075510

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGIA

SEMINARIO DE GRADUACION

FORMACION DEL CONCEPTO DE NUMERO EN NIÑOS DE LA CLASE MEDIA

ANA JOSEFINA NUILA DE CABRERA

SEPTIEMBRE 1974

SAN SALVADOR EL SALVADOR CENTRO AMERICA

UES BIBLIOTECA CENTRAL
INVENTARIO: 10103430

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE PSICOLOGIA

TEMA GENERAL

"LA FORMACION DEL CONCEPTO DEL NUMERO EN EL NIÑO "

TRABAJO MONOGRAFICO PRESENTADO POR

ESTHER FIGUEROA DE FELIZARDO

MIRNA ROSA OCHOA DE VASQUEZ

ANA JOSEFINA NUILA DE CABRERA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
BIBLIOTECA CENTRAL
SAN SALVADOR
UNIV.-EL SALVADOR, C.A.

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE PSICOLOGIA

S U B -- T E M A

"LA FORMACION DEL CONCEPTO DEL NUMERO EN NIÑOS DE LA CLASE MEDIA"

ANA JOSEFINA NUILA DE CABRERA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
BIBLIOTECA CENTRAL
SAN SALVADOR, EL SALVADOR, C.A.

A S E S O R:

SALVADOR VALDIVIESO ROQUE.

JURADO EXAMINADOR

Lic. Ofelia Rivera de Bernal

Lic. Salvador Valdivieso Roque

Lic. Ana Celia de Villa Alta

San Salvador, 1974.--

C O N T E N I D O

Páginas

INTRODUCCION

Basándose en los postulados que Piaget presenta en su -- Teoría, se procedió al desarrollo del Tema general "LA FORMACION DEL CONCEPTO DEL NUMERO EN EL NIÑO", para efectos de lo cual dicho tema general se dividió en tres subtemas:

1° "LA FORMACION DEL CONCEPTO DEL NUMERO EN NIÑOS DE LA CLASE ALTA".

2° "LA FORMACION DEL CONCEPTO DEL NUMERO EN NIÑOS DE LA CLASE MEDIA".

3° "LA FORMACION DEL CONCEPTO DEL NUMERO EN NIÑOS DE LA CLASE BAJA".

La presente Monografía constituye la parte segunda de - dicho tema general. Consecuentemente, el desarrollo de este subtema comienza con una breve comparación entre la intuición y las operaciones concretas, analizándose las características principales del subperíodo operacional concreto y - la teoría de los agrupamientos de clase, como fundamentos -- teóricos del desarrollo intelectual necesarios para la comprensión de la idea del número en el niño.

Seguidamente se establece la relación entre las operaciones concretas y el concepto numérico, enfatizando el papel que éstas desempeñan en la adquisición del número.

Con el objeto de hacer una valoración práctica en cuanto a la formación del concepto del número en niños de la - - clase media, se procedió a realizar un estudio exploratorio a la luz de la fundamentación teórica presentada en - los dos primeros capítulos, siguiendo siempre las normas - señaladas por Piaget en sus estudios. En esta parte se hace un análisis estadístico de los datos con el propósito de apreciar objetivamente la relación entre los resultados obtenidos del estudio y aquellos que cabría esperar teóricamente. Luego, se plantean las conclusiones basadas en el aspecto teórico, la experimentación y las implicaciones que esta última tiene a la luz de la Teoría Piagetana.

Finalmente, se agregan al texto principal dos apéndices los cuales contienen los modelos de las pruebas utilizadas y los cálculos estadísticos.

En resumen, el presente trabajo constituye un intento de profundizar en los aspectos teóricos que Piaget presenta en su teoría sobre la formación del número, mediante la exploración aquí realizada y del manejo cuantitativo de los datos.

1.- Pensamiento Operacional Concreto

1.1. Comparación entre la intuición y las operaciones concretas.

Para hacer una ligera comparación entre ambos subperíodos, es necesario hacer un breve esbozo sobre cada uno en particular. El subperíodo intuitivo se desarrolla entre los 4 a 7 años; generalmente, los niños de este subperíodo se caracterizan por poseer un pensamiento no operatorio, son incapaces de hacer comparaciones mentalmente y no poseen representación mental, estando su pensamiento dominado principalmente por percepciones inmediatas, es decir, que el niño utiliza un dato perceptivo externo en su razonamiento; además, los niños de este subperíodo se caracterizan también por poseer un pensamiento inflexible, rígido y egocéntrico. En cambio, en los niños del subperíodo operacional concreto (7 - 12 años), este pensamiento ha alcanzado movilidad, flexibilidad y un equilibrio móvil, el cual no poseen los niños del subperíodo anterior; en los niños del subperíodo operacional concreto, la formación de clases y series se efectúa mentalmente, es decir, que las acciones físicas se interiorizan como acciones mentales u operaciones. (Beard, 1971, p. 80).

Los niños del subperíodo intuitivo hacen uso de su capacidad de representación en forma progresiva y transitoria de tal manera que sus anteriores estructuras, rígidas, irreversibles y estáticas comienzan a poseer plasticidad, movilidad y reversibilidad. De esta manera el niño intituivo va estructurando -

el mundo en forma más segura, dando paso así a la estructura de los sistemas operatorios.

El equilibrio es una de las características más importantes en esta etapa, ya que muchas veces su aparecimiento es tan repentino, que incluye todas las nociones de un mismo sistema. En base a ésto, se puede denominar al pensamiento intuitivo como la fase del equilibrio progresivo y, a las operaciones, la fase del equilibrio móvil.

Aquí es oportuno citar la hipótesis de Piaget en cuanto que "las relaciones intuitivas de un sistema examinado se agrupan repentinamente en un momento dado, agrupamiento que tiene como resultado la conservación del todo" (Piaget 1966 p. 185).

Para una mejor comparación entre ambos subperíodos es conveniente citar el experimento de las hileras simples (Ver Apéndice A) con el objeto de comprobar hasta qué grado el niño es capaz de establecer la correspondencia. Los niños de 4 a 5 años son incapaces de establecer correspondencia alguna, limitándose tan sólo a colocar más o menos fichas de las indicadas, cubriendo únicamente el aspecto de dimensión (largo). En cambio, entre los 5 - 6 años el niño es capaz de establecer la correspondencia, no indicando ésto que el niño haya llegado a la operación, pues bastará agrupar los elementos para que el sujeto no crea más en la equivalencia. Esto despierta gran interés pues el sujeto presenta un esquema intuitivo bastante flexible, lo que puede llevar al experimentador a una falsa concepción de operación. Esta forma de intuición es denominada por Piaget, "intuición articulada", es decir, que esta intuición permite al niño cambiar su tipo de respuesta centrada a una descentrada, pero sin llegar a realizar una operación como tal, ya que la intuición se mantiene rígida e irreversible, como todo pensamiento intuitivo.

Finalmente y a manera de aclaración, se puede añadir que con el aparecimiento de la conservación del todo va implícito el aparecimiento de las operaciones concretas.

1.2. Características generales del subperíodo operacional concreto.

La cognición se caracteriza como la aplicación de acciones reales por parte del sujeto, ya sea relacionado con el ambiente o con las demás acciones del sujeto. A medida que el niño crece estas acciones cognoscitivas se hacen cada vez más internalizadas, realizándose de esta manera otra mejor representación del mundo exterior mediante recuerdos, imágenes, -- lenguaje y símbolos; así también, existe una mejor esquematización y movilidad, despojándose de sus cualidades concretas.

Estas acciones internas y representacionales, se cohesionan en forma gradual dando por resultado sistemas de acciones cada vez más complejos e integrados.

En este sistema, las acciones tienen propiedades estructurales definidas, las cuales difieren de una simple concatenación o yuxtaposición; en esta forma, una acción puede anular o compensar otra acción anterior, dos acciones se pueden combinar y formar una tercera, etc.

Piaget denomina operaciones cognoscitivas a las acciones que están organizadas en totalidades, estrechamente integradas y estructuralmente definidas.

Básicamente, Piaget, llama operación a "todo acto representacional que es parte integral de una trama organizada de actos conexos"(Flavell, 1971, p.184).

Existe una gran variedad de estas operaciones, las cuales se pueden agrupar de la manera siguiente:

a) Dentro de los sistemas de clases y relaciones, existen las operaciones lógicas, de suma, resta, multiplicación, división, correspondencia, etc.

b) Operaciones infralógicas que suponen cantidad, medición, - espacio, tiempo, valoración, etc.

El reaccionar ante una serie de objetos, tomando en cuenta algún punto de vista se denomina clase. Por el contrario, - cuando se realiza una clasificación en base a las diferencias se presenta una relación.

Fundamentalmente, el "totalismo" de Piaget, en relación a las operaciones cognoscitivas, consiste en que la operación aislada no puede constituir la unidad de clase propiamente dicha, ya que toma su significado del sistema al cual pertenece. Es decir, que una clase no puede tener lugar sin que exista un sistema potencial de operaciones de clase, actualizable en el momento.

En su Teoría, Piaget, expone que el desarrollo intelectual es un proceso de organización de operaciones activas intelectuales con estructura propia.

Para una mejor comprensión de la Teoría de Piaget, acerca de la evolución del conocimiento en la etapa intermedia, comprendida entre la niñez y la adolscencia, es necesario conocer ciertos términos, tales como: grupo, reticulado y agrupamiento.

El término "grupo" puede definirse como "una estructura abstracta compuesta por un conjunto de elementos y por una operación relacionada con esos elementos, de tal manera que las propiedades de asociatividad, composición, identidad y reversibilidad tienen validez" (Flavell, 1971 p. 190).

El "reticulado" se refiere a una estructura formada por una serie de elementos X, que tienen un mínimo límite superior (m.l.s.) y un máximo límite inferior (m.l.i.). El reticulado, entonces, es capaz de representar determinadas operaciones de clase y de relación.

Piaget define el "agrupamiento" de la siguiente manera:

"El agrupamiento psicológicamente consiste en cierta forma de equilibrio de las operaciones interiorizadas, y organizadas en estructuras de conjunto" (Piaget, 1966, p. 57). En otras palabras, se puede decir que el agrupamiento está formado por las propiedades del grupo y del reticulado.

El objetivo primordial de estos agrupamientos es el de representar modelos de cognición, describiendo cómo se organizan las operaciones lógicas, es decir, las operaciones de clase y relaciones lógicas, al igual que cómo se organizan las operaciones infralógicas y las relaciones interpersonales y de valores.

La importancia que Piaget le da a determinadas operaciones lógico-matemáticas se basa en que las considera semejantes a los sistemas operacionales usados a mediados y fines de la niñez. Así mismo, hace uso de una matemática no cuantitativa (puntajes) con el fin de caracterizar el proceso y estructura psicológica. En cuanto a las estructuras lógicas, considera que describen la actividad concreta del teórico, mientras constituye su propia teoría.

En resumen, Piaget considera que las estructuras lógico-matemáticas son capaces de proporcionar modelos para describir estructuras cognoscitivas concretas.

Piaget y sus colaboradores han creado la estructura denominada "agrupamiento", la cual ha sido definida anteriormente. Dichos agrupamientos han sido clasificados en número de nueve, de los cuales uno es menor y los ocho restantes -

mayores; a su vez estos ocho agrupamientos mayores se subdividen en cuatro de clase y cuatro de relaciones. A continuación se enumeran, dando por entendido que serán desarrollados en su totalidad en otro apartado de este trabajo.

a) Agrupamiento I: Adición primaria de clases.

b) Agrupamiento II: Adición secundaria de clases.

c) Agrupamiento III: Multiplicación Bi-unívoca de clases.

d) Agrupamiento IV: Multiplicación Co-unívoca de clases.

e) Agrupamiento V: Adición de relaciones asimétricas.

f) Agrupamiento VI: Adición de relaciones simétricas.

g) Agrupamiento VII: Multiplicación Bi-unívoca de relaciones.

h) Agrupamiento VIII: Multiplicación Co-unívoca de relaciones.

i) Agrupamiento preliminar de igualdades.

Los agrupamientos de operaciones lógicas constituyen el centro estructural del subperíodo de las operaciones concretas. Flavell considera que el profundo deseo de Piaget sería ir más allá de la simple afirmación de suponer que las estructuras lógico-matemáticas modelan las estructuras del pensamiento, o sea, cómo cada modelo es traducido a un componente específico de la conducta.

El plantamiento de Piaget tiene dos enfoques: a) Lógico y b) Empírico.

El enfoque lógico examina la naturaleza de la operación lógica de clases y relaciones. Además trata de hallar, en pri mer lugar, la estructura lógico-matemática básica que mejor se aproxima a la organización esencial que es común a toda la serie de operaciones, de aquí surgen las cinco propiedades de los agrupamientos. En segundo lugar, trata de configurar todas las variaciones de esta estructura básica, con el fin de agotar todas las subvariedades posibles, produciéndose así las nueve variaciones sobre esta estructura del agrupamiento.

Se puede decir que si una persona realiza las operaciones lógicas que se pueden efectuar con clases y relaciones en el nivel puramente intuitivo, se comporta de manera similar a una computadora con un programa de agrupamiento.

De los agrupamientos IV y VIII no existen datos experimentales significativos en el pensamiento operacional concreto del niño. Ambos agrupamientos describen estructuras cognoscitivas lógicamente posibles y no experimentables.

El enfoque empírico trata de investigar en qué medida un niño de 7 - 11 años hace uso del agrupamiento, como modelo de su conocimiento. En este sentido Piaget parece trabajar en dos niveles.

a) Global e intuitivo.

b) Específico.

En el nivel global e intuitivo, el niño del subperíodo operacional concreto muestra determinadas cualidades cognoscitivas que están ausentes en el niño de menor edad (subperíodo preoperacional), por ejemplo, Flavell dice que la conducta que poseen los niños mayores es sistemática, actuando como si sus acciones cognoscitivas surgiesen de un sistema - de acciones coherentes e intercoordinado, además, sus acciones parecen estar impregnadas de reversibilidad, siendo para Piaget esta reversibilidad, la propiedad fundamental de la cognición como sistema, de la cual resultan las demás.

En el nivel específico los componentes de un agrupamiento en particular, los experimenta en niños, para concluir -- con comportamientos análogos o equivalentes. A través de la experimentación trata de ubicar la estructura cognoscitiva operante.

En resumen, Piaget emplea sus agrupamientos de tres maneras distintas.

a) Los considera estructuras específicas y económicas de la cognición ideal.

b) Los agrupamientos constituyen un marco ideal para interpretar determinadas cualidades del comportamiento operacional y diferenciarlos del preoperacional.

c) Sirven para determinar los logros intelectuales más específicos.

1.3. Los Agrupamientos.

Las operaciones concretas se constituyen a partir del rompimiento de una estructura anterior, denominada estructura intuitiva. Al proceso interno por el cual se pasa de la - estructura intuitiva a la estructura concreta se le llama -- "agrupamiento", que viene a ser la característica central -- del subperíodo operacional concreto.

Los agrupamientos tienen como característica central la conservación del todo: una cantidad trasladada de un lado a otro, siempre se conserva. Estos agrupamientos poseen ciertas leyes, las cuales se verán a continuación en detalle.

1.3.1. Las leyes del agrupamiento (Beard, 1971, p. 85).

a) Ley de la composición o cierre: los elementos de un grupo se combinan produciendo un nuevo elemento de la misma clase: dos clases distintas pueden combinarse formando una clase que las incluya a ambas.

hombres + mujeres = adultos

$A + A' = B; \quad B + B' = C$

b) Ley de la inversión: (reversibilidad): cada operación original implica la operación contraria: una sustracción implica una adición, una división una multiplicación.

Si $A + A' = B$, entonces

$A = B - A'$ ó $A' = B - A$

c) Ley de asociatividad: un resultado obtenido en dos formas diversas permanecen siendo el mismo en ambos casos.

$(A + B) + C = A + (B + C)$

d) Ley de identidad: Una operación combinada con la operación contraria se anula.

$A - A = 0$

e) Ley de tautología: una clase sumada así misma sigue siendo la misma clase

$A + A = A$

Cuando esta Ley de tautología, es referida a cifras:

- una unidad sumada así misma produce un nuevo número- es llamada entonces, ley de iteración, ejemplo:

$$2 + 2 = 4$$

$$A + A = 2A$$

Para una mejor comprensión de cómo los agrupamientos -- obedecen a estas leyes, es conveniente citar el ejemplo de - Beard: "Supongamos que A forma parte de un género B, de una familia, C, etc. El género B incluye otras especies además de A las llamaremos A'. (por lo tanto, A' = B - A). La familia C comprende otros géneros además de B, los llamaremos B'.

(por lo tanto B' = C - B). Tenemos por consiguiente,

combinabilidad: A+A' = B; B + B' = C, etc.

reversibilidad: B - A' = A

asociatividad: (A + A') + B' = A + (A' + B'), y todas las demas características de los grupos". (Beard, R.1971, p. 86).

A continuación se verán desarrollados únicamente los cuatro primeros agrupamientos (Clases) ya que los de relaciones serán desarrollados en su totalidad en la Monografía N° 3.

1.3.2. Agrupamientos lógicos de clase.

Al describirlos se hará uso del mismo sistema de Piaget el cual designa números romanos a los ocho primeros agrupamientos.

AGRUPAMIENTO I.- Adición Primaria de Clases.

Siendo éste el agrupamiento más simple de los ocho, describe las operaciones y las interrelaciones entre dichas ope raciones implícitas en la cognición de jerarquías de clases. Este agrupamiento se considera como el conjunto de reglas implícitas que gobiernan las operaciones de clase. Usando la misma simbología de Piaget, se cita el siguiente ejemplo de una jerarquía zoológica:

A = La clase de los perros salchichas

A'= Las subclases incluídas en la clase de los perros domésticos.

B = La clase de los perros domésticos.

B'= Las subclases incluídas en la clase de los caninos (lobo, perro salvajes, etc).

C = La clase de los caninos.

C'= Las subclases incluídas en la clase de los mamíferos.

D = La clase de los mamíferos.

D'= Las subclases incluídas en la clase de los vertebrados.

E = La clase de los vertebrados.

Se llama clases primarias a todas aquellas que no llevan el signo "prima" (A, B, C, D, E) y, clases secundarias, a todas las restantes (A', B', C', D').

