplicaciones en la vida real Bajo dominio del "MCM" y *MCD*, además de deficiencias en las tablas de multiplicar y a veces en la división, al no dominar las operaciones básicas difícilmente resolverá con éxito lo de las fracciones. También BAJO DOMINIO de la simplificación Omitir algunos pasos Mala comprensión del algoritmo y no comprende los ejercicios No comprendieron la teoría No hay aprendizaje significativo Las bases de años anteriores y poco interés de parte de ellos. Se equivocan por varias razones; la más importante es porque no comprenden el significado de la operación que están realizando. Además, por el poco dominio de las operaciones básicas y del procedimiento que requiere cada operación con fracciones. El poco dominio y deficiencia en el aprendizaje de las operaciones básicas en los niveles básicos y el poco interés por aprender, además del apoyo en la familia para fomentar hábitos de estudio Los procedimientos, no seguir los algoritmos para llegar a la respuesta correcta en cada uno de los ejercicios Factorización y aplicación de operaciones básicas No se acostumbra a enseñar las operaciones con fracciones, siguiendo una secuencia lógica y ordenada y no se contextualiza la operación con situaciones de la realidad. Para identificar la verdadera naturaleza de los algoritmos a utilizar. No hay interiorización del procedimiento para operar fracciones No se comprende que es una fracción...y se les dificulta la simplificación de fracciones. La falta de concentración al momento de estar resolviendo los ejercicios o problemas Definitivamente el desinterés por aprender y hacer bien las cosas. muchos no tienen interés, no se pueden las tablas, no les gusta analizar los problemas, falta de lógica matemática</p>
Operación básica más	4. Por favor explique, ¿por qué considera que esa operación básica con fracciones que señaló en la pregunta anterior resulta más fácil de resolver por los estudiantes?

fácil y más difícil

Respuestas

Se opera horizontal directamente

Por la "dirección" en la que se operan los números, es decir, "se multiplican en línea recta"

Procesos directos con menos algoritmos

Por su operación en forma horizontal

Por la dificultad de los pasos a seguir

Porque el algoritmo de solución es más sencillo, ya que es en forma lineal.

El algoritmo que se suele enseñar en grados de primaria resulta más sencillo de usar al ser retomado en el segundo y tercer ciclo.

Si es suma con igual denominador si es fácil ya que no requiere tanto proceso

Por el algoritmo sencillo

Solo se hacen dos operaciones

Lamentablemente seguimos enseñando para que el alumno memorice y no el porqué de las cosas, por lo tanto, es más fácil de recordar el proceso de la multiplicación que el proceso de la suma o resta

cuando son homogéneas

El proceso es más directo e intuitivo

Brevidad de algoritmo

Porque cuando hacen el cambio en la segunda fracción para hacerla multiplicación casi siempre la dejan igual.

El producto es una forma abreviada de sumar, pero se dificulta en los alumnos pues no muestran interés en memorizar las tablas básicas

La regla básica para multiplicar fracciones es relativamente sencilla porque deben multiplicarse los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. se debe insistir en la simplificación de los productos para tener una fracción reducida a su mínima expresión.

Por ser producto lineal

por la regla de resolución, utilizado.

Por ser un proceso corto y sencillo, donde lo indispensable son las tablas de multiplicar

Porque se multiplica en línea recta, es decir numerador con numerador y denominador con denominador.

Les resulta fácil la suma cuando las fracciones tienen el mismo denominador

Es donde han tenido mayores aciertos

Por multiplicar numerador con numerador y denominador con denominador

Porque es una multiplicación y se hace solo proceso de multiplicar, es decir, no hay combinación de sumas o restas como en las otras operaciones. Además, no hay que hacer movimientos en las fracciones, sino que se hace directamente

Porque se les facilita hacer operaciones en forma lineal y en esta solo multiplica los numeradores entre sí, y los denominadores entre si

Desde grados más pequeños lo primero que se enseña son las sumas ellos comprenden muy bien ese concepto, sin embargo, en la resta ya nos encontramos con mayor dificultad porque debemos saber que fracción es más grande para restarlo, tiene un grado más de complejidad

Porque no tienen otro proceso que resolver
Por ser la operación más práctica. Ya que se resuelve sin algoritmos nuevos para el estudiante, solamente se resuelve mediante dos productos de números enteros
Porque el procedimiento no varía en fracciones heterogéneas y homogéneas
Se requiere menos procedimiento para resolver un producto.
Porque como el proceso es en línea recta solo ven las tablas y sacan el resultado
El proceso es más corto
porque solo tienen que multiplicar en forma lineal

6. Por favor explique, ¿por qué considera que esa operación básica con fracciones que señaló en la pregunta anterior resulta más difícil de resolver por los estudiantes?

Respuestas

Lleva más algoritmos

El proceso es más complejo, al tener que multiplicar los denominadores y luego numeradores en diagonal; y luego tener que restar... (Y si al final aún se debe simplificar, ni se diga)

Aunque también depende del método que se les enseñe, que, por lo general es ese

La ley de los signos agrega a la resta una mayor dificultad que la suma

Porque creen que lleva el mismo patrón que la multiplicación

Se requieren muchos pasos a seguir para poder resolverlas, al igual que en la suma.

Porque el estudiante busca la suma de forma lineal. Y no analiza la diferencia de sumar fracciones con multiplicar fracciones. Y porque se les dificulta combinar operaciones de multiplicación y división. Por MCM

La dificultad se hace evidente cuando los números tienen diferente denominador o cuando se trabaja con números mixtos, para ellos resulta más complejo el algoritmo que se emplea para sumar y consecuentemente se les dificulta restar también.

Porque algunos estudiantes se les olvida el proceso.

Heterogéneas

Lleva más procedimientos

Porque estamos enseñando para memorizar una regla y no enseñamos el porqué de esa regla, además en este nivel los docentes no son especialistas, es necesario que el MINEDUCYT realice cambios muy importantes en las asignaturas de Matemática y Ciencias, colocando especialistas de esta materia a partir de tercer grado, el error no es de los alumnos el error lo comete el docente al enseñar operaciones con fracciones, el otro punto importante es el por qué los alumnos creen que este tema es complicado es por el tipo de ejercicios que dejan los docentes en este nivel, en los denominadores colocan números grandes que le complican la vida al estudiante y para rematar demasiados sumandos, cuando lo que nos interesa es por qué vamos a obtener el MCM de los denominadores, el porqué de dividir entre el MCM y este resultado multiplicarlo por el numerador, debemos de realizar este tema con objetos concretos para que comprendan muy bien que es lo que se está haciendo, con fracciones con denominador pequeño y tres sumando a lo sumo, además no le recordamos que puede utilizar la propiedad asociativa para la suma y se lo volvemos a complicar, la matemática hay que enseñarla de una forma fácil no para complicar la vida a los estudiantes. Cuando hagamos todos esos cambios la historia

	<p>con respecto a este contenido va a cambiar. la confunden con la suma Porque implica un proceso que no es parecido a la suma de números enteros Dificultad de algoritmo Por no cambiar la segunda fracción con que se divide la primera fracción. Es igual en la suma que en la resta les cuesta memorizar el algoritmo Cada vez que se aborda la solución de divisiones de fracciones y de otros conjuntos existe un rechazo o una aversión porque no tienen suficientes bases para el cálculo del cociente. Se olvida que es producto en cruz por el uso de los signos y la confusión de suma con resta. Resulta complicado cuando son mixtas la variedad de procesos los confunde Cuando son de distinto denominador y hay que hacerlas homogéneas La manipulación en el ordenamiento y simplificación de las fracciones se confunden Confunden con el procedimiento de la multiplicación Por tener diferente denominador Porque requiere la combinación de otras operaciones y además aprenderse el procedimiento. Hay muchos conocimientos previos que se necesitan para realizar bien la suma, como calcular MCM, multiplicar, dividir y simplificar. La resta les cuesta un poco menos cuando ya aprendieron el proceso para sumar. Porque cuando son fracciones de diferente denominador, deben calcular el MCM de los denominadores y también tienen problemas en operar ley de signos, es decir en esta lleva mayor proceso y mayor grado de dificultad en para llegar a la solución Tiene que ocupar ley de signos, que fracción es mayor, si son homogéneas o heterogéneas, etc. Por procesos del MCM El caso que siempre se vuelve complicado para el estudiante es la suma con heterogénea, ya que se requiere la utilización de diferentes conocimientos previos como: mínimo común múltiplo y la homogenización de las fracciones Porque el procedimiento varía en fracciones heterogéneas y homogéneas Se les dificulta encontrar el MCM Porque si aplican el proceso de MCM desde ahí se parte con la dificultad debido al poco interés por aprender y ser un proceso largo el chico no aplica bien los pasos Se confunden, no distinguen la prioridad de los elementos fácil si es con el mismo denominador, difícil, si, es con distinto denominador tienen que obtener MCM y eso los estudiantes en la gran mayoría no lo dominan.</p>
<p>Errores de estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones</p>	<p>14. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una suma de fracciones?</p> <p>Respuestas Suma numeradores y denominadores directamente, es decir buscan lo más fácil Método incorrecto, operaciones incorrectas, cálculos incorrectos... Suman los denominadores La simplificación, el de poder multiplicar cruzado, o reconocer que se trata de una suma</p>

La selección del procedimiento, los estudiantes tienden a querer sumar numerador con numerador y denominador con denominador.

