

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR  
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE  
PROYECTOS ACADÉMICOS ESPECIALES



**TRABAJO DE GRADO**

DESARROLLO DEL LENGUAJE MATEMÁTICO EN EL APRENDIZAJE DEL  
ÁLGEBRA EN LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA  
EN LOS CENTROS ESCOLARES: NAPOLEÓN RÍOS, DOCTOR HUMBERTO  
QUINTEROS Y SANTA LUCÍA DEL DEPARTAMENTO DE SANTA ANA, AÑO 2018

**PARA OPTAR AL GRADO DE**

LICENCIADO/A EN EDUCACIÓN, ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

**PRESENTADO POR**

CARLOS MAURICIO GÓMEZ TEPAS  
YANSI BEATRIZ MÉNDEZ DE MEDINA  
VÍCTOR MANUEL SIGUENZA ESCALANTE  
MARÍA DE LOS ÁNGELES VARGAS ESTÉVEZ

**DOCENTE DIRECTOR**

LICENCIADA ELIA ELIZABETH PINEDA DE FLORES

SEPTIEMBRE, 2019

SANTA ANA, EL SALVADOR, CENTROAMERICA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

AUTORIDADES



M.Sc. ROGER ARMANDO ARIAS ALVARADO

**RECTOR**

DR. MANUEL DE JESÚS JOYA ÁBREGO

**VICERRECTOR ACADÉMICO**

ING. NELSON BERNABÉ GRANADOS ALVARADO

**VICERRECTOR ADMINISTRATIVO**

LICDO. CRISTOBAL HERNÁN RÍOS BENÍTEZ

**SECRETARIO GENERAL**

M.Sc. CLAUDIA MARÍA MELGAR DE ZAMBRANA

**DEFENSORA DE LOS DERECHOS UNIVERSITARIOS**

LICDO. RAFAEL HUMBERTO PEÑA MARÍN

**FISCAL GENERAL**

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE  
AUTORIDADES



DR. RAÚL ERNESTO AZCÚNAGA LÓPEZ  
**DECANO**

M.Ed. ROBERTO CARLOS SIGÜENZA CAMPOS  
**VICEDECANO**

M.Sc. DAVID ALFONSO MATA ALDANA  
**SECRETARIO**

M.Ed. RINA CLARIBEL BOLAÑOS DE ZOMETA  
**DIRECTORA DE PROYECTOS ACADÉMICOS ESPECIALES**

## **AGRADECIMIENTOS**

Habiendo finalizado este proceso en el cual se ha contado con la colaboración de todos los integrantes del equipo de trabajo y con la guía de la docente directora, no resta más que agradecer a todos los que han estado presentes en el mismo y que han sido parte importante durante este camino. Primeramente se dan las gracias a Dios, quien ha sido guía y ha permitido llegar a este punto de la vida. Él es quien da la sabiduría, la salud y permite que se hagan las obras según su voluntad. Luego se agradece a los docentes que han brindado los conocimientos necesarios para llevar a cabo esta investigación. Ellos han sido parte primordial de la formación, con su ejemplo motivan el aprendizaje y los consejos que han aportado fueron de gran ayuda. Entre el cuerpo de formadores con el que se contó se menciona especialmente a la docente directora; por su paciencia, dedicación, tiempo que dedicó a las consultas y a este proceso, motivando constantemente al equipo a continuar.

Así mismo, se está enteramente agradecido con la familia, han apoyado el progreso de este trabajo tanto económica y emocionalmente; dando palabras de ánimo para continuar esperando que se logre la meta, incentivando a la formación profesional de sus miembros. A los padres, madres, hermanos y demás se les aprecia mucho. Finalmente al equipo de trabajo por estar presentes y dispuestos, aportando ideas, opiniones, para que este escrito e investigación fuera elaborado de la mejor forma posible.

## Índice

INTRODUCCIÓN.....	xi
CAPÍTULO I PROBLEMÁTICA DE LA INVESTIGACIÓN .....	12
1.1 Enunciado .....	12
1.2 Situación problemática .....	12
1.3 Objetivos de la investigación.....	15
1.3.1 Objetivo general .....	15
1.3.2 Objetivos específicos.....	15
1.4 Preguntas de la investigación.....	16
1.5 Justificación .....	16
CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO.....	19
2.1 Antecedentes de la investigación o perspectivas teóricas de otros autores. ....	19
2.1.1 Investigaciones en Europa.....	19
2.1.2 Investigaciones en Latinoamérica .....	21
2.2 Teorías del aprendizaje de la matemática.....	23
2.2.1 Modelo conductista .....	25
2.2.2 Modelo constructivista .....	26
2.3 Transición de aritmética-álgebra.....	27
2.3.1 Fundamentos para el desarrollo del aprendizaje del álgebra y transición aritmética-álgebra .....	28
2.3.2 Problemas de transición.....	29
2.3.2.1 Interpretaciones de las letras.....	31
2.4 Lenguaje matemático .....	32
2.4.1 Antecedentes del uso del lenguaje matemático .....	33
2.4.2 Relación entre el lenguaje común y el matemático .....	35

2.4.3	Uso de recursos geométricos para la representación de estructuras algebraicas...	39
2.5	Factores educativos del aprendizaje del álgebra.....	41
2.5.1	Metodología aplicada .....	41
2.5.2	Comunicación en el aula .....	43
2.5.3	Motivación al alumno para utilizar lenguaje matemático .....	43
2.5.4	Lenguaje matemático y trabajo en el aula .....	45
2.6	Requerimientos del MINED .....	45
CAPÍTULO III DISEÑO METODOLÓGICO .....		50
3.1.	Diseño metodológico .....	50
3.2	Tipo de estudio.....	50
3.3	Área de estudio .....	50
3.4	Población .....	51
3.5	Criterios de selección.....	52
3.6	Operacionalización de variables .....	53
3.7	Forma de administración de instrumentos .....	55
3.8	Instrumentos de recolección de datos .....	55
3.8.1	Encuesta y test sobre lenguaje matemático dirigida a los estudiantes.....	55
3.8.2	Guía de observación como la bitácora vivencial de los protagonistas del aprendizaje de la matemática.....	55
3.8.3	Entrevista al docente.....	56
3.9	Perfil de administración .....	56
3.10	Descripción de las variables .....	56
CAPITULO IV ANÁLISIS DE RESULTADOS.....		58
4.1	Proceso de transición aritmética – álgebra.....	58
4.2	Aplicación del lenguaje matemático en el aprendizaje del algebra. ....	71

4.3 Factores educativos que intervienen en el desarrollo del lenguaje matemático. ....	76
CAPITULO V CONCLUSIONES .....	102
5.1 Conclusiones .....	102
Referencias bibliográficas .....	104
ANEXOS .....	108

## Índice de Figuras

Figura 1. Patrón geométrico de la suma de Gauss.....	39
Figura 2. Resultados ítem 2 (Test al estudiante). ....	59
Figura 3. Resultados ítem 5 (Test al estudiante). ....	61
Figura 4. Resultados ítem 4 (Test al estudiante). ....	61
Figura 5. Resultados ítem 4 (Guía de observación).....	63
Figura 6. Resultados ítem 3 (Entrevista al docente).....	63
Figura 7. Resultados ítem 9 (Entrevista al docente). ....	64
Figura 8. Resultados ítem 25 (Guía de observación).....	64
Figura 9. Resultados ítem 14 (Guía de observación).....	65
Figura 10. Resultados ítem 7 (Test al estudiante). ....	66
Figura 11. Resultados ítem 8 (Test al estudiante). ....	66
Figura 12. Resultados ítem 9 (Test al estudiante). ....	67
Figura 13. Resultados ítem 11 (Test al estudiante). ....	69
Figura 14. Resultados ítem 10 (Entrevista al docente).....	69
Figura 15. Resultados ítem 7 (Entrevista al docente). ....	70
Figura 16. Resultados ítem 6 (Test al estudiante). ....	71
Figura 17. Resultados ítem 12 (Test al estudiante). ....	72
Figura 18. Resultados ítem 13 (Test al estudiante). ....	73
Figura 19. Resultados ítem 14 (Test al estudiante). ....	74
Figura 20. Resultados ítem 3 (Encuesta al estudiante).....	77
Figura 21. Resultados ítem 4 (Encuesta al estudiante).....	77
Figura 22. Resultados ítem 11 (Entrevista al docente).....	78
Figura 23. Resultados ítem 12 (Entrevista al docente).....	79
Figura 24. Resultados ítem 19 (Guía de observación).....	80
Figura 25. Resultados ítem 1 (Entrevista al docente).....	83
Figura 26. Resultados ítem 10 (Guía de observación).....	84
Figura 27. Resultados ítem 13 (Guía de observación).....	85
Figura 28. Resultados ítem 8 (Guía de observación).....	85
Figura 29. Resultados ítem 11 (Guía de observación).....	86
Figura 30. Resultados ítem 29 (Guía de observación).....	87



Figura 31. Resultados ítem 28 (Guía de observación).....	88
Figura 32. Resultado ítem 23 (Guía de observación). ....	89
Figura 33. Resultados ítem 5 (Guía de observación).....	90
Figura 34. Resultados ítem 35 (Guía de observación).....	90
Figura 35. Resultados ítem 36 (Guía de observación).....	91
Figura 36. Resultados ítem 7 (Encuesta al estudiante).....	91
Figura 37. Resultados ítem 13 (Encuesta al estudiante). ....	92
Figura 38. Resultados ítem 12 (Encuesta al estudiante). ....	93
Figura 39. Resultados ítem 11 (Encuesta al estudiante). ....	93
Figura 40. Resultados ítem 10 (Encuesta al estudiante). ....	94
Figura 41. Resultados ítem 6 (Guía de observación).....	94
Figura 42. Resultados ítem 2 (Entrevista al docente). ....	95
Figura 43. Resultados ítem 2 (Guía de observación).....	96
Figura 44. Resultados ítem 9 (Encuesta al estudiante). ....	96
Figura 45. Resultados ítem 22 (Guía de observación).....	98
Figura 46. Resultados ítem 24 (Guía de observación).....	98

## Índice de Tablas

Tabla 1 Población estudiantil de Octavo grado por sección.....	52
Tabla 2 Operacionalización de variables.....	53
Tabla 3 En la operación suma, reemplaza correctamente los símbolos por valores .....	58
Tabla 4 Mostrada una expresión, identifica las letras que corresponden a la operación a realizar .....	60
Tabla 5 Relaciona una representación algebraica con su significado .....	68
Tabla 6 Relaciona los ejemplos con problemas de la vida cotidiana .....	73
Tabla 7 Los estudiantes resuelven problemas de la vida cotidiana, sin dificultad. ....	74
Tabla 8 ¿Utilizan los estudiantes conceptos propios de matemática cuando se les pide explicar la solución que han dado?.....	75
Tabla 9 Participación en clase de matemática .....	78
Tabla 10 Indica la importancia del tema para la formación profesional .....	79
Tabla 11 El discurso es comprensible .....	80
Tabla 12 Relaciona los ejemplos con problemas de la vida cotidiana .....	81
Tabla 13 ¿Cómo busca motivar en la asignatura a sus estudiantes para que trabajen activamente? .....	81
Tabla 14 ¿Se muestran la mayoría de los estudiantes indiferentes ante la materia? .....	82
Tabla 15 Trabajo con libros ESMATE.....	82
Tabla 16 Sigue la secuencia: problema inicial, solución del problema inicial, conclusión, ejemplos y ejercicios del libro ESMATE.....	84
Tabla 17 Indique la o las estrategias metodológicas que utiliza para el desarrollo de la clase. ....	86
Tabla 18 Métodos de verificación del trabajo de los alumnos, tanto individual como grupal ..	87
Tabla 19 ¿De qué forma busca minimizar dichas dificultades? .....	88
Tabla 20 ¿Cuáles recursos didácticos utiliza en sus clases?.....	89
Tabla 21 El docente mantiene control sobre el grupo .....	92
Tabla 22 Unidad y tema desarrollado acorde a fecha planificada .....	95
Tabla 23 Supervisión de resolución de ejercicios durante la clase.....	97
Tabla 24 Momento en que los estudiantes le abordan para consultas .....	97
Tabla 25 Trabajo en equipo en la clase de matemática .....	99

## INTRODUCCIÓN

El proceso de enseñanza-aprendizaje en matemática, específicamente en el área del álgebra, tiene muchas connotaciones que merecen ser estudiadas, debido a que este proceso es formal, sistemático y organizado, de forma que lleve a la adquisición gradual de los conocimientos necesarios para el desarrollo de competencias en los educandos. Dentro del camino para adquirir las competencias y habilidades en álgebra, surge como factor primordial un cambio en el lenguaje de los estudiantes, por tanto se ve la necesidad de abordar un nuevo idioma que utiliza parte del que ya conocen, con nuevos términos, adentrándose de esta manera en el lenguaje algebraico.

El desarrollo de estos vocablos se da en la representación y elaboración de estructuras algebraicas que operan en conjunto con las bases adquiridas en la aritmética, así mismo se apoya en algunas representaciones geométricas y con símbolos que determinan valores que antes no los tenían. Con el uso de términos como: ecuación, variable, miembro, igualdad, despejar, etc., los estudiantes desarrollan las problemáticas de cada clase y los docentes con las técnicas o metodologías adecuadas buscan la comprensión de los mismos. Este último aspecto hace mención a la relación enseñanza-aprendizaje. Esta investigación está enfocada en estudiar el desarrollo del lenguaje matemático en la enseñanza del álgebra, debido a que se introducen términos desconocidos, se puede decir que es un nuevo idioma y como tal es difícil iniciarse en él si no se tiene conocimiento del lenguaje propio, así como las bases necesarias en el conocimiento matemático.

El abordaje se realiza a través de un análisis del desarrollo del lenguaje matemático en el proceso de aprendizaje del álgebra en estudiantes de octavo grado, para lo cual se presenta el planteamiento del problema en el que se define y contextualiza el fenómeno estudiado. El marco teórico determina y confirma su validez a través de antecedentes y criterios teóricos de diferentes autores correspondientes a Europa y Latinoamérica, luego presentando los lineamientos a seguir en la indagación y finalizando con los resultados y conclusiones de la misma. Con relación a lo anterior, se destacan elementos que condicionan el proceso y el desarrollo antes mencionado como la metodología utilizada para la enseñanza, la valoración que da el estudiante a su trabajo en el aula y principalmente, la forma en que el conocimiento es adquirido y utilizado en la solución de problemas en la materia.

## CAPÍTULO I PROBLEMÁTICA DE LA INVESTIGACIÓN

### 1.1 Enunciado

¿Incide el desarrollo del lenguaje matemático en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes de octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018?

### 1.2 Situación problemática

El aprendizaje de la matemática, igual que otras materias, se inicia a temprana edad, en los niveles básicos, reconociendo que es de vital importancia el aprendizaje de esta ciencia en los primeros años de escolaridad, debido a que su conocimiento permite al estudiante obtener las herramientas necesarias que faciliten su desarrollo en todos los ámbitos de la vida. Cabe destacar que, la aplicación del lenguaje matemático en la resolución de problemas de índole práctico como base fundamental del álgebra, está contemplada en el Programa de Estudio de las Matemáticas en El Salvador, siendo parte de las competencias que se deben desarrollar en los estudiantes las siguientes:

- Razonamiento lógico matemático

Esta competencia promueve en los y las estudiantes la capacidad para identificar, nombrar, interpretar información, comprender procedimientos, algoritmos y relacionar conceptos. Estos procedimientos fortalecen en los estudiantes la estructura de un pensamiento matemático, superando la práctica tradicional que partía de una definición matemática y no del descubrimiento del principio o proceso que da sentido a los saberes numéricos.

- Comunicación con lenguaje matemático

Las notaciones y símbolos matemáticos tienen significados precisos, diferentes a los del lenguaje natural. Esta competencia desarrolla habilidades, conocimientos y actitudes que promueven la descripción, análisis, argumentación e interpretación utilizando el lenguaje matemático, desde sus contextos, sin olvidar que el lenguaje natural es la base para interpretar el lenguaje simbólico.

- Aplicación de la Matemática al entorno

Es la capacidad de interactuar con el entorno y en él, apoyándose en sus conocimientos y habilidades numéricas. Se caracteriza también por la actitud de proponer soluciones a diferentes situaciones de la vida cotidiana. Su desarrollo implica el fomento de la creatividad, evitando el uso excesivo de métodos basados en la repetición (Ministerio de Educación de El Salvador [MINED], 2018a, p. 9).

El lenguaje matemático es una competencia muy importante a desarrollar en los educandos desde cualquier perspectiva, pues es un lenguaje que permite entender estructuras algebraicas y desarrollar planteamientos de problemas, a través de su utilización. En este sentido, el desarrollo del lenguaje matemático es base en el aprendizaje del álgebra.

Por consiguiente, es importante considerar el comportamiento de éstas competencias en el sistema educativo salvadoreño; dentro de este marco, se puede hacer mención que según datos de La Prueba de Aprendizajes y Aptitudes para Egresados de Educación Media (PAES), que evalúa las competencias que están planteadas en los programas de estudio de cada asignatura. Los resultados en Matemáticas son llamativos y hasta cierto punto alarmantes, debido a que estos datos son consecuencia directa del aprendizaje del alumno desde el inicio de su proceso educativo.

Según datos PAES mostrados en el documento del MINED (2017a) no se ha conseguido desarrollar una buena comunicación con este lenguaje, lo cual se reflejó en los resultados obtenidos. En los años: 2015, 2016 y 2017, esta competencia tuvo un promedio del 37.4 % de acierto entre los estudiantes, menos del 60% de aciertos considerado como aceptable con una nota promedio de 4.57, respectivamente, lo que evidenció la necesidad de estudiar el fenómeno, con el fin de escudriñar las posibles razones por las cuales no se logró desarrollar esta competencia en el alumnado.