Con esta jerarquía de clases es posible efectuar diferentes operaciones de tipo cognoscitivo:

$$A + A' = B$$

$$A + A' + B = C$$

$$A + A' + B' + C' = D$$

$$B - A = A'$$

$$C - B' - A' = A$$

$$D - C' - B' - A' = A$$

Estas operaciones de tipo cognoscitivo que se efectúan dentro de la jerarquía de clases, permiten proponer mentalmente una clase y, esta proposición simbolizarla con el signo + (adición lógica). Igualmente, se puede no proponer con el signo - (sustracción lógica), con lo cual se logra las operaciones elementales +A y -A; +B' y -B'. En este agrupamiento es posible ejecutar estas operaciones elementales y sumarlas entre sí, y pueden ser presentadas en forma de una ecuación:

$$(A + A' + B') = C$$

La estructura de estos agrupamientos la definen cinco reglas fundamentales, las primeras cuatro son las propiedades del grupo y, la quinta una propiedad del reticulado.

a) <u>Composición</u>: cuando se combina un elemento con otro mediante la suma, se obtiene como resultado un producto que es en sí mismo un elemento del sistema de clase.

$$(A + A' = B) + (B + B' = C) = (A + A' + B' = C);$$

$$(B - A' = A) + (C - B' = B) = (C - B' - A' = A).$$

b) <u>Asociatividad</u>: cuando se suman los elementos de una serie, tal suma de ninguna manera depende de la forma en la cual han sido agrupados sus elementos.

$$\left[(B - A' = A) + (C - B' = B)\right] + (D - C' = C) \text{ y}$$

$$(B - A' = B) + \left[(C - B' = B) = (D - C' = D)\right] \text{ o sea,}$$

que ambas son iguales a:

$$(D - C' - B' - A' = A)$$

c) Identidad general: sólo hay un elemento que al sumarlo a otro elemento siempre permanece idéntico. En la adición de clases, este elemento es cero (0).

$(0 + 0) = 0$ que equivale a la suma de las clases nulas: $(0 + A) = A$

d) Reversibilidad: cuando a un elemento se le suma su inverso da por resultado el elemento de identidad.

$$(D - C' = C) + (-B - B' = -C) = (0 + 0) = 0$$

e) Identidad especial: la diferencia entre grupo y agrupamiento estriba en que este último posee otro elemento de identidad que sumado a otro cualquiera lo deja idéntico.

Así, en un reticulado de clases se encuentra un m.l.s. para cada par de clases, el cual está formado por la suma de dos elementos, ejemplo:

$$(A + A') = B;\ (A + B) = B \text{ y } (A' + B) = B$$

B es el m.l.s. para A y B y para A' y B' ya que es la clase más pequeña en la cual están incluídas A y B ó A' y B. sin embargo,

$$A + B = B$$

$$A + C = C$$

$$A + D = D, \text{ etc.}$$

Aquí, A es el elemento de identidad respecto a B, C, D, y sus demás clases superordenadas.

Del reticulado se derivan las propiedades de tautología y reabsorción, Piaget (Flavell 1971) llama tautología, a toda clase que cumple con las funciones de identidad respecto de si misma y, al desempeñar este mismo papel respecto a su clase superordenada la denomina reabsorción.

El niño de esta etapa posee ya la capacidad de comprender la reversibilidad de las subclases:

$$A + A' = B$$

ya que, cuando piensa en A y A' como clases individuales,-- las integra al todo que es B y, así también, al pensar en B , piensa que es la resultante de la suma de A + A'. Por - lo tanto, piensa: $B = A + A'$.

Comportamiento Cognoscitivo: Se han hecho varios experimentos para comprobar la capacidad antes expuesta, aquí se cita uno de ellos:

Se presentan al niño 20 cubos de madera (B), 17 negros (A) y 3 blancos (A'). (Ver Figura 1).

Se le pide al niño que diga de cuáles cubos hay más, - si cubos negros o de madera. El niño pequeño responderá que hay más negros, ya que sólo hay tres blancos. En cambio los niños en el subperíodo operacional concreto, dan la respuesta correcta debido a que ya poseen un sistema de operaciones de clase móviles y reversibles, que les permite atender simultáneamente los componentes en su totalidad (cubos de - madera) y las subclases de los elementos que las componen (cubos negros y blancos).

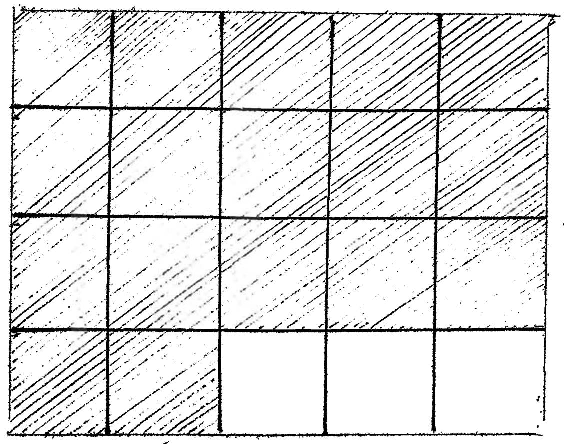


Fig. 1.- Disposición de los cubos para explorar el fenómeno de reversibilidad en los niños.

AGRUPAMIENTO II.- Adición Segundaria de Clases (Vicariancias).

En cualquier clasificación pueden distinguirse las clases primarias (A, B, C), las cuales se refieren a una clase en particular, A = cubos rojos; por otro lado están las clases secundarias (A', B', C') que denotan una cantidad no especificada de clase del mismo rango que el correspondiente a la clase primaria. Por lo tanto podemos decir que A' no constituye una clase particular como sería A = cubos rojos, sino que engloba a todas las clases complementarias dentro de una totalidad B (cubos de madera), es decir, que serían todos los cubos con excepción de los rojos. Por lo tanto, ya que las clases secundarias denotan una multiplicidad de clases, es factible efectuar otras series de clases análogas y paralelas a la serie A + A' = B, B + B' = C, etc.

En resumen, es posible crear una cantidad de series paralelas a la inicial, cada una de las cuales se reunen con la serie inicial en la clase primaria del siguiente rango superior. Por lo tanto, dentro de A' se puede seleccionar A_2 (cubos negros), pudiéndose entonces efectuar la siguiente operación: $A_2 + A_2' = B$.

Al establecer series primarias en la clase primaria del rango siguiente dentro de la jerarquía, se obtienen igualdades tales como $A + A' = A_2 + A_2'$ etc. $= B$, a estas igualdades Piaget las denomina ecuaciones de sustitución suplementaria o vicariancias (Flavell, 1971). Estas ecuaciones de vicariancias tomadas como elementos forman la estructura del agrupamiento II.

En este agrupamiento se presentan también las propiedades revisadas en el agrupamiento I.

Comportamiento cognoscitivo: Piaget opina que en el presente agrupamiento es difícil descubrir las correspondencias entre la estructura y el comportamiento. Sin embargo, es posible decir que el niño del subperíodo operacional concreto posee la capacidad de clasificar una serie de objetos en formas diferentes, lo que da lugar a las ecuaciones de vicariancia arriba mencionadas. Sea B una colección total:

$$B = A + A' = A_2 + A_2' = A_3 + A_3' = B$$

En esta ecuación $A + A'$ representan una clasificación dentro de B; $A_2 + A_2'$ una segunda clasificación dentro de B, etc. Un ejemplo práctico sería: Adultos (B) = hombres + mujeres; bajos + altos, etc.

AGRUPAMIENTO III.- Multiplicación Bi-unívoca de clases.

En este agrupamiento los miembros de una serie están en correspondencia multiplicativa con cada uno de los miembros de otra serie. Refiriéndose tanto a la multiplicación como a la división.

Supongamos que se tiene una clase de rosas D_1 y la dividimos de acuerdo a su color:

$$D_1 \begin{cases} A_1 = \text{rosas blancas} \\ B_1 = \text{rosas rojas} \end{cases}$$

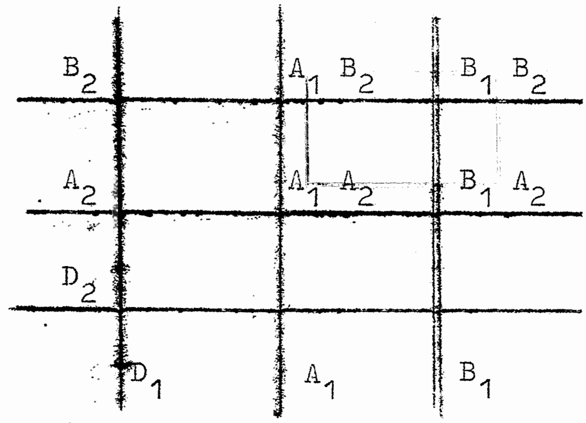
De la misma manera podemos suponer la misma clase de rosas D_2 y subdividirlas de acuerdo a su aroma:

$$D_2 \begin{cases} A_2 = \text{rosas olorosas} \\ B_2 = \text{rosas no olorosas} \end{cases}$$

una vez establecidas estas series puede multiplicarse lógicamente un miembro de una serie por el miembro de la otra, dando por resultado una relación de clases, teniendo como producto lógico el m.l.i. del reticulado, es decir, la clase mayor común a ambos miembros, obteniéndose así las operaciones siguientes:

$A_1 \times A_2 = A_1\ A_2$ (clase de rosas blancas olorosas)

y así sucesivamente hasta que se multipliquen todos los miembros de ambas series, cuyo producto genera una matriz cuadrada de doble entrada, en la cual las clases componentes de D_1 se encuentran a lo largo de un eje y las de D_2 a lo largo del otro (Ver Figura 2).



$$D_1 \times D_2 = D_1 D_2 = A_1 A_2 + A_1 B_2 + B_1 B_2 + B_1 A_2$$

Figura 2.- Matriz que representa las relaciones entre dos clases en el agrupamiento III.-

Piaget (Flavell, 1971) llama multiplicación bi-unívoca a este tipo de multiplicación de clase debido a que cada -- miembro de la primera serie se encuentra en correspondencia multiplicativa con todos los miembros de la segunda.

Esta multiplicación no sólo se refiere a dos series si no también a más de dos. Ejemplo: a las series D_1 y D_2 se - les puede agregar la serie D_3 : A_3 = flores, B_3 = arbustos.

Como en los dos agrupamientos anteriores, aquí también son aplicables las propiedades anteriormente descritas.

Usando la simbología del ejemplo anterior se analiza cómo se presentan dichas propiedades:

a) <u>Composición</u>: $A_1 \times A_2 = A_1 A_2$; $A_1 \times B_2 = A_1 B_2$ etc.

b) <u>Asociatividad</u>: $(D_1 \times D_2) \times D_3 = D_1 (D_2 \times D_3)$; $A_1 \times (B_2 \times B_3) = (A_1 \times B_2) \times B_3$

c) <u>Reversibilidad</u>: este agrupamiento a diferencia de los an teriores, en los cuales la operación inversa es una sustracción, su operación inversa es la división de clases A_1 $A_2 \div A_1 = A_2$ es decir, la clase aumenta su extensión en lugar de reducirla (A_2 es más extensa que A_1 A_2).

d) Identidad general: Como la reversibilidad esta propiedad es distinta en el presente agrupamiento. En los dos primeros, la identidad general es una clase nula (0 + 0) = 0; aquí no puede ser la misma clase (0) ya que la sustracción de las propiedades de una clase da como resultado una clase más extensa que la primera, es decir, que la identidad general es la clase más general de todas, no estando delimitada por cualidades como la clase Z, de donde: D_x = animales, entonces $D_x \div D_x = Z$, es decir, que se ha quitado la limitación de animalidad, quedando únicamente la clase más general (Z) no siendo ésta delimitada específicamente.

e) Identidades especiales: está presente la propiedad de tautología; $A_1 \times A_1 = A_1$; $D_2 \times D_2 = D_2$, pero la propiedad de reabsorción defiere en este agrupamiento: $D_1 \times A_1 = A_1$. Vale decir, que los miembros de la clase que son al mismo tiempo rosas (D_1) y blancas (A_1) son la clase de rosas blancas (A_1), o sea que la reabsorción depende de la "absorción de clase superordenada en su clase subordenada" (Flavell, 1971, p. 197).

Comportamiento Cognoscitivo. Todo lo expuesto anteriormente puede comprobarse mediante la realización de experimentos sencillos. Uno de tales experimentos podría ser el siguiente: se presenta al sujeto dos hileras dispuestas en ángulo recto. La hilera horizontal contiene figuras iguales de manzanas de diferente color (clase manzanas). La hilera vertical contiene figuras de diferente forma, pero del mismo color (clase objetos). Al sujeto se le pide que determine cuál imágen

BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

es la correcta para hacer la intersección de las dos hileras. En el caso de la Figura 3, los objetos contenidos en la hilera vertical son de color rojo, mientras que de los contenidos en la hilera horizontal solamente uno es rojo. Esto quiere decir que para hacer la intersección de las dos hileras bastaría con colocar la manzana roja en el cuadro del vértice. Esto es así, porque la manzana roja es común a sus similares en la línea horizontal en cuanto a forma y, es común a los objetos de la línea vertical en cuanto a color. Así como el ejemplo anterior pueden existir otros más, véase Flavell, 1971, p.212.

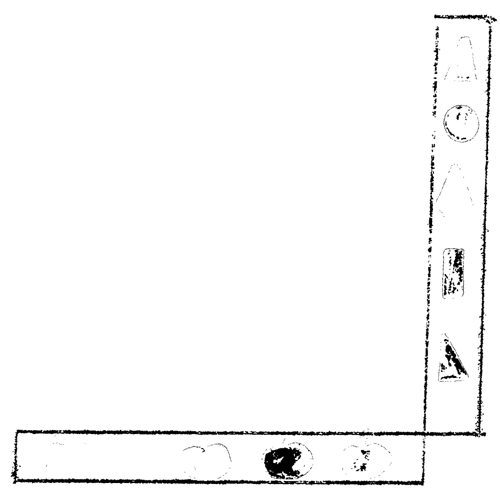


Figura 3.- Ejemplo de una prueba utilizada para explorar la capacidad del niño en cuanto a encontrar - la interacción o producto lógico de dos o más clases.

AGRUPAMIENTO IV: Multiplicación Co-unívoca de clases

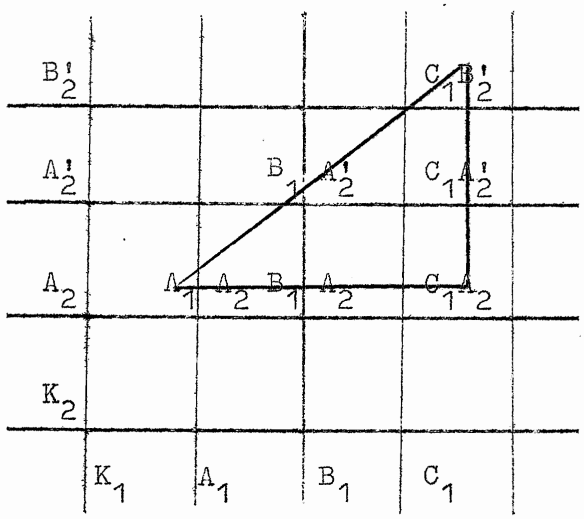
Un miembro de una serie es puesto en correspondencia -- con (multiplicado por) varios miembros de una o más series. (uno o muchos).

Supongamos que se construye una clase K, que contiene:

$$K_1 \begin{cases} A_1 = \text{hijos de persona X} \\ B_1 = \text{nietos de esa persona X} \\ C_1 = \text{bisnietos de esa persona X} \end{cases}$$

$$K_2 \begin{cases} A_2 = \text{hermanos} \\ A'_2 = \text{primos de } A_2 \\ B'_2 = \text{primos segundos de } A'_2 \end{cases}$$

Una vez establecidas estas series se pueden multiplicar cada uno de sus miembros entre si, dando como producto una - matriz triangular, como se observa en la Figura 4.



$$K_1 x\ K_2 = K_1K_2 = A_1A_2+B_1A_2+B_1A'_2+C_1A_2+C_1\ A'_2 + C_1\ B'_2$$

Figura 4.- Matriz que representa las relaciones entre dos clases en el Agrupamiento IV.

La diferencia entre los agrupamientos III y IV depende - en la matriz que ellos generan, el primero da como resultado una matriz cuadrada y, el último, una triangular.

Este agrupamiento ha sido desarrollado únicamente a manera de ilustración, ya que, hasta la fecha no existe ninguna - evidencia empírica sobre él.

BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL

2.- Operaciones Concretas y Concepto Numérico.

Antes de desarrollar este Tema es conveniente dar una definición general acerca de lo que se entiende por número. Número es "el resultado, cuenta, suma, conjunto o conglomerado de personas, cosas o unidades abstractas y también símbolo o cifra que representa ese conglomerado" (Isaacs, 1967 p.23). Pero también, se puede considerar el número como el producto de juntar objetos uno por uno. De esta manera, el número forma parte de un esquema sistemático de contar que parte de la unidad y continúa mediante el agregado de otras unidades. Esta no es una definición completa por cuanto sólo es referible a números naturales enteros; sin embargo, da una mejor idea de lo que el número significa en el desarrollo del concepto numérico dentro de las operaciones concretas.

2.1. El Saber contar y la idea del número en el niño.

Según Piaget, en los niños, existe una gran brecha entre la capacidad de contar y la más rudimentaria idea real acerca de los números, ya que para él, los números no surgen del contar. Para los niños el aprender a contar es una tarea agradable y carente de esfuerzo, ya que pronto llegan a "saber contar" y siguen desarrollando esa capacidad a modo de diversión. Pero a esta temprana edad el niño no es capaz de presentir que el número una vez contado, posee alguna categoría que le es propia, que es igual a otro número contado de la misma manera, que no disminuye ni aumenta en distintos momentos, o que hace ambas cosas simultáneamente.

Todo este proceso es aprendido por el niño sin necesidad que se le enseñe aritmética; por lo que es posible encontrarse con niños menores de cinco años, los cuales poseen ya una idea verdadera de número y, con otros mayores, que no la poseen a pesar de una enseñanza previa.

Según Piaget, ésto depende de "un crecimiento interior, un proceso de organización y estructuración, de cuyo resultado, una idea que antes no existía, al poco tiempo se halla funcionando y bajo control" (Isaacs 1967 p.29). Cuando ésto sucede, el niño actúa de diferente manera, ya que todo lo que unos pocos meses antes era un obstáculo para él, ahora se le muestra evidente y sin dificultades.

Cabe aquí preguntarse si éste proceso tiene o no relación alguna con lo que sucede en el mundo exterior de los niños; lo cierto es que, aparte de lo que el niño haya o no recibido del exterior, para llegar desde el saber realizar cuentas al desarrollo de la primera idea del número genuina y operativa, es necesario recorrer una gran distancia psicológica. Así Piaget demuestra la ausencia total de cualquier idea de este tipo en niños de la primera etapa de sus experimentos y, luego la presencia de ella, en niños mayores. Este proceso de extensión, que conlleva el paso de la capacidad de contar a la idea del número, tiene lugar en la mente infantil. El contar es una estructura psíquica compleja que puede estar presente en niños de cinco años, aunque su presencia sea únicamente como estructura en funcionamiento y no como concepto explícito.

En este proceso del saber contar hasta la idea del número, lo fundamental es que en la fase inicial, el interés del niño va dirigido hacia la actividad y no hacia su producto, el cual no se conserva como tal, ya que aunque el niño haya llegado a los números contando, éstos se les hacen confusos, mezclando tamaño, forma, distribución en el espacio, sin que el contar en sí mismo sirva para nada. Lo que se desarrolla gradualmente es el proceso por medio del cual el producto del econtar persiste en el niño; este producto o resultado debe -- permanecer ligado con el contar, ya que éste origina en la mente del niño todas la repeticiones regidas por la actividad de hacer cuentas. Así, por ejemplo, lo importante en el niño pequeño, es que antes de manejar situaciones elementales, tenga un esquema funcional del número y de los números, para lo -- cual debe poseer de alguna forma el orden o sistema de los - números en su propio sistema.