Por otra parte, en uno de los métodos, es necesario sacar el MCM de los números para poder operar, es un error común.

No dominan o emplean de forma correcta el algoritmo. Tienen dificultades con el tema de división. En general con los divisores de un número. Siempre tiende a resolver de forma lineal las sumas de fracciones.

1. Suman numeradores entre sí y denominadores entre si
2. No recuerdan o aplican mal el MCM al establecer el denominador común en una suma de fracciones.

Que no aplica el denominador

No aplica bien el algoritmo

Sumar los denominadores

No recordar la regla por que se le enseñó de ese modo y utiliza la regla de la multiplicación, o simplemente suma los numeradores y denominadores.

suma numeradores y denominadores, sin observar si son homogéneas o no

Algoritmo equivocado.

Sumar numerado con numerador y sumar denominador con denominador.

En la suma no he visto muchos.

Cometen errores en el orden a seguir en el algoritmo a seguir o simple en lugar de sumar restan o viceversa o simplemente al no saber las tablas se equivocan en resultados triviales

Suman los numeradores y suman los denominadores (sean los denominadores son distintos o iguales).

aplican directamente esa operación, olvidando el MCM

Error en la suma, no simplifica los resultados, al restar comete errores.

Suma numeradores y denominadores

Suman numerador con numerador y denominador con denominador

El denominador no lo plantean correctamente

Suma también el denominador

Encontrar el MCM., dividir.

Ellos suman los numeradores y los denominadores directamente.

No saben calcular MCM.

Se les dificulta recordar en qué orden se realiza el algoritmo

Suman horizontalmente, es decir suman los numeradores entre sí y los denominadores entre sí, además no simplifican resultados

Más que todo cuando son de diferente denominador

Falta de conocimiento de la aplicación del MCM

No se homogenizan los denominadores y lo intentan resolver sumando denominadores y también los denominadores, sin hacer ningún otro proceso.

Utilizan el mismo procedimiento para sumar fracciones homogéneas y heterogéneas

No aplica correctamente el algoritmo.

Aplicar el MCM

Se les olvida que hay fracciones de igual y distinto denominador y utilizan el mismo proceso para las dos.

Suma los denominadores, no saben cuál es el proceso de toda suma de fracciones.

15. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una resta de fracciones?

Respuestas

Similar que la suma, con la problemática de ley de los signos

Los mismos de la pregunta 14

No manejan la ley de los signos

Los signos, el de poner el algoritmo que se debe usar

La selección de proceso. Los estudiantes tienden a restar los numeradores entre ellos y los denominadores entre sí mismos.

Siempre quieren resolverlo de forma lineal y no dominan el tema de división

Son similares a los que comete en la suma, quizá se puede agregar el hecho que algunas veces no dimensionan si el sustraendo es mayor que el minuendo en cuyo caso deberá de quedar la respuesta con signo menos.

No lo aplica para el denominador

No aplica bien el algoritmo

Restar denominadores y no aplicar correctamente la ley de los signos.

Los mismos errores que la suma

resta numeradores y resta denominadores como en fracciones homogéneas

Algoritmo equivocado

Restar numerador con numerador y restar denominador con denominador.

Casi nunca.

Esta pregunta es repetitiva, aunque se trate de resta el algoritmo es el mismo y los errores son similares a los anteriores

Restan los numeradores y de la misma manera restan los denominadores. (Sean los denominadores distintos o iguales).

aplican directamente esa operación, olvidando el MCM

error en el signo de la respuesta

Resta numeradores y denominadores

Suman en lugar de restar y aplican numerador con numerador y denominador con denominador.

El denominador no lo plantean bien

Resta el denominador y si es resultado negativo olvida ponerle el signo

M.C.M., dividir, restar.

Las mismas que en la suma, agregando que se equivocan al realizar la resta al final por el poco dominio de las reglas para restar enteros

Restan los numeradores entre sí y los denominadores entre sí y sin tomar en cuenta, si el resultado es negativo

Fracciones de diferente denominador y los pasos

La mal aplicación de MCM, unido al poco conocimiento de la factorización

Restar denominadores entre sí y denominadores entre sí.

Utilizan el mismo procedimiento para restar fracciones homogéneas y heterogéneas

No aplica correctamente el algoritmo y se equivoca cuando resta los números en el numerador.

Aplicar el MCM

El mismo error del proceso de la suma, no encuentran primero denominador común cuando hay distintos denominadores.

no sabe los elementos de toda resta, y resta los denominadores

16. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una multiplicación de fracciones?

Respuestas

Aplicar correctamente las tablas

Los mismos de la 14 y 15

Realizan el algoritmo de la división

Ahí, casi no comenten errores, pero la simplificación o el uso de las tablas de multiplicar los perjudican

Al final del proceso, al simplificar la fracción resultante.

La multiplicación creo es el algoritmo más sencillo para los estudiantes. Se dificulta para ellos en la parte de simplificar el producto.

No tienen clara la simplificación de fracciones como estrategia de reducción de los factores que se multiplican, cuando se multiplican una fracción por un entero tienden a multiplicar ambos términos de la fracción por el entero

Confunde el proceso con el de división

No aplica bien el algoritmo

No aplicar correctamente la ley de los signos

Realizarlo como la regla de la división ya que se le enseñó a memorizarla confunde proceso con suma

Ninguno

No ver la posibilidad de simplificar antes de operar.

Casi nunca.

Esta es la operación que menos dificultad presenta, sin embargo, cuando el alumno no simplifica comete errores al momento de multiplicar números grandes

Los errores que se cometen especialmente con la multiplicación de números mixtos, ya que no los convierten a fracciones impropias para multiplicar.

No reducen a su mínima expresión

No simplifica al inicio las fracciones (multiplicando y multiplicador)

Al simplificar

Que multipliquen cruzado.

Es decir numerador con denominador.

Se confunden que números tienen que multiplicar

Multiplica de forma Cruzada ya que lo confunde con la división

No se pueden las tablas de multiplicar.

Esta es la operación más fácil para ellos. Lo que se les dificulta más es la simplificación de la fracción y la ley de los signos

No simplifican resultado, además si estas pudieran simplificar desde el inicio no lo aplican

Se confunden con la división de fracciones

En esa operación solo la falta de simplificación.

El algoritmo es bien aplicado, por ser el más básico. Pero generalmente se presentan

errores en la simplificación.

Multiplican de manera cruzada los numeradores por los denominadores

Se le dificulta la simplificación

Se les olvida las tablas de multiplicación conste si no se les deja usar y si usan calculadora pues la poca experiencia al usarla

La aplicación de las tablas al multiplicar los números, y que se les olvida simplificar para reducir a su menor expresión los números a multiplicar.

no puede tablas, y no sabe el proceso de multiplicar una fracción

17. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una división de fracciones?

Respuestas

Olvidan el algoritmo de la división de fracciones

Los mismos de la 14, 15 y 16

Realizan el algoritmo de la multiplicación sin antes haber utilizado el recíproco del divisor

El de poder llevar el algoritmo o recordar las tablas, simplificar

Al dividir, esta se convierte en una multiplicación por el recíproco. Realizar este cambio es algo que muy comúnmente es olvidado a la hora de realizar los procesos.

No saber aplicar el recíproco de la fracción y también el de fracción compleja y luego siempre no saber simplificar el cociente.

No tienen claro el algoritmo y suelen confundirlo con el proceso usado en la multiplicación

Confunde el proceso con el de división.

No aplica bien el algoritmo

No aplicar correctamente la ley de los signos

Realizarlo como la regla de la multiplicación ya que se le enseñó a memorizarla lo hace como multiplicación, sin utilizar el inverso multiplicativo

Proceso equivocado

No comprender el concepto de inverso multiplicativo.

Cuando la transforman a multiplicación que hay que cambiar la segunda fracción casi nunca lo hacen.

Suelen confundir el proceso con el de la multiplicación multiplicando en horizontal en lugar de hacerlo en cruz o no cambian el signo de producto por el de cociente al invertir la segunda fracción

No aplican apropiadamente el algoritmo de la división de fracciones.

Dividen y no multiplican

Aplica la simplificación de forma incorrecta

Invierte el orden de divisor y multiplica en x

Cambian el símbolo de multiplicación por división, pero no invierten por recíproco.

Plantean mal el algoritmo

Multiplica numerador por numerador ya que lo confunde con la multiplicación

Tienden a confundir y lo hacen numerador con numerador y denominador con denominador.