Además de estas competencias, contempladas en el nuevo programa de estudio de matemáticas para tercer ciclo de educación básica, es importante la mención de los bloques de contenidos establecidos en dicha malla curricular, tales como; Números, Álgebra, Funciones, Geometría y Estadística. Siendo el segundo de estos el objeto de interés en esta investigación. Desde esta perspectiva, se concibió la necesidad de que las propuestas de enseñanza que se organicen planteen situaciones problemáticas valiosas, contextualizadas en un ambiente que constituyan desafíos importantes a los que los niños y las niñas se puedan enfrentar desde sus

respectivos conocimientos previos, en cuya resolución avanzarán en sus aprendizajes. Estos conocimientos requerirían del manejo significativo de un lenguaje no común, denominado lenguaje matemático, el cual está fundamentado en diversa simbología aplicable a través de la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Es decir, que se trataron situaciones que permitieron organizar, sistematizar, complejizar, resignificar los conocimientos iniciales y construir otros que resulten ser un nuevo punto de inicio más que uno de llegada, respondiendo de este modo, a la esencia con que la humanidad ha construido y continúa construyendo conocimiento matemático. Sin embargo, en muchos contextos áulicos, se sigue conociendo muchas dificultades en el aprendizaje de la matemática; hay varios factores que pueden influir en el desarrollo del lenguaje matemático y este a su vez intervenir en el aprendizaje del álgebra.

La comunicación es la base fundamental para este proceso, por eso se analizó entre docente y alumno, debido a que si no se habla el mismo idioma no hay entendimiento, por lo cual, corresponde al formador hacer del lenguaje común un medio para la comprensión de términos técnicos (lenguaje matemático) para evitar problemas en los alumnos. Como lo expresa Bogomolny (2010), citado en Ospitalethe-Borgman & Martínez Luaces (2012) “las definiciones y los términos pueden a menudo adquirir un significado distinto del usual. Esto lleva a muchos estudiantes a tomar una posición contraria a las matemáticas” (p. 8). De acuerdo con esta posición, dependiendo del contexto en el que se utilice puede marcarse la diferencia en los significados, así mismo los símbolos propios del lenguaje matemático, en su mayoría hacen alusión solo a la asignatura por no traducirse a expresiones conocidas.

Para Brousseau (1986), citado en Caserio & Vozzi (2015), la comunicación y el lenguaje forman parte de un proceso complejo en el sistema profesor-estudiante-medio, donde el juego es la clave de dicho proceso. La interacción de estos tres elementos contribuye no solo al lenguaje matemático, sino al razonamiento y a la aplicación de este al entorno. Es preciso mejorar la correspondencia entre ellos, y es importante que el alumno identifique los factores convenientes para obtener un mejor aprendizaje del lenguaje algebraico.

Además se consideró conveniente hacer un breve análisis del maestro, como factor educativo, en el aprendizaje del álgebra, ya que es él quien debe promover el uso y comprensión del lenguaje matemático; sin embargo el principal protagonista del aprendizaje es el alumno

mismo, por el hecho que todo gira a su alrededor, y es él quien crea sus propios conocimientos con la ayuda del profesor. Desde esta perspectiva, el papel del maestro dentro de las aulas es enseñar, para que el alumno complete su aprendizaje. La enseñanza y el aprendizaje son dos términos diferentes, pero existe gran relación de uno hacia el otro, esto será posible en la medida que el maestro establezca buenos cimientos y también que el estudiante demuestre su propio interés.

Como dice Moreno Armella (1998) “Enseñanza y aprendizaje no mantienen una relación causal. Uno no es consecuencia del otro la enseñanza se correlaciona positivamente con el aprendizaje, pero no necesariamente lo causa. Puede orientarlo, y esto ya es bastante” (p. 171). Es decir, que el profesor da las pautas a los estudiantes y los guía hacia el desarrollo de sus propios conocimientos; pero no se le debe atribuir todo solamente a él porque su función radica en ser un orientador del aprendizaje.

La base con la que el alumno inicie su aprendizaje del álgebra es un factor que influye en la adquisición de nuevos conocimientos y nueva terminología, comprendiendo con mayor facilidad el lenguaje algebraico y poniendo en práctica los saberes previos de aritmética. En este sentido, se deben tener las bases bien forjadas desde un principio, por el hecho que, si los cimientos no son los adecuados no puede avanzarse en el aprendizaje de nuevos conocimientos, por tal razón desde las primeras instancias el profesor debe ingeniárselas en cuanto a que metodologías y técnicas va implementar para poder facilitar la enseñanza de esta asignatura, en contra parte en ocasiones, aplican metodologías inadecuadas al tema que se está tratando, lo que conlleva a un fracaso en el aprendizaje de los alumnos.

### **1.3 Objetivos de la investigación**

#### **1.3.1 Objetivo general**

Analizar el desarrollo del lenguaje matemático en el proceso de aprendizaje del álgebra en los estudiantes de octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018.

#### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Examinar el proceso de transición aritmética-álgebra en el aprendizaje de los estudiantes de octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos,

Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018.

- Identificar la aplicación del lenguaje matemático en el aprendizaje del álgebra de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018.
- Determinar los factores educativos que intervienen en el desarrollo del lenguaje matemático en los estudiantes de octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018.

#### **1.4 Preguntas de la investigación**

- ¿Cómo se desarrolla el proceso de transición aritmética-álgebra en los estudiantes de octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018?
- ¿De qué manera se aplica el lenguaje matemático en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes de octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018?
- ¿Cuáles son los factores educativos que intervienen en el desarrollo del lenguaje matemático en los estudiantes de octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018?

#### **1.5 Justificación**

Actualmente en el sistema educativo salvadoreño, en diversas materias de estudio, existen diferentes problemáticas para el desarrollo adecuado del proceso de enseñanza aprendizaje, tales como: la desmotivación en el aprendizaje, rechazo hacia la asignatura, uso de metodologías de enseñanza no adecuadas, indefensión aprendida, problemas económicos, biológicos, de ambiente escolar, infraestructura, entre otros. Sin embargo, las asignaturas enfocadas a ciencias exactas como Matemática, caracterizada desde algunos puntos de vista como compleja, atraviesan actualmente por puntos de inflexión debido a la importancia que le



ha sido otorgada por instituciones pertenecientes a distintos sectores de la sociedad, al tener en cuenta su papel en el desarrollo de la misma.

Considerando las ideas expuestas, es necesario contar con ciudadanos preparados en ámbitos numéricos, garantizando el éxito en el desarrollo de los fundamentos de áreas como: Aritmética, Geometría, Probabilidad, Estadística y Álgebra, de las cuales, el álgebra es una de las más indispensables debido a su preponderancia en la cimentación de competencias numéricas a través del lenguaje matemático usado por los alumnos.

La relevancia que toma la construcción de un lenguaje adecuado en el aprendizaje de la matemática, específicamente del álgebra, es la que hizo necesario este tipo de estudio, ya que se abordó la importancia del uso del lenguaje algebraico, así como, los factores educativos más relevantes que intervienen en el fenómeno; mediante lo cual se pretendió generar bases teóricas para que las instituciones correspondientes realicen acciones como reformas para garantizar la ejecución de programas que hagan posible una mejor comunicación, utilizando lenguaje matemático dentro del contexto escolar, lo cual es de alta importancia.

Sobre la base de la investigación, se pretendió mostrar la importancia que tiene el dominio del lenguaje matemático para la comprensión de ejercicios y problemas algebraicos, mediante la aplicación de una metodología específica, que contempló instrumentos de recolección de datos que permitieron analizar el nivel de comprensión del lenguaje algebraico en los estudiantes. Así mismo, realizaron aportes que beneficiaron al proceso de aprendizaje de la matemática y consecuentemente, al sistema educativo, debido que se tiene el fin de enriquecer la labor docente y sentar bases a través de la presentación de los resultados obtenidos, mediante una reunión informativa, con docentes y directores de los centros escolares involucrados en la investigación, para compartir las conclusiones y contribuyendo así, al desarrollo de competencias en los educandos. Además, se contó con los recursos necesarios y adecuados para el cumplimiento de cada una de las actividades que contribuyeron a la consecución de los objetivos planteados.

El fenómeno se indagó mediante una investigación con alumnos de octavo grado, de centros escolares públicos pertenecientes a distintos sistemas integrados previamente establecidos, debido a que en este nivel se suelen fundamentar las bases algebraicas, sin embargo, es un tema que toma mucho protagonismo en el aprendizaje de la matemática en todos

los niveles, ya que, logrando un cambio en todo esto se conseguiría mejorar los resultados obtenidos en los alumnos, incluso en evaluaciones posteriores como la PAES, la cual evalúa las competencias establecidas por El Ministerio de Educación de El Salvador (MINED), entre las cuales está: “comunicación con el lenguaje matemático”, y que para el año 2017 registró una nota global de 4.57, según datos del El Ministerio de Educación de El Salvador (MINED), quedando así, por debajo de la nota mínima requerida. De esta manera, El Salvador será un país “en vías de desarrollo” y más competitivo a nivel mundial, ya que con el uso adecuado de las competencias y a su vez un pensamiento crítico, se generarían y ejecutarían ideas más innovadoras en la industria, tecnología así como también en economía.

## **CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO**

### **2.1 Antecedentes de la investigación o perspectivas teóricas de otros autores.**

Ahora bien, en cuanto a la temática que se ha planteado al inicio de esta investigación titulada “Desarrollo del lenguaje matemático en el proceso de aprendizaje del álgebra en los estudiantes de octavo grado de educación básica de los centros escolares: Napoleón Ríos, Doctor Humberto Quinteros y Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018” existe una serie de estudios que han llevado a cabo algunos investigadores interesados en el área educativa. En este caso, se tomaron en cuenta aquellos trabajos que se centran en mostrar aspectos relacionados al uso del lenguaje matemático.

Dentro del contexto de la investigación, se tomaron en cuenta aspectos generales de otras investigaciones realizadas en diversas regiones a nivel europeo, latinoamericano y centroamericano. De estas se analizaron las conclusiones a las que estas han llegado dentro del ámbito del aprendizaje de la matemática, específicamente del álgebra, enfocada en el lenguaje matemático.

#### **2.1.1 Investigaciones en Europa**

En el continente Europeo se han desarrollado muchas investigaciones en el área de Matemática, entre ellas se encuentra la realizada en Madrid por Esquinas Sancho (2008) en la Universidad Complutense de Madrid, el tema que se estudio fue “Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica docente. En dicha investigación se establecieron varios objetivos, entre los que figuran los siguientes:

1. Comprobar la capacidad de los alumnos de expresarse con rigor a través de la escritura en lenguaje natural, lo cual resulta imprescindible para la comprensión de la necesidad del lenguaje algebraico formal.
2. Valorar la capacidad de comprensión de un enunciado matemático en lenguaje natural. Esto no sólo requiere la lectura del mismo sino el análisis de la problemática planteada y la detección de datos facilitados para su posible resolución como problema.

3. Determinar el grado de comprensión de la formalización algebraica. Ello no implica un conocimiento profundo del lenguaje algebraico y sus peculiaridades, sino simplemente el conocimiento del uso de fórmulas matemáticas y el significado de sus términos.
4. Evaluar la capacidad de simbolización.
5. Valorar la capacidad de formalización algebraica, lo que en este caso no exigirá el conocimiento previo del lenguaje algebraico pues se facilitará el signo a utilizar en todos los casos.

De acuerdo al planteamiento de estos objetivos se pretendía conocer sobre el comportamiento que muestran los alumnos ante ciertas situaciones que se le presentan en el aprendizaje dentro del aula. Así también para determinar las capacidades que ellos muestran a la hora de trabajar expresiones formales a través de una simbología matemática y de esta manera, profundizar en los obstáculos con los que los estudiantes se encuentran cuando pasan de un lenguaje natural al lenguaje algebraico.

En cuanto a la metodología utilizada a la hora de recolectar información se usó un cuestionario y posteriormente se realizaron entrevistas para detectar las dificultades de comprensión de los enunciados propuestos y la adecuación para evaluar los objetivos propuestos. Por otro lado, entre las conclusiones relevantes a las que se llegó es que prácticamente todas las alumnas de primaria no tienen conocimientos de lenguaje algebraico, por otro lado, al analizar a las alumnas de cursos de secundaria se evidenció que en este grupo minoritariamente dominan el lenguaje algebraico en toda su magnitud.

Por otro lado, en el estudio realizado por Fuentes Pérez (2016) el cual se titula “Construcción del lenguaje algebraico en un entorno de resolución de problemas. El rol del conocimiento del profesor”, se estableció como objetivos: Diseñar secuencias didácticas que brinden a los alumnos oportunidades para construir el lenguaje algebraico a través de la resolución de problemas y caracterizar las tareas de estas secuencias. También se pretendió analizar cómo diferentes profesores implementan en el aula una misma secuencia didáctica teniendo en cuenta que esta ha sido diseñada mediante un proceso de trabajo en equipo; además identificar las características inherentes en la dinámica de trabajo en equipo que ayudan a que los profesores reflexionen sobre su práctica docente y permiten ampliar su conocimiento.

Con estos objetivos se pretendió guiar la investigación a encontrar respuesta a la interrogante ¿Qué conocimientos debería de tener el profesor de matemáticas y cómo podría utilizarlos para ayudar a los alumnos a desarrollar el lenguaje algebraico trabajando en un ambiente de resolución de problemas? La metodología utilizada a la hora de recolectar información se usó la grabación para ello se implementó una cámara en las diferentes clases. Respecto a las conclusiones se puede decir que algunos alumnos pueden resolver problemas utilizando operaciones aritméticas, las cuales les permitirán dotar ciertas habilidades para introducirse al álgebra, así también que en la resolución de problemas es necesario que los alumnos comiencen a dar significado a las letras y a los símbolos pero será difícil que lo haga si no ha tenido experiencias con el lenguaje algebraico.

### **2.1.2 Investigaciones en Latinoamérica**

Por otra parte, de acuerdo a investigaciones realizadas en Latinoamérica se puede reseñar como relevante para el presente trabajo, la propuesta por García y Cuarez (2014) analizando el tema: “Lenguaje matemático simbólico escrito usado por estudiantes de 1<sup>er</sup> año diversificado de educación media general”. En tal investigación se estableció como objetivo general analizar el lenguaje matemático simbólico escrito usado por los estudiantes de primer año diversificado de educación media general de la U.E. Con este objetivo se persiguió ver si los alumnos implementan el lenguaje simbólico según lo establece Pimm (1999). El cual se llevó a cabo en Venezuela en el municipio de Valencia en la Universidad de Carabobo, estado de Carabobo.

Respecto a la metodología que se utilizó a la hora de recolectar información está un cuestionario. A las conclusiones que se llegaron, es que la mayoría de los estudiantes no utiliza el lenguaje matemático simbólico escrito según Pimm (1999); que los estudiantes hacen uso de logogramas al identificar signos inventados en especial para referirse a conceptos totales, según lo plantea Pimm (1999). Los logogramas, que son símbolos que sustituyen palabras completas y que se utilizan solamente en el contexto matemático.

Finalmente se considera una investigación realizada en la ciudad de Tegucigalpa, Honduras, por Cardona Márquez (2007) analizando el tema: “Desarrollando el Pensamiento Algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas”. En este caso, la investigadora propuso como objetivo general explorar las habilidades de

pensamiento algebraico que desarrollan los alumnos de octavo grado de educación básica del CIIE a través de la resolución de problemas. Además, la autora propuso verificar si los estudiantes poseen conocimientos algebraicos y como se genera en ellos la transición de la aritmética al uso de las expresiones algebraicas a la hora de resolver problemas.

La observación, las guías y hojas de trabajo fueron la metodología que se utilizó para recolectar la información. Las conclusiones establecidas fueron que la resolución de ejercicios será efectiva si se emplea el trabajo en equipo y la presentación individual, la selección de los problemas debe ser adecuada a la forma y al momento, la resolución de problemas resulta ser la estrategia adecuada para iniciar en los estudiantes el desarrollo de cada una de las habilidades que se pretendía con las guías de trabajo, que el desempeño de los diferentes equipos en cada una de las sesiones de trabajo constituyen evidencia suficiente para afirmar que los alumnos lograron:

- Traducir expresiones verbales a lenguaje algebraico.
- Expresar relaciones numéricas usando el lenguaje algebraico.
- Reconocer, describir y generalizar patrones numéricos.
- Proponer y manejar técnicas adecuadas para simplificar términos semejantes y multiplicar monomios.
- Construir sucesiones de números a partir de una regla dada

Ahora bien, de acuerdo a las investigaciones que se han tratado en las diferentes regiones, se puede ver que todas apuntan a que en gran medida los estudiantes presentan dificultades en el área de matemática. Evidentemente, esta disciplina es de agrado en los primeros años de estudio, pero en la medida que se avanza se vuelve tediosa para la mayoría de alumnos, pues ya no son únicamente operaciones aritméticas a las que se enfrentan, sino que se vuelve necesario el uso de una simbología concreta para la resolución de problemas, pero que ellos desconocen. Así se pone de manifiesto en los estudios realizados que una minoría de jóvenes logran dominar el lenguaje algebraico y que son capaces de resolver problemas que conllevan al razonamiento lógico-matemático.

## 2.2 Teorías del aprendizaje de la matemática

El trabajo del docente viene enmarcado con diferentes preocupaciones y desafíos a los que se puede enfrentar, uno de estos es el aprendizaje significativo de la matemática por los alumnos. Se considera como una problemática muy compleja en toda institución educativa, por ello es necesario reflexionar sobre la temática, para conocer a fondo los procesos a los que son sometidos los alumnos en el aprendizaje de la matemática.

Para ello, se debe entender inicialmente lo que menciona del aprendizaje Schunk (2012) en su libro “Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa”, en el cual establece lo siguiente:

Aprender implica construir y modificar nuestro conocimiento, así como nuestras habilidades, estrategias, creencias, actitudes y conductas. Las personas aprenden habilidades cognoscitivas, lingüísticas, motoras y sociales, las cuales pueden adoptar muchas formas (p. 2).

De esta manera, se concibe que el aprendizaje está en todas las etapas del ser humano, además, se define con claridad las características propias de todo ser humano pensante, que está en las construcciones de su propio conocimiento. En este plano, todo ser está invitado a aprender de todo y ser parte de ese proceso. Este aprendizaje puede ser de manera autónoma o dependiente. Los procesos de aprendizaje de la matemática se identifican como pasos a seguir de manera activa cognitivamente, constructivas y sobre todo muy analítica. Permite dar línea de seguimiento, para que el estudiante pueda fomentar la elaboración de sus propios conocimientos, a partir de la participación continua en su propio aprendizaje.