Como una antítesis a esta etapa, Piaget encuentra que las respuestas de niños entre 6 - 8 años son tan adecuadas, racionales y seguras como podrían ser las de un adulto común.

A manera de ilustración es necesario citar uno de los métodos usados por Piaget, con el cual ha puesto a prueba la existencia de la idea del número cardinal en los niños. El método consistió en probar si los niños tenían la capacidad de hacer coincidir un grupo particular de objetos previamente contados con otro grupo igual en número, ya fuera tomando un miembro de cada grupo por vez o de cualquier otra manera que éllos prefiriesen. Con ésto lo que Piaget trataba de averiguar era si el niño había realmente pasado del contar a la idea del número.

En su exploración sobre números cardinales Piaget ha empleado una gran cantidad de experimentos, tales como: experimentos de constancia (liquídos), experimentos de equivalencia (fichas), experimentos de dividir e igualar (dulces), experimentos que prueban la idea de unidad numérica y medida, y -- las relaciones múltiples (flores y floreros).

Las respuestas dadas por los niños, Piaget las clasifica en tres etapas:

Etapa 1.- en la cual los niños no tienen noción acerca de la idea del número.

Etapa 2.- aquí, los niños dan respuestas intermedias, por lo que es llamada "Etapa de Transición".

Etapa 3.- Existe ya una idea plenamente formada del número.

Aquí se da mayor importancia a la Etapa 3,ya que es la que interesa en la parte de este trabajo de operaciones concretas.

Los niños de la Etapa 3 saben con exactitud lo que se - les pregunta, no dudan en responder que la cantidad de líquido no varía, son capaces de ordenar en correspondencia las - fichas, encuentran la correspondencia entre los conjuntos -- $(4 + 4) = (1 + 7)$, etc.,lo que indica que la idea del número está de manera clara en su mente.

Por otro lado, Piaget sostiene que la idea de números ordinales en los niños, se desarrolla paralelamente a la idea de números cardinales, dependiendo cada una del desarrollo de la otra.

Piaget y sus colaboradores realizaron una serie de experimentos cuyos resultados fueron semejantes a los obtenidos - con los números cardinales: fracaso total, respuesta intermedia, soluciones instántaneas y correctas.

Además de sus experimentos con números ordinales y cardinales, Piaget ha realizado experimentos de relaciones lógicas, obteniendo como resultado, que los niños que no poseen idea alguna respecto a las relaciones numéricas simples, tampoco la poseen acerca de las relaciones lógicas más simples. Así, establece que a medida que el niño avanza de la etapa 2 hacia la 3 en relación con la idea de número, así lo hace en la esfera lógica, lo que confirma el estrecho vínculo existente entre las operaciones aritméticas y las lógicas.

2.2. Composición aditiva de clases y el número.

La adición y la multiplicación consideradas como mecanismos opositorios constituyen el proceso común a la clase y al número. Para una mejor diferenciación entre estos dos sistemas, es necesario examinar cómo se agrupan las clases y los números y cuál es la diferencia entre "agrupamiento" de clases y "grupo" de los números; así como también, analizar cuáles son las relaciones existentes entre estas dos clases de sistemas.

Una característica fundamental entre estos dos sistemas es que las clases ignoran la "iteración" característica de los números. Por ejemplo, si se examina la ecuación A + A' = B y A = B - A', se ve que esta ecuación constituye los elementos de todo "agrupamiento" aditivo de clases, así como también lo constituye su inverso D - C' = D ó D - C = C'. estas igualdades son de orden asociativo ya sea si se les adiciona o resta entre sí. Con respecto de sí mismas y del orden superior del mismo signo, cada uno de sus términos desempeña el papel de -

operación idéntica ya que A + A = A y A + B = B. Es esta característica la que opone los "agrupamientos" de los "grupos", así: 1 + 1 = 2; 2 + 1 = 3,etc. (ley de iteración).

Desde el punto de vista psicológico esta diferencia consiste en que para transformar las clases en números es necesario en primer lugar, considerar al mismo tiempo sus términos como equivalentes desde todos los puntos de vista, por ejemplo, si se analiza la ecuación A + A' = B resulta que B no equivale al número 2, sino a la reunión de X elementos (perlas de madera redondas). Entonces, si se establece la diferencia entre A y A' éstas no serían ya equivalentes desde sus propios puntos de vista, sino sólo desde el de B. Por lo que, para que B equivalga a 2 es necesario que constituya la reunión de cualquier pareja (A y A') o (A y E') o (B' y C'), de lo que resultará A = A' = B' = C' = D' = E', constituyendo éstos a la vez una clase homogénea cualquiera (objetos). Por lo tanto, al decir que A + A' = 2 objetos; o A + A' + B' = 3 objetos, etc., estos objetos se consideran como unidades equivalentes pero distintos entre sí. De lo que nace una segunda condición: es necesario que los términos equivalentes sean distintos A + A' = 2 perlas, A = 1 perla y A' = otra perla, con ésto se entiende que A' significa simplemente otra perla colocada al lado, o sea, que además de la inclusión A + A' = B propia de las clases, interviene un principio de seriación A ⟶ A'. Es necesarioaquí mencionar que la seriación es una adición de diferencias opuesta a la adición de clases. Estas son las dos condiciones necesarias que hacen engendrar al número de la manera siguiente $A + A' = B$ y si al mismo tiempo $B = A \longrightarrow A'$ entonces $B = A + A = 2A$, lo que permite decir que "un número es al mismo tiempo una clase y una relación asimétrica, puesto que las unidades que lo componen se adicionan en tanto son equivalentes y al mismo tiempo se serian en tanto son diferencias unas de otras" (Piaget y Szeminska, 1967, p.216). Desde el punto de vista de una lógica cualitativa, la fusión de estos dos caracteres no es posible ya que la adición de clases es conmutativa (sumando equivalentes) en oposición a la adición de relaciones asimétricas o seriación, ya que sus términos no son equivalentes; resultando el número de la equivalencia generalizada como de la seriación generalizada. Es por ésto que la jerarquía aditiva de las clases, la seriación de relaciónes y la generalización operatoria del número se constituyen sincrónicamente hacia los 6-7 años, ya que es en este momento en que el razonamiento infantil empieza a superar al nivel pre-lógico. Este hecho es debido a que la clase, la relación asimétrica y el número son manifestaciones complementarias aplicadas a los equivalentes o a las diferencias o a ambos reunidos; o sea que, desde el momento en que el niño es capaz de movilizar sus evaluaciones intuitivas, alcanza el nivel de la operación reversible, volviéndose entonces, capaz de incluir, seriar y enumerar.

2.3. Composición de relaciones y número.

A través de varios experimentos realizados, como por ejemplo el de los vasos de agua (véase Apéndice A) se puede establecer que los niños de la primera etapa son incapaces de toda composición, tanto lógica como numérica. El niño no logra multiplicar las dos relaciones inversas de altura (nivel) y anchura (superficie) de las columnas de agua, sino yuxtapone ambos datos considerados alternativamente. En relación a la composición de las equivalencias se nota en el niño la ausencia de conservación, ya que cuando se le presenta una simple igualación de tres clases $(X = Y) + (Y = Z) = (X = Z)$ no es capaz de identificarlas.Referente a las composiciones numéricas, cuando se formulan preguntas como éstas: si $(A_1 = B_1 + B_2)$ tendremos $(B_1 + B_2 = A_1)$?, la primera reacción del niño es la de no comprender la igualdad $(a + a = 2a)$, ya que juzga de acuerdo a su percepción y no de acuerdo a su composición. Claro que ésto es natural cuando falta la conservación. Una segunda reacción sería que al presentarle al niño $(P_1 = L_1)$ y $(A_1 = 2L_1)$ no es capaz de comprender la composición aditiva y sustrativa que lleva implícita tal relación, puesto que falta la conservación, y ésta a su vez no se concibe en ausencia de la composición.

En los niños de la segunda etapa se aprecian los inicios de la coordinación por vía intuitiva pero sin comparación operatoria. Los niños de esta etapa piensan simultáneamente en la altura y anchura, pero sin encontrar el principio de composición y medida, es decir, que únicamente se limitan a hacer evaluaciones empíricas. En cuanto a las relaciones de equivalencia los niños de esta etapa, opuestamente a los de la etapa anterior, descubren las igualdades, pero sería erróneo creer que llegan a esta conclusión en base a una deducción real, sino que el resultado lo logran mediante una analogía intuitiva. Así, para establecer que $(L_1 = W_1)$ y $(W_1 = G_1) = (G_1 = L_1)$, el niño de antemano ha razonado que son cuatro equivalencias.

En cuanto a las composiciones numéricas, tales como $E_1 + U_1 = A_1$, los niños de esta etapa vacilan entre la idea de equivalencia y la de no equivalencia; ya que el razonamiento sugiere la evidencia de $E + E = 2E$ y la percepción sugiere la desigualdad. Es decir, que en esta etapa los niños no logran componer 3 ó 4 elementos en dos totalidades equivalentes. Vale decir, que sí pueden lograr esta equivalencia cuando la percepción concuerda con estas relaciones ($E_1 + E_2 = E_3 + E_4$) pero no cuando se opone a éllas. Lo importante en esta etapa es el conflicto que se presenta entre el razonamiento y la percepción, ya que éste conlleva la condición necesaria para pasar de las composiciones de relaciones cualitativas a las composiciones numéricas.

En la tercera etapa se constituye la composición aditiva y multiplicativa de las relaciones y los números, no en una forma intuitiva, sino de manera operatoria. En esta etapa, al contrario que en la anterior, se aprecia el contraste entre la operación y la intuición; los niños han adquirido la capacidad de multiplicar las relaciones inversas de altura y anchura y proporciones y, además, son precisos en la resolución de problemas.

En oposición a las etapas anteriores, en las que las evaluaciones perceptivas hacían fracasar toda composición numérica, los niños de esta última etapa combinan entre sí las unidades de medida por igualación de las diferencias.

En lo referente a las composiciones aditivas y multiplicativas se puede decir que, la adición y la multiplicación de las clases, de las relaciones y los números están implícitas en la construcción de toda clase, toda relación y todo número; pero una cosa es construir todos esos elementos sin sospechar qué operaciones se ponen en funcionamiento y otra cosa es ligar estos elementos unos con otros por medio de operaciones de carácter explícito y reflexivo. Ambos casos poseen los mismos "agrupamientos" o los mismos "grupos", pero en el primer caso, se va del resultado al análisis de su composición, en cambio, en el segundo se va de la composición a los resultados. Con lo dicho anteriormente, es fácil comprender porque las etapas de la composición son las mismas que las de la conservación, ya que ésta como tal se constituye al mismo tiempo como el resultado de la composición y el invariante que hace posible dicha composición. A continuación se hará un análisis de las características generales de cada una de las etapas, estableciendo una relación entre las clases y seriaciones para tener así una idea más clara de la formación del número.

En la primera etapa, no hay ni coservación ni composición: las relaciones de ancho, alto, pequeño, grande, que cambian paralelamente en cada trasvasamiento, no son coordinadas ni operatoria ni intuitivamente. Es decir, que su evaluación se basa únicamente en las cualidades y sus relaciones simples (cantidad bruta) sin tomar en cuenta conservación, multiplicación de relaciones, medida, ni constitución de unidades suceptibles de componerse numéricamente, o sea que, una cualquier relación dominante se impone sobre las otras impidiendo así la coordinación.

Pero a medida que la intuición progresa, estas relaciones se empiezan a coordinar entre sí, caracterizando de esta manera la segunda etapa (comienzo de la coordinación intuitiva).

Es así, como la conservación, la coordinación de las relaciones inversas y directas se inician, apoyándose unas con otras; surgiendo de este mismo hecho las igualdades numéricas, ya que los términos equivalentes pueden contarse y ponerse en correspondencia con otros, con lo que el niño es capaz de comprender que $E_1 + E_2 = A_1$.

Pero para que exista un sistema riguroso de composiciones, esnecesario que las coordinaciones se generalicen. En la segunda etapa las relaciones no se coordinan, ya que el sujeto actúa en base a la percepción no tomando en cuenta las reglas de la composición. Por lo que la segunda etapa es considerada meramente intuitiva, ya que la intuición no es más que una representación construída por medio de percepciones interiorizadas y fijadas, no alcanzando aún el nivel de operación, pues ésta consiste en una composición libre de toda percepción y, que relaciona todos los datos percibidos sucesivamente en un sistema coherente y móvil.

La tercera etapa, puede comprenderse a través del "agrupamiento" de las multiplicaciones de relaciones y el "grupo" de las multiplicaciones numéricas, ambos sistemas, coordinan dichas operaciones en una totalidad cerrada y reversible, el primero de los cuales se ubica en el plano cualitativo y el otro, en el de los números (Piaget y Szeminska, 1967, p.283).

Con todo lo anteriormente expuesto se concluye que la --

multiplicación de las clases y la de las relaciones constituyen operaciones completamente distintas, de las cuales la primera pone en correspondencia términos cualitativamente equivalentes entre sí, y, la segunda, las relaciones asimétricas -- (diferencias), pone en correspondencia términos no equivalentes; al igualar estas diferencias se introduce la equivalencia entre los términos de estas relaciones, fusionando así, la -- multiplicación de las relaciones y la de clases en un todo -- operatorio, que es el de la multiplicación de los números.

Finalmente, se puede decir que "el número se presenta como la síntesis de la clase y de la relación asimática o, lo - que viene a ser lo mismo, de la relación simétrica (igualdad) y de las diferencias (relaciones asimétricas)" (Piaget y Szeminska, 1967, p.288).

3. Estudio Exploratorio de la Relación entre el saber contar y el concepto numérico en niños de la clase media.

Las observaciones en la vida diaria muestran que muchos niños cuentan numéricamente aún cuando tal conteo no se haga en/la/secuencia establecida del sistema numérico. Lo anterior ha sido evidenciado por el psicólogo suizo Jean Piaget y sus colaboradores a través de la observación controlada. Una de tales experiencias se llevó a cabo con niños de edades entre 4-8 años, a quienes aplicó una serie de ítems a través de cuyos resultados los ubicó en tres etapas diferentes, correspondientes a las edades: a) entre 4-5.6 años; b) 5.7-6.6 años; c) -- 6.7 en adelante. Sobre esta base se planificó el presente experimento a fín de corroborar los encuentros de Piaget. Para ello, se partió de la interrogante siguiente: "Es el saber contar un factor necesario para que el niño posea el concepto numérico?". A fin de buscar una solución a la interrogante -- planteada se acudió a una posible explicación que fue testada a travês del experimento. Dicha posible explicación fue referida como sigue: "El que el niño sepa contar no implica que - tenga el concepto numérico".

3.1. METODO

3.1.1. Sujetos.

Los sujetos fueron 24 niños, cuyas edades estuvieron comprendidas entre los 4.3 y 8 años. La escolaridad de estos niños correspondió desde el kindergarten hasta el Tercer Grado.

En la escogitación de los sujetos no se tomó en cuenta el factor sexo; pero sí, la clase social a la cual pertenecían y, en este caso, se consideró la clase media. Siendo el concepto de clase media muy difícil de establecer dada la multiplicidad de criterios que intervienen, se optó por considerar como tales a los alumnos del Colegio Eduardo Claparede, en base a las características de la Institución y de la zona urbana en la cual está ubicada. Sin embargo, esta situación no garantiza que las características de la muestra sean adecuadas. -- Por otra parte, los sujetos no fueron seleccionados en base a una técnica de muestreo sino que se tomaron de acuerdo a las oportunidades que surgieron de utilizarlos, pudiéndose considerar ésta como cierta forma de muestra azarizada.

3.1.2. Instrumentos.

El instrumento utilizado para explorar el problema fue el conjunto de Técnicas de Piaget (Véase Apéndice A), el cual en términos generales permite explorar los aspectos referentes a la Conservación de Cantidades, Correspondencia Término a Término y Composición Aditiva y Multiplicativa de los Números. Los materiales utilizados correspondieron a los exigidos por el instrumento antes mencionado.

3.1.3. Procedimiento.

Los sujetos fueron testados de acuerdo a tres grupos de edades tal como se muestra en la Tabla 1.-

4.3 -5.4 años	5.7 - 6.6.años	6.10- 8 años
S_1	S_9	S_{17}
S_2	S_{10}	S_{18}
S_3	S_{11}	S_{19}
S_4	S_{12}	S_{20}
S_5	S_{13}	S_{21}
S_6	S_{14}	S_{22}
S_7	S_{15}	S_{23}
S_8	S_{16}	S_{24}

Tabla 1. Distribución de los Sujetos para efectos de Testado.--

Cada sujeto fue testado individualmente, para lo cual se procedió de la siguiente manera: el sujeto fue colocado ante una mesa vacía, cómodamente sentado. El experimentador se ubicó a la derecha del sujeto, con el objeto de manipular -- con mayor libertad los materiales del test. Seguidamente, el experimentador obtuvo los datos generales correspondientes a cada sujeto y estableció el raport con el mismo. A continuación, se dió inicio al primer ítem de la prueba de acuerdo a las consignas y actividades que se establecen en el Apéndice -- "A".

Durante el procedimiento con todos los sujetos en turno, no hubo que lamentar falta de colaboración. A la tarea en sí se le dió el carácter de juego con el objeto de motivar al -- niño.

3.2. Resultados.

Los resultados obtenidos y los esperados (según estudios de Piaget), en el presente trabajo han sido representados en forma gráfica con el objeto de señalar la ubicación de los sujetos en sus respectivas etapas. Así, en la Prueba de las Cantidades Contínuas y Discontínuas se observa cómo tanto los sujetos del primer grupo de edades como los del segundo pertenecen a la primera etapa, no así los del tercer grupo, de los cuales cinco de éllos se ubicaron en la primera etapa y tres en la tercera. (Véase Figuras 5 y 6).

En la Prueba de la Correspondencia Provocada, los sujetos cuyas edades están comprendidas entre los 4.3 - 5.4 años, únicamente dos de ellos pertenecen a la segunda etapa, los otros seis se ubicaron en la primera. Tres sujetos del segundo grupo de edades pertenecen a la segunda etapa y cinco a la tercera. De los sujetos de edades entre 6.10 - 8.0 años, uno se ubicó en la primera etapa, tres en la segunda y cuatro en la tercera. (Véase Figura 7).

A través de la Prueba de Correspondencia Espontánea se observa como los sujetos entre los 4.3 - 5.4 años se distribuyen, cinco en la primera etapa y tres en la tercera. De los sujetos cuyas edades se encuentran entre los 5.7 - 6.6 años dos de ellos han sido ubicados en la primera etapa, tres en la segunda y tres en la tercera. Los sujetos del último grupo de edades se distribuyeron, dos en la primera, tres en la segunda y tres en la tercera. (Véase Figura 8).