Quieren dividir numerador entre denominador.

No invierten la segunda fracción.
No usan bien la ley de los signos
Al multiplicar cruzado no ubican el numerador y el denominador en su lugar
Se confunden con los diferentes métodos que hay
Falta de conocimiento en el inverso.
Lo intentan resolver haciendo divisiones entre términos homólogos. Pero en este caso siempre consiste en multiplicar.
Utiliza el mismo procedimiento de la multiplicación de fracciones
Se le olvida el algoritmo y la simplificación del resultado.
El método que utiliza pues no es el correcto
La aplicación del número recíproco, para hacer la operación.
no puede tablas, y no sabe el proceso de una división

18. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una operación combinada de fracciones?

Respuestas

Desconocen jerarquización de operaciones
Los mismos de la 14, 15, 16, 17, más el miedo o renuencia a enfrentarse a un ejercicio/problema más complejo aún que de operaciones separadas
No sigue el orden de la operación a realizar primero
Multiplicar y sumar
Olvidan la jerarquía de operaciones, y empiezan a realizar procesos sin tomar en cuenta el orden de prioridad.
No respetar la jerarquía de operaciones.
No toman en cuenta muchas veces el orden o jerarquía de las operaciones
El orden para resolver las operaciones. Y confunden los procesos
No aplica bien el algoritmo
No aplicar la ley de los signos
Se explico anteriormente, sencillamente no aprendió a sumar o restar por lo tanto los ejercicios de combinaciones de operaciones será un martirio para ellos, donde en la vida real no encontrará operaciones combinadas de fracciones, ese tema se puede cubrir con operaciones sencillas en los números naturales y explicar el porqué de utilizar un signo de agrupación, cuál es el significado.
todo lo resuelve por el método de la mariposa
Operar la fracción como un numero entero.
No distinguir el orden de las operaciones.
Confundir términos.
No dan prioridad a la multiplicación y división
Suelen confundir signos y también el proceso cuando hay combinadas fracciones homogéneas y heterogéneas
Resuelve la operación de izquierda derecha sin considerar la jerarquía de las operaciones.
No aplican las propiedades de manera correcta
Confunde la jerarquía de las operaciones y olvida el signo menos

	<p>La jerarquía de las operaciones La jerarquización de las operaciones y no aplican propiedades Planteamiento incorrecto No respeta la jerarquía No saben cuál operación deben realizar primero. No dominan el uso de los signos de agrupación. Confunden los procedimientos. Ya con varía números se equivocan al operar los enteros y el uso de la ley de los signos No aplican algoritmo adecuado, si llevar una secuencia del proceso desarrollado El aplicar cada uno de los pasos, en cada operación, se confunden En las operaciones combinadas si llego hasta ahí los errores son el uso de los signos. No se respeta con frecuencia la jerarquía de las operaciones Utiliza el procedimiento para sumar y restar fracciones homogéneas en fracciones heterogéneas El orden de las operaciones, el manejo de signos, la simplificación de la fracción resultante. La jerarquía de operaciones La prioridad de las operaciones o jerarquía. les cuesta convertirlas a fracción impropia</p>
Estrategias para tratar el error	<p>13. ¿Por qué considera que es importante analizar y estudiar los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones?</p> <p>Respuesta Son base para futuras operaciones algebraicas Para mejorar el desempeño docente, encontrar fallos y superarlos, etc. Porque de los errores se aprende Para generar nuevos aprendizajes Para remediar estos problemas, una vez se identifican estas dificultades se puede remediar. Para emplear estrategias que ayuden a mejorar y erradicar esos problemas de aprendizaje. Siendo más puntuales en los errores más comunes. Para retroalimentar el proceso de aprendizaje y aplicar en lo posible una estrategia diferente de presentar el contenido al estudiante con la intención de corregir el error cometido por el o los estudiantes. Porque son de utilidad ya que en la vida cotidiana. Tampoco pueden analizar fracciones de algún material. Para mejorar Para dar el tratamiento adecuado Porque es la base donde se va a construir la matemática porque a partir de ello se pueden establecer mejores procesos de enseñanza Porque es básico en el estudio de las matemáticas Es parte del quehacer de la enseñanza. Es importante para utilizar nuevas metodologías que les atraigan a los alumnos. Puede ayudar a validar nuestro desempeño si la mayoría responde el problema no está en el maestro está en el alumno y se puede dar atención personalizada o prestar</p>

más atención en aquellos alumnos con dificultades
Deben identificarse los errores para reforzar los conocimientos que deben adquirir los estudiantes y cumplir los indicadores de logro.
Para implementar metodologías acordes a la problemática
Para fomentar la lógica matemática
Para lograr un aprendizaje significativo
Para un mejor aprendizaje de operaciones y aplicación en la vida diaria
Para corregir
Para poder corregirlo
Para implementar nuevas estrategias.
Porque ese es el insumo para que el docente pueda planificar el refuerzo de los contenidos y que debe tomar en cuenta para mejorar en la planificación de sus clases en el futuro.
Porque son muy útil en la solución de problemas y temáticas de mayor grado de dificultad en estudios superiores
Para reforzar los puntos o pasos donde más se equivocan y evitar esos errores
Para poder corregir en base a lo que conoce
Sirve de parámetro para modificar las estrategias de enseñanza.
Los procedimientos matemáticos están entrelazados unos con otros. Cualquier error en uno trae los consecuentes errores en el análisis de otras operaciones
Para implementar mejores estrategias de enseñanza.
Para saber cuál es la parte del proceso que no entienden y de ahí partir para una retroalimentación
Para reforzar con otras estrategias los errores más comunes.
para poder ayudarles y que no se frustren en las fracciones

19. ¿Qué estrategias ha utilizado usted para enseñar las operaciones básicas con las fracciones?

Respuesta

Figuras geométricas en papel y software interactivo
Métodos gráficos, material concreto (acetato, fichas, etc.)
Partir de ejemplos sencillos hasta que se apropien el algoritmo de cada operación y luego ir aumentando la dificultad
Uso de juegos, como el mercado, partir frutas
Usar métodos alternativos de enseñanza, además del uso de materiales concretos.
Otra estrategia es usar analogías usando dinero.
En tercer ciclo siempre retroalimentar de forma general y con un ejemplo en algoritmo de las operaciones suma, resta multiplicación y división además de la investigación y práctica de los estudiantes.
1. Suma de fracciones con papel.
2. Uso de bloques para fundamentar la idea de unidad de referencia.
Las cuadrículas
La carita feliz, la orejita
Sumar y restar fracciones de diferente denominador de dos en dos.
Utilizar material didáctico para que ellos trabajen con fracciones y deducir con ellos

las reglas de la suma, multiplicación.
hacer hincapié en lo que son fracciones homogéneas y heterogéneas y como proceder en cada caso.
Las antes seleccionadas.
Representación gráfica.
Manipulable.
Hacer esquema.
Juegos.
La práctica hace al maestro, poner al alumno a explicar es decir exponer los ejercicios que resuelve ayuda a fijar el algoritmo la mejor manera de aprender es enseñando si se explican entre ellos y uno observa cómo lo hacen y corregir en el momento haciendo amena la clase se fija más el conocimiento, pienso que es importante no importa el grado antes de comenzar el curso garanticemos que todos memoricen las tablas de multiplicar y garantizar que las calculadoras se usen lo menos posible
Aunque me tome un poco más de tiempo realizó operaciones muy básicas y elementales para que reconozcan las ideas elementales de las operaciones con fracciones. Un error frecuente de muchos maestros de matemática es dar por hecho que los alumnos tienen claras las clases aprendidas en los años anteriores. Para fortalecer los conocimientos de los estudiantes parto de la idea de que no recuerdan nada.
En el caso de suma o resta, enseñé la "mariposa" con plumones de varios colores
Recursos visuales (manipulables)
Hacer una demostración gráfica de las operaciones.
Retroalimentación.
Afianzar los algoritmos
Utilizar geometría para resolver situaciones
Es variado según los estudiantes de que se trate
Colocar carteles donde muestran sólo una operación para que ellos la asimilen de forma segura
Manipulación de material concreto, ejemplos con lo del diario vivir. Una canción.
Comenzar con material didáctico concreto
Primeramente, realizar operaciones a través de coloreo o sombreado y la representación de fracciones con dibujos o esquemas visuales, luego asegurar estas operaciones en forma sistemática con la aplicación de los algoritmos adecuados
Por medio geométrico, rectángulo, círculos, etc.
Ejercicios en pizarra y personalizados
Hacer uso de materiales concretos, como trozos de papel u otros. Para que tenga sentido el algoritmo a seguir para realizar una operación.
Ejercicios de operaciones con fracciones de forma gráfica, actividades de comparación, identificar errores.
Primero aprender por inspección a sumar medios, cuartos y octavos son de los alumnos cortan una tortilla y suman fracciones y enteros. Luego se les enseñan los algoritmos.
Comenzar con la suma y tratar que ahí en esa operación vayan aprendiendo todo desde lo más básico hasta lo más difícil debido a que en esta operación se mezclan

todas las demás y tratar de hacerlo por el método largo para que apliquen

1. MCM
2. División
3. multiplicación
4. Suma
5. Simplificación o conversión a misto

Utilizar material concreto en los casos en que se pueda y atender en forma personalizada los casos más requieren.

tengo que empezar por conocer los elementos de cada una de las operaciones de las fracciones, trato de explicarle en forma individual para detectar cual es el mayor problema en la fracción y así tomo la decisión de hacerlo en forma individual, dejando tareas, después lo realizo en forma general, para todos.