Según Kopitowski (1999) la actividad matemática tiene procesos que articula el estudio de dicha asignatura, la cual describe:

1. Resolución de problemas (que implica exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas).
2. Representación (uso de recursos verbales, simbólicos y gráficos, traducción y con versión entre los mismos).
3. Comunicación (diálogo y discusión con los compañeros y el profesor).
4. Justificación (con distintos tipos de argumentaciones inductivas, deductivas, etc.).

5. Conexión (establecimiento de relaciones entre distintos objetos matemáticos).  
Nosotros, además añadimos el siguiente proceso:

6. Institucionalización (fijación de reglas y convenios en el grupo de alumnos, de acuerdo con el profesor) (p. 38).

En primera instancia, el estudiante comienza el proceso de aprendizaje por medio de un problema inicial, el cual dará apertura a los pre-saberes, construcción de un modelo y a elaborar sus propias estrategias. A su vez, hay autores que tratan de adecuar este proceso, tal es el caso de las fases que menciona Pólya, las cuales están plasmadas en el trabajo de Escalante Martínez (2015), quien estructura cuatro fases de la resolución de problemas, tales como: entender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución.

Es importante mencionar que todos los estudiantes tienen ideas muy diferentes, en virtud de eso, los docentes deben de aprovechar al máximo cada algoritmo construido por el alumno, es decir que, este tipo de virtud se debe socializar, de esta manera se podrá lograr un aprendizaje más significativo. Sobre esa base, se define el aprendizaje de la matemática, como la de cualquier otro tipo de ciencia, como una cuestión no técnica.

Es claro que todo ser humano aprende, pero, ¿cómo se aprende? Para que haya aprendizaje debe haber una enseñanza, ya sea, por causa propia o consecuencia de la intervención de maestros, así como los plantea López (2010):

La enseñanza en el aula debe asumir la diversidad del alumnado, es decir, debe partir de un concepto de alumno con rasgos diferenciados, además, presenta ciertas características como referencia irrenunciable en todo alumno/a:

- Una unidad biológica, psíquica y social, en interacción.
- Diferente e irrepetible.
- Dinámico, es decir, está en constante evolución
- Constructor/a de su propio conocimiento y su propia personalidad. (p.1)

Generalizando, el aprendizaje es un hecho en el cual intervienen varios factores, entre ellos: personales, psicológicos, emocionales, sociales, educativos, etc. Debido al protagonismo que tienen los diversos factores, se vuelve un poco complejo determinar paralelamente el proceso de aprendizaje, es por ello que existen varios modelos. En términos de Schunk (2012)



“El aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia” (p.3).

Estas conductas son muy variables debido a los diferentes factores que pueden intervenir en el aprendizaje, es así que los cambios son evidentes de acuerdo al contexto personal, social y educativos se establece la relación alumno-padres, alumno- maestro y maestro-padre, son estos los ejes transversales de producción de ambientes de experiencias adecuados en su entorno. El panorama del aprendizaje es muy vasto, sin embargo, en concreto, las teorías que han postulado algunos autores han beneficiado el aprendizaje de la matemática.

### **2.2.1 Modelo conductista**

Esta teoría está relacionada con la conducta observable y manifiesta que el aprendizaje es influenciado por un estímulo; si se estimula al individuo, se obtendrá una respuesta (estimulo-respuesta). Según López (2010) en la revista “Innovación y experiencias educativas” menciona que desarrollaron estos modelos: Pavlov (condicionamiento clásico), Thorndike (condicionamiento instrumental), Skinner (condicionamiento operante) y Watson (teorizador del conductismo). Además, en esta misma revista, indican que Thorndike en López (2010) establece tres leyes del aprendizaje:

1. Ley del ejercicio: La fuerza de una asociación depende del número de veces que se haya ejercitado dicha asociación, aplicado al aprendizaje de la matemática, el alumno aprende haciendo, a mayor resolución de ejercicios mayor será su aprendizaje.
2. Ley del efecto: La posibilidad de alcanzar un estado gratificante favorece la aparición de una conducta, es decir, los elogios en público, las buenas calificaciones u otra estimulación, harán que el alumno resuelva más rápidamente y con certeza los ejercicios o problemas asignados.
3. Ley de la disposición: El alumno posee las capacidades necesarias para aprender, solo tiene que desarrollar su potencial. En matemática se requiere de práctica, nadie nace aprendido, ni obtienen habilidades numéricas por arte de magia, todo es cuestión de práctica (pp. 2-3).

La capacidad para aprender es natural de los seres humanos, por tanto, el estudiante dentro y fuera del aula tendrá la posibilidad de concretar las tareas del aula en la clase de matemática, sí y solo sí se encuentra motivado y considera que existe una práctica suficiente para el perfeccionamiento de las habilidades matemáticas y competencias establecidas.

### **2.2.2 Modelo constructivista**

Ahora bien, al referirse a la teoría constructivista, debe tenerse presente que el docente se vuelve únicamente un facilitador y es el alumno quien genera su propio conocimiento. Desde tiempo atrás en el área de matemática, para los profesores se vuelve un gran desafío el lograr que los estudiantes estructuren conocimientos propios, sin embargo, en la medida que el maestro se vuelva un excelente facilitador, el aprendizaje será más beneficioso para los jóvenes ya que serán capaces de producir ideas centradas a las situaciones problemáticas que se le plantee. Tal como lo establece Moreno Armella (1998) en el texto titulado “Piaget en la educación”:

Se sigue practicando lo que podríamos llamar la pedagogía de la transmisión, que concibe la matemática como un producto ya elaborado que debe ser trasladado al estudiante mediante un discurso que “cure su ignorancia”. Este deberá ser asimilado tal como se le presenta. Es decir, tiene que asimilarlo pero no acomodarlo (p. 168).

Cuando el estudiante se enfrente a nuevas experiencias en las aulas, irán poniendo de manifiesto nuevas habilidades, ya que lo que ellos construyan será producto de un aprendizaje autónomo: Según Moreno Armella (1998) “el alumno concibe el conocimiento como una copia fiel de la realidad que percibimos a través de los sentidos, se nos impone como natural por la fuerza de nuestras percepciones” (p. 165). Por consiguiente, si el profesor logra que sus estudiantes creen en su cerebro imágenes propias del tema planteado, ellos serán capaces de asociarlas y aplicarlas en situaciones futuras.

Dentro de esta corriente constructivista no se quiere dejar de lado el método estructuralista, el cual se basa en establecer a los estudiantes únicamente los axiomas y por ser estos verdades que no necesitan comprobación alguna, se busca enseñar al joven únicamente el axioma de determinado problema y con ello se espera que el alumno descubra como relacionar las determinadas situaciones que se le presenten y de esta manera logre ir construyendo sus propios conocimientos es decir, que dentro del aula el docente es el que debe dar la iniciativa en las diferentes temáticas y después dejar al grupo para que razone, analice y concluya, en la medida que esto ocurre se está logrando también el objetivo del constructivismo.

Así también, se deberá tener en cuenta que cuando los alumnos adquieren determinado conocimiento como resultado de un proceso de aprendizaje, todo lo acumulado en su estructura

cerebral puede sufrir modificaciones, debido a que el cerebro es una “esponja” capaz de asimilar lo que se le planteó y con el paso del tiempo pueda que un conocimiento que se tiene de algún problema cambie. Con esto se quiere decir que cambia la forma de plantearlo ya que, cada profesor tiene sus propias formas de enseñanza. Por ejemplo si a un niño se le enseña la forma tradicional de dividir y al llegar a un grado superior se le plantea el método ruso con el cual se evita aprenderse las tablas de multiplicar, lo que causó desagrado en aquel momento que aprendió la división pueda ser que le parezca más agradable o se bloquee por el simple hecho que ya tiene sus propios conocimientos y se niegue a modificarlos.

Si bien es cierto cada ser humano aprende de formas diferentes, algunos captan rápidamente, mientras otros hacen un esfuerzo doble, para los que implementan este enfoque va a depender de la orientación que se brinde por parte del maestro en cada etapa de aprendizaje y cuando el individuo logre aprender, generalizar los hechos y podrá hacer sus propias conclusiones. De forma sencilla, en la medida que el estudiante consiga forjar sus propios conocimientos se le facilitara generalizar y a la vez aplicar lo aprendido en diferentes situaciones problemáticas que lo requieran. Según lo manifiesta Pozo (1996) en el texto “El constructivismo en la práctica”:

Junto a estos supuestos epistemológicos hay también razones de orden psicológico para adoptar un enfoque constructivista en la enseñanza de ciencias. Superada aquí también la glaciación conductista, paralela a la anterior, no puede concebirse ya el aprendizaje como una actividad sólo reproductiva o acumulativa. Nuestro sistema cognitivo tiene unas características muy específicas que condicionan nuestra forma de aprender (p. 36)

### **2.3 Transición de aritmética-álgebra**

En el proceso educativo los jóvenes experimentan cambios a medida que avanzan en la adquisición de conocimientos, los cuales van desde la iniciación en procesos numéricos, su consolidación, hasta llegar a operaciones más formales. Según Pérez Trujillo, Pérez Hernández & Hernández Pérez (2013), esta secuencia se llama transición, más específicamente, el paso de la aritmética al álgebra, ellos lo definen de la siguiente manera:

La transición del aritmética al álgebra es un paso importante para llegar a ideas más complejas y abstractas, dentro de las matemáticas escolares (...) lo cual implica que los alumnos aprendan a utilizar los números y las operaciones en distintos contextos, así como

tener la posibilidad de modelizar situaciones y resolverlas, es decir, de expresarlas en lenguaje matemático y algebraico (...)

Con base a lo anterior, es necesario examinar los obstáculos que impiden que este paso no sea de una manera agradable, ya que, existen problemas en la transición de aritmética-álgebra, muy comunes en el aprendizaje de la matemática, pues generalmente son estos los que obstaculizan la continuidad del proceso al que se someten los estudiantes, estos problemas, según Kieran en Rojas (1999) están vinculados a lo siguiente:

- El cambio de convenciones respecto del referente aritmético,
- La interpretación de las letras y
- El reconocimiento y uso de estructuras (p.20).

Es preciso destacar que la notación simbólica en álgebra puede ser la que problematice la noción de esta rama de la matemática, aunque es ésta la que permite estructurar o construir modelos generalmente para resolver fácilmente problemas. Sin embargo, los estudiantes, no cuentan con las bases necesarias para lograr entender del porque se representan con símbolos enunciados que pueden ser explicados con palabras comunes, para esto, es necesario que, en las aulas se presente la conexión entre la aritmética y el álgebra, pues de esta manera el estudiante podrá comprender el verdadero significado de la generalización y representación simbólica.

Además, se piensa que los estudiantes no vienen muy familiarizados con este tipo de representaciones, no obstante, es necesario utilizar el enfoque aritmético que poseen para lograr un entendimiento. Cabe destacar que estas nociones no son suficientes en el marco del trabajo algebraico y por tal razón, se necesita la comprensión de los nuevos elementos para el desarrollo de este.

### **2.3.1 Fundamentos para el desarrollo del aprendizaje del álgebra y transición aritmética-álgebra**

Al iniciar el estudio del álgebra los y las estudiantes se enfrentan a una serie de situaciones que les generan conflictos cognitivos. Uno de ellos es la introducción de un nuevo lenguaje, otro es el uso de las letras de una forma muy distinta a la que estaban acostumbrados, entre otros. Como lo mencionan Kieran & Filloy -Yagiie (1989) los adolescentes traen enfoques y nociones que se usaban en aritmética agregan también, que el álgebra no es solo la

generalización de la aritmética, sino que requiere un grado de abstracción mayor. Este cambio requiere ciertos dominios o una disposición a modificar las concepciones que ya se tenían.

Fomentar la idea que un resultado puede ser otra operación es a lo que se le llama “respuesta indicada”, esta crea cierta insatisfacción por parte del alumno además, lleva consigo otra incompatibilidad para el formando que es el uso del signo “igual” visto como indicador de respuesta en un proceso mecanizado. El álgebra requiere un cambio en el pensamiento, de situaciones numéricas concretas, trascender a proposiciones más generales de número y las operaciones (Kieran & Filloy – Yagüe, 1989). Tanto el o la docente puede que implementen en dichos niveles metodologías dirigidas al aprendizaje en las que no se fomente el significado propio de los procesos.

### **2.3.2 Problemas de transición**

Inicialmente, es importante conocer cuáles son las dificultades que inciden en el manejo adecuado de este conjunto de símbolos y estructuras (álgebra), ya que, en muchas ocasiones, en las aulas existen diferentes casos de como estudiantes interiorizan este tipo de lenguaje, pues no todos se motivan por aprenderlo, comprenderlo y utilizarlo. La dificultad inicial es la resistencia a dejar el contenido de “objeto” expresado mediante lenguaje natural y sustituirlo por un símbolo (Gómez-Granell, 1989). Sin embargo, en algunas ocasiones, estos tipos de estudiantes no decaen en su rendimiento académico. A pesar de la dificultad en la comprensión del lenguaje matemático, existe otra vía de comunicación por medio de símbolos, haciendo referencia al llamado lenguaje escrito.

El rol que ofrece el lenguaje escrito simbólico es de gran importancia en los alumnos que no logran la comprensión verbal, ya que por medio de estos escritos establecen relaciones conceptuales más significativas en su aprendizaje, es decir, respecto al tipo de estudiantes mencionados, se requiere de un vistazo un poco más profundo, debido a que ellos establecen una relación entre fenómenos en su vida diaria y el significado matemático de estos, es decir que palabras mencionadas en el discurso del docente, serán para ellos muy concordantes a lo que conocen, tal como lo establecen Rojas et al. (1999):

Cuando se quiere llegar a una definición como: dos triángulos son semejantes si sus lados correspondientes son proporcionales, no debe perderse de vista, por ejemplo, que muy seguramente la palabra semejanza, es significada por el estudiante como parecido, concepto

que aunque ligado fundamentalmente a lo puramente perceptual, involucra un criterio que puede no corresponderse con el criterio involucrado en la semejanza de triángulos (p.17).

El educando buscará relacionar los conceptos con las experiencias que tiene o ha tenido para que estas sean significativas y pueda utilizarlas en su trabajo en el aula, como lo mencionan Rojas et al. (1999), en su ejemplo anterior es probable que los estudiantes obtengan un noción más próxima de lo que es la matemática. Es necesario construir un pensamiento algebraico y las habilidades en el tiempo de la transición aritmética-álgebra.

Es fundamental que el estudiante de álgebra entienda el concepto de variable, pues a partir de esto se puede guiar a la comprensión de nuevas representaciones y construcciones de modelos matemáticos, es decir que la incorporación de las letras del alfabeto que comúnmente se utilizan “a”, “b”, “c” ó “x”, “y”, “z”, serán el primer paso en la transición. Estas escrituras, de números por medio de letras o símbolos, son una problemática en la transición, pues, así como lo establece Cardona Márquez (2007) que cita a Ursini, en su tesis de maestría, titulada Desarrollando el pensamiento Algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problema:

En 1996, Ursini, en sus investigaciones relacionadas con la transición de la aritmética al álgebra concluye que las dificultades para lograr un manejo aceptable de la variable tiene a menudo sus orígenes en el carácter multifacético de este concepto, y que las dificultades que los estudiantes tienen en lograr un manejo aceptable del concepto de variable puede ser la causa de su bajo rendimiento en el álgebra y en otras ramas de las matemáticas escolares (p.3).

Existen muchos obstáculos o dificultades en la asimilación y el propósito del álgebra, desde encontrar el sentido real, hasta conocer su operacionalización de entidades netamente algebraicas y cabe señalar que los matemáticos esto lo consolidan como una de las condiciones para establecer un equilibrio en la transición de la aritmética a álgebra, es decir que así como se puede aprender aritmética, solo debe haber un cambio de perspectiva de lo que observa el estudiante, para que ellos sean muy competentes, tanto en aritmética como en álgebra. Por otro lado, así como lo asegura también González Trujillo (2012):

Existen dificultades para comprender lo que es una variable y una constante, fallas en la utilización de los signos de agrupación, poca asimilación y comunicación del lenguaje algebraico y el nivel sintáctico asociado exclusivamente al uso de la notación formal,

afirman además que un niño logrará comprender perfectamente el uso de los símbolos literales en álgebra cuando comprenda el concepto de variable y trabaje la “letra como variable” (p.29).

En fin, se debe reconocer el grado de facilidad que tienen los niños en aprender la aritmética, es ahí donde los docentes deben aprovechar el momento de incorporar lenguaje de símbolos y establecer el uso adecuado en la solución de problemas algebraicos. Si esto se logra, en toda medida, se mejora el proceso de aprendizaje del álgebra en grados superiores.

Las dificultades antes mencionadas deben ser superadas antes del estudio en la resolución de ecuaciones que es parte fundamental del álgebra. Al resolver un problema de cálculo que requiera estos elementos; sobre todo la traducción de los vocablos de lenguaje común al matemático, puede haber resistencia al uso de los últimos. En su texto Kieran & Filloy-Yagüe (1989) muestran tres enfoques que los educandos utilizan para la resolución de ecuaciones, los cuales son: intuitivo, sustitución por tanteo y el formal. Los primeros dos son muestra de la oposición a dejar de lado los métodos utilizados en aritmética y que les parecen funcionales.

El enfoque intuitivo involucra un recuento, con un valor posicional se determina el número buscado. Como  $5 + n = 8$ , rápidamente se sabe que es 3 el valor buscado por el valor aditivo. Se indica que contando 3 veces se obtiene 8. En el siguiente, sustitución por tanteo; se hace una prueba de los posibles valores que puede tomar la variable desconocida, se elige la que logre cumplir con la igualdad. Este es utilizado para la comprobación de los resultados obtenidos en las ecuaciones. El último enfoque involucra el uso de las operaciones inversas, representando estas últimas dificultades en el aprendizaje de este tema. La explicación de estos procesos formales se basa en la transposición de términos de forma directa obviando realizar la misma operación en ambos miembros de la ecuación lo que constituye ser base para comprender la equivalencia en las ecuaciones.