La prueba de la Ordinación y Cardinación obtuvo de los sujetos la siguiente distribución: todos los sujetos del primer grupo de edades en la primera etapa. Del segundo grupo de edades uno pertenece a la segunda etapa, los otros siete a la primera. Dos sujetos del tercer grupo de edades han sido graficados como pertenecientes a la tercera etapa, los otros seis a la primera. (Véase Figura 9).

En la Prueba de la Composición Aditiva de los Números y las Relaciones de Parte a Todo, los sujetos del primer grupo de edades se distribuyen siete en la primera etapa y uno en la segunda. De los sujetos del segundo grupo, uno se ubica en la primera etapa, seis en la segunda y uno en la tercera. Del último grupo de sujetos, seis pertenecen a la segunda etapa y dos a la tercera. (Véase Figura 10).

Finalmente, a través de la Prueba de la Coordinación de Relaciones de Equivalencia y la Composición Multiplicativa de los números se observa que únicamente un sujeto del primer grupo de edades pertenece a la primera etapa, los siete restantes pertenecen a la segunda. Los del segundo grupo, cinco se ubicaron en la segunda etapa y tres en la tercera. El último grupo de edades quedó ubicado así: cinco en la segunda y tres en la tercera. (Véase Figura 11).

Con el objeto de observar si las divergencias mostradas en las gráficas anteriores eran realmente significativas se procedió a escoger una prueba estadística que fuera congruente con las características de los datos. En este sentido, la prueba adoptada fue el Chi Cuadrado (^{2}), ya que los datos obtenidos pueden compararse con la ubicación esperada a tra-

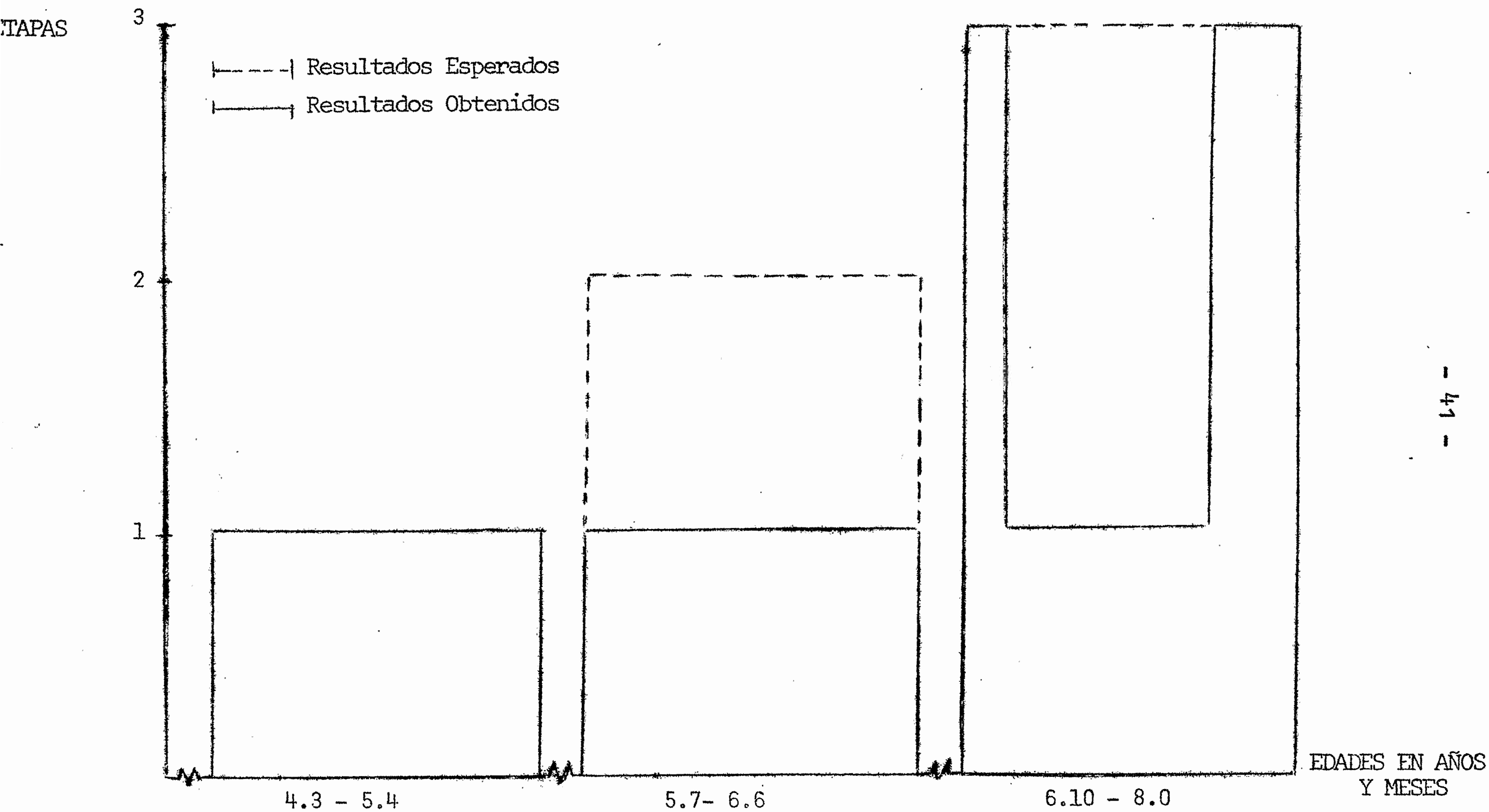


Figura 5.- COMPARACION DE LOS RESULTADOS ESPERADOS (SEGUN ESTUDIOS DE PIAGET) Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA CONSERVACION DE CANTIDADES CONTINUAS.

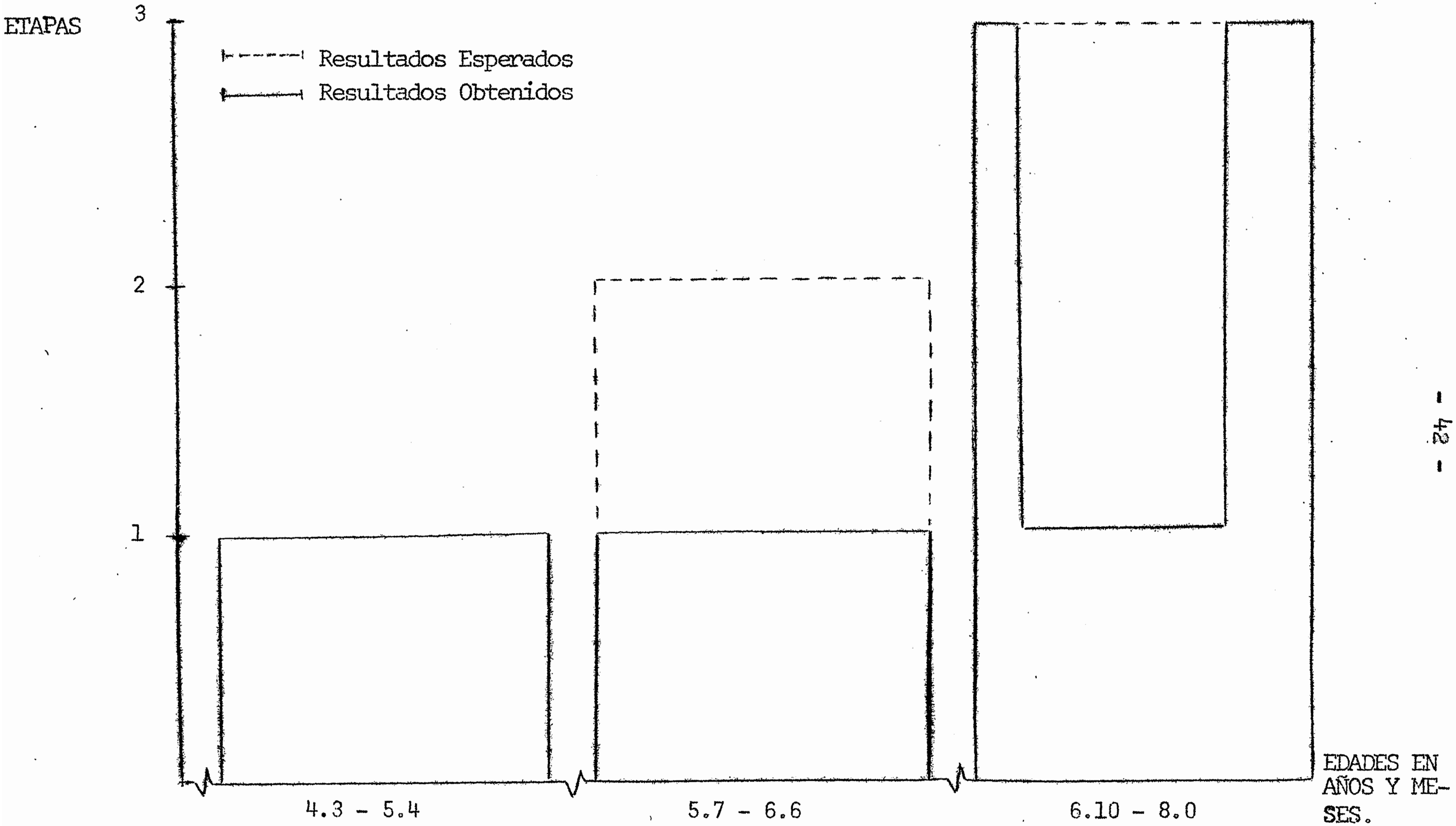


Figura 6.- COMPARACION DE LOS RESULTADOS ESPERADOS (SEGUN ESTUDIOS DE PIAGET) Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA CONSERVACION DE LAS CANTIDADES DISCONTINUAS.

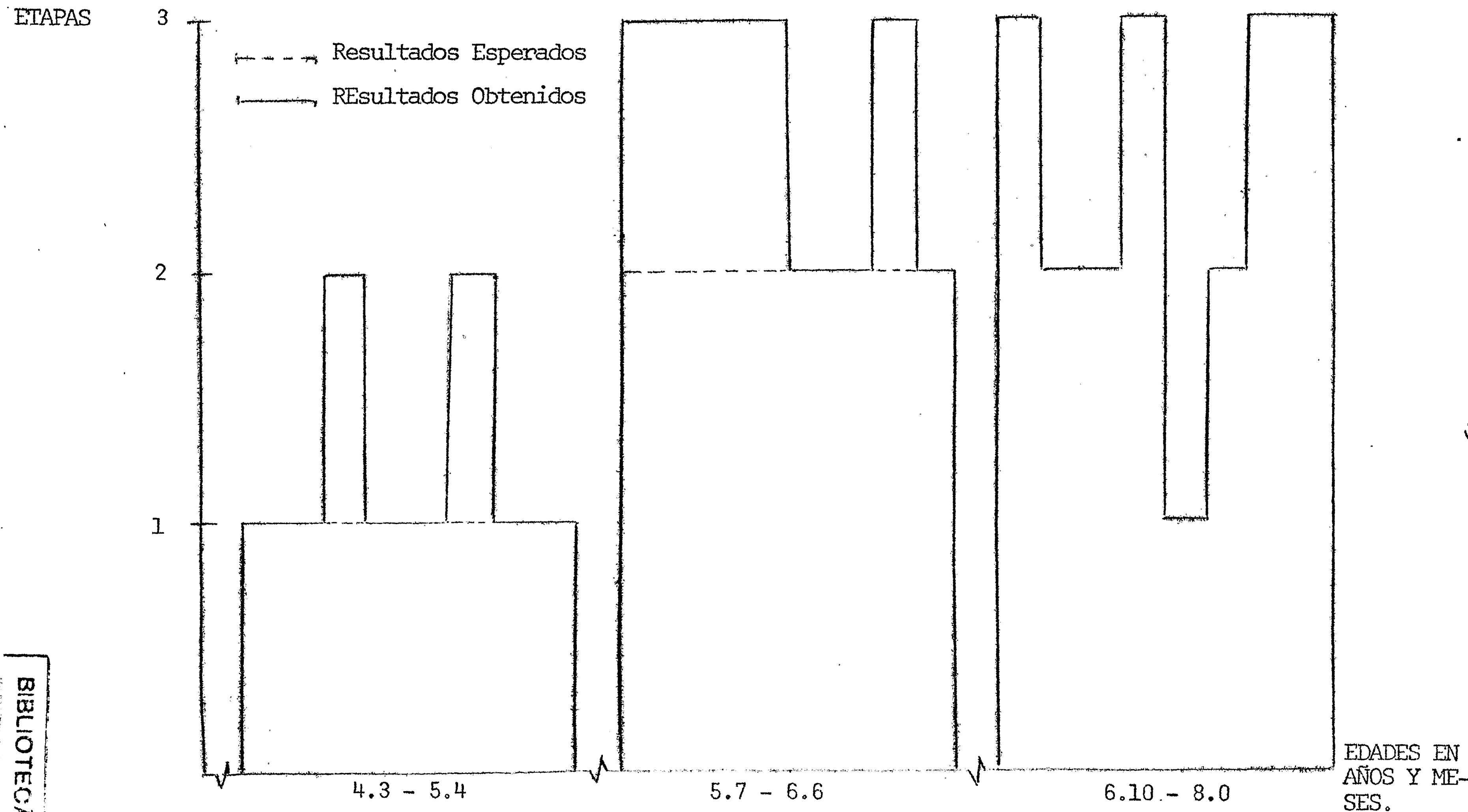


Figura 7.- COMPARACION DE LOS RESULTADOS ESPERADOS (SEGUN ESTUDIOS DE PIAGET) Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA CORRESPONDENCIA PROVOCADA.

BIBLIOTECA CENTRAL

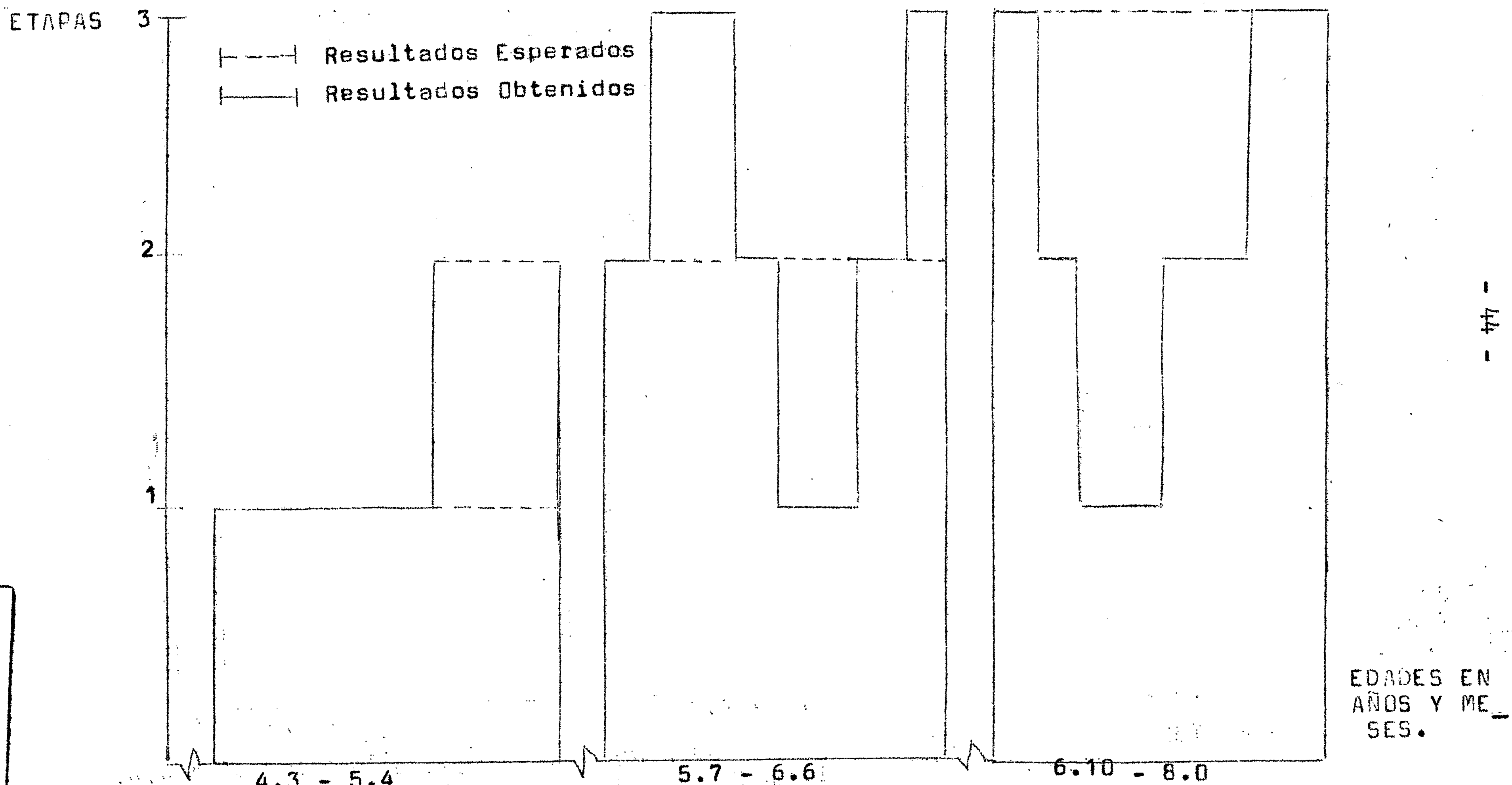


Fig.8.- COMPARACION DE LOS RESULTADOS ESPERADOS (SEGUN ESTUDIOS DE PIAGET) Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA CORRESPONDENCIA ESPONTANEA.

BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

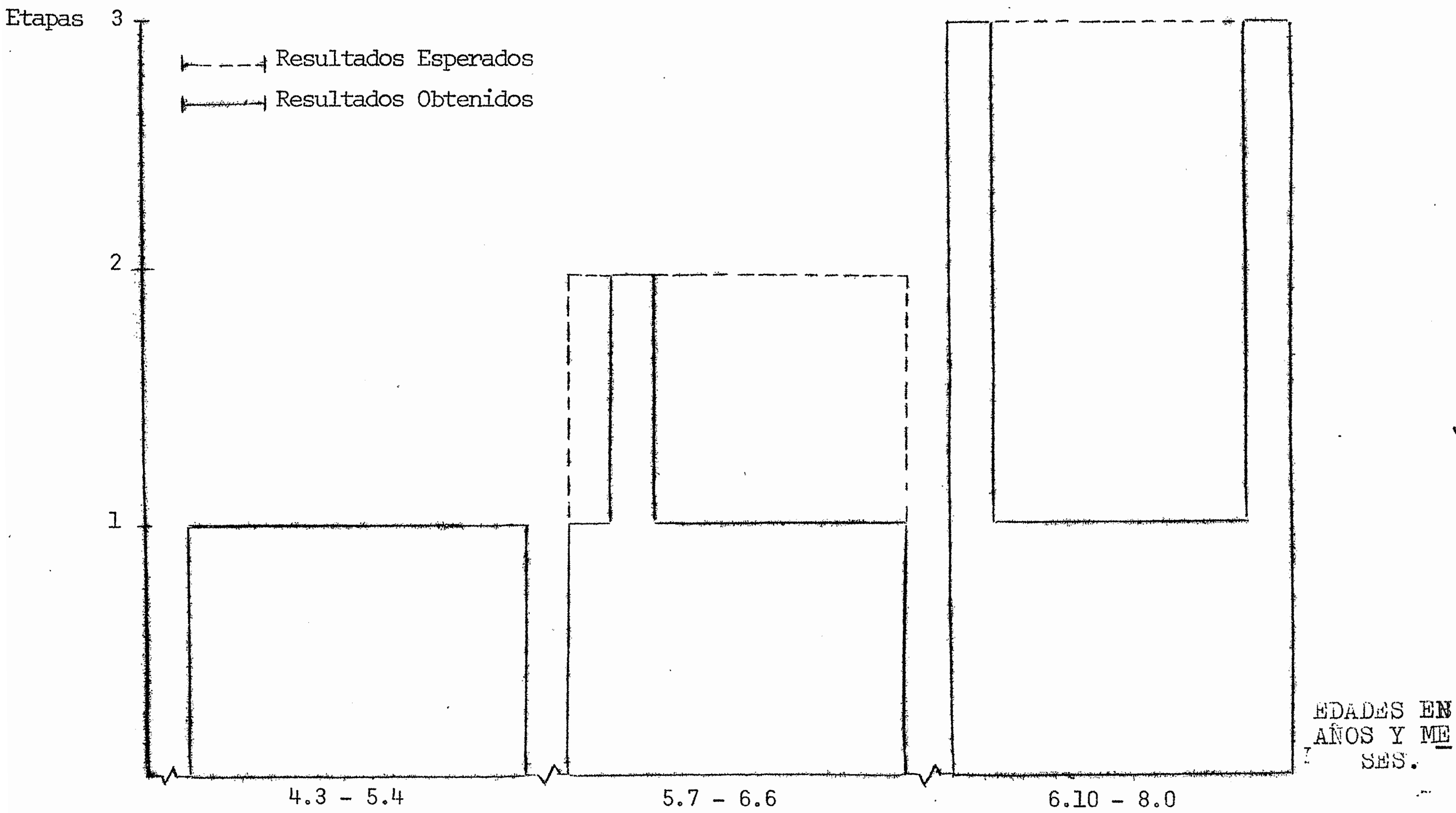


Figura 9.- COMPARACION DE LOS RESULTADOS ESPERADOS (SEGUN ESTUDIOS DE PIAGET Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA CARDINACION Y ORDINACION.

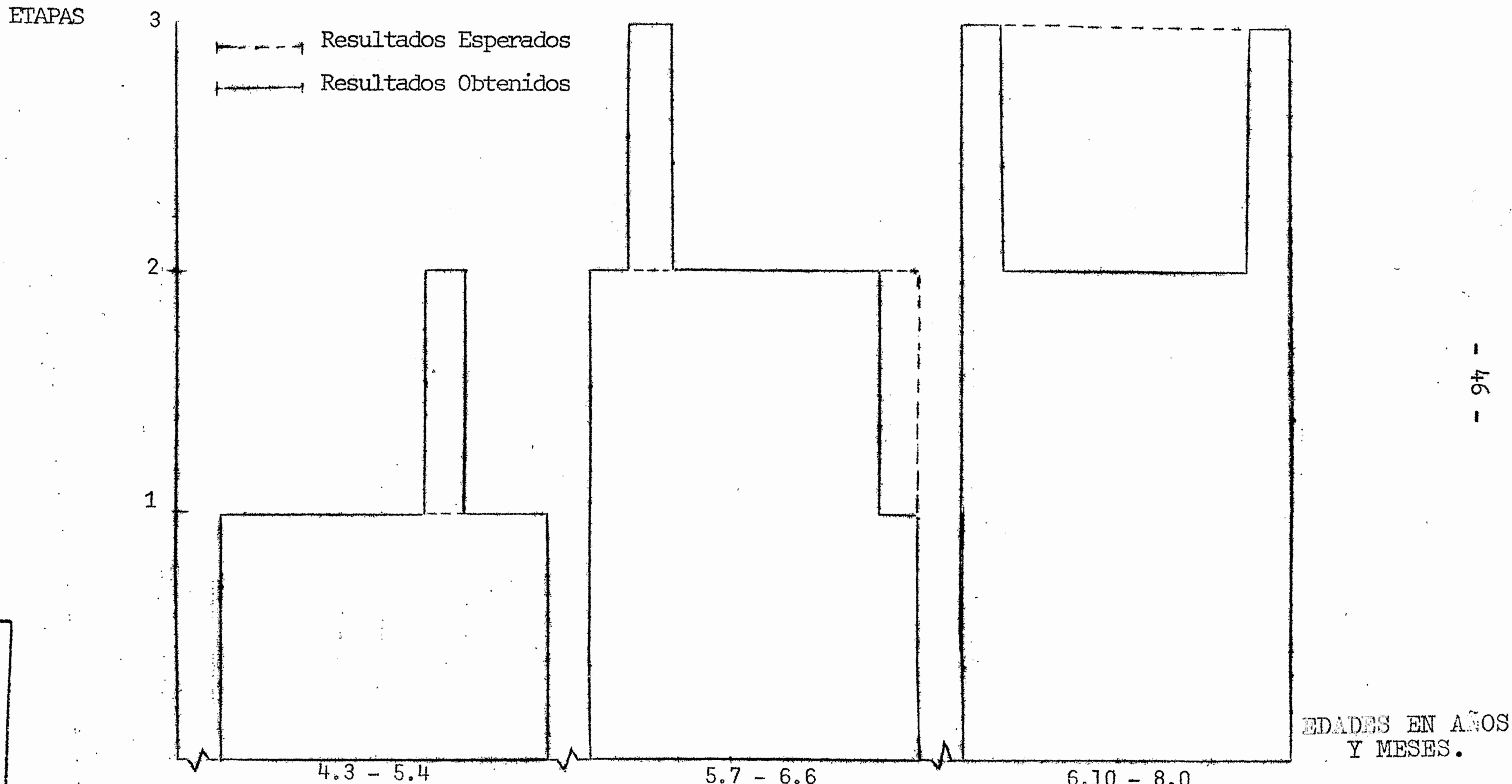


Figura 10.- COMPARACION DE LOS RESULTADOS ESPERADOS (SEGUN ESTUDIOS DE PIAGET) Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA COMPOSICION ADITIVA DE LOS NUMEROS Y LAS RELACIONES ARITMETICAS DE PARTE A TODO.

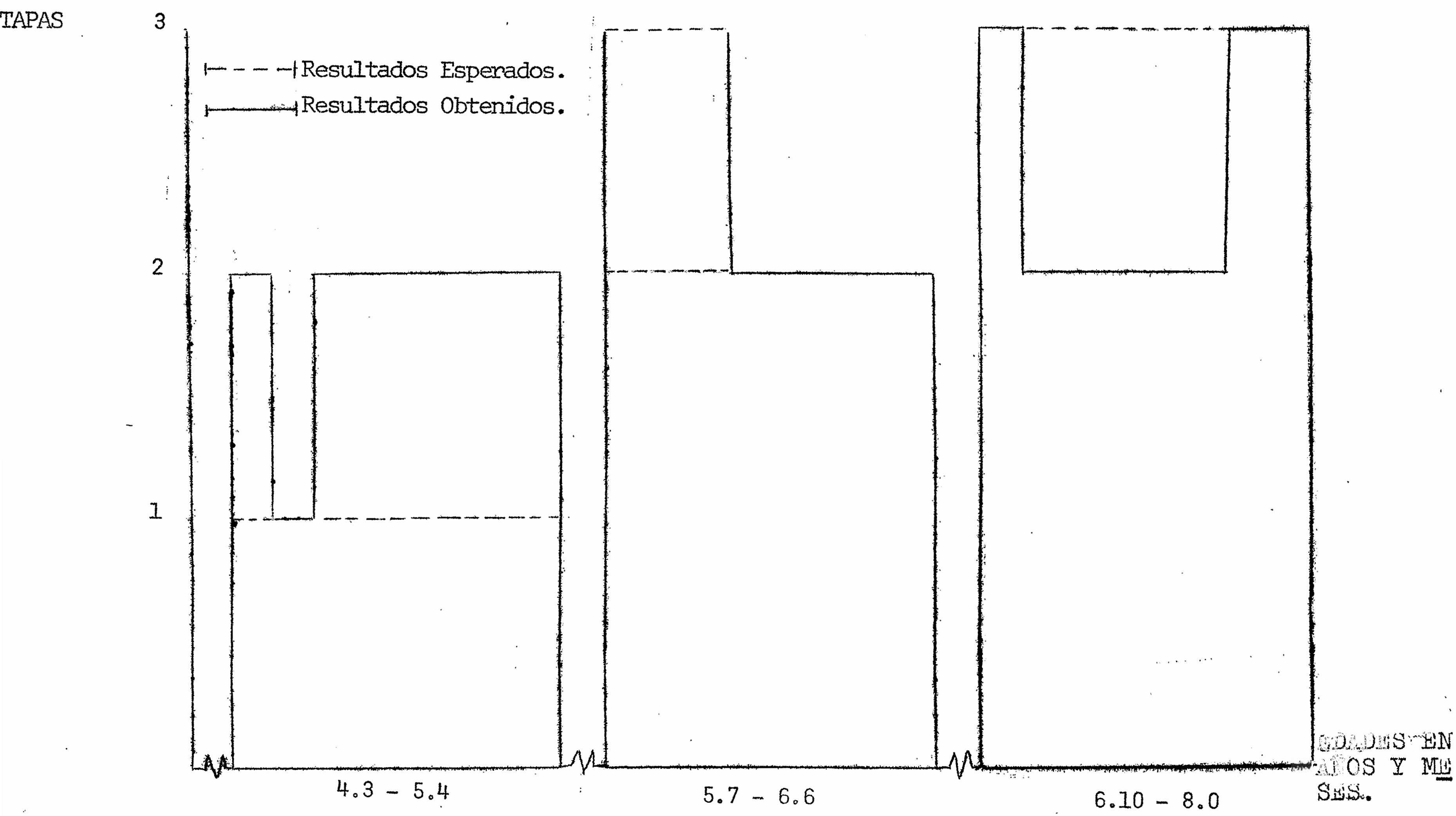


Figura 11.- COMPARACION DE LOS RESULTADOS ESPERADOS (SEGUN ESTUDIOS DE PIAGET) Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA COORDINACION DE LAS RELACIONES DE EQUIVALENCIA Y LA COMPOSICION MULTIPLICATIVA DE LOS NUMEROS.

vés de la teoría en cuestión. En segundo lugar, está el aspecto de que los datos pueden distribuirse en categorías (en este caso, etapas). Finalmente, tanto los valores obtenidos como los valores esperados son mayores de cinco, lo que hace posible el manejo de estos datos a través de la prueba escogida.

El cálculo de χ^2 mostrado en la Tabla 4 (Apéndice B) - surgió del supuesto teórico de que todos los sujetos de cada grupo de edad caerían en sus respectivas etapas, por lo que - era de esperar que en cada una de las tres etapas habrían 56 observaciones. Sin embargo, después de analizar los resultados se encontró que las observaciones se distribuyeron de la siguiente manera: 43, 18 y 20 en cada etapa respectivamente. Luego de obtener tales datos, se procedió a su cálculo tal como se muestra en la Tabla 4, obteniendo un $\chi^2 = 51.95$, el cual, para gl = 2 tiene una probabilidad igual a $p < 0.001$, es decir, que es altamente significativo.

El cálculo del χ^2 mostrado en la Tabla 5 del Apéndice B, se hizo en base al criterio de que no es de esperar que todos los sujetos de un determinado grupo de edades caigan exactamente en la etapa correspondiente, es decir, que dichos valores esperados surgen como una distribución matemática obtenida a partir de los datos observados, siendo estos últimos los mismos que en el χ^2 anterior. Hechos los cálculos correspondientes se obtuvo un $\chi^2 = 14.29$, que para gl = 2 una probabilidad igual a $p < 0.001$, o sea, que es altamente significativa.

En resumen, se introdujo la prueba del χ^2 utilizando - dos criterios básicos: el primero consistió en considerar los

BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

valores esperados como una relación directa y rígida entre -- las edades de los sujetos y las etapas, correspondientes. El segundo criterio consistió en hacer caso omiso de la rigidez y de la relación directa antes mencionada, y calcular los valores esperados a partir de los datos observados. En ambos casos se dieron diferencias altamente significativas. +

Como un agregado, cabe en este caso mencionar que ha sido posible observar, a través de la distribución de las observaciones dadas por los sujetos, que existe un mayor aglutinamiento de éllos en el nivel de la primera etapa, por lo que - se puede concluir que la mayoría de los sujetos testados en - el presente estudio se encuentran en el nivel intuitivo.

3.3. Discusion.

En el presente numeral se discutirán los resultados obtenidos en la experimentación del presente trabajo, para efectos de la cual, los sujetos fueron clasificados en tres grupos de edades, los que teóricamente correspondían a las tres etapas descritas por Piaget en sus estudios; tales grupos son los siguientes:

4.3 - 5.4 años = 1a. etapa

5.7 - 6.6 años = 2a. etapa

6.10- 8.0 años = 3a. etapa

+ Para una apreciación del manejo de los valores en la prueba del χ^2 (Véase el Apéndice B).

3.3.1. Conservación de las Cantidades contínuas.

Es conveniente recordar que todo conocimiento supone -- siempre un sistema de principios de conservación, siendo di-- cha conservación la condición necesaria de todo acto racional. Pero, el pensamiento aritmético no se somete a esta regla, ya que un conjunto sólo es concebido si su valor total no varía, cualesquiera sean los cambios que sufran sus elementos, por - lo que, un número es inteligible, siempre y cuando, permanezca idéntico así mismo, a pesar de las disposiciones de las -- unidades que lo componen ("Invariancia del número").

Se puede decir que "ya se trate de cantidades contínuas o discontínuas, de los aspectos cuantitativos percibidos en - el universo sensible o de los conjuntos y los números concebidos por el pensamiento, ya se trate de los contactos más primitivos de la actividad forjadora de los números con la experiencia, o de las axiomatizaciones más depuradas de todo contenido intuitivo, en todas partes y siempre, la conservación de algo es para el espíritu la condición necesaria de toda inteligibilidad matemática" (Piaget y Szeminska, 1967. p. 20).

La Figura 5 muestra la ubicación de los sujetos del primer grupo de edades (4.3 - 5.4 años) en la primera etapa, debido al tipo de respuestas por ellos dadas en el momento de - la prueba. Estas respuestas en general tienen las características siguientes: son fundamentalmente de tipo intuitivo, en las cuales se nota la egocentricidad propia de los niños de - este nivel. Por otra parte, a través de las respuestas ha sido posible analizar que los sujetos no han considerado la altura y anchura de los recipientes y que han dado sus respuestas basándose únicamente en la percepción, sin tomar en cuenta los cambios aparentes que sufre la cantidad de líquido -- cuando ha sido transvasado de un recipiente a otro. A continuación se cita la respuesta de un sujeto de 4.5 años, al ser preguntado en este ítem de las cantidades contínuas. Después de hacer la presentación, tal como se indica en la Sección A del numeral I del Apéndice A se pregunta: -Hay la misma cantidad de agua en los dos vasos?= "si" (enseguida se vierte el - contenido de A' en B y se pregunta: -Y ahora hay la misma cantidad de agua en los dos vasos?- "no, hay más aquí" (señala - vaso pequeño) - Por qué? - "Porque éste (A) está hasta aquí - (señala nivel de agua) y éste (B) está más poquito" (señala - nivel). Debido a su razonamiento se le repite nuevamente todo el procedimiento, obteniendo de parte del sujeto el mismo tipor de respuestas.

Como puede observarse, es este tipo de respuesta la que ha propiciado la ubicación de este grupo de sujetos en la primera etapa, pues son respuestas meramente de tipo intuitivo, en donde la ausencia de conservación es evidente.

En relación con el grupo de sujetos cuyas edades están - comprendidas en los 5.7 -6.6 años, y de quienes se esperaba - dieran respuestas de tipo intermedio, a fin de notar la transición típica de la segunda etapa, en la cual surge el aparecimiento de una conservación progresiva, tal como lo expone - Piaget en sus trabajos, dieron respuesta de tipo intuitivo, careciendo de la concepción de tamaño y volúmen, razón por la --

cual han sido ubicados en la primera etapa. Como ejemplo se cita la respuesta de un sujeto de 5.7 años a manera de fundamentar lo anteriormente dicho:

Hay la misma cantidad de agua en los dos vasos?- "si" - (se hace el transvasamiento de A' a B y se pregunta): -Y ahora hay la misma cantidad de agua en los dos vasos?- "no ésta tiene más" (señala A) -Por qué?- "Porque mire (señala ambos - vasos y compara los niveles) éste (A) está más lleno que el otro (B) entonces tiene más" -Cuál tiene más?- "éste" (A).- Se repite nuevamente todo el procedimiento y se obtiene el - mismo tipo de respuesta.

Puede observarse a través de este ejemplo que la no conservación se vuelve a hacer evidente, imperando por lo tanto, el pensamiento intuitivo y la percepción visual en toda la - prueba.

Las respuestas de los sujetos del tercer grupo de edades (6.10 -8.0 años) se esperaba que postularan la conservación - de primera intención, sin embargo, éste se dió únicamente con tres de los sujetos (6.10-7.8, y 8.0 años) de este grupo, los otros cinco fueron ubicados en la primera etapa debido a la ausencia de conservación demostrada a través de sus razonamientos. Seguidamente se citan las respuestas de un sujeto (6.10) el cual ha sido ubicado en la tercera etapa:

Hay la misma cantidad de agua en los dos vasos?- "si" -- (se hace el transvasamiento de A' a B y se pregunta): =- Y - ahora hay la misma cantidad de agua en los dos vasos?= "si" - Por qué? - "porque usted sólo pasó el agua del chiquito al --

grande, pero el agua está siempre igual".

Como puede observarse la conservación es planteada de -- primera intención por el niño, quien hace alusión al tamaño - de los recipientes, por lo que puede decirse que dicha conservación no es independiente de la multiplicación. Además de -- afirmar la conservación con este tipo de respuestas, el niño manifiesta reversibilidad de pensamiento, ya que él infiere - que si vierte el líquido de A' a B la cantidad siempre permanece constante a pesar de que tanto la anchura como la altura del recipiente aumentó.

Las respuestas de los sujetos de 7.8 y 8.0 años han sido ubicados también en la tercera etapa, con la única diferencia de que la conservación ha sido postulada simplemente como una identificación lógica, sin intervención de ninguna matemática.

3.3.2. Conservación de las Cantidades Discontinúas.

La Figura 6 muestra como los sujetos cuyas edades están comprendidas entre los 4.3 - 5.4 años, han sido ubicados en - la primera etapa,debido a que sus respuestas tienen como ca-- racterística principal la ausencia de la conservación.