20. ¿Qué estrategias ha utilizado usted para tratar el error en el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones?

Respuesta

Refuerzo académico con tutores

Material multimedia (vídeos)

Corregir en la pizarra los errores que se han cometido de forma participativa

Busco juegos para que se interese

Explicar nuevamente los procedimientos. Partir de lo más fácil a lo complejo.

Explicar personalmente a los estudiantes con más dificultad. Formar equipos de trabajo con tutores.

Buscar formar distintas y comprensibles para los estudiantes por ejemplo usar multiplicación cruzada en las sumas y resta de fracciones, además del algoritmo usando el MCM de los denominadores de las fracciones.

Trabajar con áreas para afianzar el concepto de la unidad base para hacer la suma de las partes de un todo y de igual forma para el producto.

Las cuadrículas y guías aplicadas a diferentes ejercicios

Explicar nuevamente

Repasar operaciones aplicando leyes de signos; y ejemplificar las operaciones con fracciones, con imágenes utilizando GeoGebra.

¿Cuál error? Conociendo el error se puede, corregir. vamos a suponer que el alumno no puede sumar fracciones porque siempre se le olvida la regla, el problema es de memorización, entonces vamos a corregirlo de manera que el estudiante se dé cuenta el porqué de obtener el MCM para poder sumar fracciones, si el estudiante se da cuenta de esa parte ya no se le va a olvidar y recordará cada paso sin memorizar.

resolución de ejemplos, puntualizar análisis de casos, verificación de pasos, resolución de guías, trabajo en pizarra.

Las antes seleccionadas.

Las mencionadas arriba.

Material lúdico

Esto es repetitivo,

Creo que debemos tener algunos recursos complementarios a la mano tales como plumones de colores que no sean comunes para ir señalando las ideas importantes.

También creo que es importante partir de lo más elemental a lo más complejo reforzando todas las ideas elementales de las operaciones.

Uso de geoblocks, bingo de las fracciones y plastilina

Refuerzo de descomposición y ley de signos en la suma/resta

El acompañamiento en la solución de ejercicios y problemas de aplicación

La geometría me ha sido muy útil.

A veces como un refuerzo en horas adicionales

Reforzar el procedimiento correcto

Trabajo en grupos de tres y utilización de material concreto.

Refuerzo desde la comprensión del significado de fracción y sus operaciones.

Uso de figuras guías con figuras

En la revisión de tareas asignadas se detectan los errores y de manera general plantear en la pizarra algunos de esos errores y junto con los alumnos, determinar y preguntar si ellos ven algo raro en ese planteamiento, esperar reacciones de la mayoría de los alumnos al descubrir el error planteado, para luego reforzar sistemáticamente la forma adecuada de resolverlos

Reforzar los pasos con mayor dificultad, explicar más y hacer más ejercicios

Personalizar los ejemplos

Retroalimentación oportuna

Hacer cuadros comparativos de procedimientos, propiedades y operaciones con fracciones.

Pasar a los estudiantes a trabajar en la pizarra.

Alumnos tutores mientras se les enseña hay alumnos aventajados de los cuales uno se puede auxiliar

Videos para que puedan ver otros procesos

El uso de tutores, estudiantes más aventajados, para apoyar a otros. Y la atención personalizada.

trabajar en forma individual en aquellos alumnos que tienen mayor dificultad, de procesos, de tablas

Anexo III: Categorización de respuestas docentes según ADC. Por pregunta.

4. Por favor explique, ¿por qué considera que esa operación básica con fracciones que señaló en la pregunta anterior resulta más fácil de resolver por los estudiantes?

	Multiplicación	porque solo tienen que multiplicar en forma lineal
	Multiplicación	Se opera horizontal directamente
	Multiplicación	Por la "dirección" en la que se operan los números, es decir, "se multiplican en línea recta"
	Multiplicación	Por su operación en forma horizontal
	Multiplicación	Porque el algoritmo de solución es más sencillo, ya que es en forma lineal.
Multiplicación lineal	Multiplicación	La regla básica para multiplicar fracciones es relativamente sencilla porque deben multiplicarse los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. se debe insistir en la simplificación de los productos para tener una fracción reducida a su mínima expresión.
	Multiplicación	Por ser producto lineal
	Multiplicación	Porque se multiplica en línea recta, es decir numerador con numerador y denominador con denominador.
	Multiplicación	Por multiplicar numerador con numerador y denominador con denominador
	Multiplicación	Porque se les facilita hacer operaciones en forma lineal y en esta solo multiplica los numeradores entre sí, y los denominadores entre si
	Multiplicación	Porque como el proceso es en línea recta solo ven las tablas y sacan el resultado
	Multiplicación	Brevedad de algoritmo
	Multiplicación	El proceso es más directo e intuitivo
	Multiplicación	Por ser un proceso corto y sencillo, donde lo indispensable son las tablas de multiplicar
	Multiplicación	Se requiere menos procedimiento para resolver un producto.
	Multiplicación	El proceso es más corto
Sencillez del proceso	Multiplicación	Procesos directos con menos algoritmos
	Multiplicación	Por el algoritmo sencillo
	Multiplicación	Solo se hacen dos operaciones
	Multiplicación	Porque el procedimiento no varía en fracciones heterogéneas y homogéneas
	Multiplicación	El algoritmo que se suele enseñar en grados de primaria resulta más sencillo de usar al ser retomado en el segundo y tercer ciclo.
	Multiplicación	por la regla de resolución, utilizado.

Un solo algoritmo	Multiplicación	Porque no tienen otro proceso que resolver
	Multiplicación	Por ser la operación más práctica. Ya que se resuelve sin algoritmos nuevos para el estudiante, solamente se resuelve mediante dos productos de números enteros
	Multiplicación	Porque es una multiplicación y se hace solo proceso de multiplicar, es decir, no hay combinación de sumas o restas como en las otras operaciones. Además, no hay que hacer movimientos en las fracciones, sino que se hace directamente
Por memorización	Multiplicación	Lamentablemente seguimos enseñando para que el alumno memorice y no el porqué de las cosas, por lo tanto, es más fácil de recordar el proceso de la multiplicación que el proceso de la suma o resta
Se asocia con la suma	Multiplicación	El producto es una forma abreviada de sumar, pero se dificulta en los alumnos pues no muestran interés en memorizar las tablas básicas
Sumas homogéneas	Suma	cuando son homogéneas
	Suma	Si es suma con igual denominador si es fácil ya que no requiere tanto proceso
	Suma	Les resulta fácil la suma cuando las fracciones tienen el mismo denominador
Facilidad del procedimiento	Suma	Es donde han tenido mayores aciertos
	Suma	Desde grados más pequeños lo primero que se enseña son las sumas ellos comprenden muy bien ese concepto, sin embargo, en la resta ya nos encontramos con mayor dificultad porque debemos saber que fracción es más grande para restarlo, tiene un grado más de complejidad
División/Multiplicación	División	Porque cuando hacen el cambio en la segunda fracción para hacerla multiplicación casi siempre la dejan igual.
	División	Por la dificultad de los pasos a seguir

6. Por favor explique, ¿por qué considera que esa operación básica con fracciones que señaló en la pregunta anterior resulta más difícil de resolver por los

estudiantes?

Unitarización	Operación	Categorización
	Suma	Lleva más algoritmos
Dificultad del proceso y de los algoritmos	Suma	Dificultad de algoritmo
	Suma	Porque implica un proceso que no es parecido a la suma de números enteros
	Suma	Resulta complicado cuando son mixtas la variedad de procesos los confunde (Caso específico)
Operaciones combinadas		Y porque se les dificultad combinar operaciones de multiplicación y división.
		Porque requiere la combinación de otras operaciones y además aprenderse el procedimiento.
Confunde con multiplicación	Suma	Y no analiza la diferencia de sumar fracciones con multiplicar fracciones.
	Suma	Porque el estudiante busca la suma de forma lineal.
	Suma	Porque creen que lleva el mismo patrón que la multiplicación
Método de enseñanza del docente	suma	Porque estamos enseñando para memorizar una regla
	suma	además, en este nivel los docentes no son especialistas, el error no es de los alumnos el error lo comete el docente al enseñar operaciones con fracciones
	suma	el otro punto importante el por qué los alumnos creen que este tema es complicado es por el tipo de ejercicios que dejan los docentes en este nivel,
	suma	en los denominadores colocan números grandes que le complican la vida al estudiante y para rematar demasiados sumandos,
	suma	cuando lo que nos interesa es por qué vamos a obtener el MCM de los denominadores, el porqué de dividir entre el MCM y este resultado multiplicarlo por el numerador,
Conocimientos previos	Suma	Hay muchos conocimientos previos que se necesitan para realizar bien la suma, como calcular MCM, multiplicar, dividir y simplificar.
	Suma	El caso que siempre se vuelve complicado para el estudiante es la suma con heterogénea, ya que se requiere la utilización de diferentes conocimientos previos como: mínimo común múltiplo y la homogenización de las fracciones
Denominadores heterogéneos	Suma	La dificultad se hace evidente cuando los números tienen diferente denominador o cuando se trabaja con números mixtos, para ellos resulta más complejo el algoritmo que se emplea para sumar y consecuentemente se les dificulta restar también.