### **2.3.2.1 Interpretaciones de las letras**

Cabe mencionar que la mayoría de los alumnos relacionan la matemática con números únicamente, por lo cual, cuando el maestro les escribe una expresión como “ $x + y$ ”, en el momento, su cerebro se bloquea y comienzan las inquietudes de qué número representa “ $x$ ” y que valor asignarle a “ $y$ ” para luego sumarlos y dar una respuesta numérica. Según Küchemann

(1978), citado en Rojas, Rodríguez, Romero, Castillo & Mora (1999) las interpretaciones que pueden darse a la letra en contexto algebraico, dadas por los estudiantes pueden tipificarse así:

1. **Letra evaluada.** A la letra se le da un valor numérico en lugar de tratarla como un valor desconocido. Por ejemplo, al preguntársele: “si  $e + f = 8$ , ¿cuánto es  $e + f + g$ ?”, el muchacho responde 12, en lugar de  $8 + g$ .
2. **Letra no usada.** Aquí la letra se ignora, o a lo más es reconocida (pero sin dársele un significado). Por ejemplo, al solicitarle “súmele 2 a  $3n$ ”, el muchacho escribe 5 o  $5n$  en vez de  $3n + 2$ .
3. **Letra como objeto.** La letra es vista como un nombre para un objeto, o como el objeto propiamente dicho. Por ejemplo, ante expresiones como “ $2n + 3n$ ” se piensa en “2 naranjas y 3 naranjas”, o simplemente como “2 enes y 3 enes, lo cual significa 5 enes juntas”.
4. **Letra como incógnita.** Aquí la letra se piensa como un número particular pero desconocido y el muchacho se lanza a operar con la letra vista de esta manera (como en las respuestas  $8 + g$  y  $3n + 2$ ).
5. **Letra como número generalizado.** La letra se ve como representante de valores o capaz de tomar varios valores más que como un valor específico, como en “qué puede usted decir de C si  $C + D = 10$  y C es menor que D”.
6. **Letra como variable.** La letra representa un rango de valores y el muchacho es capaz de describir el grado con el cual los cambios en un conjunto se determinan por los cambios en otro (lo cual significa establecer al menos una relación de segundo orden). Un ejemplo es “ $a=b+3$ ; ¿qué le pasa a  $a$  si  $b$  es incrementado en 2?”, donde los muchachos necesitan encontrar una relación como “ $a$  es siempre tres más que  $b$ ”, mejor que “este  $a$  es tres más que este  $b$ ”, lo cual no dice nada acerca de su relación con los cambios de  $b$  (p. 32).

## 2.4 Lenguaje matemático

El tema del lenguaje de las matemáticas se considera como una de las preocupaciones más imperantes para muchos docentes de la especialidad, pues es dicho lenguaje el que permite familiarizar al estudiante y equilibrar el aprendizaje con respecto a los canales de la comunicación (docente-alumno y alumno-docente) y además encamina la eficiencia de la labor



docente y alumno. Esta problemática de aula, la define Díaz Díaz (2009) como “el conjunto de símbolos propios y estructuras de presentación que contribuyen a la perfecta comprensión de esta materia” (p. 33).

Como un producto del buen uso de dicha competencia, nace el considerado razonamiento lógico matemático, pues estas dos y la aplicación de la matemática al entorno (MINED, 2018a) forman un eslabón en el proceso, ya que al saber manejar el buen uso de la expresión algebraica escrita y oral, se podrá construir un razonamiento y dicho razonamiento genera aplicación al entorno. En este sentido, García & Cuarez (2014) proponen lo siguiente:

Entre la matemática y el lenguaje escrito hay una relación especial: el razonamiento matemático depende de abreviaturas y símbolos, y para su desarrollo, hace falta utilizar la notación escrita, sin que pueda transferirse con facilidad al lenguaje hablado. Pero, así mismo, hay relaciones evidentes entre habla y aprendizaje: con frecuencia aprendemos conceptos hablando sobre ellos con nuestras propias palabras. (p.17)

Sobre esa base, el lenguaje es el pilar de este proceso, pues se considera la vía pertinente de comunicación del todo en la matemática, pues es la que hace crecer y fortalecer las otras competencias con su linaje.

#### **2.4.1 Antecedentes del uso del lenguaje matemático**

Algunas teorías del aprendizaje, afirman que el ser humano es capaz de acceder al conocimiento, en ellas el objeto de estudio está centrado básicamente en la adquisición de destrezas, habilidades de razonamiento y aprendizaje de conceptos. Debido a la inteligencia que Dios le dio al hombre desde la creación del universo, este posee la habilidad necesaria para transformar cosas abstractas en algo simple o si de ciencia se trata el hombre ha evolucionado hasta adquirir estos conocimientos. Ha buscado la forma de representar lo que le rodeaba por medio de modelos en los cuales se usan diferentes simbologías, siempre y cuando estos fueren lógicos.

Jean Piaget (1947) establece que el hombre tiene ciertas etapas de desarrollo evolutivo, describió que cada etapa coincide con una base del razonamiento lógico de la inteligencia. Afirma que las estructuras fundamentales que permiten construir las matemáticas son una prolongación formal de los esquemas lógicos, en los que se organizan los actos del pensamiento. Esta idea la debe tener presente el educador a la hora de implementar sus metodologías, porque

cada etapa que el estudiante vive es decisiva y es necesario que se creen las estructuras mentales necesarias para que sean capaces de interpretar y resolver fácilmente problemáticas de la vida cotidiana.

Sin embargo, aunque el lenguaje matemático requiere de ciertas habilidades para interpretarlo de forma correcta y se vuelve aún más complicado cuando no se han creado las bases teóricas necesarias. Es un lenguaje que está disponible para que todos lo conozcan o aprendan. Si se adquieren estos discernimientos, el lenguaje matemático permite expresar de forma diferente los razonamientos, usando menos tiempo siempre que se respete la simbología y que esta sea la más adecuada, válida y lógica.

El hablar de lenguaje matemático es algo muy extenso y al hacer una comparación con sus orígenes y su actualidad el ser humano ha trascendido de generación en generación de la mejor manera posible y gracias a ello se hace más fácil la comprensión de muchas situaciones matemáticas. Así por ejemplo la existencia de algo tan sencillo como lo son los signos de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Según el sitio web Cuaderno de cultura científica (2016) la historia los signos “+” y “-“(más y menos) aparecen por primera vez en un libro llamado “Mercantile Arithmetic” del matemático Johannes Widman, estos representaban excesos y defecto de las mercancías. Los cuales utilizamos hoy en día para representar las dos primeras operaciones que siguen el mismo sentido de la operación: adicionar y quitar.

Otra evidencia de estos símbolos está en el libro de álgebra y aritmética *Ayn new KunstlichBeuch* de Florian Cajori que se conoce como la primera publicación impresa con el significado algebraico. Siguiendo el matemático alemán Henricus Grammateus, algunos manuscritos de origen Alemán, escritos en latín y en alemán, de los últimos veinte años del siglo XV (Cuaderno de cultura científica, 2016). Puede que existan documentos más antiguos que muestren el uso de estos símbolos.

Las operaciones y símbolos surgen de acuerdo a la necesidad. Los signos “×” y “·” (multiplicación), los babilonios utilizaban de nuevo un ideograma, llamado “a-du”, para expresar la multiplicación, en cambio Diofanto no utilizaba ningún signo para realizar estas operaciones, así como en el *Bakhshiilimanuscript*, el manuscrito más antiguo de las matemáticas de la India, simplemente se pone un factor al lado del otro. El matemático indio

Bhaskara Acharia utilizaba la palabra “bhavita”; o su abreviación “bha”, después de los factores (Cuaderno de cultura científica, 2016). Los signos “:” y “/” (división). Al igual que con los anteriores signos, existieron diferentes formas de denotar la división por parte de los babilonios, griegos o los matemáticos de la India, que en muchos casos era la misma que para las fracciones. Algunos matemáticos, como Michael Stiefel, Simon Stevin o René Descartes; utilizan la letra M para la multiplicación y la letra D para la división (Cuaderno de cultura científica, 2016). Con los cambios en los operadores el propósito era que se volvieran más entendibles.

Existe una gran diversidad de símbolos matemáticos utilizados para las operaciones básicas a lo largo de la historia. Ahora al generalizar la nomenclatura del lenguaje matemático, sin lugar a duda, se encuentran muchos que datan desde tiempos antiguos y que con el paso del tiempo han sido consensados en algo más sencillo, lo cual permite una mejor comprensión de esta disciplina y a la vez facilita el proceso de enseñanza aprendizaje para los jóvenes de hoy en día.

#### **2.4.2 Relación entre el lenguaje común y el matemático**

Se necesita analizar el papel que cumple el lenguaje común y el lenguaje formal para la comprensión de las matemáticas dentro y fuera del contexto educativo. Así mismo, comprender los procesos de aprendizaje dentro del aula, para que estos sean de calidad; para ello, se deben conocer las relaciones y diferencias que tienen estos dos tipos de lenguajes y establecer la importancia que tiene cada uno en la vida diaria. Además, observar la influencia del desarrollo de estas capacidades desde el punto de su concepción, partiendo del seno materno, y el otro, desde las aulas de los centros educativos.

Sobre la adopción del lenguaje común, Palencia de Montañez & Talavera de Vallejo (2004) en el artículo llamado “Estrategias Innovadoras para la comprensión del Lenguaje Matemático”, sostienen que:

Los sociolingüistas para explicar la adquisición del lenguaje oral, toman en cuenta no sólo la adquisición de reglas estructurales del lenguaje sino también las características del grupo social al que pertenece, ya que ambos son factores relevantes para el proceso de adquisición y desarrollo del lenguaje, además en ello influyen las diferencias individuales y grupales (p.53).

El autor menciona que los sociolingüistas abordan de manera explícita la adopción de la capacidad para la expresión del lenguaje oral, pues, dentro de este, existen una serie de factores sociales (cultura, género, edad, nivel escolar) y estructurales (fonéticos, fonológicos, semánticos, sintácticos, gramaticales, etc.), que están en relación a la comprensión y adquisición del lenguaje. En este sentido, estos elementos influyen en el cambio y transformación de la lengua, pues se adoptan nuevos patrones socio-lingüísticos al momento de la comunicación humana entre madres- hijos, padres-hijos, entre otros.

Los primeros días de la etapa materna adquieren gran importancia en el desarrollo del lenguaje, en este aspecto, en el estudio sobre la “Lengua materna y el proceso de iniciación de lecto-escritura” se aborda la iniciación de los procesos de adquisición de un lenguaje materno. En cuanto a esta idea Calderón Ávila (2014) menciona que:

El lenguaje materno constituye uno de los elementos más importantes en el proceso de aprendizaje, transmisión y desarrollo de la cultura, mediante su uso es posible la transmisión de los conocimientos, las formas de pensar, sentir y de actuar de cada pueblo, y es por ello que la lengua es la que constituye una de las bases sobre las cuales las culturas existentes en el mundo se mantienen (p. 13).

Menciona la relevancia que tiene el lenguaje materno en los primeros años de vida del niño, por el hecho que, influye en la manera de expresarse, las formas de comportarse, de entender los aspectos simbólicos, y, sobre todo, en la estructuración e incorporación de un léxico a su lengua. En este sentido, el lenguaje inicial juega un papel muy importante a la hora en que los niños se enfrentan a los procesos de aprendizaje, tanto en el hogar, vida diaria y el contexto escolar.

El entorno social, está lleno de experiencias que hacen funcional el crecimiento de las capacidades y competencias, las cuales fomentan el desarrollo del pensamiento de las personas, es decir, que un niño al enfrentarse al mundo estará condicionado a adquirir ciertos patrones de comportamiento y de pensar, tal como lo establecen Palencia de Montañez & Talavera de Vallejo (2004) “la comprensión y la adquisición del lenguaje y los conceptos por parte del niño se realizan a través del encuentro con el mundo físico y por la interacción entre las personas que le rodean” (pp.53-54).

En relación con lo anterior, los integrantes de una sociedad colaboran en el desarrollo de los lenguajes. Por su parte, el sector educativo influye en el fortalecimiento de dichos lenguajes, pues los maestros son fieles inyectores de componentes comunicativos lingüísticos, tanto técnicos como tradicionales. En este aspecto, el dominio de códigos culturales básicos en la escuela permite el desarrollo de conductas y actitudes acordes a las exigencias de la sociedad y del centro educativo, con el objetivo de preparar a estudiantes capaces de resolver problemas personales y académicos (competencias lingüísticas tanto comunes-tradicionales, como matemáticos).

Sin embargo, el lenguaje común, comunica mensajes, no resuelve problemas (Lince Campillo, 1996, p. 78) ahora bien, decir alguna idea no es culminar con las adversidades o problemáticas, puede ser la vía, el camino o la línea de abordaje hacia una solución estructurada y esta podrá producirse a partir de un razonamiento (entender), representación (símbolos), demostración (explicar) y resolver (procedimientos), con un proceso que requiere de un lenguaje no tradicional; es decir, el lenguaje del universo, al que muchos autores matemáticos lo denominan como: el Lenguaje Matemático.

El lenguaje matemático es aquel que permite entender el mundo, facilita, por medio de símbolos, comprender procesos de razonamientos, además, orienta la resolución de problemas en un campo más formalizado. Cabe destacar que no es empleado solo en la escuela, sino que, puede ser visto en otras entidades sociales que influyen en la utilización de formas lingüísticas de símbolos matemáticos y algebraicos.

El aprendizaje fuera y dentro de las instituciones educativas, se podrá lograr a través de la comprensión y manejo del lenguaje asociado al estudio de alguna ciencia en especial. La asignatura de matemática, en particular, en su entorno educativo es necesario la comprensión del lenguaje adecuado, el cual se considera como uno de los componentes que garantiza la comprensión de las matemáticas, el uso de un lenguaje matemático debe ser comprensible para todos; sin embargo, no se debe abusar de este, debido a que tanto el lenguaje común como en lenguaje matemático deben ser parte del proceso cognitivo del estudiante. Asimismo, se podrá lograr una mejora de los procesos de aprendizaje de las matemáticas, que más adelante se conocerá.

Existen muchos argumentos del porque es importante el lenguaje de símbolos (lenguaje matemático), hay autores que consideran de alta importancia el uso y desarrollo de esta competencia, dentro y fuera de las aulas de las instituciones educativas, tal es el caso como lo establece en un estudio denominado “Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el Planteamiento y Resolución de problemas”, por González Trujillo (2012) establece que:

- Que el niño logre traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico y viceversa.
- Que descubra en el lenguaje simbólico una potente herramienta que le permite encontrar no sólo respuestas numéricas particulares, como solía hacer en aritmética, sino deducir procedimientos, relaciones y patrones.
- Que logre “expresar” o comunicar a través del lenguaje simbólico relaciones y procesos en forma general.
- Que el niño alcance la destreza suficiente de manipular expresiones simbólicas, para obtener otras equivalentes, útiles para lograr generalizar y modelar matemáticamente situaciones de la vida cotidiana.
- Que el niño logre traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico y viceversa. (p. 26).

La comunicación en la clase de matemática con el lenguaje de símbolos es de alta relevancia en el quehacer docente, sobre todo, si es en el aprendizaje del algebra, es por ello que el estudiante debe y tiene que adquirir capacidades intelectuales lingüísticas que fomenten la traducción del lenguaje común al lenguaje de símbolos y viceversa, pues este le permitirá entender el discurso del profesor realizado en clase, tal es el caso de la siguiente situación de aula, que propone Rojas et al (1999), en el libro “La transición Aritmética-Algebra”, que se presenta a continuación:

Situación 1. Un profesor, en grado sexto, tratando de explicar en qué consiste la igualdad entre conjuntos, escribe en el tablero la siguiente pregunta:

$$\{a, e, i, o, u\} = \{x/x \text{ es una vocal}\} \text{ ?},$$

Sorprendido, encuentra respuestas como:

- La igualdad no es posible pues x no es una vocal.
- Es falsa porque el de la izquierda tiene cinco elementos y el de la derecha sólo dos (tiene dos equis).

- La igualdad es falsa pues el conjunto de la izquierda tiene cinco elementos, mientras que el de la derecha solo uno porque si  $x$  es una vocal, no puede ser cinco.
- ¡Claro!, porque  $x$  puede ser cualquiera de las cinco vocales. (p. 13)

Entonces, al trabajar dentro del entorno del universo matemático se lee o escribe, claramente se debe usar un lenguaje con significados muy precisos, que tienen ciertas similitudes al cotidiano, sin embargo, la función de cada una difiere en los contextos y situaciones en los que se utiliza.

En las escuelas, es importante el desarrollo del lenguaje matemático, debido a que permitirá una mejor comprensión de estructuras algebraicas, que guíen el entendimiento de modelajes matemáticos, sin embargo, esto requiere de un proceso establecido por el docente, donde el estudiante se encuentre expuesto a diferentes formas de expresar algebraicamente una idea, todo esto por medio del lenguaje. Este es la vía y el canal para transmitir el conocimiento de una manera más significativa, es decir es propicio para las matemáticas y manejarlo es fundamental, ya que genera garantía de una buena presentación.

### 2.4.3 Uso de recursos geométricos para la representación de estructuras algebraicas

En la matemática moderna se debe conocer las formas y representaciones simbólicas, denominadas estructuras algebraicas del lenguaje matemático (EALM). Debido a la importancia del uso del recurso simbólico (objetos, figuras geométricos etc.) en la mayoría de aulas del octavo grado de la República de El Salvador se está profundizando desde el año 2018 a través del nuevo libro, que recopila una gama de representaciones simbólicas de situaciones netamente algebraicas, como el siguiente ejemplo:

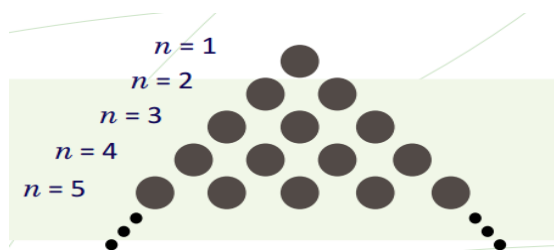


Figura 1. Patrón geométrico de la suma de Gauss. Extraída de MINED, (2018) Libro de Matemática 8 ESMATE, Primer trimestre, (p.1)

En la imagen se muestra la posibilidad de entender la representación por medio del recurso (EALM), la secuencia de números y la suma de ellos, de tal manera que, cada línea horizontal simbolizada con “n” (álgebra), el número de fila (conjuntos de los N) y la bola negra ( ver figura 1). En el estudio titulado “Construcción del lenguaje algebraico en el entorno” Fuentes Pérez, (2016) menciona que “para completar la definición de algebra escolar creemos que es importante hablar del sentido de los símbolos, aspectos que nos ayudará a encajar el uso del lenguaje algebraico con la resolución de problema”(p. 54). Sobre esta base los teóricos ilustran, representan (símbolos) y esquematizan el camino más fácil con estos recursos, así mismo, proponen herramientas que sintetizan la solución de la problemática.