Cabe decir que en este ítem de las cantidades discontí-- nuas pueden repetirse todas o algunas de las anteriores experiencias cuando el niño las evalúa globalmente al estar sus - elementos acumulados o cuando están disociados. Por lo tanto, el análisis de las cantidades discontínuas pueden considerarse como un análisis de control, ya que además de verificar lo anteriormente dicho (cantidades contínuas), ayudará a estudiar las relaciones entre la conservación de las cantidades, así como el desarrollo de la correspondencia biunivoca y recíproca que es la que constituye una de las principales fuentes del número.

Durante la primera etapa, el niño, además de postular la no conservación de las colecciones que se le presentan (canicas), cree que dicha colección cambia globalmente cuando se traslada de un recipiente a otro de tamaño diferente.

A continuación se analizan las respuestas dadas por un sujeto de 4.6 años ubicado en la primera etapa:

Después de hacer la presentación necesaria, tal como se explica en la Sección A del numeral II del Apéndice A, se le pregunta al sujeto:

Hay el mismo número de chibolas aquí que acá?- "si" (se hace el transvasamiento de A' a B y se pregunta): -y ahora hay la misma cantidad de chibolas en éste (A) que en éste (B)?- "no, hay más aquí" (señala A) -Por qué?- "Porque llegan hasta aquí (señala nivel de A). Debido a su razonamiento, fue necesario aplicar todo el procedimiento, obteniendo el mismo tipo de respuestas.

Como puede observarse, el sujeto aún cuando ha ido introduciendo una canica en cada vaso al mismo tiempo no ha sido capaz de ver la igualdad entre ambas colecciones, ni ha comprendido la correspondencia biunívoca y recíproca que, aunque no aseguran la conservación, equivale a una enumeración práctica. Mediante su razonamiento, es posible decir que ha bastado trasladar las canicas en un recipiente de diferente tamaño, para que de inmediato el niño estime que la cantidad de canicas disminuye de acuerdo al nivel alcanzado en el recipiente de mayor tamaño.

Respecto al segundo grupo de sujetos, cuyas edades están comprendidas entre los 5.7 - 6.6 años, puede decirse que han sido ubicados en la primera etapa, debido a sus razonamientos de tipo intuitivo, y no en la segunda como se esperaba, ya -- que dichos razonamientos no poseen las características que -- distinguen a la segunda etapa. En efecto, esta segunda etapa se caracteriza por las soluciones intermedias que se ubican - entre la cantidad bruta sin invariancia y la cuantificación - propiamente dicha, es decir, que el niño por un lado, cree en la conservación, debido a que ha controlado la igualdad de ambas colecciones al depositarlas previamente en los vasos A y A' o por que ambas colecciones las ha constituido mediante -- una correspondencia biunívoca y recíproca. Pero, por otro lado, cuando se presenta una diferencia de nivel o de anchura,- la conservación entra en conflicto y el niño lo niega, dejando guiar su razonamiento por la percepción global de la cantidad, cuando cambia de nivel.

Un sujeto de 5.8 años contestó de la manera siguiente: Hay el mismo número de chibolas aquí que acá?- "si" (se hace el transvasamiento de A' a B y se le pregunta): Y ahora hay - el mismo número de chibolas en éste (A) que en éste (B)?- "no, aquí hay más" (señala A) -Por qué?-"Porque sucede lo mismo -- que en el agua, como usted las pasó al grande quedan más po-- quitas chibolas" Se le aplica nuevamente todo el procedimiento y responde de igual manera.

Puede observarse que este tipo de respuestas no posee ninguna de las características propias de la segunda etapa, sino por el contrario posee todas las que caracterizan a la primera (No-conservación) por lo que, a pesar de su edad su ubicación corresponde a la primera.

Las edades del tercer grupo de sujetos están comprendidas entre los 6.10 y los 8 años, por lo que se esperaba que a través de sus razonamientos se ubicaran en la tercera etapa, siguiendo la clasificación que de éllos hace Piaget. Esta tercera etapa se distingue por las características siguientes: en este nivel, el niño ya no necesita reflexionar para postular la conservación de las cantidades totales. Hay que recordar que cuando el niño es capaz de coordinar las diferencias de altura y anchura por medio de la multiplicación de relaciones (fuente de la cuantificación intensiva) es capaz también, de igualar las diferencias y someterlas a medidas comunes que implican la unidad, constituyéndose por ende una cuantificación extensiva. Claro está, que para que el niño llegue a manejar este concepto de cuantificación, es necesario que coordine operatoriamente las diferencias percibidas, ya sea midiendo, o comparando todo aumento o disminución sufrido, si es que carecen de datos numéricos, y aquí cabe concluir que son estas proporciones o igualaciones de diferencias lo que da el carácter "operatorio" a las transformaciones que hasta ahora han sido concebidas como simples relaciones perceptivas.

La correspondencia también juega un papel importante en esta tercera etapa, ya que en este nivel la correspondencia - se impone sobre la percepción. En las primeras dos etapas, el niño se inclina a creer que dos colecciones que se corresponden son equivalentes entre sí, pero cuando la forma de una de las dos colecciones varía, esta creencia de equivalencia desaparece debido a los factores perceptivos imperantes en ambas etapas. En cambio, al llegar a la tercera etapa, la equivalencia desde un principio se impone a las relaciones perceptivas, ya que dos colecciones que se han puesto en correspondencia - son equivalentes, cualesquiera sean los cambios que sufran -- los recipientes.

A continuación se citan las respuestas de un sujeto de - 6.10 años para analizar su ubicación en la tercera etapa.

Hay el mismo número de chibolas aquí que acá?- "si" (se hace el trasvasamiento de A' a B y se le pregunta): Y ahora - hay el mismo número?- Por qué?- "Porque aquí (B) están las -- mismas que estaban en el chiquito, siempre hay igual".

Puede notarse que el sujeto no ha tenido necesidad de reflexionar por mucho tiempo para postular la conservación, debido a que él infiere de inmediato que cuando dos colecciones están en correspondencia son equivalentes entre sí. Cabe señalar también, que a través de su razonamiento pone de manifiesto la reversibilidad, ya que la cantidad siempre permanece -- constante aunque los recipientes que la contienen sufran cambios de anchura y altura.

Los sujetos de 7.8 y 8 años respondieron de igual forma. Sin embargo los de edades entre (6.10 - 7.7) han sido ubicados en la primera etapa debido a que sus razonamientos plan--

tean la no conservación imperando las relaciones perceptivas.

3.3.3. Correspondencia Provocada.

Antes de analizar los datos obtenidos es conveniente hacer una breve exposición de lo que se entiende por correspondencia, ya que es lo que da la base de todo el análisis que se hará a continuación.

Se entiende por correspondencia el simple hecho de comparar dos cantidades, o bien poner en proporción sus dimensiones o bien corresponder término a término sus elementos.

Este último procedimiento es el que verdaderamente constituye el número entero, ya que a través de él se obtiene el cálculo más simple y directo de la equivalencia de los conjuntos. Sin embargo, aunque es a través de la correspondencia término a término como el niño es capaz de descomponer las totalidades para luego compararlas entre sí, ella no es suficiente para permitir al niño la capacidad de conferir a las colecciones en correspondencia la equivalencia propiamente dicha.

Para comprobar la correspondencia se usó a lo largo de la experimentación el intercambio de centavos y mercaderías, pues lo que se trataba de averiguar era la equivalencia de las colecciones en correspondencia.

La Figura 7 muestra cómo los sujetos cuyas edades se encuentran entre los 4.3 - 5.4 años han sido ubicados, tal como teóricamente se esperaba, en la primera etapa. Esta ubicación se debió a que sus razonamientos poseen las características descritas a continuación: en esta etapa todos los niños son -

capaces de intercambiar uno con uno centavos y dulces, pero - son incapaces de preveer, por correspondencia, la cantidad de elementos que tendrían que intercambiarse, no pudiendo concluir por lo tanto, que ambas colecciones son equivalentes.-

Un sujeto de 4.6 años contesta de la manera siguiente: - (Con los dulces agrupados y los centavos en hilera se pregunta): -Hay el mismo número de centavos y dulces sobre la mesa?- "Aquí hay más" (centavos) -Por qué?- "Porque son diferentes y es más grande éste (señala limite de la hilera de centavos).

Puede observarse, a través de este ejemplo, que el niño únicamente sabe intercambiar las colecciones, pero es incapaz de notar su equivalencia. De igual manera respondieron los sujetos de edades 4.3., 4.6, 5.3 y 5.4 por lo que también han - sido ubicados en la primera etapa.

El grupo de sujetos cuyas edades se encuentran entre los 5.7 - 6.6. años, se esperaba se ubicaran en la segunda etapa, sin embargo, cinco de éllos han sido ubicados en la tercera - etapa debido a las características analizadas a través de sus razonamientos.

La segunda etapa es diferente de la primera en cuanto -- que, el progreso efectuado en la segunda es la estimación justa de lo que se intercambiará para que se logre la operación.

Sin embargo, aunque el niño es capaz de hacer dicha estimación y a la vez confirmarla experimentalmente por el intercambio efectuado,al igual que los de la primera etapa,no cree en la equivalencia de las colecciones intercambiadas.Como ejemplo se cita aquí las respuestas de un sujeto de 6.1 años.

Hay el mismo número de dulces y de centavos sobre la mesa? "Hay más centavos" Por qué?- (cuenta los dulces y dice "Hay - iguales" -Por qué? "Porque mire (alinea cada dulce debajo de cada centavo- Correspondencia espontánea) están iguales (se - le agrupan nuevamente los centavos y responde) "hay más dulces".

Este ejenplo muestra con claridad que el intercambio de uno con uno no basta para asegurar la noción cardinal de dos totalidades equivalentes entre sí. Desde el punto de vista de la equivalencia misma, no hay diferencia alguna entre las reacciones de la primera etapa y las de la segunda. Lo notable en este ejemplo es que aunque el sujeto haga espontáneamente corresponder ambas colecciones, es incapaz de postular la equivalencia de las colecciones intercambiadas.

En esta segunda etapa también pueden presentarse respuestas intermedias, que son aquellas por las cuales el niño llega a postular la equivalencia después de verificaciones espontáneas.

En la tercera etapa en cambio, la equivalencia es ya un hecho evidente y necesario para los niños, ya que éllos son capaces en este nivel, de hacer uso de una correspondencia unívoca y recíproca, así como también pueden transformar de nuevo el intercambio. Como ejemplo está la respuesta de un sujeto de 6.10 años:

Hay el mismo número de centavos y dulces sobre la mesa?- "Sí" -Por qué? "Porque si yo tenía diez centavos, usted me dió diez dulces, porque son iguales "1 y 1".

Para el niño la correspondencia es evidente y al mismo -

tiempo alega el intercambio efectuado, concebido como el agotamiento simultáneo de las dos colecciones.

3.3.4 Correspondencia Espontánea.

Es conveniente tener claro que existen diferentes tipos de correspondencia, diferencia que reside en la idea de equivalencia implícita en cada uno de éllos, entre estos tipos -- existe un superior, el cual puede ser designado como de "correspondencia cuantitativa" ya que su finalidad es la noción de la equivalencia necesaria y durable de los conjuntos correspondientes; y, el inferior, es de orden intuitivo, ya que la equivalencia de las colecciones únicamente se reconoce si su correspondencia se percibe visualmente.

Aquí, se analiza el mecanismo de la correspondencia misma, en su desarrollo espontáneo, o sea que, se le plantea al sujeto situaciones en las cuales se vea obligado a inventar - él mismo la correspondencia y luego a utilizarla como le convenga. De lo que se trata es de captar cómo el niño evalúa el valor cardinal de cualquier colección y al mismo tiempo constatar qué tipo de correspondencia emplea y qué métodos anteceden o suceden a la correspondencia término a término, para lo cual se emplea la correspondencia entre objetos homogéneos, lo que permite que el niño encuentre una colección igual de - éllos, teniendo como modelo un conjunto cualquiera.

La diferencia entre la correspondencia provocada y la espontánea, reside en que en esta última no se utiliza como material objetos cuya correspondencia viene impuesta por la com plementaridad cualitativa, sino objetos de una misma naturale za. Además, el problema de medición de la cantidad estudiado aquí, no impone método alguno, sino que al contrario sirve pa ra ver qué procedimiento escogerá el niño.

La Figura 8 muestra cómo los resultados obtenidos pueden distribuirse en tres etapas diferentes de acuerdo al grupo de edad al que corresponda. Así por ejemplo, se observa que los sujetos del grupo de edades entre 4.3 - 5.4 años han sido ubi cados en la primera etapa debido a que en sus razonamientos - se limitan a la comparación global, imitando la hilera modelo, sin cuantificación exacta. En este caso de las hileras simples, el niño reproduce una hilera de la misma longitud, pero de ma yor o menor densidad. Veamos un ejemplo:

-El sujeto coloca 10 fichas rojas debajo de la hilera mo delo (8 fichas), luego se le pregunta): -Hay la misma canti-- dad aquí (modelo) que acá?- "si, hay igual",(enseguida se agru pan las fichas de la hilera que él ha construído y se pregun- ta): -Y ahora hay la misma cantidad?- "hay más aquí" (señala hilera de 8 fichas) -Por qué?-"Porque hay más y es más grande" (señala límites de la hilera).

El niño afirma que diez elementos agrupados son menos que ocho dispuestos en hilera, confirmándose que lo que él evalúa es una cualidad percibida globalmente y no el número o la co- rrespondencia término a término. También puede notarse que, - cuando el niño dice que hay más elementos en la hilera modelo, lo dice basándose en la longitud de ésta, traducida a valor - cuantitativo.

La conservación de las colecciones y la correspondencia término a término no es efectuado por los niños de esta etapa, ya que éllos son incapaces de manejar la coordinación o composición lógica de ambas relaciones.

La segunda etapa estaría caracterizada por una evaluación precisa, dando por resultado la correspondencia término a término y perdiendo la conservación cuando la figura es deformada. Esta segunda etapa es llamada la etapa de la correspondencia cualitativa de orden intuitivo, debido a que la correspondencia se origina en las relaciones de longitud total y densidad (intervalos entre los elementos).

Se esperaba que los sujetos del segundo grupo de edades (5.7 - 6.6 años), se ubicaran todos en la segunda etapa.

Pero, dos de éllos se ubicaron en la primera; tres, en la tercera y únicamente dos en la segunda. A continuación se cita la respuesta de un sujeto de 6.6 años el cual se ubicó en la segunda:

El sujeto establece la correspondencia término a término al colocar 8 fichas debajo de la hilera modelo, sin embargo, cuando una de las hileras es agrupada dice:

"Hay más aquí" (modelo) -Por qué?- "Porque es más grande (señala límite de la hilera).

El sujeto ha logrado hacer la correspondencia término a término, copiando el modelo de la misma longitud y densidad - pero, cuando se altera la configuración de una de las colecciones, la correspondencia no es percibida, por medio de lo cual se puede concluir que el único progreso que estos sujetos tie nen respecto a los de la primera etapa, es que los de la segunda han alcanzado el nivel de la intuición articulada, en cambio, los de la primera se encuentran todavia en la intuición simple, es decir, que los niños de esta etapa no han alcanzado aún el nivel de la operación reversible o enteramente liberada de la percepción.

En la tercera etapa se observa que la correspondencia es precisa y la equivalencia durable, es decir, que dicha correspondencia se encuentra liberada de limitaciones perceptivas, conservándose aún a causa de las distintas configuraciones que puedan sufrir las colecciones. En otras palabras, una vez que la equivalencia ha sido constatada, persiste necesariamente a pesar de las posibles transformaciones de las colecciones.Por lo que,la correspondencia término a término se vuelve realmente cuantitativa,expresando la igualdad numérica y no solamente la equivalencia cuantitativa.Un sujeto de 6.10 años, perteneciente al tercer grupo de edades,es un ejemplo de lo expuesto:

El sujeto hace la correspondencia término a término,afirmando la equivalencia entre ambas colecciones,(se agrupa una hilera y se le pregunta): -Hay la misma cantidad aquí que acá?- "si" -Por qué?- "Porque ahorita usted las puso en puñito pero siempre están igual que las que están en fila.

En este tercer grupo de edades (6.10 - 8 años) únicamente los sujetos de 7.8 y 8.0 años respondieron de igual forma que el anterior,los demás se ubicaron en la primera y segunda etapas.

BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

A través del ejemplo anterior se puede observar en primer lugar, que ya no es necesaria la percepción visual para efectuar la correspondencia término a término; en segundo lugar, se puede señalar que al mismo tiempo que el niño se aparta de la percepción, vincula una con otra las configuraciones de las colecciones, coordinando correctamente sus relaciones, es decir, que el niño considera al mismo tiempo las relaciones de longitud y densidad, por lo que se puede decir entonces, que la tercera etapa marca la finalización de la multiplicación cualitativa de estas dos relaciones. La liberación de la percepción en esta etapa marca el inicio de las operaciones propiamente dichas, operaciones que surgen debido a la reversibilidad del pensamiento, o sea, que las transformaciones de las colecciones permanecen equivalentes porque únicamente son cambios reversibles de posición, es decir, que se pueden invertir.

3.3.5. La Ordinación y Cardinación.

En el numeral anterior se analizó el tema de la correspondencia con equivalencia durable entre dos colecciones, pero sin llegar al análisis de cómo los niños son capaces de asignar carácter cardinal a dichos conjuntos sin poseer aún un vocabulario preciso para designar los números. Dicho análisis es el objeto de estudio de este apartado en donde se aclara cómo lo logra al disponer los términos en dos hileras correspondientes, es decir, mediante una seriación (Colocando un elemento después de otro). Al mismo tiempo distingue estos diferentes elementos en base a que un elemento (unidad) aña--

dido al primero, provoca una colección más grande que la primera, un tercer elemento añadido a los dos primeros da lugar a una colección mayor que la anterior, etc., permitiendo por lo tanto, definir los rangos en series y éstos, a la vez, permiten que las unidades equivalentes puedan diferenciarse. Por otra parte, también quedó establecido en el numeral anterior, que la correspondencia término a término no conducía a la equivalencia necesaria, de lo que se infiere que la ordinación y la cardinación existen en un plano negativo, ya que la suma de los términos no se considera constante, por lo que sus rangos no se pueden hacer corresponder.

Con el objeto de observar la seriación y el valor cardinal, se hizo seriar cartones construídos de tal manera que el segundo fuera dos veces el primero; el tercero, tres veces el primero, etc., preguntando luego cuántas unidades se podían hacer con cada uno de éllos.

Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 9, donde puede observarse que el grupo de sujetos cuyas edades están comprendidas entre los 4.3 - 5.4 años se ubicaron todos en la primera etapa.

Después que se le han presentado al sujeto todos los cartones (10), se le pide construya por sí mismo la serie, para que tome conciencia de la cardinación. Luego se le pide los cuente hasta donde él pueda, preguntándoles enseguida:

Cuántos cartones como (A) podrían hacerse con (B) o (C), etc., hasta que el sujeto logre comprender que el segundo cartón es dos veces el primero, etc. Enseguida se le pregunta, -

cuántos cartones como (A) podrían hacerse con (F)?. Lo que interesa es la solución que el sujeto encuentre a esta pregunta, ya que de ésta depende saber si el niño ha adquirido o no la relación entre la ordinación y cardinación.