	Suma	Heterogéneas
	Suma	Porque el procedimiento varía en fracciones heterogéneas y homogéneas
	Suma	Cuando son de distinto denominador y hay que hacerlas homogéneas
	Suma	Por tener diferente denominador
Por MCM	Suma	Por MCM
	Suma	Por procesos del MCM
	Suma	Porque si aplican el proceso de MCM desde ahí se parte con la dificultad debido al poco interés por aprender y ser un proceso largo el chico no aplica bien los pasos
Procesos y algoritmos	Resta	El proceso es más complejo, al tener que multiplicar los denominadores y luego numeradores en diagonal; y luego tener que restar... (Y si al final aún se debe simplificar, ni se diga).
	Resta	Se requieren muchos pasos a seguir para poder resolverlas, al igual que en la suma.
	Resta	Lleva más procedimientos
	Resta	Es igual en la suma que en la resta les cuesta memorizar el algoritmo Se confunden, no distinguen la prioridad de los elementos
Ley de los signos	Resta	La ley de los signos agrega a la resta una mayor dificultad que la suma
	Resta	Tiene que ocupar ley de signos, que fracción es mayor, si son homogéneas o heterogéneas, etc.
	Resta	también tienen problemas en operar ley de signos, es decir en esta lleva mayor proceso y mayor grado de dificultad en para llegar a la solución
	Resta	por el uso de los signos y la confusión de suma con resta.
Método de enseñanza	Resta	Aunque también depende del método que se les enseñe, que, por lo general es ese
Denominadores heterogéneos	Resta	fácil si es con el mismo denominador, difícil, si, es con distinto denominador tienen que obtener MCM y eso los estudiantes en la gran mayoría no lo dominan.
	Resta	Porque cuando son fracciones de diferente denominador,
Por el MCM	Resta	Se les dificulta encontrar el MCM
	Resta	deben calcular el MCM de los denominadores

Resuelven como multiplicación	División División	Por no cambiar la segunda fracción con que se divide la primera fracción. Confunden con el procedimiento de la multiplicación
Olvidan procesos	División División División	Porque algunos estudiantes se les olvida el proceso. Se olvida que es producto en cruz La manipulación en el ordenamiento
Simplificar	División	simplificación de las fracciones se confunden
Procesos afectivos	División	Cada vez que se aborda la solución de divisiones de fracciones y de otros conjuntos existe un rechazo o una aversión porque no tienen suficientes bases para el cálculo del cociente.
Olvidan procesos	Multiplicación	la confunden con la suma

11. Según su criterio y experiencia, ¿qué entiende por error en el proceso de aprendizaje de los estudiantes?

Categorías	Unitarización
Olvido	Desconocimiento de procesos lógicos No saber aplicar los procedimientos necesarios para llegar a la solución
Aplicación incorrecta	Puede aprender bien un método, pero aplicarlo en la operación incorrecta (por ejemplo, tratar de sumar en línea recta, como lo haría en una multiplicación) Puede comprender de manera incorrecta o incompleta un método, llevándolo al fracaso Usar de forma incorrecta el algoritmo de solución, o también equivocarse en alguna operación básica. Es la interpretación y aplicación incorrecta de una concepto o algoritmo al momento de plantear la solución de un problema. Proceso que se realizó de manera incorrecta no realizar proceso correcto, o procesos intermedios Cuando el estudiante aplica mal o aplica otro proceso. Brindar una respuesta o procedimiento falsa como verdadera. Aplicar incorrectamente el algoritmo para calcular la respuesta. Aplicación de algoritmos y propiedades de forma equivocada Proceso mal aplicado Seguir los procedimientos, pero no llegar a la respuesta correcta Un procedimiento no adecuado Aplicar mal el proceso a la hora de resolver un ejercicio o problema Son los fallos en el planteamiento y desarrollo del ejercicio o un problema Mala resolución de un problema 9 ejercicio
Equivocación	Equivocación Se equivoca al plantear una solución Utilizar procesos equivocados o contrarios a las propiedades matemáticas Equivocarse en alguna parte del proceso lo cual no me permite llegar a la respuesta correcta Seguir el camino equivocado y desviarse de los que conducen a la respuesta. Puede comprender muy bien el método, pero equivocarse en una operación numérica ($1 + 1 = 3$)

Procedimiento no lógico	Un error es la realización de un procedimiento matemático que no tiene la lógica para llegar a la respuesta esperada
No asimilación del estudiante	Es lo que se enfrenta en estos momentos el estudiante, de acuerdo con los criterios que se plantean y él lo comprende de otra manera Un error en el proceso es cuando los procesos no han sido asimilados y por tanto los estudiantes no pueden desarrollarlos de forma autónoma y terminan aplicando mal un proceso, este puede ser de forma parcial o total.
No adquisición de una competencia del estudiante	Cuando estos no poseen la habilidad de manejar operaciones básicas, pues ayuda a manejar el resto de las operaciones ya que son el pilar de cualquier otro proceso que es una receta de operaciones básicas colocadas en un algoritmo Cuando el estudiante no adquiere las competencias necesarias de un tema específico. No se realizó el proceso correcto de interiorización conscientemente del algoritmo matemático Cuando el chico se le olvida algún proceso del cual depende el siguiente paso, aunque el proceso que va haciendo este bueno, pero como se le olvida aplicar bien la regla para resolver dicho problema
Conocimiento incorrecto	un conocimiento erróneo u olvido
Aprendizaje incorrecto	Aprendizaje incorrecto por parte del alumno y Mala metodología por parte del maestro
Dificultades	Que son todas aquellas dificultades que presentan los alumnos en diferentes temáticas.
No categorizable	El manejo del MCM y falta de aprendizaje de la factorización Entre otros tipos de errores... Creo que existen diferentes tipos de errores. llevar la secuencia de los algoritmos en el desarrollo de los ejercicios

12. Según su criterio y experiencia, ¿Cuál es la causa que hace que los estudiantes erren al resolver operaciones básicas con fracciones?

Olvido	Olvidan pasos mentales Olvido (algunos lo aprenden en su grado correspondiente, pero, por ejemplo, al siguiente año ya lo olvidaron)
Falta de interés del estudiante	Falta de interés del alumno en aprender correctamente el proceso. El desinterés por aprender Falta de interés por aprender. Desinterés de aprendizaje Falta de interés y concentración en primer lugar. y que a veces el estudiante noble da la importancia necesaria a los temas. el desinterés por parte de los alumnos. La falta de voluntad, no se trata de errores en los maestros el que quiere aprender busca otros recursos creo que todos conocemos esa experiencia Definitivamente el desinterés por aprender y hacer bien las cosas. La falta de concentración al momento de estar resolviendo los ejercicios o problemas muchos no tienen interés,
Falta de atención	No ponen atención
Predisposición Emocional	Y que siempre se predispone a que es un proceso difícil.
No comprenden la teoría ni la práctica	No tener una noción clara y precisa del concepto. Mala comprensión del algoritmo y no comprende los ejercicios No comprendieron la teoría Falta de comprensión y análisis numérico de los estudiantes, pues al resolver los ejercicios y problemas lo intentan hacer de forma mecánica según lo que lograr recordar y en el mejor de los casos asocian un nuevo ejercicio o problema con uno que ya han resuelto con anterioridad. Los estudiantes no han asimilado lo que es una fracción y no se han apropiado de los algoritmos de cada operación No se comprende que es una fracción...y se les dificulta la simplificación de fracciones. No comprenden las propiedades ya que no se hace uso de aplicaciones en la vida real no comprenden la pregunta, por lo tanto, no saben cómo resolverla
Falta de práctica	La poca práctica Falta de práctica.