Es determinante la incorporación de la definición de patrón numérico, tal como lo muestra en la figura 1, de presto, caracteriza la secuencia de números por medio de la representación, que permite razonar mejor, además facilita la correlación entre cada línea de objetos geométricos que invita al estudiante a formarse una estructura general y por ende interioriza una fácil comprensión de la temática. Así mismo, lo incorporan en una tesis de grado titulada “Generalización de patrones geométricos”. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 – 12 años, Pulgarín (2015) citando a Rivera y Sánchez (2012) definen los patrones como “una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición y composición” (p. 32).

Como resultado de querer manifestar una idea clara, precisa y adecuada a cualquier tipo de problema matemático, el uso del EALM, requiere la atención, porque curiosamente, el ser humano ha logrado identificar que por medio de la creación de estructuras correspondientes a dicha problemática se puede penetrar en el maravilloso mundo del razonamiento y éste manifestarse a través de algoritmos factibles para la solución. Así lo establece Cardona Márquez (2007):

(...) para manifestar las ideas o introducir aspectos de la realidad en la mente, abstraerlos o transformarlos en ideas, hay que usar un prodigioso artificio que las sustituya; por ello la humanidad ha creado una inmensa variedad de elementos de comunicación que se llaman “símbolos” (pp. 32-33).



## **2.5 Factores educativos del aprendizaje del álgebra**

En el trabajo educativo, la convivencia del docente con el alumno es una situación cambiante que puede ayudar a la comprensión de los mismos o a un caso en el que se de lo contrario. La actuación de ambos, intervención de los directivos de la institución, familia entre otros, son parte de la realidad antes mencionada. Estos son llamados factores a continuación analizarán dos definiciones. La primera es tomada del Diccionario de la Lengua Española, un factor es un elemento o causa que actúan junto con otros. En este sentido, la relación condiciona la acción de uno con el otro, es decir estos darán paso al éxito o al fracaso. La segunda corresponde a Blanco (2011, p. 10) este indica que:

(...) se definen como los que inciden en favorecer las trayectorias de éxito y de continuidad escolar (...), generan vivencias muy diferenciadas en los estudiantes, porque se imbrican entre sí y con las condiciones del contexto social y familiar de los mismos contribuyen a construir la propia subjetividad.

Con esta última, se comprende que la instrucción es condicionada por la intervención de agentes diversos que ayudan a elaborar significados para el estudiante, estos marcan su actuación o rendimiento, ahora bien, a continuación se retomaran los más relevantes en la educación matemática.

### **2.5.1 Metodología aplicada**

Es importante tomar en cuenta que la manera de enseñar de cada docente tiene una forma muy original, sin embargo, en matemática hay factores importantes que no deben dejarse pasar por alto, como lo son: el lenguaje matemático, la simbología, la aplicación en la vida cotidiana y algunas restricciones que puedan haber de acuerdo a lo que se esté desarrollando. Según Bermúdez y Zarceño (2010) algunos docentes creen que el álgebra se debe iniciar con las ecuaciones, que en general consideran las letras para designar los números desconocidos y en el afán de plantear las ecuaciones de forma sencilla se le quita el sentido y la complejidad que estas tienen. No se les plantea que la igualdad se cumple solo para determinados valores de las variables y no se presenta el dominio que constituye la solución de la ecuación.

En esta ocasión se examinará el papel del docente y su metodología en la adquisición de conocimientos del educando. Jiménez Espinoza & Gutiérrez Sierra (2017) indican que en este fenómeno la actividad del maestro de clase debe orientarse a las necesidades del alumno

conforme el desarrollo del currículo de la materia. Así mismo, citan a Carrillo et al. mostrando un modelo que define los conocimientos necesarios del profesor/a, MTSK por sus siglas en inglés (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge, Conocimiento Especializado de Profesores de Matemáticas), el cual marca una diferencia entre el conocimiento común y el especializado, hace énfasis en el entendimiento de la matemática, las características del aprendizaje y la especialización en la enseñanza de ella.

Con base en el modelo mencionado Jiménez Espinoza & Gutiérrez Sierra (2017) realizan una investigación sobre lo que ocurre realmente en las aulas, en la misma definen niveles en los que él y la docente se involucran con los y las estudiantes, estos se definen a continuación.

1. El docente asume que sus estudiantes no pueden resolver problemas sin su explicación. Este nivel hace referencia que se deben resolver los problemas de la forma en la que se indica y si lo hacen así se entiende que han comprendido.
2. El profesor cree que los alumnos pueden resolver problemas sin enseñarles previamente cómo. Opinan que existen varios métodos para solucionarlos pero son inconscientes y poco sistemáticos en las oportunidades que proveen para discutir los diversos métodos.
3. Suponen que para que haya aprendizaje deben resolver los problemas y dan espacios para que los educandos discutan soluciones y así conocer su forma de pensar.

Basados en estas creencias determinan el papel que toman y el de los alumnos. Estos son determinados por factores internos como la personalidad, conocimientos prácticos, etc. y otros externos como los estudiantes, la situación escolar, etc. Agregan igualmente que en matemática hay concepciones muy variables que pueden suscitar miedos o admiraciones las cuales pueden ser infundadas, de carácter tradicional, pedagógico e influyen la forma de enseñar, en ella tiene que predominar la generación de aprendizajes matemáticos por la interacción de carácter social docente – alumno.

De los resultados mostrados por Jiménez Espinoza & Gutiérrez Sierra (2017) luego de realizar una observación y entrevistas no estructuradas a maestros y estudiantes se retoman los que se consideran relevantes para este trabajo y ayudaran en la investigación. En las clases de matemática, el papel docente es exponer contenido y explicarlos las veces que sean necesarias hasta que no hayan dudas o errores, mencionan que la clase se muestra con modelo tradicional con asomos de constructivismo, citan a Wood (1998) indicando que se debería permitir que los alumnos argumenten por qué han diferido sus respuestas de las de los demás y ellos mismos

identificar sus errores. Las tareas buscan la ejercitación y repetición, estas marcan la evaluación. Terminan indicando la importancia de la revisión de los planes de clase y la actuación de los profesores que marcan en gran manera el aprendizaje, a su vez esto crea percepciones positivas o negativas en los educandos acerca de la matemática.

### **2.5.2 Comunicación en el aula**

Dentro y fuera del salón de clases la comunicación es de importancia para el entendimiento de los educandos y el docente. Eraña de Castro (s.f.) indica que la comunicación grupal se da cuando el profesor se dirige a toda la clase y la información debe ser comprendida por todos. Factores como el dominio de grupo, tono de voz, ideas transmitidas, momentos en los que se envía el mensaje, intervienen para que esta transferencia sea efectiva. De no existir estos, puede haber incomunicación.

En algunas ocasiones, los maestros inician la clase de forma inadecuada, dejando perplejos a sus estudiantes, en alguno de los casos, no brindan una explicación previa sobre lo que se va a desarrollar o lo hacen en forma ambigua, llevando esto a que los estudiantes tengan que crear sus propias ideas de lo que podría ser la temática (Rojas et. al, 1999). Esto se refleja, en matemática, cuando el maestro coloca un ejercicio y pide que lo realicen sin dar mayor explicación, se encuentra con diversas respuestas, en el mejor de los casos una de ellas es la correcta, y simplemente indica cuál es la respuesta correcta y pasa al siguiente ejercicio; específicamente, estas son circunstancias muy comunes en el área de tercer ciclo al momento de trabajar con temas de álgebra.

Como se puede apreciar, la incomunicación en el aula se vuelve un factor muy importante en el que interviene tanto el alumno como el maestro, por ello, se vuelve necesario que el docente se coloque en el lugar de su alumno, ya que, lo que para él puede resultar muy fácil de comprender podría variar según la perspectiva de cada individuo; en matemática, específicamente en álgebra, el uso del lenguaje matemático genera que en ocasiones alguna información quede ambigua en la mente del estudiante, sino existe la comunicación adecuada del problema a resolver.

### **2.5.3 Motivación al alumno para utilizar lenguaje matemático**

Se ha podido ver en investigaciones realizadas que la motivación juega un papel fundamental en el proceso de aprendizaje ya que un estudiante obtendrá mejores resultados si

tienen confianza en sus capacidades y además muestra una actitud positiva en las diferentes actividades escolares. Según Kanfer (1994) la motivación es el proceso que regula la dirección, intensidad y persistencia del comportamiento humano. En dicho proceso existen factores tanto internos como externos a los cuales autores les han denominado motivación extrínseca y motivación intrínseca. La primera se da cuando los motivos por los que se elige una actividad son externos a ella, la segunda al realizar una actividad por el placer y satisfacción que se experimenta (Deci & Ryan, 1985).

Como lo menciona Naranjo (2009) en Santa Santa (2014) la motivación extrínseca tiene incentivos, como las recompensas y los castigos. Esto puede ayudar pero es más significativo si el estudiante está motivado por sus propias necesidades.

Cuatro perspectivas de la motivación:

- **La Sociocultural:** toda motivación está apoyada en la cultura de la sociedad al momento de ser desarrollada por los seres humanos (Montero y Huertas, 2006).
- **La humanista:** según las necesidades de cada individuo, y su deseo de ser persona.
- **La conductista:** indica que las recompensas y los castigos son importantes en la determinación de la motivación de una persona (Citando a Santrock, 2002). Lo que lo lleva a realizar determinadas acciones.
- **La cognitiva:** lo que determina que puede ocurrir es lo que piensa que puede suceder, esto es importante para determinar lo que efectivamente sucede (Ajello, 2003). Los pensamientos del estudiante, guían su motivación (pp .23-24)

De acuerdo a estas perspectivas la comunidad influye para que el joven mantenga una postura adecuada en sus metas propuestas. Así también, los padres realizan una mejor función, ya que, en la medida que otorguen incentivos a sus hijos, estos se verán motivados a seguir buscando mejores resultados académicos. Por otra parte, en la asignatura de matemáticas, el profesor desempeña un rol esencial para que los estudiantes se sientan motivados. Es decir que va a depender mucho de las metodologías y técnicas de enseñanza que utilice y si posee un lenguaje vital para transmitir de la forma correcta la información dentro del aula, ya que si el docente no maneja correctamente esta herramienta, se dificultará el aprendizaje a los jóvenes.

Además por estas dificultades ellos podrán ir perdiendo el interés a la materia y la confianza al maestro. Por otra parte el estudiante al no dominar correctamente el lenguaje natural

por desconocimiento del mismo no podrá comprender e interpretar la simbología matemática por ser ésta abstracta y estar constituida por símbolos que son utilizados en otras áreas y que es importante conocer para hacer un uso adecuado de ellos.

Sin embargo se considera que la mejor motivación es la que se origina por el mismo estudiante pues le podrán ofrecer el mejor regalo de su vida, tener el mejor docente en la escuela e incluso recibir clases privadas, pero todo esto servirá de poco si él está desmotivado. Para que este proceso motivacional sea beneficioso el joven deberá tener metas planteadas a las cuales deberá llegar siguiendo un lineamiento propio de estudio, es decir que en la medida que se esfuerce y persista va depender el éxito o fracaso que obtenga.

#### **2.5.4 Lenguaje matemático y trabajo en el aula**

¿Qué sucede cuando un “gringo” va por la calle y pide una dirección, haciendo uso de su idioma natal, a una persona que no entiende el inglés? Ya se imaginaran lo difícil que será comprender lo que se está preguntando y dar una respuesta certera; así sucede muchas veces con el lenguaje matemático, si no hay dominio, no habrá comprensión entre los interlocutores, así como en el lenguaje cotidiano existen reglas ortográficas, signos de puntuación, redacción, entre otros, de igual manera sucede con el lenguaje matemático. Rojas et al. (1999), mencionan algunas razones para que la comunicación en matemáticas escolares sea tan poco exitosa en nuestras aulas:

- Actitud profesoral
  - Utilización del lenguaje común al igual que el matemático
  - El desconocimiento, ya sea consciente o no, del lenguaje matemático por parte del profesor.
- (pp. 16 -18 )

Una buena actitud complementada con un lenguaje adecuado, referente a la temática, y además entendible entre los interlocutores facilitaría el proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra

#### **2.6 Requerimientos del MINED**

Desde su origen, la matemática ha sido empleada en muchas tareas o actividades en la vida de los seres humanos. Por ello, sufre muchos cambios que abonan a su contenido y al proceso de aprendizaje de la misma. Uno de los más significativos se dio en los años 60 y 70,

en este, se hace una renovación hacia la “matemática moderna”, así como lo plantea de Guzmán (s.f.) en su estudio:

- Se subrayan las estructuras abstractas, especialmente en álgebra.
- Se pretende profundizar en el rigor lógico, en la comprensión, contraponiendo esta a los aspectos operativos y manipulativos (de Guzmán, s.f., pp. 64-65).

Las matemáticas modernas llegan al país en el mismo período de tiempo, luego de una reunión con representantes de la OEA (Organización de Estados Americanos), UNESCO (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura) y con ministros de educación de los países de América Latina, se llega al acuerdo que los contenidos serían adaptados a la realidad de los países y formarían parte del “Plan Decenal de Educación de la Alianza para el progreso”, que culminaría con una reforma educativa en 1972. Siendo el nuevo programa de tercer ciclo el siguiente:

Tercer ciclo (7° a 9°)

1. Estudiemos teoría de conjuntos
2. Conozcamos el conjunto de los:
  - a) Números Enteros
  - b) Números Reales
  - c) Números Complejos
3. Operemos con:
  - a) Enteros
  - b) Expresiones Algebraicas
  - c) Expresiones Algebraicas
4. Operemos con:
  - a) Expresiones Racionales
  - b) Expresiones Racionales
  - c) Expresiones Racionales
5. a) Conozcamos figuras geométricas
  - a) Conozcamos cuerpos geométricos
  - b) Interpretemos gráficas (Castro-Elizondo & Alvarado-Ramírez, 1996, p.190)

Con este, se planteaba desarrollar en los y las estudiantes habilidades matemáticas mediante la aplicación de métodos inductivos y heurísticos; dando más importancia a temas relacionados al álgebra, esta línea se ha seguido hasta los años más recientes.

El programa de estudios con el que se ha trabajado desde el año 2008 será reemplazado por otro desarrollado con el apoyo de la Cooperación de Japón, a través del JICA (Agencia de Cooperación Internacional del Japón). Este nuevo sistema ya ha sido lanzado como plan piloto en los años 2016 y 2017, según información de la página web del Ministerio de Educación, con esta iniciativa se realizan actualizaciones de los programas de estudio de 1° a 9° grado, creación de libros de texto y de ejercicios de la asignatura de matemáticas, además, de formación a docentes en la especialidad, etc. En muchas escuelas se están utilizando en tercer Ciclo de Educación Básica, para el próximo año 2019 se implementará en los grados de primero hasta sexto y se espera que el proyecto alcance los grados de bachillerato.

En el programa de estudios de la asignatura de matemáticas para tercer ciclo del año 2018, se expresa que su finalidad en la enseñanza de la matemática es generar competencias proyectando tres áreas de formación: conceptual, procedimental y actitudinal; relacionados con “el saber, saber hacer y ser”. Así mismo, dando el enfoque a la asignatura en la resolución de problemas. En tal caso los docentes están obligados a introducir en su práctica actividades que relacionen elementos de la vida cotidiana y tener presentes los problemas más comunes que se puedan dar en los educandos.

El enfoque que propone es “Resolución de Problemas” cimentado en tres competencias a desarrollar: Razonamiento lógico matemático, Comunicación con lenguaje matemático y Aplicación de la matemática al entorno. Además para la actividad docente, el MINED (2018b) da una serie de pasos para lograr esas competencias, los cuales son:

- a) Resolución de situaciones problemas (RSP): se seccionan los ámbitos que lleven al alumno a la indagación del problema y los medios disponibles para analizar; generar pensamiento crítico.
- b) Aplicabilidad del aprendizaje: relacionar con la realidad del educando los saberes matemáticos para mejor comprensión de los mismos.
- c) El aprendizaje como proceso abierto, flexible y permanente: debe ser variado, aplicable a la ciencia cultura y tecnología. En este se enmarca que el docente debe tener una formación permanente.

- d) Consideración de situaciones cercanas a los intereses de los estudiantes: indagar si los intereses de los estudiantes son aplicables a la experiencia educativa para motivarles.
- e) Rol activo del alumno en el aprendizaje de la matemática: explicaciones breves que hagan trabajar al alumnado. Crear espacios para dialogar, comparar conocimientos y destinar tiempo para el trabajo individual. Desarrollar un currículo más diversificado, susceptible a ser adaptado a las necesidades individuales y socioculturales del estudiantado. (pp 1-2)

En contenidos procedimentales presentan la sugerencia de actividades que concreten el “saber hacer”; tareas que lleven contenidos a la práctica; el uso y aplicación del conocimiento, grados de acierto en la elección de procedimientos. Para los contenidos actitudinales los recursos verbales pueden ser utilizados, el comportamiento, la actitud dentro del aula en la que se vean los aspectos cognitivos, afectivos, emociones y la tendencia a la acción. Todos estos lineamientos inducen a las actividades integradoras para la formación y la evaluación de los conocimientos. Con base en ellos se propone también incrementar los conocimientos en álgebra, geometría y estadística. Aun en este se ve que se tiene más énfasis en álgebra en octavo y noveno grado; en séptimo se estudian de mayor forma los conjuntos numerados, dedicando solamente dos de sus nueve unidades a el estudio de monomios y símbolos.