Este grupo de sujetos ubicados en la primera etapa, no fueron ni tan siquiera capaces de construir la serie, únicamente lograron contar sin vacilaciones los términos de la serie (no ordenada).

De los sujetos del segundo grupo de edades, únicamente uno de 5.8 años, cumplió con los requisitos para ser ubicado en la segunda etapa: logra hacer la serie, comprende la serie y responde adecuadamente a la última pregunta, pero , necesita contar las unidades del sexto cartón para responder, de lo que se concluye que la relación entre la ordinación y la cardinación no se ha logrado todavía, es decir, que el niño aparentemente descubrió la regla al seguir un orden progresivo, pero se confundió cuando se saltó al cartón F. Los demás sujetos de este grupo de edades (5.7 - 6.6 años) se ubicaron en la primera etapa.

De los sujetos del tercer grupo de edades (6.2 - 8 años), los demás, en la primera.

La tercera etapa está caracterizada por la comprensión completa de la ordinación y cardinación operatorias.

Estos dos sujetos (6.10 y 8 años) hicieron la serie entendieron la regla de que 8 es 2A etc.,y al ser preguntados que cuántos A entran en F, hicieron corresponder de primera intención el valor cardinal 6 del cartón F a su rango 6°.,haciendo por lo tanto evidente la adquisición de la relación entre la ordinación y cardinación.

3.3.6. La Composición Aditiva de los Números y las Relaciones Aritméticas de Parte a Todo.

Es necesario tener en claro que cuando el niño no posee la composición aditiva, la inclusión lógica de una clase en otra es un problema para él en las dos primeras etapas de la construcción del número, debido a que no logra considerar simultáneamente las partes y el todo. Este problema ve su equivalente en el dominio de las colecciones numéricas, ya que la reunión aritmética de las partes de un todo constituye una de las operaciones fundamentales que permiten la aparición del número: la adición. Hay que recordar aquí, que el número, a diferencia de las clases, no ignora la iteración (A + A = 2A) ya que un número adicionado así mismo da por resultado un número nuevo. Por todo ésto, es importante considerar en la construcción del número, la función del mecanismo operatorio aditivo en sí mismo.

Para estudiar la composición aditiva de orden numérico se utilizó el método descrito en la Sección A del numeral III del Apéndice A, el cual tuvo como finalidad averiguar si el niño posee la capacidad de comprender la identidad de un todo a través de las diferentes composiciones aditivas de sus partes, por ejemplo: (4 + 4) = (1 + 7).

Es conveniente recordar de nuevo cómo, a medida que el niño se desarrolla va sustituyendo primero, las evaluaciones perceptivas de las colecciones por la correspondencia cualitativa y luego, por la correspondencia con equivalencia numérica, y es por medio de esos métodos de cuantificación por los que el niño logra comparar uno con otro los conjuntos (4 + 4)=(1 + 7).

La Figura 10 muestra cómo siete sujetos cuyas edades están comprendidas entre los 4.3 - 5-4 años han sido ubicados en la primera etapa y un sujeto (5.2) se ubicó en la segunda etapa.

La primera etapa se caracteriza por el hecho de que los sujetos no son capaces de comprender ni la igualdad de los conjuntos A = (4 + 4) y B = (1 + 7), ni la permanencia de la segunda totalidad después de los cambios de distribución de sus elementos. Como ejemplo se señala las respuestas de un sujeto de 5.4 años. Después de hacerle la presentación de los conjuntos como se señala en el Apéndice A, se le pregunta: Qué día vas a comer más dulces éste (A) o éste (B)?- "Aquí como más" (señala A = 4 + 4) -Por qué?- "Porque está lleno" -el otro cómo está?- "No está lleno, hay más poquitos" (señala el elemento 1).

A través de este tipo de respuesta se observa que el niño no considera como permanente la totalidad B, a pesar de que él vió cómo el conjunto (4 + 4) fue transformado en (1 + 7) al cambiar de lugar tres dulces del tercer cuadrante. Lo que se plantea aquí no es más que un problema de conservación, con la única diferencia de que aquí el niño debía resolverlo por medio de una simple adición de los elementos en juego; si no logra su solución es porque se deja guiar por las relaciones perceptivas en vez de corregirlas mediante las relaciones operatorias, por

BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

lo que, al comparar el conjunto (4 + 4) con el elemento único 1 del conjunto (1 + 7) cree que hay más en A porque 4 > 1, - es decir, que no tratan de construir la operación 7 + 1 = 8 - para compararla con la de 4 + 4, sino que se queda en la percepción inmediata.

Los sujetos del segundo grupo de edades (5.7 - 6.6) se - ubicaron de la siguiente manera: un sujeto de 6.6 años se ubicó en la primera etapa; otro de 5.8 en la tercera y el resto, en la segunda como se esperaba de acuerdo a los estudios de - Piaget. A continuación se cita las respuestas de un sujeto de 5.7 años con el objeto de analizar su ubicación en la presente etapa: -Qué día vas a comer más dulces éste (A) o éste - - (B)?- "aquí" (señala A = 4 + 4) (piensa y cuenta los elementos que forman ambos conjuntos y dice): "como igual" -Por -- qué? "Porque hay ocho en cada día".

Durante la segunda etapa el niño empieza a razonar como los de la primera, ya que el conjunto B pierde su totalidad - permanente cuando sus elementos cambian de posición, es decir, que al principio no existe ni adición de los conjuntos (1+7), ni subordinación de las partes del todo. Pero, después de un momento el niño cuenta espontáneamente y se da cuenta de que el conjunto (1 + 7) = (4 + 4).

Esta transición de la no conservación intuituiva a la -- conservación operatoria es la que marca la génesis de la adición y la que hace posible comprender la diferencia entre la adición aritmética y la adición de las clases.

La adición, es una operación reversible. Pero cuando se analiza en la primera etapa se observa que el niño no comprende que la totalidad B puede disociarse en dos partes y permanecer siempre la misma totalidad, por lo que se dice que es - aún una adición incipiente. Por el contrario, la operación -- aditiva, se realiza cuando los elementos se reúnen en un todo y también cuando el todo se considera invariante, cualquiera sea la distancia de sus partes.

Finalmente, la Figura 10 muestra cómo el tercer Grupo de sujetos cuyas edades están comprendidas entre los 6.10 - 8 -- años se ubican seis en la primera y dos en la tercera.

Durante la tercera etapa, el sujeto no necesita proceder previamente a coordinaciones intuitivas para que las operaciones de composición aditiva funcionen en forma instantánea. Como ejemplo se cita la respuesta de un sujeto de 6.10 años.

Qué día vas a comer más dulces éste (A) o éste (B)?- "Como igual" =Por qué?- "Porque aquí hay 4 + 4 y aquí 1 + 7 entonces los dos tienen 8".

Como puede observarse el sujeto no necesita razonar cualitativamente para traducir en término numérico que (4 + 4)= (1 + 7). Es decir, que cada subconjunto es concebido en relación con el otro y ambos en relación con su suma.

3.3.7. La Coordinación de las Relaciones de Equivalencia y la Composición Multiplicativa de los Números.

En este numeral se analizarán algunos ejemplos de la correspondencia biunívoca y recíproca entre varias colecciones y no únicamente entre dos y, también, la transición de esta -

BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

composición de relaciones de equivalencia o de las clases a la multiplicación aritmética, ya que, la composic ión de las relaciones de equivalencia es paralela a la de las clases. Además, debido a que la multiplicación aritmética es una equidistribución, la equivalencia por correspondencia biunívoca y recíproca entre dos o más colecciones (X) es una equivalencia de orden multiplicativo, lo que significa que una de estas dos colecciones se multiplica por dos, de este modo: X $\longleftrightarrow$ X, implicando ésto, la correspondencia término a término entre dos o más colecciones.

A diferencia de las relaciones de equivalencia basadas en la correspondencia biunívoca y recíproca, cuyo descubrimiento y utilización requiere la adquisición de nociones aritméticas (conjuntos que se conservan, seriaciones, correspondencia término a término),la composición de las relaciones de equivalencia requiere únicamente el manejo de la lógica, por ejemplo: si X = Y y Y = Z, entonces, X = Z.

Esta ecuación además de señalar la transitividad de la relación de igualdad, señala al mismo tiempo la expresión de un razonamiento que es propio de las estructuras formales del pensamiento; expresando al mismo tiempo, la equivalencia de tres clases como la coordinación de dos relaciones.

La primera etapa estaría por lo tanto caracterizada por la incapacidad de resolver el problema de la composición de las relaciones de equivalencia y por ende del fracaso en la correspondencia biunívoca y recíproca.

La Figura 11 muestra cómo del grupo de sujetos cuyas edades están entre los 4.3 - 5.4 años, solamente uno fracasó en tal resolución, el resto de éllos se ubicó en la segunda etapa. El sujeto (4.3) de la primera etapa, al cual nos referimos anteriormente, no logró hacer la correspondencia término a término, pues la densidad de una de las colecciones siempre fué mayor que la de las otras.

De los sujetos del segundo grupo de edades (5.7 - 6.6 años), cinco se ubicaron en la segunda etapa y tres en la tercera. Un sujeto de (6.1), ubicado en la segunda etapa, coloca el primer grupo de flores en correspondencia término a término con la colección floreros, luego se le pregunta:

Hay el mismo número de flores azules y de floreros?- "sí" (enseguida se agrupan las flores y se pregunta) -Y ahora hay el mismo número de flores azules y de floreros?- "no" (seguidamente se incita al sujeto a colocar una flor en cada florero y se pregunta): Hay la misma cantidad de flores y de floreros- "sí" (se agrupan las flores y se pregunta): -Y ahora hay la misma cantidad de flores y de floreros?- "no".

El sujeto afirma la equivalencia desde el punto de vista de una intuición articulada, ya que aunque hace la correspondencia término a término, cuando una de las colecciones es agrupada no cree más en dicha equivalencia.

En la tercera etapa los niños logran resolver las experiencias de equivalencia y la composición correcta. Así por ejemplo, de los sujetos de 6.10 - 8 años, tres de éllos se ubicaron en la tercera etapa, el resto en la segunda. Un suje to de 8 años ubicado en la tercera etapa responde de la manera siguiente:

(Después de que se ha establecido la correspondencia término a término se le pregunta): -Hay el mismo número de flores y de floreros? "sí" (se le agrupan las flores y se pregunta): -Y ahora hay el mismo número de flores y de floreros?- "sí" - (se le entrega otra colección de flores y luego que las ha hecho corresponder se le pregunta): -Hay el mismo número de flores y de floreros?- "sí" (se agrupan y se le pregunta): Y ahora hay el mismo número?- "sí" -Por qué?- "Porque siempre he puesto las mismas, diez en cada una, son treinta por todas".-

A través de este ejemplo es posible observar cómo el sujeto al poseer la relación de equivalencia (correspondencia término a término) es capaz de componer más rápidamente las relaciones entre sí, que de llegar a la certeza de que la equivalencia misma es independiente de la configuración de los conjuntos.

Es posible analizar a través del ejemplo anterior, que el niño establece la correspondencia múltiple como una relación multiplicativa y no aditiva, ya que en esta etapa los sujetos poseen el dominio de la composición de las relaciones de equivalencia $(X \longleftrightarrow Y) + (Z \longleftrightarrow Y) = (X \longleftrightarrow Z)$ y son capaces de menejar las relaciones lógicas inherentes a la multiplicación aritmética $n + n = 2n$ (siendo X y Z de valor n) puede realizarse. Por lo tanto cabe aquí concluir, que estos niños son capaces de componer las equivalencias, comprenden las relaciones de equivalencia por combinación de las relaciones y no por simples tanteos de tipo intuitivo, y lo más importante de todo es que al comprender la relación "2 a 1" son capaces de generalizar dicha relación con 3, 4 ó 5 colecciones.

En cuanto a la discusión correspondiente a los resultados obtenidos mediante el ^{2} se puede expresar lo siguiente:

Según la Teoría de Piaget, los sujetos cuyas edades están comprendidas entre las 4.0 - 5.6; 5.7 - 6.6 - 6.7 - 8.0 años deberían ubicarse en las etapas primera, segunda y tercera respectivamente, ésto es, presuponiendo que la ubicación en dichas etapas es algo rígido. Sin embargo, de acuerdo a los resultados obtenidos los sujetos del presente estudio no se ubicaron rígidamente en sus respectivas etapas, sino que se dieron variaciones favorables y desfavorables en los resultados, es decir, que los sujetos se ubicaron en etapas superiores o inferiores para su respectiva edad. Esto puede observarse facilmente en las Figuras del 5 al 11. Dichas variaciones parecen haber dado lugar a diferencias significativas entre los valores obtenidos de la muestra y aquellos que teóricamente cabría esperar. Se podrían atribuir como factores causales de estas variaciones, las siguientes: en primer lugar, parece ser que la formulación Piagetana en cuanto a la ubicación de los sujetos en sus respectivas etapas no es algo rígido, sino que cabe esperar algunas variantes de ubicación tal como se observa en algunos ejemplos citados por Piaget (Véase Piaget y Szemiska, 1967, p.254-257). Otra causa podría estar representada por las condiciones bajo las cuales se llevó a cabo el estudio. Entre éstas se destaca la de algunas interrupciones que pudieran haber inhibido al sujeto en su rendimiento, lo cual podría justificar el que algunos de éllos no hayan alcanzado sus niveles respéctivos, aunque también no se descarta la posibilidad de que éstos sujetos no hayan alcanzado tales niveles debido a algún tipo de retardo. Otro factor que pudo haber contribuído a estas variaciones es el de la disposición de los sujetos en cuanto al aspecto de motivación. También, es posible que el experimentador haya podido ejercer alguna influencia que pudiera distorcionar ciertas ejecuciones al establecer la relación con el sujeto. Finalmente, cabe considerar como factor causal, la muestra reducida y hasta cierto punto selectiva con la cual se trabajó.

Considerando el problema desde otro punto de vista, es decir, que la ubicación de los sujetos en sus respectivas etapas no es algo rígido, puede observarse en la Tabla 5, que entre las ubicaciones observada y la ideal siempre existe una diferencia altamente significativa. Por lo tanto, los resultados de la propia muestra apuntan siempre en la misma dirección que señala la Tabla 4. Para este caso, la congruencia de los resultados proporciona una base más sólida para aceptar tal diferencia.

En resumen, el presente estudio conduce a dos conclusiones principales:

a) la primera se refiere a que no hay una ubicación rígida de los sujetos de una edad determinada en su etapa respectiva.

b) la segunda se refiere a que la variabilidad en la ubicación de los sujetos puede ser la resultante de factores intervinientes fuera del control de la persona que hizo el estudio.

Para concluir la presente discusión, es necesario recordar la hipótesis planteada al empezar el presente estudio, es decir que el saber contar no implica que el niño tenga el concepto numérico.

Se constató a lo largo del estudio exploratorio de que todos los niños sabían contar. Sin embargo, y tal como lo muestra la Tabla 2, se observa que la mayoría de los sujetos dieron respuestas pertenecientes a la primeraetapa del desarrollo cognoscitivo, etapa caracterizada por un pensamiento puramente intituivo en el cual no cabe la concepción numérica. Al mismo tiempo, la Tabla 2 muestra que aunque los sujetos sepan contar, una minoría de éllos se ubicaron en la etapa de las operaciones, en la cual el concepto numérico es un hecho evidente.

	E T A P A S			
EDADES	I	II	III	
4.3 - 5.4	43	13	0	56
5.7 - 6.6	26	18	12	56
6.10 - 8.0	19	17	20	56
	88	48	32	168

Tabla 2.- Cuadro que muestra las observaciones dadas por los sujetos.

En base a lo anterior puede concluirse que se comprueba la hipótesis planteada y por lo tanto se acepta como verdadera.--

C O N C L U S I O N E S

Después de analizar los fundamentos teóricos presentados por Piaget acerca del subperíodo de las operaciones concretas y el número, es posible concluir principalmente:

- Que a sido Piaget, a través de sus trabajos, quien ha hecho posible el estudio del desarrollo infantil en sus diversas etapas de conocimiento.
- Que al alcanzar el niño el nivel de las operaciones concretas, es decir, cuando ya no es dominado por el agocentrismo propio de niños de menor edad, su conducta cambia tanto en el plano social como en cuanto a que su pensamiento se vuelve más objetivo, acercándose cada vez más al de los adultos.
- Que son las operaciones concretas las que permiten al niño, por medio de un sistema cognoscitivo, manipular y organizar el mundo que lo rodea de una manera flexible, sin perplejidad, y que los esquemas mentales se van volviendo cada vez más internalizados y estructurados, los cuales a su vez, le permitan asimilar y acomodarse al mundo propio de las operaciones concretas, las que implican relaciones de clases, seriaciones, operaciones numéricas y relaciones de tipo valorativo o interpersonal.
- Que son las operaciones concretas las que dan al niño el fundamento necesario para el surgimiento del número como operación.

- Que a través del estudio exploratorio se detectó que los sujetos no se ubican rígidamente en las etapas correspondientes a sus edades respectivas, lo cual está respaldado por algunos ejemplos presentados por Piaget.
- Que para una mayor apreciación de la distribución de las relaciones entre las edades de los sujetos y de las etapas del desarrollo cognoscitivo es necesario trabajar con una muestra mucho mayor que la empleada en el estudio exploratorio de esta Monografía y la cual tenga verdaderas características aleatorias. y,
- Finalmente cabe hacer alusión a la hipótesis de que el saber contar verbalmente no implica que el niño posea el concepto numérico y concluir que ésta fue comprobada y aceptada como verdadera.

PRUEBAS PARA EL ESTUDIO DE LA CONCEPCION NUMERICA EN LOS NIÑOS

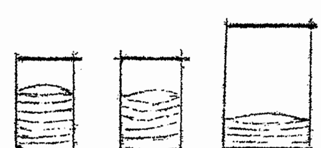
1 - CONSERVACION DE LAS CANTIDADES

La conservación de las cantidades es necesaria para la formación de concepto numérico. Un conjunto o una colección se designa como tal, siempre que al efectuar operaciones el total permanezca invariable. La conservación de las cantidades se explora a través de dos enfoques: cantidades contínuas y cantidades discontínuas.

A.- Cantidades Contínuas (Prueba de los Vasos de Agua).

1.- Material:

- Se utilizan dos recipientes cilíndricos de igual tamaño, conteniendo la misma cantidad de agua, los cuales se denominan A y A' y, un recipiente de mayor tamaño referido como B.



2.- Aplicación:

Se presentan al sujeto A y A' y se pregunta:

a) "Hay la misma cantidad de agua en los dos vasos?"

Luego se vierte el agua de A' en B y se le pregunta:

b) "Hay la misma cantidad en ésta (A) que en ésta (B)?"