Conocimientos previos	<p>Bajo dominio del "MCM" y *MCD*, además de deficiencias en las tablas de multiplicar y a veces en la división, al no dominar las operaciones básicas difícilmente resolverá con éxito lo de las fracciones. También BAJO DOMINIO de la simplificación</p> <p>Se equivocan por varias razones; la más importante es porque no comprenden el significado de la operación que están realizando. Además, por el poco dominio de las operaciones básicas y del procedimiento que requiere cada operación con fracciones.</p> <p>El poco dominio y deficiencia en el aprendizaje de las operaciones básicas en los niveles básicos y el poco interés por aprender, además del apoyo en la familia para fomentar hábitos de estudio no se pueden las tablas, no les gusta analizar los problemas, falta de lógica matemática</p> <p>Factorización y aplicación de operaciones básicas</p>
No seguir procedimientos	<p>No hay interiorización del procedimiento para operar fracciones</p> <p>Omitir algunos pasos</p> <p>Los procedimientos, no seguir los algoritmos para llegar a la respuesta correcta en cada uno de los ejercicios</p>
Docentes años anteriores	<p>Las bases de años anteriores y poco interés de parte de ellos.</p> <p>Una puedes ser que no tienen bases de años anteriores</p> <p>Como lo abordamos en sus inicios, cuando se da este tema</p>
Enseñanza incorrecta	<p>Enseñanza incorrecta del maestro (generalmente en educación básica los maestros no suelen ser especialistas, ellos pueden enseñar incorrectamente debido a eso)</p> <p>No se fundamenta suficiente los procedimientos para el cálculo de las operaciones.</p> <p>Docentes no especialistas- No enseñar con objetos concretos- Colocar ejercicios demasiados engorrosos</p>
Cuestiones curriculares	<p>Enseñanza tradicional, que no genera interés en el alumno</p> <p>Luego, también depende del método de enseñanza, y también hay que considerar las diferencias individuales, no todos los estudiantes tienen las mismas habilidades, por tanto, habrá unos que aprendan muy rápido y otros que les demore un poco más de tiempo.</p>
Secuencia lógica	<p>No se acostumbra a enseñar las operaciones con fracciones, siguiendo una secuencia lógica y ordenada y no se contextualiza la operación con situaciones de la realidad. Para identificar la verdadera naturaleza de los algoritmos a utilizar.</p>
Sin aprendizaje	<p>No hay aprendizaje significativo</p>

13, ¿Por qué considera que es importante analizar y estudiar los errores de los estudiantes al resolver operaciones básicas con fracciones?

	<p>Porque es la base donde se va a construir la matemática</p>
Bases Estudios futuros	<p>Son base para futuras operaciones algebraicas</p> <p>Porque es básico en el estudio de las matemáticas</p> <p>Porque son muy útil en la solución de problemas y temáticas de mayor grado de dificultad en estudios superiores</p> <p>Los procedimientos matemáticos están entrelazados unos con otros. Cualquier error en uno trae los consecuentes errores en el análisis de otras operaciones</p>
Para prevenirlos	<p>Para remediar estos problemas, una vez se identifican estas dificultades se puede remediar.</p> <p>Porque de los errores se aprende</p> <p>Deben identificarse los errores para reforzar los conocimientos que deben adquirir los estudiantes y cumplir los indicadores de logro.</p> <p>Para reforzar los puntos o pasos donde más se equivocan y evitar esos errores</p>
Mejorar el aprendizaje	<p>Para generar nuevos aprendizajes</p> <p>Para lograr un aprendizaje significativo</p> <p>Para un mejor aprendizaje de operaciones y aplicación en la vida diaria</p>
Mejorar enseñanza	<p>Para emplear estrategias que ayuden a mejorar y erradicar esos problemas de aprendizaje. Siendo más puntuales en los errores más comunes.</p> <p>Para implementar mejores estrategias de enseñanza.</p> <p>Para dar el tratamiento adecuado</p> <p>porque a partir de ello se pueden establecer mejores procesos de enseñanza</p> <p>Para implementar metodologías acordes a la problemática</p>
Retroalimentación	<p>Para retroalimentar el proceso de aprendizaje y aplicar en lo posible una estrategia diferente de presentar el contenido al estudiante con la intención de corregir el error cometido por el o los estudiantes.</p> <p>Para saber cuál es la parte del proceso que no entienden y de ahí partir para una retroalimentación</p> <p>Para poder corregir en base a lo que conoce</p>
Nuevas estrategias	<p>Es importante para utilizar nuevas metodologías que les atraigan a los alumnos.</p> <p>Para implementar nuevas estrategias.</p>

Parámetro de los conocimientos de los estudiantes	<p>Porque ese es el insumo para que el docente pueda planificar el refuerzo de los contenidos y que debe tomar en cuenta para mejorar en la planificación de sus clases en el futuro.</p> <p>Sirve de parámetro para modificar las estrategias de enseñanza.</p> <p>Para reforzar con otras estrategias los errores más comunes.</p> <p>para poder ayudarles y que no se frustren en las fracciones</p>
Parte del trabajo docente	<p>Para mejorar el desempeño docente, encontrar fallos y superarlos, etc.</p> <p>Es parte del quehacer de la enseñanza.</p> <p>Puede ayudar a validar nuestro desempeño si la mayoría responde el problema no está en el maestro está en el alumno y se puede dar atención personalizada o prestar más atención en aquellos alumnos con dificultades</p>
Utilidad	<p>Porque son de utilidad ya que en la vida cotidiana. Tampoco pueden analizar fracciones de algún material.</p> <p>Para mejorar</p>
Corregir	<p>Para corregir</p> <p>Para poder corregirlo</p> <p>Para fomentar la lógica matemática</p>

14. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una suma de fracciones?

Olvidar procedimiento	<p>La selección del procedimiento, No recordar la regla por que se le enseñó de ese modo</p>
Sumar fracciones de forma lineal	<p>Suma numeradores y denominadores directamente, es decir buscan lo más fácil Los estudiantes tienden a querer sumar numerador con numerador y denominador con denominador. Siempre tiende a resolver de forma lineal las sumas de fracciones. Suman numeradores entre sí y denominadores entre si Simplemente suma los numeradores y denominadores. Suma numeradores y denominadores, sin observar si son homogéneas o no Sumar numerado con numerador y sumar denominador con denominador. Suman los numeradores y suman los denominadores (sean los denominadores son distintos o iguales). Suma numeradores y denominadores Suman numerador con numerador y denominador con denominador Suman horizontalmente, es decir suman los numeradores entre sí y los denominadores entre sí, además no simplifican resultados Ellos suman los numeradores y los denominadores directamente. Más que todo cuando son de diferente denominador</p>
Sumar denominador de fracción Homogénea	<p>Suma también el denominador Sumar los denominadores Suman los denominadores Utilizan el mismo procedimiento para sumar fracciones homogéneas y heterogéneas Se les olvida que hay fracciones de igual y distinto denominador y utilizan el mismo proceso para las dos. Suma los denominadores, no saben cuál es el proceso de toda suma de fracciones.</p>
Trabajar con el denominador	<p>Que no aplica el denominador El denominador no lo plantean correctamente No se homogenizan los denominadores y lo intentan resolver sumando denominadores y también los denominadores, sin hacer ningún otro proceso.</p>

	Por otra parte, en uno de los métodos, es necesario sacar el MCM de los números para poder operar, es un error común.
Aplicar incorrectamente el MCM	<p>Aplicar el MCM</p> <p>No recuerdan o aplican mal el MCM al establecer el denominador común en una suma de fracciones.</p> <p>aplican directamente esa operación, olvidando el MCM</p> <p>Falta de conocimiento de la aplicación del MCM</p>
No encuentran el MCM	<p>Encontrar el MCM</p> <p>No saben calcular MCM.</p>
Dominio del algoritmo	<p>No dominan o emplean de forma correcta el algoritmo.</p> <p>Método incorrecto, operaciones incorrectas, cálculos incorrectos...</p> <p>No aplica bien el algoritmo</p> <p>Algoritmo equivocado.</p> <p>Cometen errores en el orden a seguir en el algoritmo a seguir o simple en lugar de sumar restan o viceversa o simplemente al no saber las tablas se equivocan en resultados triviales</p> <p>Se les dificulta recordar en qué orden se realiza el algoritmo</p> <p>No aplica correctamente el algoritmo.</p> <p>Dividir (Numeradores luego de encontrar MCM)</p> <p>El de poder multiplicar cruzado, o reconocer que se trata de una suma</p>
Simplificar	<p>La simplificación</p> <p>Error en la suma, no simplifica los resultados, al restar comete errores.</p> <p>En la suma no he visto muchos.</p>

15. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una resta de fracciones?