En el nuevo programa de estudios del plan ESMATE mantiene tres competencias, las cuales son las mismas que contenía el programa del 2008; de modo que, los lineamientos metodológicos se mantienen. Las diferencias son la presentación de las unidades didácticas, el objetivo de la unidad reemplazado por la competencia de la unidad y los contenidos actitudinales son más puntuales. Otra de ellas es la readecuación de los contenidos de las unidades por ejemplo, para octavo grado la unidad 1 desarrolla las operaciones algebraicas (MINED, 2018b, p.40). En el de séptimo grado del mismo plan se toman las unidades 4 y 5 como una iniciación a los conceptos algebraicos por tratar los contenidos como: expresiones algebraicas y ecuaciones, siendo estas en el programa año 2008 la unidad 2 de octavo grado, introducción a las operaciones con polinomios.

Este nuevo esquema cuenta con un libro de texto que indica un tema por clase, distribuida cada una para un trabajo de 45 minutos reloj y una “secuencia de clase” que consta de un problema inicial, solución del problema inicial, conclusión, finalizando con problemas y



ejercicios. Se plantean también unos puntos esenciales para su implementación los cuales, según el MINED (2018b) son:

1. Importancia fundamental del aprendizaje de la matemática: que se reconozca que la matemática está presente en el entorno.
2. Rol fundamental del docente y protagonismo del estudiante: dar más protagonismo al estudiante en las clases.
3. Secuencia de clase: momentos para el desarrollo de la clase.
4. Sintonía determinante con la gestión escolar: crear espacios propicios para la clase. La propuesta de este programa es desarrollar los contenidos en un mínimo de 160 horas clase.
5. Aprendizaje en el hogar con el uso del cuaderno de ejercicios: dar un tiempo de estudio y práctica en casa para buscar la implicación de la familia y una consolidación del saber e integración con la vida cotidiana. (pp 1-2)

En este último, según Norihiro Nishikata experto formador de ESMATE comenta en un artículo de la página web de JICA: "Cuantas más oportunidades tengan los alumnos de estudiar por su cuenta usando sus propios libros, mejores serán los resultados de aprendizaje". Como parte de las estrategias a utilizar en este nuevo programa se dan tres factores que son las prioridades para la mejora de los aprendizajes: materiales con una secuencia didáctica apropiada y nivel de complejidad razonable, tiempo de aprendizaje activo en forma individual e interactiva por último asistencia o facilitación del docente en base a la pregunta ¿Qué es lo que lograron los estudiantes?; entonces las actividades del docente deben ser planificadas para contribuir a elevar el nivel de aprendizaje, y preocuparse en el resultado de ellos (MINED, 2018b).

## **CAPÍTULO III DISEÑO METODOLÓGICO**

### **3.1. Diseño metodológico**

El abordaje que se dio a la investigación fue principalmente fenomenológico y se tomaron algunos rasgos de teoría fundamentada; como las definen los expertos en investigación en sus textos, una mezcla de ambos requiere un acercamiento de las experiencias de los individuos entorno a un fenómeno, las preguntas sobre procesos y relaciones que lo conforman (Hernández – Sampieri, Fernández Collado & Baptista Lucio, 2014). Esta exploración estuvo orientada a analizar el desarrollo que sigue el aprendizaje del algebra y el papel del lenguaje matemático en la misma; así como los factores que intervienen en el aprendizaje de los/as estudiantes y como afectan sus resultados académicos.

Los instrumentos de recolección que se utilizaron fueron principalmente guías de observación, entrevistas, para comprobar el aprendizaje de los/as estudiantes y obtener los datos necesarios que permitan analizar el fenómeno descrito. De la información obtenida se hizo una identificación de las unidades de análisis, patrones de comportamiento encontrados y las conexiones en las experiencias de los participantes, además de una determinación de estrategias y la validación de los resultados (Hernández – Sampieri, et. al. 2014); concluyendo con una presentación de un informe a las personas correspondientes.

### **3.2 Tipo de estudio**

Es una investigación cualitativa puesto que se hizo un abordaje general del fenómeno para generar teorías que lo expliquen y además de corte transversal porque se realizó en un período específico de tiempo. Se abordó la incidencia del lenguaje matemático en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes de octavo grado, a través de la recolección de experiencias de los individuos (docente-alumno) entorno al proceso de adquisición de conocimientos y los factores educativos que actúan en él, por lo que tuvo un alcance correlacional.

### **3.3 Área de estudio**

Los Centros Escolares Napoleón Ríos, Doctor Humberto Quinteros y Santa Lucía representaron el área de estudio donde se estudió la población de octavo grado. Todos son del sector público, modalidad CDE y área urbana en el departamento y municipio de Santa Ana. Los primeros dos pertenecen al Sistema integrado número 13 y la tercera al número 14. El

Sistema Integrado de Escuela Inclusiva de Tiempo Pleno por sus siglas SI-EITP es una estrategia de organización institucional que se concretizó en el año 2014; con ella se pretende formar redes de centros educativos que sean cercanos por sus territorios; por consiguiente, ampliar las oportunidades de aprendizajes y complementar los servicios educativos; para ello, se crean planes de acción conjunta.

El Centro Escolar Napoleón Ríos con código de infraestructura 10485, está ubicado en Calle Libertad Poniente y Octava Avenida Sur # 21. Atiende una población estudiantil en tercer ciclo de 224 repartida en dos turnos; matutino y vespertino. El primer turno conformado por 80 alumnas y el segundo la población es mixta con 51 niñas y 93 niños. El Centro Escolar Doctor Humberto Quintero su código de infraestructura es 10492, está ubicado en el mismo local que la anterior, igualmente tiene una población repartida en los turnos; siendo en la mañana 157 niñas; por la tarde 44 niñas y 77 niños; correspondiendo a 278niños/as en tercer ciclo. Por último, El Centro Escolar Santa Lucia con código de infraestructura 10493, está ubicado en Calle Libertad Poniente Colonia Contexa, Final Pasaje 1. Atiende una población estudiantil de 268 estudiantes en el turno matutino. Su población es mixta con 119 niñas y 149 niños.

### **3.4 Población**

La población, objeto de estudio la conformaron 194 estudiantes de octavo grado de tres instituciones educativas las cuales pertenecen a los distritos 13-14, de Santa Ana, los centros escolares son los siguientes:

- Centro Escolar Napoleón Ríos
- Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros
- Centro Escolar Santa Lucia

Los datos se detallan en la siguiente tabla:

Tabla 1 *Población estudiantil de Octavo grado por sección*

<b>Institución</b>	<b>Sección “A”</b>	<b>Sección “B”</b>	<b>Sección “C”</b>	<b>Total</b>
<b>Centro Escolar Napoleón Ríos</b>	27	19	19	65
<b>Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros</b>	60	41		101
<b>Centro Escolar Santa Lucia</b>	28	-		28
<b>Total</b>	115	60	19	194

Fuente: Elaboración propia.

Para esta investigación no se realizó muestreo debido a que se cuenta con una población bastante reducida y resulto factible el abordaje a toda la población. Siendo esta constituida por los alumnos de octavo grado de las instituciones seleccionadas, permitió analizar el fenómeno y su complejidad más eficazmente.

### **3.5 Criterios de selección**

Se tomaron en cuenta los estudiantes de octavo grado de los centros escolares: Napoleón Ríos, Doctor Humberto Quintero y Santa Lucia, ya que, según el programa de estudio 2009, en séptimo grado se desarrollan los contenidos que son base fundamental para el aprendizaje del álgebra; por lo que se considera que los estudiantes de octavo grado era la población conveniente para analizar el comportamiento del fenómeno contemplado en esta investigación. Cabe mencionar que en un centro educativo sólo se estudiaron las secciones correspondientes al turno vespertino, pues no se contó con la colaboración para realizar la investigación en el turno matutino. También se excluyeron alumnos que, en el día correspondiente al trabajo de campo, se encuentren ausentes.

### 3.6 Operacionalización de variables

Tabla 2 Operacionalización de variables. Códigos para ítems: Encuesta (E), Test (T), Guía de observación (G), Entrevista (En).

Enunciado	Objetivo	Concepto	Definición	Dimensiones	Variables	Indicadores	Ítems	Fuente
<p>Incide el desarrollo del lenguaje matemático en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes del octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018</p>	<p>Examinar el proceso de transición aritmética-álgebra en el aprendizaje del álgebra de los estudiantes de octavo grado.</p>	<p>Transición aritmética-álgebra</p>	<p>La transición del aritmética al álgebra es un paso importante para llegar a ideas más complejas y abstractas, dentro de las matemáticas escolares (...) lo cual implica que los alumnos aprendan a utilizar los números y las operaciones en distintos contextos, así como tener la posibilidad de modelizar situaciones y resolverlas, es decir, de expresarlas en lenguaje matemático y algebraico (...) (Pérez Trujillo, Pérez Hernández &amp; Hernández Pérez, 2013)</p>	<p>Estructuras</p>	<p>Reconocimiento de estructuras</p>	<p>Identifica símbolos</p> <p>Interpreta las letras</p>	<p>T1</p> <p>T2, T3, T5, En7</p>	<p>Test, Entrevista</p> <p>Test, Entrevista</p>
					<p>Representación de estructuras a través de recursos</p>	<p>Ilustración de problemas a través de figuras</p> <p>Uso de material concreto</p>	<p>T4</p> <p>G4, En3, En9</p>	<p>Test</p> <p>Guía de observación, Entrevista</p>
<p>Identificar la aplicación del lenguaje matemático en el aprendizaje del álgebra.</p>		<p>Lenguaje matemático</p>	<p>...conjunto de símbolos propios y estructuras de presentación que contribuyen a la perfecta comprensión de esta materia (Díaz Díaz, 2009, p. 33).</p>	<p>Procedimental</p>	<p>Aplicabilidad del lenguaje</p>	<p>Usa estructuras algebraicas</p> <p>Modela matemáticamente situaciones de la vida cotidiana</p>	<p>T6, T12, T13</p> <p>G14, G25, T13, T14, En10</p>	<p>Test</p> <p>Guía de observación, Entrevista</p>
					<p>Adopción del lenguaje</p>	<p>Resuelve problemas matemáticos en clase</p> <p>Traduce del lenguaje matemático al natural y viceversa.</p>	<p>G25</p> <p>G14, T8, T9, T7, T10, T11, En10, En7</p>	<p>Guía de observación</p> <p>Guía de observación, Test, Entrevista</p>

Enunciado	Objetivo	Concepto	Definición	Dimensiones	Variables	Indicadores	Ítems	Fuente
Incide el desarrollo del lenguaje matemático en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes del octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018	Determinar los factores educativos que intervienen en el desarrollo del lenguaje matemático.	Factores educativos	... se definen como los que inciden en favorecer las trayectorias de éxito y de continuidad escolar ... generan vivencias muy diferenciadas en los y las estudiantes, porque se imbrican entre sí y con las condiciones del contexto social y familiar de los mismos contribuyen a construir la propia subjetividad.(Blanco, 2011, p 10)	Actitudinal	Motivación	Lenguaje matemático dentro del aula	E3, E4, E5, G9, G14, G15, G16, G17, G19, G34, En11, En12, En13	Encuesta, Guía de observación, Entrevista
						Secuencia de clase	G2, G6, G8, G10, G11, G12, G13, G3, En1, En2, En6, E10	Guía de observación, Entrevista, Encuesta
					Metodología utilizada	Técnicas de enseñanza	G1, G15, G18, G21, G28, G29, En4, En5, En8	Guía de observación, Entrevista
				Creación		Uso de recursos didácticos	G5, G23, En3	Guía de observación, Entrevista
					Ambiente del aula	Convivencia y disciplina	E11, E12, E13, E14, G7, G32, G33, G34, G35, G36	Encuesta, Guía de observación
					Rol docente	Supervisión del trabajo en clase	E8, E9, G27, G30, En5	Encuesta, Guía de observación, Entrevista
				Modificación		Espacio para consultas	E6, E7, G20, G22, G26, G28, En6	Encuesta, Guía de observación, Entrevista
					Protagonismo del estudiante	Trabajo individual	E2, E5, G24	Encuesta, Guía de observación
						Trabajo en equipo	E1, E13	Encuesta, Guía de observación

Fuente: Elaboración propia.

### **3.7 Forma de administración de instrumentos**

La forma de administrar los instrumentos de recolección de datos de la población estudiantil y docente mencionada en apartados anteriores, se dio en el periodo de una semana, para ello se solicitó la autorización de los directores de los centros educativos investigados. La observación se realizó durante el lapso indicado, en la cual los responsables de la investigación se distribuyeron un total de seis secciones, de las cuales las sesiones fueron observadas por dos miembros en cada una para abarcar diferentes puntos de vista. El test y encuesta la estudiante fue aplicado durante una hora clase y en el espacio que el docente otorgó para ello, siendo este de 20 a 45 minutos, lo que es la duración de la lección. Los maestros brindaron la entrevista en los momentos que tenían suficiente tiempo para contestar las interrogantes e incluso discutir diferentes aspectos que consideraron importantes de la temática.

### **3.8 Instrumentos de recolección de datos**

Los instrumentos que fueron utilizados en la presente investigación son aquellos que permitieron coleccionar información sobre los aspectos de la temática de interés, los cuales se describen a continuación.

#### **3.8.1 Encuesta y test sobre lenguaje matemático dirigida a los estudiantes**

Se aplicó un test con el fin de identificar dificultades que tengan los estudiantes sobre la simbología matemática, su uso y significado, como parte integral del lenguaje de esta disciplina. La evaluación en los estudiantes del octavo grado es una herramienta que permitió detectar la capacidad del manejo del lenguaje matemático, por medio de ejercicios y problemas que deberán resolver, además de la identificación de estructuras simbólicas que son de gran importancia en el proceso de aprendizaje del álgebra. Todos los ítems de dicha evaluación, tienen respuestas de opciones múltiples los cuales hacen referencia a la matemática de octavo grado. Vale mencionar que al principio del examen, se pidió a los estudiantes información general que será mucha utilidad para conocer más a fondo el fenómeno. Así mismo, se aplicó una encuesta en donde se solicitó información sobre la percepción del alumno del desarrollo de la clase y el docente. (Ver anexo 1 y 2).

#### **3.8.2 Guía de observación como la bitácora vivencial de los protagonistas del aprendizaje de la matemática.**

Las actitudes, las expresiones, experiencias, diferentes métodos y estrategias de los profesores y comportamiento del estudiante en el contexto educativo del aula en la asignatura

de matemática son de mucha importancia, debido a eso registrar esas vivencias educativas es imperante, todo esto se obtuvo por medio de la administración de una guía de observación. Esta guía de observación, consta de en tres apartados, el primer lugar, es la generalidad del contexto, en segunda instancia, las observaciones de las variables de los estudiantes y para finalizar la vivencia educativa del docente. (Ver anexo 3).

### **3.8.3 Entrevista al docente**

Una entrevista al docente de matemática permitió hacer un contraste con los instrumentos anteriormente mencionados y verificar de forma más precisa las variables propuestas. En ella se abordan preguntas sobre planificación de contenidos, desarrollo del trabajo de aula, la percepción sobre algunas actitudes de los estudiantes, la motivación de alumnos/as, entre otras; todas estas interrogantes con el propósito de analizar el desarrollo del lenguaje matemático y como este incide en el aprendizaje del álgebra. (Ver anexo 4).

### **3.9 Perfil de administración**

Los responsables de realizar el estudio sobre el desarrollo del lenguaje matemático en el proceso de aprendizaje del álgebra, son profesores y también estudiantes egresados de la carrera de licenciatura en educación especialidad matemática, que cuentan con gran experiencia en el área de la investigación educativa, todo esto a través de las vivencias como profesores especialistas en la asignatura, en niveles de tercer ciclo y bachillerato en escuelas públicas y privadas del país. Permitiendo esto una mayor familiaridad para el abordaje de dicha problemática en el ámbito de la investigación educativa. Profesores, que cuentan con los suficientes recursos materiales, tecnológicos y cognitivos para la mejor comprensión de este fenómeno educativo.

### **3.10 Descripción de las variables**

Las dimensiones que se especifican en esta investigación tienen como objetivo estructurar el análisis de la incidencia del lenguaje matemático en el aprendizaje del álgebra; a través de estas se definen las variables: metodología utilizada, ambiente del aula, planificación docente, bajo la creación de conocimiento; como modificación están: rol docente y protagonismo del estudiante. El lenguaje matemático visto en las dimensiones estructuras algebraicas, adopción del lenguaje y la última de carácter procedimental agrupan las variables: representación de estructuras a través de recursos, aplicabilidad del aprendizaje, aprendizaje



como proceso abierto, rol activo en el aprendizaje, metodología aplicada y comunicación en el aula. Por último como factor educativo, una dimensión actitudinal: motivación.

Los instrumentos serán codificados para un mejor tratamiento en el programa SPSS (Statistical Package for the Social Sciences, traducido: Paquete estadístico para ciencias sociales).

## CAPITULO IV ANÁLISIS DE RESULTADOS

La investigación en los centros escolares considerada en el nivel de tercer ciclo, específicamente en octavo grado, ha permitido obtener resultados para visualizar el comportamiento del desarrollo del lenguaje matemático en el proceso de aprendizaje del álgebra, desde un punto de vista real y práctico. Para ello es necesario realizar un proceso de análisis de datos a partir de la implementación de los instrumentos de recolección definidos, en este sentido se realiza lectura de gráfico y tablas de frecuencia para establecer la objetividad de la información obtenida. De igual manera, en este proceso de análisis, se conoce la trascendencia de las diferentes variables tomadas en cuenta en esta investigación.

### 4.1 Proceso de transición aritmética – álgebra

Inicialmente se ha realizado en el proceso de transición de aritmética-algebra un análisis con respecto al reconocimiento de estructuras algebraicas, así como establecer el tipo de representación de éstas a través del recurso. Esto permite analizar cómo ha realizado o está realizando el estudiante la transición y a través de los resultados se han observado cómo es la identificación de símbolos, la interpretación de letras, ilustración de problemas a través de figuras, el uso de material concreto, la resolución de problemas matemáticos en clase y la traducción del lenguaje matemático al natural y viceversa.