Después que el sujeto responde, se le pregunta:

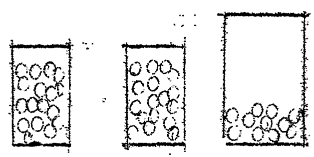
c) "Por qué?"

Esta respuesta es la más importante, puesto que con este razonamiento es posible la ubicación del sujeto en determinada etapa.

B.- Cantidades Discontínuas (Prueba de las Canicas).

1.- Material:

Se usan dos vasos colíndricos de igual tamaño, denominados A y A' y, un tercero de mayor tamaño denominado B , además se usan 60 canicas, 30 de un color y 30 de otro.



A A' B

2.- Aplicación:

Se colocan los recipientes A y A' sobre la mesa. Las canicas se colocan frente a los vasos, separadas en dos grupos según el color.

Se le explica al sujeto que debe introducir simultáneamente unacanica de cada grupo en cada vaso. Cuando el sujeto ha introducido 3 o 4 pares de canicas se le pregunta:

a) "Hay el mismo número de canicas aquí (A) qué aquí (A')?"

Si el niño responde afirmativamente se continúa el experimento hasta llegar al final y se pregunta:

b) "Hay la misma cantidad en éste (A) que en éste -- (A')?".

Luego se vierte el contenido de A' en B y se pregunta:

c) "Y ahora hay lo mismo?"

d) "Por qué?"

Si el niño no encuentra el razonamiento se hace un segundo ensayo.

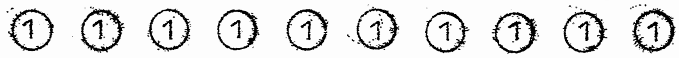
II.- CORRESPONDENCIA TERMINO A TERMINO

La correspondencia término a término es la forma más simple y directa de la equivalencia de los conjuntos. Esta correspondencia se explora a través de tres enfoques. El primero es la Correspondencia Provocada la cual consiste en la correspondencia entre objetos heterogéneos cualitativamente complementarios debido a circunstancias externas. El segundo enfoque es la Correspondencia Espontánea por la cual se entiende la correspondencia entre objetos homogéneos, la cual permite encontrar una cantidad igual de éllos cuando se da un conjunto cualquiera como modelo. De esta manera, se obliga al sujeto a inventar la correspondencia y a utilizarla en la forma que a él más le convenga, analizando de esta forma, el esfuerzo que hace el sujeto por evaluar el valor cardinal de cualquier colección. Finalmente, está la Ordinación y Cardinación en donde, la ordinación supone siempre la cardinación y viceversa. Para que una colección se convierta en serie el sujeto añade una segunda unidad formando así una colección mayor que la primera, y al añadir una tercera unidad a las dos primeras, forma una colección mayor que las anteriores. Los rangos en las series están determinados por la reunión de cada elemento con los anteriores, permitiendo que las unidades equivalentes entre sí se puedan diferenciar.

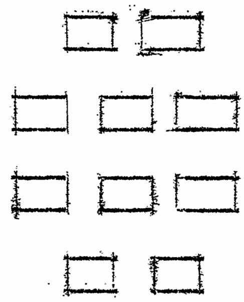
A.- <u>Correspondencia Provocada</u> (El Juego del Vendedor).

1.- <u>Material:</u>

Se hace uso de 10 monedas de un centavo y de 10 dulces.



Centavos



Dulces

2.- Aplicación:

Se realiza un intercambio de dinero y mercancías (centavos y dulces), dejando determinado que cada dulce vale un centavo.

Se le pide al sujeto que cuente los centavos para hacerle ver cuántos dulces puede comprar.

Se hace el intercambio de uno con uno, colocándose los centavos en línea recta y un poco separados entre sí, y teniendo cuidado de que el niño coloque los dulces en grupo para ver si logra hacer la operación de correspondencia entre ambos grupos. Luego se le pregunta:

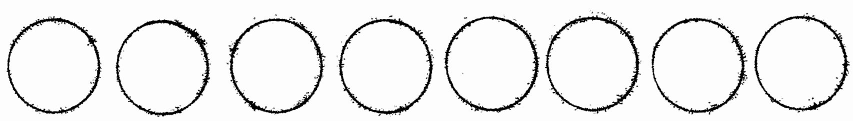
a) "hay el mismo número de dulces y de centavos" sobre la mesa?".

b) "Por qué?"

B.- Correspondencia Espontánea (Prueba de las Hileras Simples).

1.- Material:

30 fichas rojas.



2.- Aplicación:

Se colocan únicamente 8 fichas sobre la mesa. Una vez colocadas las fichas se dice al sujeto: "Supongamos que éstos son dulces que una mamá le ha dado a su hijo para que se los coma". Inmediatamente se le entregan al sujeto el resto de las fichas y se continúa diciendo: "Ahora quiero que de éstas tú tomes el mismo número que está sobre la mesa".

Cuando el niño establece la misma cantidad se le pregunta:

a) "Hay la misma cantidad aquí que acá?" (Se señalan ambas filas).

Si el sujeto hace lo correspondiente, colocando una ficha debejo de la otra, se agrupan las que él ha colocado y se le pregunta":

b) "Y ahora, hay la misma cantidad aquí que aquí?.

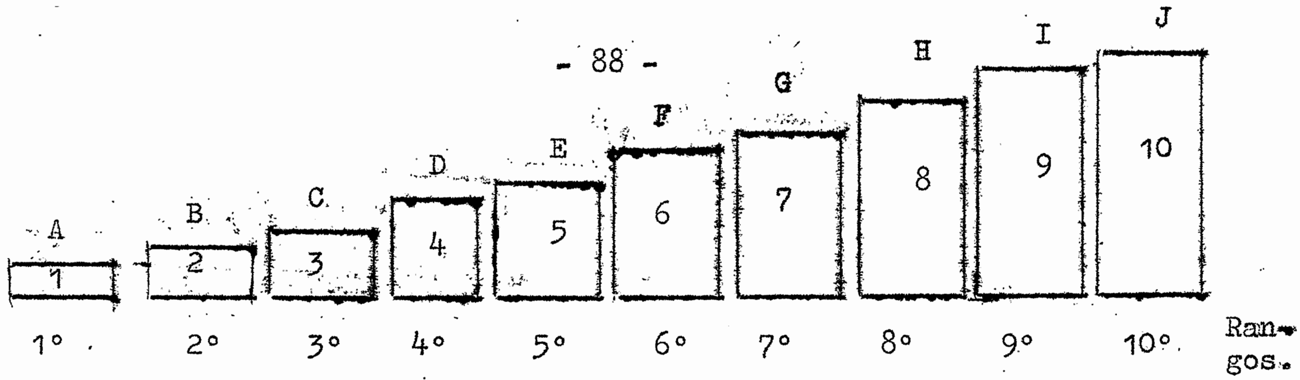
c) "Por qué?".

C.- Ordinación y Cardinación (Prueba de los Cartones en Escalera).

1.-Material:

Se utilizan 10 cartones (5..5 x 5 cms.) de diferentes alturas, que en conjunto forman una escalera y en donde el cartón de la base o cartón A es la unidad, el B es dos veces A, el C es tres veces A, y así sucesivamente hasta llegar al cartón J que es 10 veces A.

BIBLIOTECA ...



2.- <u>Aplicación</u>:

Se le presentan al sujeto los cartones en desorden y se le pide los ordene en serie como para formar una escalera, que va desde el cartón más bajo hasta el más alto.

Mientras el sujeto realiza la tarea, el experimentador observa el método que utiliza. Si el sujeto ordena en forma correcta únicamente parte de la serie, el resto de los cartones es retirado de la mesa, y se le sugiere lo siguiente:

a) "Cuenta los cartones o gradas"

En caso de responder en forma adecuada se le pregunta:

b) "Cuántos cartones de A podrían hacerse con B, con C, con D, etc?"

Luego se señala un cartón al azar (preferiblemente del centro) y se le pregunta:

c) "Cuántas unidades se pueden hacer con este cartón?".

III.- COMPOSICION ADITIVA Y MULTIPLICATIVA DE LOS NUMEROS

La adición consiste en la reunión en un todo, de los elementos dispersos, o en la descomposición de esos todos en sus partes. Un número adicionado así mismo da como resultado un número nuevo, o sea que $A + A = 2A$.

La coordinación de las relaciones de equivalencia y la composición multiplicativa de los números constituyen el mecanismo siguiente: si $X = Y$, $Y = Z$ enconces $X = Z$. Las proposiciones antes mencionadas constituyen la transividad propia de las relaciones de igualdad, expresando al mismo tiempo la igualdad o equivalencia de tres clases como la coordinación de dos relaciones.

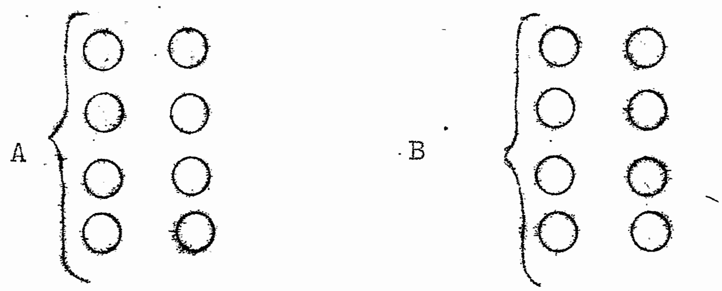
La composición de los números se explora a través de dos aspectos:

A.- Composición Aditiva de los Números y las Relaciones Aritméticas de Parte a Todo (Prueba de los Dulces).

1.- Material:

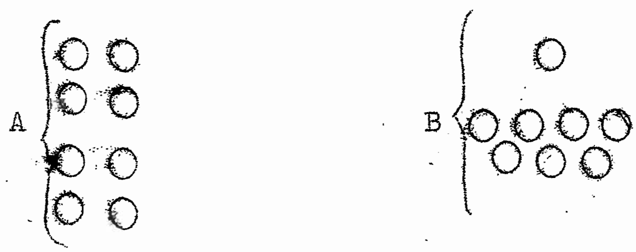
Se utilizan 16 dulces, los cuales se colocan sobre la mesa.

2.- Aplicación:
Se disponen los dulces en dos conjuntos de$(4 + 4)$.



BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

Enseguida se le dice al niño: "Supongamos que este día -(A) te comas 4 dulces por la mañana y 4 dulces por la tarde y, este otro día (B), como tienes menos hambre, te comes únicamente 1 dulce por la mañana y 7 por la tarde" (a la vista del niño se trasladan 3 dulces del tercer cuadrado de 4 y se añaden al cuarto y se pregunta:



a) "Qué día vas a comer más dulces?"

b) "Por qué?

B.- <u>Coordinación de las Relaciones de Equivalencia y la Composición Multiplicativa de los Números</u> (Prueba - de las Flores y Floreros).--

1.- <u>Material:</u>

16 flores azules, 16 flores rojas y 10 floreros

2.- <u>Aplicación:</u>

Se le presentan al sujeto los 10 floreros en hileras. Luego a manera de juego se le dice: "Supongamos que - un niño fué a cortar flores a un jarrón y trajo estas flores" (16 flores azules). Inmediatamente se le en-- tregan las flores y se le dice: Coloca el mismo número de flores que de floreros, aquí" (se señala la parte inferior de los floreros que son en número de 10). Si el niño coloca más o menos de 10 flores, se le sugiere que ponga el mismo número para lograr la corresponden - cia , diciéndole: "coloca una flor en cada florero", después las flores restantes son apartadas de la mesa y se le pregunta:

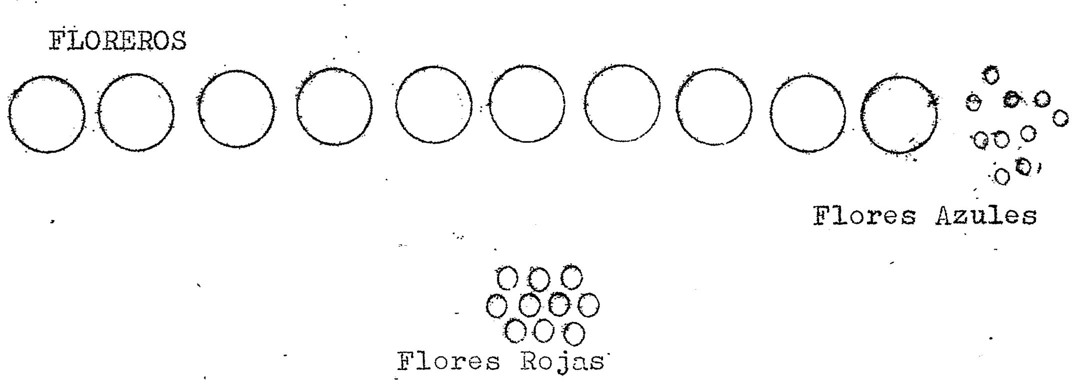
a) "Hay el mismo número de flores y de floreros?"

b) Y ahora el mismo número de flores y de floreros?

Si la respuesta del niño es correcta se colocan las flores a la derecha de los floreros un poco esparcidas, procediendo de la misma manera con las flores rojas, con la única diferencia de que éstas se colocan en la parte inferior en grupo.

A los niños de la segunda etapa no es necesario decirles que coloquen las flores dentro de los floreros, sino que directamente se proceda a la pregunta. Pero si al hacer la pregunta el niño duda, entonces sí es necesario sugeirle que las introduzca.

Luego que se ha procedido hasta llegar a tener los dos conjuntos separados de los floreros se continúa preguntando:



c) "Hay el mismo número de flores azules que de rojas?"

d) "Por qué?"

Si la respuesta del niño es negativa es posible que toda vía se encuentra en la primera o segunda etapa, entonces se le dice:

e) "Fíjate bien: cuántas flores azules tenemos que colocar en cada florero para llenar todos los floreros?".

Según la respuesta que el niño dé se le incita a que las coloque en los floreros. Enseguida que lo ha hecho, se sacan las flores de los floreros y se agrupan a un lado, volviéndose a preguntar:

f) "Cuántas flores de todas éstas (azules y rojas) debemos colocar en cada florero?".

BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

A P E N D I C E " B "

CALCULOS ESTADISTICOS

BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

PROCEDIMIENTO DE CALCULO DE LA TABLA 4

El procedimiento de cálculo para el análisis de los datos mostrados en la Tabla 4 es el siguiente:

	I	II	III
E	56	56	56
D	43	18	20

$(O-E)$: -13 -38 -36

$(O-E)^2$: 169 1444 1296

$\frac{(O-E)^2}{E}$: $3.02 + 15.44 + 23.14 = 51.95$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 51.95$$

En donde,

O = Observaciones que se encuentran exactamente en la etapa correspondiente.

E = Observaciones que el experimentador espera que caigan en cada una de las etapas.

Los grados de libertad se calculan de acuerdo a la fórmula

$$gl = (K - 1) = 3 - 1 = 2$$

En donde,

K = categorías

En este caso un $\chi^2 = 51.95$ para gl = 2 tiene una probabilidad igual a $p < 0.001$

PROCEDIMIENTO DE CALCULO PARA LA TABLA 5

El procedimiento de cálculo para el análisis de los datos mostrados en la Tabla 5 es el siguiente:

	I	II	III	
E	27	27	27	81
O	43	18	20	81

(O-E):	16	-9	-7
$(O-E)^2$:	256	81	49
$\frac{(O-E)^2}{E}$:	9.48 +	3 +	1.81 = 14.29

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 14.29$$

En donde,

O = Observaciones que se encuentran exactamente en la etapa correspondiente.

E = Sumatoria de los valores observados divididos entre las categorías esperadas.

Los grados de libertad se calculan de acuerdo a la fórmula:

$gl = (K - 1) = 3 - 1 = 2$

En donde,

K = categorías

En este caso un $\chi^2 = 14.29$ para gl = 2 tiene una probabilidad igual a $p < 0.001$

B I B L I O G R A F I A

1.- BEARD, R.M. (1971): PSICOLOGIA EVOLUTIVA DE PIAGET. Bs.As.: Kapelusz.

2.- FLAVELL, JH. (1971): PSICOLOGIA EVOLUTIVA DE JEAN --PIAGET. Bs. As.: Paidos.

3.- GARRETT, H.E. (1966): ESTADISTICA EN PSICOLOGIA Y EDUCACION. Bs.As.: Paidos.

4.- ISSACS, N. (1967): NUEVA LUZ SOBRE LA IDEA DE NUMERO EN EL NIÑO. Bs.As.: Paidos.

5.- LOVELL, K. (1971): AN INTRODUCTION TO HUMAN DEVELOPMENT. Great Britain: Macmillan. 2da.- Edición.

6.- MUSSEN, P.H., CONGER, J.J. y KAGAN, J. (1973): DESARROLLO DE LA PERSONALIDAD EN EL NIÑO. México: Trillas.

7.- PIAGET, J. (1962): THE STAGES OF THE INTELECTUAL - DEVELOPMENT OF THE CHILD. Bull, of the Meninger Clinic, 26, 120 8. Reimpreso en Wason, P.C. & - Johnson Laird, P.N. (ed.)(1968): THINKING AND REASONING. Harmondsworth (Inglaterra): Penguin.

8.- PIAGET, J. (1966): PSICOLOGIA DE LA INTELIGENCIA. Bs. As.: Psique.

9.- PIAGET, J. (1968): LA CONSTRUCCION DE LO REAL EN EL NIÑO. Bs. As.: Proteo. 2da. Edición.

10.- PIAGET, J. (1970): EDUCACION E INSTRUCCION: Bs.As. - Proteo. 2da. Edición.

11.- PIAGET, J. (1972-a): PSICOLOGIA Y EPISTEMOLIGIA. Bs.As. EMECE.

12.- PIAGET, J. (1972-b): EL JUICIO Y EL RAZONAMIENTO EN EL NIÑO. ESTUDIO SOBRE LA LOGICA DEL NIÑO (II). B.As.: Guadalupe.

13.- PIAGET, J. (1972-c): EL NACIMIENTO DE LA INTELIGENCIA EN EL NIÑO. Madrid: Aguilar.

14.- PIAGET, J. (1973-a): SEIS ESTUDIOS DE PSICOLOGIA. Barcelona: Seix Barral. 6a. Edición.

15.- PIAGET ,J. (1973-b): ESTUDIOS DE PSICOLOGIA GENETICA. Bs.As.: EMECE.

16.- PIAGET, J. (1973-c): LA REPRESENTACION DEL MUNDO EN EL NIÑO. Madrid: Morata.

17.- PIAGET,J. (1973-d): LA FORMACION DEL SIMBOLO EN EL NIÑO. México: Fondo de Cultura Económica.

18.- PIAGET, J. e INHELDER, B. (1972): PSICOLOGIA DEL NIÑO. Madrid: Morata.

19.- PIAGET, J., MAYS, W. y BETH, W. (1959): PSICOLOGIA, LOGICA Y COMUNICACION Bs. As.: Nueva Visión.

20.- PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1972): GENESIS DEL NUMERO EN EL NIÑO. Bs. As. Guadalupe. 2da. Edición.

21.- SIEGEL, S. (1956): NONPORAMETRIC STATISTICS FOR THE BEHAVIORAL SCIENCES. Tokyo: - - McGrawHill.