Error en el trabajo de los signos	<p>No manejan la ley de los signos Similar que la suma, con la problemática de ley de los signos Los signos, el de poner el algoritmo que se debe usar y no aplicar correctamente la ley de los signos. error en el signo de la respuesta Las mismas que en la suma, agregando que se equivocan al realizar la resta al final por el poco dominio de las reglas para restar enteros</p>
Restan de forma lineal	<p>Resta numeradores y denominadores Restar numerador con numerador y restar denominador con denominador. resta numeradores y resta denominadores como en fracciones homogéneas Los estudiantes tienden a restar los numeradores entre ellos y los denominadores entre sí mismos. Siempre quieren resolverlo de forma lineal y no dominan el tema de división Restan los numeradores y de la misma manera restan los denominadores. (Sean los denominadores distintos o iguales). y aplican numerador con numerador y denominador con denominador. Restan los numeradores entre sí y los denominadores entre sí y sin tomar en cuenta, si el resultado es negativo Restar denominadores entre sí y denominadores entre sí.</p>
Los mismos que la suma	<p>Son similares a los que comete en la suma, quizá se puede agregar el hecho que algunas veces no dimensionan si el sustraendo es mayor que el minuendo en cuyo caso deberá de quedar la respuesta con signo menos. Los mismos errores que la suma Aunque se trate de resta el algoritmo es el mismo y los errores son similares a los anteriores El mismo error del proceso de la suma, no encuentran primero denominador común cuando hay distintos denominadores.</p>
Trabajo con el denominador	<p>No lo aplica para el denominador Restar denominadores Resta el denominador y si es resultado negativo olvida ponerle el signo El denominador no lo plantean bien Utilizan el mismo procedimiento para restar fracciones homogéneas y heterogéneas</p>
No encuentran el MCM	<p>Aplicar el MCM aplican directamente esa operación, olvidando el MCM La mal aplicación de MCM, unido al poco conocimiento de la factorización</p>
Falta de	<p>La selección de proceso.</p>

dominio del
algoritmo

No aplica bien el algoritmo

Algoritmo equivocado

No aplica correctamente el algoritmo y se equivoca cuando resta los números en el numerador.

M.C.M., dividir, restar.

Fracciones de diferente denominador y los pasos

Suman en lugar de restar

16. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una multiplicación de fracciones?

No conocen las tablas	<p>Se les olvida las tablas de multiplicación conste si no se les deja usar y si usan calculadora pues la poca experiencia al usarla</p> <p>La aplicación de las tablas al multiplicar los números, y que se les olvida simplificar para reducir a su menor expresión los números a multiplicar.</p> <p>Aplicar correctamente las tablas</p> <p>el uso de las tablas de multiplicar los perjudica</p> <p>No se pueden las tablas de multiplicar.</p> <p>no puede tablas, y no sabe el proceso de multiplicar una fracción</p>
Operar con fracciones mixtas	<p>Cuando se multiplican una fracción por un entero tienden a multiplicar ambos términos de la fracción por el entero</p>
Multiplicar fracción con entero	<p>Los errores que se cometen especialmente con la multiplicación de números mixtos, ya que no los convierten a fracciones impropias para multiplicar.</p>
Multiplicación cruzada	<p>Multiplican de manera cruzada los numeradores por los denominadores</p> <p>Confunde el proceso con el de división</p> <p>Realizan el algoritmo de la división</p> <p>Realizarlo como la regla de la división ya que se le enseñó a memorizarla</p> <p>Que multipliquen cruzado.</p> <p>Es decir numerador con denominador.</p> <p>Multiplica de forma Cruzada ya que lo confunde con la división</p> <p>Se confunden con la división de fracciones</p>
No simplifican	<p>la simplificación</p> <p>Al simplificar</p> <p>En esa operación solo la falta de simplificación.</p> <p>El algoritmo es bien aplicado, por ser el más básico. Pero generalmente se presentan errores en la simplificación.</p> <p>Se le dificulta la simplificación</p>
No simplifican las fracciones antes de	<p>No simplifica al inicio las fracciones (multiplicando y multiplicador)</p>

multiplicar	<p>No ver la posibilidad de simplificar antes de operar. No tienen clara la simplificación de fracciones como estrategia de reducción de los factores que se multiplican Esta es la operación que menos dificultad presenta, sin embargo, cuando el alumno no simplifica comete errores al momento de multiplicar números grandes</p>
No simplifican al final del proceso	<p>No reducen a su mínima expresión Al final del proceso, al simplificar la fracción resultante. La multiplicación creo es el algoritmo más sencillo para los estudiantes. Se dificulta para ellos en la parte de simplificar el producto. Esta es la operación más fácil para ellos. Lo que se les dificulta más es la simplificación de la fracción y la ley de los signos No simplifican resultado, además si estas pudieran simplificar desde el inicio no lo aplican</p>
Se equivocan en los signos	<p>No aplican correctamente la ley de los signos</p>
Confunden los números que deben multiplicar	<p>confunde proceso con suma Se confunden que números tienen que multiplicar</p>
Fallan en el algoritmo	<p>No aplica bien el algoritmo</p> <p>Ninguno Casi nunca.</p>

17. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una división de

fracciones?

No puede encontrar el recíproco	<p>La aplicación del número recíproco, para hacer la operación.</p> <p>No invierten la segunda fracción.</p> <p>No comprender el concepto de inverso multiplicativo.</p> <p>Invierte el orden de divisor y multiplica en x</p> <p>Al dividir, esta se convierte en una multiplicación por el recíproco. Realizar este cambio es algo que muy comúnmente es olvidado a la hora de realizar los procesos.</p> <p>No saber aplicar el recíproco de la fracción y también el de fracción compleja y luego siempre no saber simplificar el cociente.</p> <p>Falta de conocimiento en el inverso.</p> <p>Cambian el símbolo de multiplicación por división, pero no invierten por recíproco.</p>
Trabajan con multiplicación	<p>Realizan el algoritmo de la multiplicación sin antes haber utilizado el recíproco del divisor</p> <p>Suelen confundir el proceso con el de la multiplicación multiplicando en horizontal en lugar de hacerlo en cruz o no cambian el signo de producto por el de cociente al invertir la segunda fracción</p> <p>Al multiplicar cruzado no ubican el numerador y el denominador en su lugar</p> <p>Tienden a confundir y lo hacen numerador con numerador y denominador con denominador.</p> <p>Lo intentan resolver haciendo divisiones entre términos homólogos. Pero en este caso siempre consiste en multiplicar.</p> <p>Cuando la transforman a multiplicación que hay que cambiar la segunda fracción casi nunca lo hacen.</p> <p>Realizarlo como la regla de la multiplicación ya que se le enseñó a memorizarla</p> <p>No tienen claro el algoritmo y suelen confundirlo con el proceso usado en la multiplicación</p> <p>Utiliza el mismo procedimiento de la multiplicación de fracciones</p> <p>Multiplica numerador por numerador ya que lo confunde con la multiplicación</p> <p>lo hace como multiplicación, sin utilizar el inverso multiplicativo</p>
Simplificación de fracciones	<p>simplificar</p> <p>Aplica la simplificación de forma incorrecta</p>
Con. Previos	<p>recordar las tablas,</p> <p>no puede tablas, y no sabe el proceso de una división</p>
Ley de signos	<p>No aplicar correctamente la ley de los signos</p>

	No usan bien la ley de los signos
Olvida el algoritmo	Olvidan el algoritmo de la división de fracciones Se le olvida el algoritmo y la simplificación del resultado.
Planteamiento de algoritmos	No aplica bien el algoritmo El de poder llevar el algoritmo o Plantean mal el algoritmo No aplican apropiadamente el algoritmo de la división de fracciones. Proceso equivocado El método que utiliza pues no es el correcto
Confunden procesos	Dividen y no multiplican Quieren dividir numerador entre denominador. Se confunden con los diferentes métodos que hay

18. Según su criterio y experiencia, ¿cuáles son los errores más comunes que usted ha verificado cuando un estudiante resuelve una operación combinada de fracciones?

Jerarquía	<p>Desconocen jerarquización de operaciones</p> <p>No respetar la jerarquía de operaciones.</p> <p>Olvidan la jerarquía de operaciones, y empiezan a realizar procesos sin tomar en cuenta el orden de prioridad.</p> <p>Confunde la jerarquía de las operaciones y olvida el signo menos</p> <p>La jerarquía de las operaciones</p> <p>La jerarquización de las operaciones y no aplican propiedades</p> <p>La jerarquía de operaciones</p> <p>No respeta la jerarquía</p> <p>No se respeta con frecuencia la jerarquía de las operaciones</p> <p>No toman en cuenta muchas veces el orden o jerarquía de las operaciones</p> <p>Resuelve la operación de izquierda derecha sin considerar la jerarquía de las operaciones.</p> <p>La prioridad de las operaciones o jerarquía.</p>
Orden	<p>No sigue el orden de la operación a realizar primero</p> <p>El orden para resolver las operaciones. Y confunden los procesos</p> <p>No distinguir el orden de las operaciones.</p> <p>No saben cuál operación deben realizar primero.</p> <p>El orden de las operaciones,</p>
Desconocen el algoritmo	<p>No aplica bien el algoritmo</p> <p>No aplican algoritmo adecuado, si llevar una secuencia del proceso desarrollado</p> <p>Planteamiento incorrecto</p> <p>todo lo resuelve por el método de la mariposa</p> <p>No aplican las propiedades de manera correcta</p>
Confunden procedimientos	<p>El aplicar cada uno de los pasos, en cada operación, se confunden</p> <p>Confundir términos.</p> <p>Confunden los procedimientos.</p>

	<p>Suelen confundir signos y también el proceso cuando hay combinadas fracciones homogéneas y heterogéneas</p> <p>No dan prioridad a la multiplicación y división</p> <p>Multiplicar y sumar</p>
Caso específico	<p>Utiliza el procedimiento para sumar y restar fracciones homogéneas en fracciones heterogéneas</p> <p>les cuesta convertirlas a fracción impropia</p> <p>Operar la fracción como un numero entero.</p> <p>Ya con varía números se equivocan al operar los enteros</p>
Ley de signos	<p>el manejo de signos,</p> <p>No aplicar la ley de los signos</p> <p>y el uso de la ley de los signos</p> <p>En las operaciones combinadas si llego hasta ahí los errores son el uso de los signos.</p>
Signos de agrupación	<p>No dominan el uso de los signos de agrupación.</p>
Simplificación	<p>la simplificación de la fracción resultante.</p>

19. ¿Qué estrategias ha utilizado usted para enseñar las operaciones básicas con las fracciones?