Tabla 3 *En la operación suma, reemplaza correctamente los símbolos por valores*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Opción 1	3	5.0
	Opción 2	1	1.7
	Opción 3	52	86.7
	Opción 4	2	3.3
	Total	58	96.7
Perdidos	Sistema	2	3.3
Total		60	100.0

Fuente: Elaboración propia

La tabla 3 muestra los resultados al ítem 1, “si  $a = 6$  y  $b = 3$ , la operación  $a + b$  tiene como resultado” al cual se le definieron las respuestas (opción 1: 3, opción 2: 4, opción 3: 9 y opción 4: 11). De ello se tiene que 52 estudiantes respondieron correctamente, los cuales representan el 86.7%, con esto queda en evidencia que la mayoría de la población estudiada presentan facilidad para identificar símbolos en el contexto algebraico. Por otra parte, es necesario reconocer que el 5% de la población considera la opción 1 como la respuesta correcta, lo cual indica que confunden el operador de suma con el de resta, problema propio de su aprendizaje en aritmética. Cabe mencionar que al momento de administrar el instrumento, se evidenció que dos estudiantes marcaron más de una opción, por lo que el sistema los seleccionó como datos perdidos.

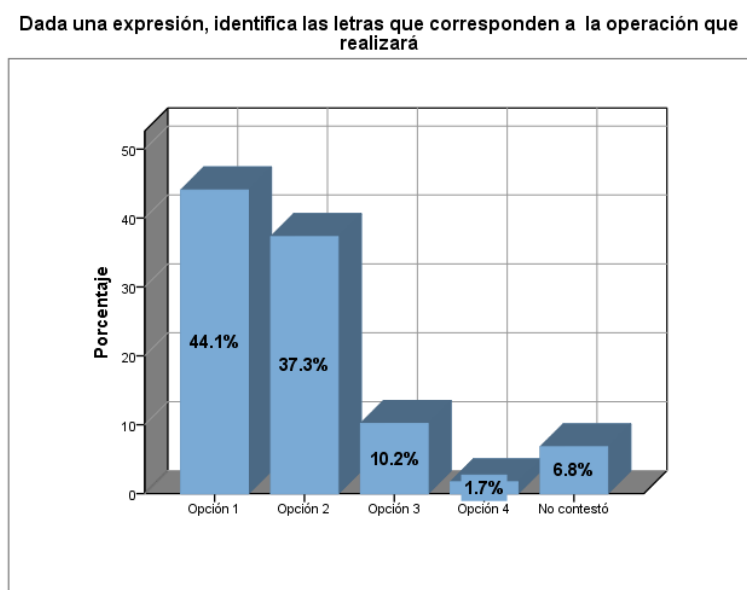


Figura 2. Resultados ítem 2 (Test al estudiante).

Los resultados al ítem, “Sabido que:  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ , ¿Cuál es el resultado de la siguiente expresión  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ ?”, en el que se presentó las opciones  $a = \left(\frac{6}{9}\right)$ ,  $b = \left(\frac{3}{2}\right)$ ,  $c = \left(\frac{27}{8}\right)$  y  $d = \left(\frac{8}{27}\right)$ , se pone de manifiesto que el 83.1% de la población estudiantil respondió de forma incorrecta, mientras un 6.8% dejaron sin respuesta la interrogante. Por otro lado, se tiene una minoría que sí contestó la opción 3, la cual es correcta representando un 10.2% (Ver figura 2). De ello se puede ver que la mayoría de estudiantes no logran realizar operaciones con letras. Lo que deja

en evidencia que existe un problema a la hora de usar letras en lugar de números, siendo esta una necesidad directa de la puesta en marcha del lenguaje matemático necesario en álgebra posterior a la formación en aritmética.

Tabla 4 *Mostrada una expresión, identifica las letras que corresponden a la operación a realizar*

	Frecuencia	Porcentaje
Opción 1	8	13.3
Opción 2	9	15.0
Opción 3	35	58.3
Opción 4	6	10.0
No contestó	2	3.3
Total	60	100.0

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior se puede evidenciar que los resultados al ítem 3, “si se sabe que  $(a^m)^n = a^{m.n}$ , ¿Cuál es el resultado de la siguiente expresión  $(-3^2)^5$ ?”, al cual se le dieron cuatro opciones de respuestas (opción 1:  $-3^7$ , opción 2:  $3^7$  opción 3:  $-3^{10}$  y opción 4:  $3^{10}$ ). Se manifiesta que el 38.3% de los jóvenes respondió de forma incorrecta, es decir, que los estudiantes realizan una resta de exponentes cuando se trata de multiplicación. Mientras un 3.3% dejaron sin respuesta la interrogante. Así también, se puede verificar que el 58.3% contestaron de forma correcta ( $-3^{10}$ ). Con lo anterior se verifica que menos de 40% de los estudiantes a quienes se les pasó el test, muestran confusión a la hora de realizar operaciones con los exponentes debido a que optaron por las opciones a, b y d (ver tabla 4).

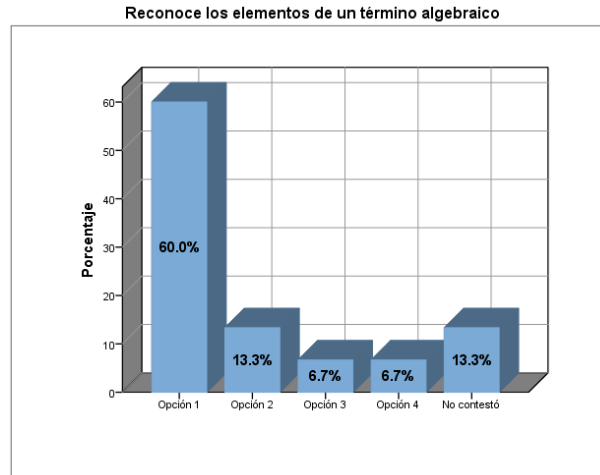


Figura 3. Resultados ítem 5 (Test al estudiante).

Los resultados al ítem 5 “en la expresión  $-6b$ , el coeficiente y la variable son:” Al cual se le dieron 4 opciones de respuesta (opción 1: Coeficiente:  $-6$  / variable, opción 2: coeficiente:  $6$  / variable  $b$ , opción 3: Coeficiente:  $1$  / variable:  $6b$ , opción 4: coeficiente:  $b$  / variable:  $6$ ). Se presenta que el 60% respondieron la opción 1, lo cual indica que los alumnos saben distinguir las partes que forman a un término, mientras que el 26.7% respondió las opciones (2, 3 y 4) lo que demuestra que ellos no reconocen entre coeficientes y variables. Así también, se tiene que el 13.3% dejó la interrogante sin respuesta (ver figura 3). Todo esto evidencia que la mayoría de estudiantes están identificando estructuras básicas del lenguaje matemático, como lo son las partes de un término.

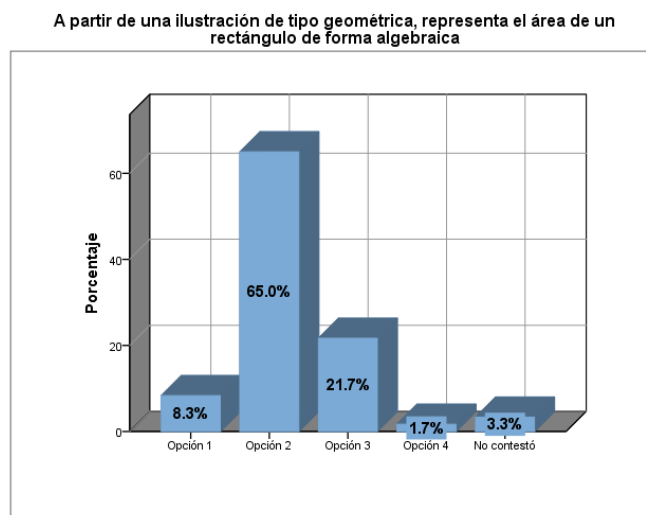


Figura 4. Resultados ítem 4 (Test al estudiante).

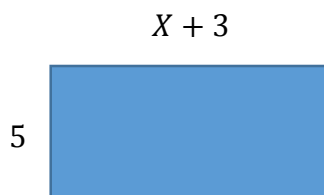
A partir de la figura 4 se muestran los resultados obtenidos al ítem “el área del rectángulo está dado por la expresión  $A = \text{base} \times \text{altura}$ . La expresión que representa el área de la siguiente figura es:”

Opción 1:  $A = x + 8$

Opción 2:  $A = 5(x + 3)$

Opción 3:  $A = 5x + 3$

Opción 4:  $A = 2x + 16$



De las opciones de respuesta se evidencia que el 65% de la población estudiada respondió correctamente (opción 2) mientras el 31.7% contestó de forma incorrecta (opciones 1,3 y 4), así también se tiene que el 3.3% no contestó (ver figura 4). De acuerdo a esto se puede ver que la mayoría de alumnos conocen de ilustraciones de tipo geométrico, dejando la minoría con clara dificultad a la hora de aplicar propiedades.

Al verificar las opciones de respuesta, se observa que los estudiantes no presentan un fuerte dominio en las propiedades que se aplican en algunas operaciones algebraicas y a consecuencia directa, tienen dificultades para realizar cierto tipo de operaciones con letras, incluso a pesar que la mayoría sabe distinguir elementos de términos algebraicos. En tal sentido, se tiene que los jóvenes del octavo grado sí logran identificar los elementos que forman parte de una expresión algebraica y también saben reconocer expresiones cuando se les presenta una ilustración geométrica (ver tabla 4, figuras 3 y 4). De acuerdo a la información mostrada, se puede evidenciar que la mayoría del alumnado presenta un buen reconocimiento de estructuras en el área de algebra desde las más básicas. Así como un poco más complejas aunque el nivel de dominio de algunas propiedades les dificulta algunas operaciones con letras. Sin embargo, en cuanto a problemas de índole aritmética solo algunos de ellos tienen ciertas dificultades en dicha área, habiéndose observado esto en datos que arrojan que los estudiantes tienden a confundir los signos de las cuatro operaciones básicas (ver tabla 3).

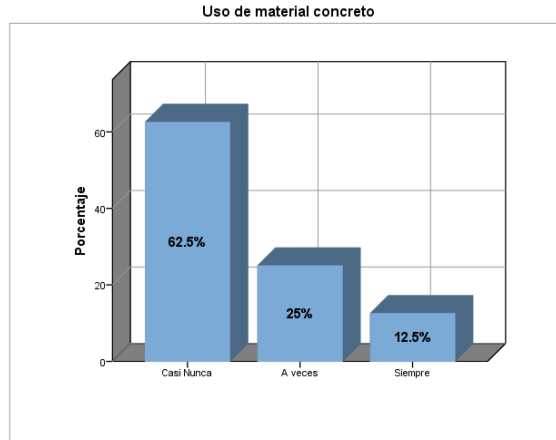


Figura 5. Resultados ítem 4 (Guía de observación).

El uso de material concreto de parte del docente se da en una minoría ya que, en las clases observadas se reflejó que en un 12.5% siempre lo utilizó a la hora de llevar a cabo la clase de matemáticas. Por otra parte, se puede ver que en un 62.5% es decir, la mayoría de clases que se observaron, casi nunca se utiliza dicho material (ver figura 5). De esta manera se puede evidenciar que en las clases de matemática hace falta una mejor utilización de material concreto debido que este favorece diferentes tipos de aprendizajes facilitando la transición de lo concreto a lo abstracto, que es primordial para la transición de aritmética a álgebra.

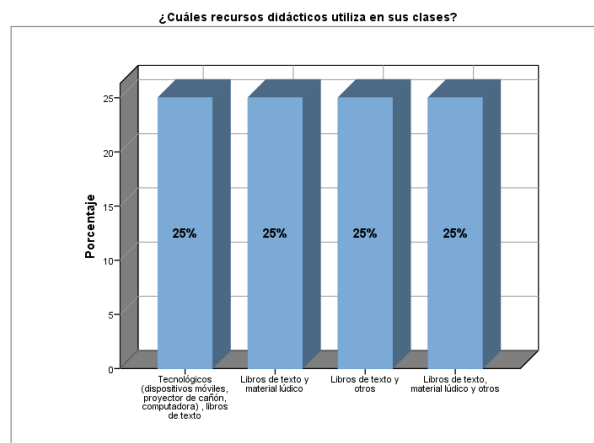


Figura 6. Resultados ítem 3 (Entrevista al docente).

Se refleja que el docente hace uso en un 25% de los recursos didácticos como tecnológicos, libros de texto y material lúdico, entre otros. De acuerdo a lo expresado por los

docentes, se refleja que ellos se esfuerzan haciendo uso de diferentes recursos didácticos para lograr un mejor desarrollo en la transición de aritmética-álgebra, haciendo una combinación de todos ellos (ver figura 6).

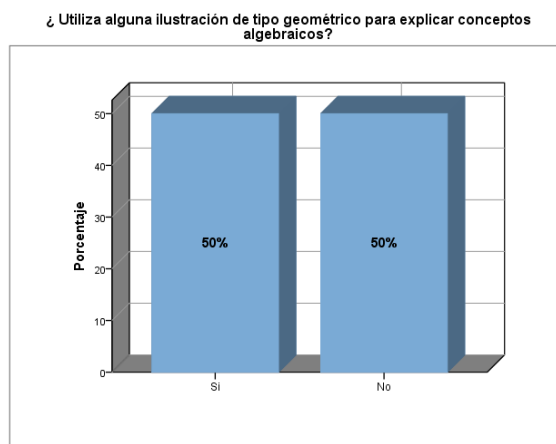


Figura 7. Resultados ítem 9 (Entrevista al docente).

Se observa que en un 50% el docente utiliza, de alguna manera, ilustraciones de tipo geométrico para llevar a cabo la explicación de terminología algebraica, así también en un 50% no es utilizado (ver figura 7). Según datos que se presentan en las aulas (ver figuras 4 y 7), los docentes utilizan ilustraciones de tipo geométrico a la hora de impartir sus clases. Es decir, que en ocasiones trabajan con los materiales didácticos comunes, ya sean estos libros de texto y/o tecnológicos (computadora y cañón). Se puede evidenciar también que la representación de estructuras a través de los recursos se lleva a cabo de acuerdo al contenido desarrollado.

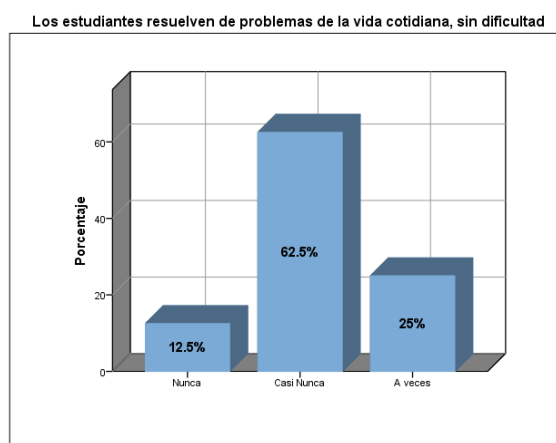


Figura 8. Resultados ítem 25 (Guía de observación).



Se refleja que los estudiantes presentan dificultad a la hora de resolver problemas relacionados a la vida cotidiana, verificándose que el 62.5% casi nunca lo logra y un 25% lo consigue a veces, también se pudo observar que únicamente el 12.5% resuelve problemas aplicados a la vida cotidiana (ver figura 8). Según los resultados se puede evidenciar que la mayoría de jóvenes de octavo grado en el momento de trabajar las guías de ejercicios propuestas en clase muestran dificultad para dar solución, destacándose que no puedan relacionar los problemas matemáticos a situaciones de la vida cotidiana.

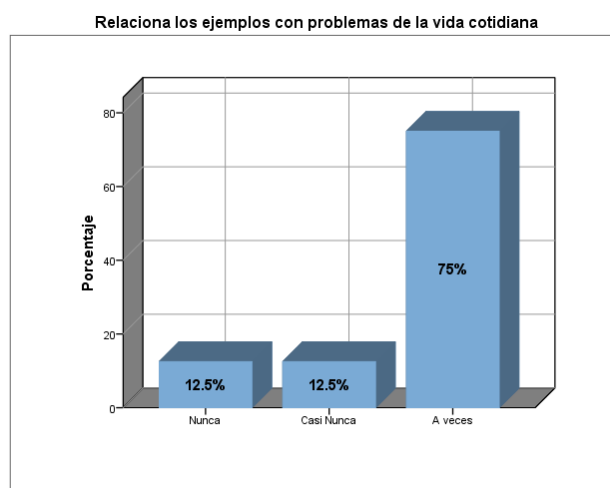


Figura 9. Resultados ítem 14 (Guía de observación).

El comportamiento del 75% refleja que los estudiantes a veces logran relacionar los ejemplos vistos en clase con problemas que se muestran en la vida cotidiana, siendo esto no suficiente para los requerimientos necesarios a cubrir. Según lo observado, se manifiesta que un 12.5% casi nunca hacen la relación de los ejemplos vistos en la clase con la problemática que enfrentan en la vida cotidiana. Así también se tiene un porcentaje igual a 12.5% de los jóvenes que nunca logran hacer dicha relación (ver figura 9).

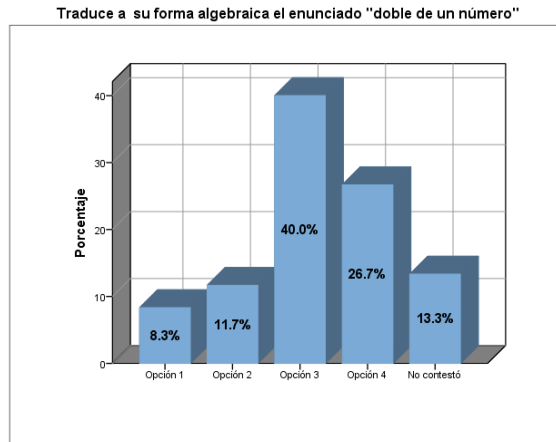


Figura 10. Resultados ítem 7 (Test al estudiante).

Los resultados al ítem “expresión que representa el enunciado doble de un número”, habiéndose presentado las opciones de respuesta (opción 1:  $x + 2$ , opción 2:  $\frac{x}{2}$ , opción 3:  $x^2$ , y opción 4:  $2x$ ) de estas se observa que el 26.7% de los estudiantes contestó correctamente (opción 4), mientras que el 60% respondió de forma equivocada (opciones 1, 2 y 3). Por otra parte el 13.3% dejó sin respuesta la interrogante. De acuerdo a esto se puede evidenciar que existe una confusión de parte de los alumnos a la hora de traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico y acá se puede ver que relacionaron en gran mayoría la traducción del doble de un número con el cuadrado de un número (ver figura 10). Consecuentemente, se puede decir que las implicaciones aritméticas que tienen este tipo de ejercicios provocan que los alumnos no asimilen la traducción al lenguaje algebraico.