	<p>Figuras geométricas en papel Métodos gráficos, material concreto (acetato, fichas, etc.) Usar métodos alternativos de enseñanza, además del uso de materiales concretos. Otra estrategia es usar analogías usando dinero. 1. Suma de fracciones con papel. Las cuadrículas Utilizar material didáctico para que ellos trabajen con fracciones y deducir con ellos las reglas de la suma, multiplicación. Hacer esquema. Manipulable.</p>
Manipulables	<p>Utilizar material concreto en los casos en que se pueda y atender en forma personalizada los casos más requieren. Manipulación de material concreto, ejemplos con lo del diario vivir. Una canción. Colocar carteles donde muestran sólo una operación para que ellos la asimilen de forma segura Recursos visuales (manipulables) Comenzar con material didáctico concreto Hacer uso de materiales concretos, como trozos de papel u otros. Para que tenga sentido el algoritmo a seguir para realizar una operación. Primeramente, realizar operaciones a través de coloreo o sombreado y la representación de fracciones con dibujos o esquemas visuales, luego asegurar estas operaciones en forma sistemática con la aplicación de los algoritmos adecuados En el caso de suma o resta, enseñe la "mariposa" con plumones de varios colores</p>
Vínculo con geometría	<p>Utilizar geometría para resolver situaciones Por medio geométrico, rectángulo, círculos, etc. Representación gráfica. Hacer una demostración gráfica de las operaciones.</p>
Software	<p>Software interactivo</p>
Juegos	<p>Uso de juegos, como el mercado, partir frutas Juegos.</p>
Trabajo tradicional	<p>2. Uso de bloques para fundamentar la idea de unidad de referencia. La práctica hace al maestro, poner al alumno a explicar es decir exponer los ejercicios que resuelve ayuda a fijar el algoritmo la mejor manera de aprender es enseñando si se explican entre ellos y uno observa cómo lo hacen y corregir en el momento haciendo amena la clase se fija más el conocimiento,</p>

pienso que es importante no importa el grado antes de comenzar el curso garanticemos que todos memoricen las tablas de multiplicar
y garantizar que las calculadoras se usen lo menos posible

Trabajo teórico Partir de ejemplos sencillos hasta que se apropien el algoritmo de cada operación y luego ir aumentando la dificultad
Primero aprender por inspección a sumar medios, cuartos y octavos son de los alumnos cortan una tortilla y suman fracciones y enteros. Luego se les enseñan los algoritmos.
hacer hincapié en lo que son fracciones homogéneas y heterogéneas y como proceder en cada caso.

Ejercicios Ejercicios en pizarra y personalizados
Ejercicios de operaciones con fracciones de forma gráfica, actividades de comparación, identificar errores.
tengo que empezar por conocer los elementos de cada una de las operaciones de las fracciones, trato de explicarle en forma individual para detectar cual es el mayor problema en la fracción y así tomo la decisión de hacerlo en forma individual, dejando tareas, después lo realizo en forma general, para todos.

Retroalimentación clases. Trabajo docente En tercer ciclo siempre retroalimentar de forma general y con un ejemplo en algoritmo de las operaciones suma, resta multiplicación y división además de la investigación y práctica de los estudiantes.
Afianzar los algoritmos
Retroalimentación.
Comenzar con la suma y tratar que ahí en esa operación vayan aprendiendo todo desde lo más básico hasta lo más difícil debido a que en esta operación se mezclan todas las demás y tratar de hacerlo por el método largo para que apliquen
1. MCM
2. División
3. multiplicación
4. Suma
5. Simplificación o conversión a misto
Aunque me tome un poco más de tiempo realizó operaciones muy básicas y elementales para que reconozcan las ideas elementales de las operaciones con fracciones. . Para fortalecer los conocimientos de los estudiantes parto de la idea de que no recuerdan nada.
Un error frecuente de muchos maestros de matemática es dar por hecho que los alumnos tienen claras las clases aprendidas en los años anteriores
Sumar y restar fracciones de diferente denominador de dos en dos.

20. ¿Qué estrategias ha utilizado usted para tratar el error en el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones?

Refuerzo operaciones	<p>Reforzar el procedimiento correcto</p> <p>Retroalimentación oportuna</p> <p>Repasar operaciones aplicando leyes de signos; y ejemplificar las operaciones con fracciones, con imágenes utilizando GeoGebra.</p> <p>Reforzar los pasos con mayor dificultad, explicar más y hacer más ejercicios</p> <p>A veces como un refuerzo en horas adicionales</p> <p>En la revisión de tareas asignadas se detectan los errores y de manera general plantear en la pizarra algunos de esos errores y junto con los alumnos, determinar y preguntar si ellos ven algo raro en ese planteamiento, esperar reacciones de la mayoría de los alumnos al descubrir el error planteado, para luego reforzar sistemáticamente la forma adecuada de resolverlos</p> <p>También creo que es importante partir de lo más elemental a lo más complejo reforzando todas las ideas elementales de las operaciones.</p> <p>Refuerzo académico con tutores</p> <p>resolución de ejemplos, puntualizar análisis de casos, verificación de pasos, resolución de guías, trabajo en pizarra.</p> <p>Refuerzo desde la comprensión del significado de fracción y sus operaciones.</p>
Refuerzo teórico	<p>Explicar nuevamente</p> <p>Explicar personalmente a los estudiantes con más dificultad.</p> <p>Explicar nuevamente los procedimientos. Partir de lo más fácil a lo complejo.</p> <p>Vamos a suponer que el alumno no puede sumar fracciones porque siempre se le olvida la regla, el problema es de memorización, entonces vamos a corregirlo de manera que el estudiante se dé cuenta el porqué de obtener el MCM para poder sumar fracciones, si el estudiante se da cuenta de esa parte ya no se le va a olvidar y recordará cada paso sin memorizar.</p> <p>Corregir en la pizarra los errores que se han cometido de forma participativa</p> <p>Refuerzo de descomposición y ley de signos en la suma/resta</p> <p>Buscar formar distintas y comprensibles para los estudiantes por ejemplo usar multiplicación cruzada en las sumas y resta de fracciones, además del algoritmo usando el MCM de los denominadores de las fracciones.</p>
Trabajo grupal	<p>El uso de tutores, estudiantes más aventajados, para apoyar a otros. Y la atención personalizada.</p> <p>Trabajo en grupos de tres y utilización de material concreto.</p> <p>Alumnos tutores mientras se les enseña hay alumnos aventajados de los cuales uno se puede auxiliar</p> <p>Formar equipos de trabajo con tutores.</p>
Trabajo individual estudiantes	<p>Pasar a los estudiantes a trabajar en la pizarra.</p> <p>trabajar en forma individual en aquellos alumnos que tienen mayor dificultad, de procesos, de tablas</p> <p>Personalizar los ejemplos</p> <p>El acompañamiento en la solución de ejercicios y problemas de aplicación</p>

	<p>Material lúdico</p> <p>Creo que debemos tener algunos recursos complementarios a la mano tales como plumones de colores que no sean comunes para ir señalando las ideas importantes. T</p> <p>Hacer cuadros comparativos de procedimientos, propiedades y operaciones con fracciones.</p>
Recursos manipulables	<p>Uso de geoblocks, bingo de las fracciones y plastilina</p> <p>Uso de figuras guías con figuras</p> <p>Trabajar con áreas para afianzar el concepto de la unidad base para hacer la suma de las partes de un todo y de igual forma para el producto.</p> <p>Las cuadrículas y guías aplicadas a diferentes ejercicios</p>
Recurso multimedia	<p>Material multimedia (vídeos)</p> <p>Videos para que puedan ver otros procesos</p>
Juegos	<p>Busco juegos para que se interese</p>