Traduce a expresión algebraica el enunciado "el triple de un número aumentado en cinco"

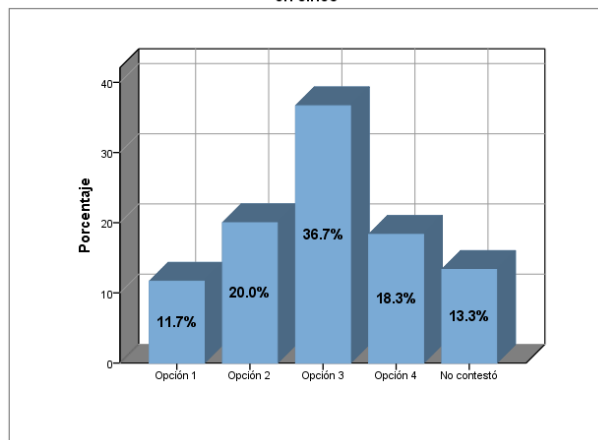


Figura 11. Resultados ítem 8 (Test al estudiante).

Los resultados al ítem. “Expresión que representa el triple de un número aumentado en cinco”, al cual se le dieron las opciones de respuesta ( opción 1:  $3(x + 5)$ , opción 2:  $3x + 5$ , opción 3:  $x^3 + 5$  y opción 4:  $5x^3$  ) de ello se observa que únicamente el 20% de los jóvenes respondió correctamente (opción 2), mientras que el 67.7% contestó de forma equivocada (opciones 1, 3 y 4), de los cuales el 36.7% confunden la multiplicidad con el cuadrado de un número; así también se tiene que el 13.3% dejó sin respuesta el ítem. Al ver las opciones presentadas se tiene que los estudiantes confunden el triple de un número con el cubo de un número (ver figura 11). Esto podría deberse a que no se ha cimentado bien el concepto de producto proveniente de aritmética y a veces el contenido de potenciación no es cubierto por los docentes del año anterior lectivo.

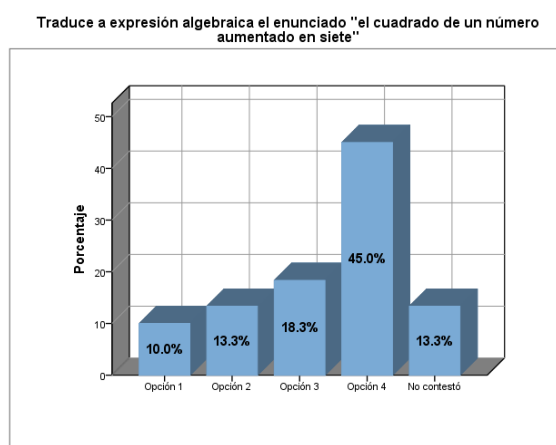


Figura 12. Resultados ítem 9 (Test al estudiante).

Los resultados obtenidos en el ítem. “Expresión que representa el cuadrado de un número aumentado en siete”, al cual se le presento las opciones de respuesta (opción 1:  $\frac{x}{2} + 7$ , opción 2:  $2(x + 7)$ , opción 3:  $2x + 7$  y opción 4:  $x^2 + 7$  ). Se muestra que el 45% de los estudiantes contestó correctamente (opción 4), es decir, cerca del 50% están logrando el desarrollo de la competencia; mientras que un 41.7% respondió las opciones (1, 2 y 3), de los cuales un 18.3% sigue confundiendo la multiplicidad de un número con potenciación (ver figura 11) por otra parte hay un 13.3% que dejó sin respuesta la interrogante. De esto se puede evidenciar que los jóvenes saben distinguir en un mayor porcentaje cuando se trata de la potencia de un número (ver figura 12).

Tabla 5 *Relaciona una representación algebraica con su significado*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Opción 1	19	31.7
	Opción 2	5	8.3
	Opción 3	16	26.7
	Opción 4	9	15.0
	No contestó	10	16.7
	Total	59	98.3
Perdidos	Sistema	1	1.7
Total		60	100.0

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior se muestran los resultados al ítem “la expresión  $\frac{x}{3} - 2$  representa:” (opción 1: El triple de un número disminuido en dos; opción 2: el cubo de un número disminuido en dos; opción 3: la tercera parte de un número disminuido en dos; opción 4: ninguno de los anteriores) de las cuatro opciones de respuestas presentadas se observa que del total de estudiantes a quienes se les paso el test solamente 16 de ellos contestaron correctamente los cuales representan el 26.7%, mientras que 24 respondieron de forma equivocada, esta cantidad equivale al 55%, por otra parte un 16.7% no contestó. Estos datos muestran que en una minoría el alumnado sabe relacionar del lenguaje algebraico al común (ver tabla 5). Al momento de administrar el instrumento, se evidenció que un estudiante marcó más de una opción, por lo que el sistema lo seleccionó como un dato perdido.

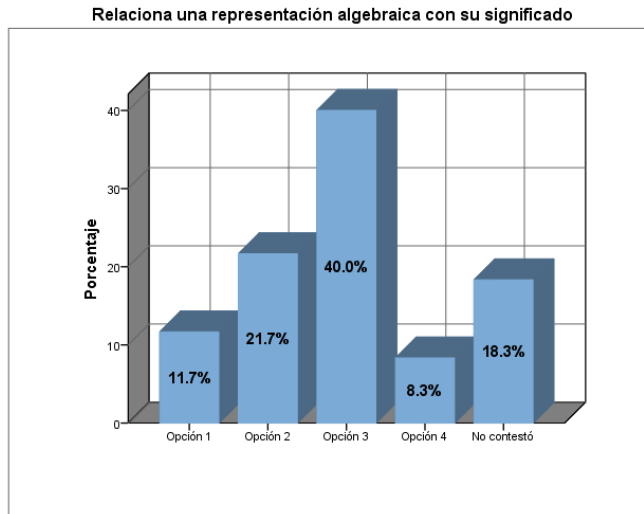


Figura 13. Resultados ítem 11 (Test al estudiante).

Los resultados obtenidos en el ítem “la expresión  $x^3 - 2x$  representa:”, al cual se le presentaron las opciones de respuesta (opción 1: La tercera parte de un número disminuido en el doble del mismo número, opción 2: El triple de un número disminuido en el cuadrado del mismo número, opción 3: El cubo de un número disminuido en el doble del mismo número, opción 4: El cubo de un número disminuido en el cuadrado del mismo número). De estas respuestas se muestra que el 40% de los estudiantes contestó correctamente (opción 3), mientras que el 41.7% respondió otras opciones que no son correctas, entre las cuales está la opción 2 con un 21.7%, mostrando nuevamente que existe confusión entre multiplicidad de un número y potenciación; así también se tiene una minoría que representa el 18.3% que no respondieron.

**¿Utilizan los estudiantes conceptos propios de matemática cuando se les pide explicar la solución que han dado?**

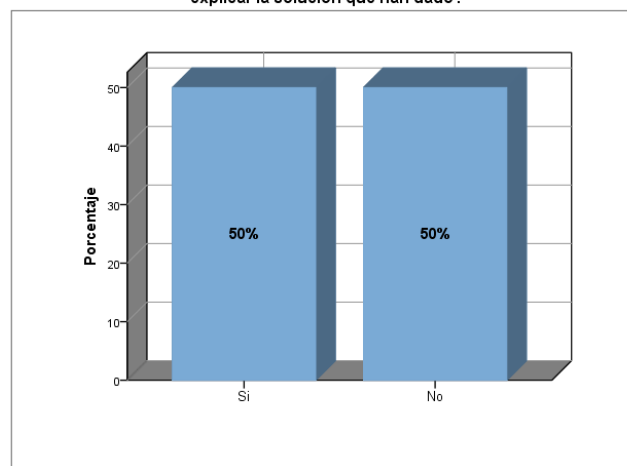


Figura 14. Resultados ítem 10 (Entrevista al docente).

Los docentes manifiestan que el 50% de los estudiantes utilizan conceptos propios de la asignatura para describir los planteamientos utilizados a la hora de concluir las soluciones dadas, mientras que el otro 50% no logra concluir con términos matemáticos (ver figura 14).

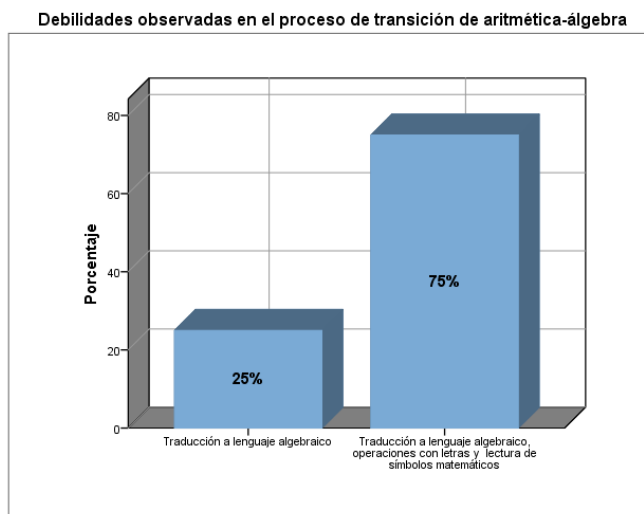


Figura 15. Resultados ítem 7 (Entrevista al docente).

El profesor manifiesta en la entrevista, que un 75% de sus estudiantes presentan debilidades a la hora de traducir a lenguaje algebraico, operar con letras y en la lectura de símbolos matemáticos, mientras que un 25% de ellos solamente se les dificulta a la hora de traducir al lenguaje algebraico (ver figura 15). Se puede ver que el proceso de transición se les vuelve dificultoso porque no se trata solamente de pequeñas operaciones con números, sino que deben de representar con letras y símbolos expresiones aún más complejas.

A partir de los resultados obtenidos y analizados para responder la primera pregunta de esta investigación, se puede decir que, el desarrollo del proceso de transición aritmética-álgebra en los estudiantes de octavo grado, se ha visto marcado por diferentes factores en los cuales se pudo identificar que existen problemas de índole aritmético como confusión del significado de multiplicidad, leyes de exponentes, etc., que provocan dificultades al momento de realizar algunas operaciones con letras, e incluso se pudo observar que una minoría de ellos tienen problemas con el manejo de las cuatro operaciones básicas llegando a confundir signos. Sin embargo, a pesar de dichos problemas a nivel de pre saberes aritméticos, la mayoría de

estudiantes tiene un buen reconocimiento de estructuras básicas de álgebra en lo cual se puede mencionar que, la mayoría identifica símbolos y reconoce elementos en términos algebraicos.

A demás tienen facilidad al analizar problemas con ayuda de ilustraciones de tipo geométrico a pesar que según lo observado, en la mayoría de las clases casi nunca se usa material concreto, aspecto que podría mejorar el paso de lo concreto a lo abstracto que requiera la transición de la aritmética al álgebra. En cuanto al comportamiento que tiene el estudiante en aspectos un poco más avanzados del lenguaje matemático, como la relación que hace de problemas matemáticos a situaciones cotidianas y la traducción del lenguaje algebraico al lenguaje común y viceversa, el alumnado presenta dificultades en su gran mayoría.

#### 4.2 Aplicación del lenguaje matemático en el aprendizaje del algebra.

Para analizar la aplicación del lenguaje matemático se ha realizado un abordaje desde el punto de vista procedimental, considerando también una dimensión actitudinal. Dentro de este marco, a continuación se presentan los resultados en cuanto al uso de estructuras algebraicas, modelamiento matemático de situaciones de la vida cotidiana, a la vez que se muestra el comportamiento de la motivación del lenguaje matemático dentro del aula.

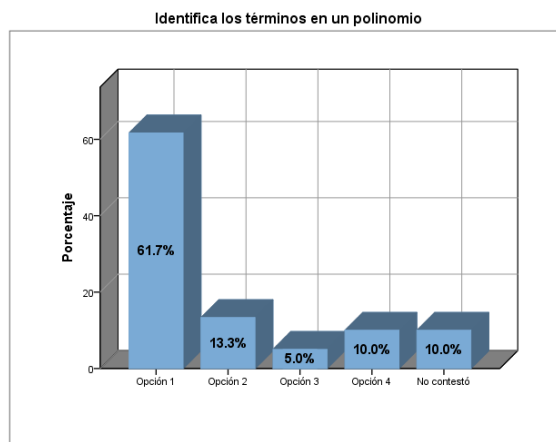


Figura 16. Resultados ítem 6 (Test al estudiante).

La figura anterior muestra que 61.7% de los estudiantes encuestados saben identificar términos en un polinomio, ya que han contestado acertadamente a la pregunta: “¿Cuántos términos tiene la expresión  $-3a + 7b - 1$ ?”, siendo la respuesta correcta: 3 (opción 1); mientras que un 13.3% respondió que la expresión tiene dos términos (opción 2), lo que se interpreta que el alumno identifica como término únicamente el que contiene variable y no

toman en cuenta el término independiente. Además se muestra que un 15% de la población, dieron como respuesta 1 y 5 (opción 3 y 4 respectivamente), esto significa que ese porcentaje no sabe que es un término en una expresión algebraica (ver figura 16).

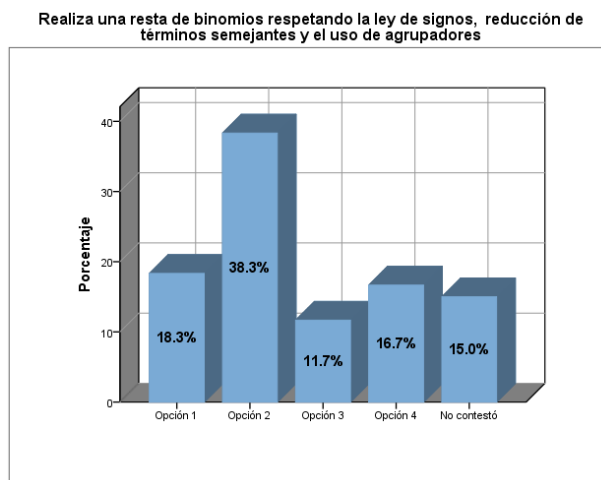


Figura 17. Resultados ítem 12 (Test al estudiante).

En la figura 17 se logra visualizar que el 18.3% de los estudiantes contestaron acertadamente (opción 1), lo que deja en evidencia que la mayoría de los encuestados no saben realizar correctamente una resta de binomios; ya que al presentarles la expresión:  $(4a + 5b - (7a - 9b))$ , el 38.3% respondió:  $3a + 14b$  (opción 2), ellos realizaron la resta pero no aplicaron correctamente la ley de los signos. Mientras que el 16.7 % contestó:  $-11a + 14b$  (opción 4), este porcentaje simplemente realizó una suma sin tomar en cuenta la ley de los signos, pasando por alto que en una operación donde los términos tienen signos diferentes se debe efectuar una resta y colocar el signo del coeficiente con mayor valor absoluto (ver figura 17).



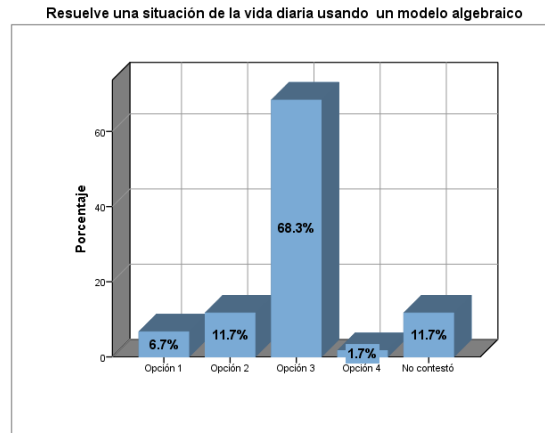


Figura 18. Resultados ítem 13 (Test al estudiante).

Se muestra que un 68.3% de los estudiantes contestaron correctamente (opción 3), por lo que se considera que la mayoría de la población encuestada logran resolver situaciones de la vida diaria usando un modelo algebraico (cuando la incógnita aparece solo una vez), sin embargo, no se puede descartar la posibilidad que lo haya hecho buscando un valor que sumado 10 de 30, cumpliendo así la igualdad (valor numérico). Por otra parte, es importante evidenciar que un 11.7% de los estudiantes no saben transponer términos (opción 2), en una ecuación lineal, ya que, al presentar la ecuación  $x + 10 = 30$ , dieron como respuesta 40, transponiendo +10 al miembro derecho sin cambiar de signo (ver figura 18).

Con los datos arrojados en las figuras 16, 17 y 18, se observa que la mayoría de los estudiantes encuestados usan correctamente estructuras algebraicas, mientras que la otra parte de la población muestra diversas dificultades, algunos reflejan problemas aritméticos (uso incorrecto de la ley de los signos), otros simplemente no contestaron.

Tabla 6 *Relaciona los ejemplos con problemas de la vida cotidiana*

	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	1	12.5
Casi Nunca	1	12.5
A veces	6	75.0
Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Al observar si los maestros relacionan ejemplos con problemas de la vida cotidiana se evidenció que en el 75.0% de las clases observadas lo hacen eventualmente, mientras que el 12.5% nunca hacen tal relación (ver tabla 6).

Tabla 7 *Los estudiantes resuelven problemas de la vida cotidiana, sin dificultad.*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Nunca	1	12.5
	Casi Nunca	5	62.5
	A veces	2	25.0
	Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Al observar si los estudiantes resuelven problemas de la vida cotidiana, sin dificultad, los resultados arrojan que en 5 de las clases observadas casi siempre necesitan la ayuda del maestro; mientras que en 2 de las clases los estudiantes ocasionalmente necesitaron ayuda para resolverlos; y en una minoría correspondiente a 1 clase, no logran resolver un solo problema sin ayuda, es decir, siempre necesitan la intervención del maestro. Por los datos mostrados en tabla 7, se pone de manifiesto que la población estudiada, no logra resolver problemas de la vida cotidiana haciendo uso de procedimientos algebraicos, sin la intervención del maestro.

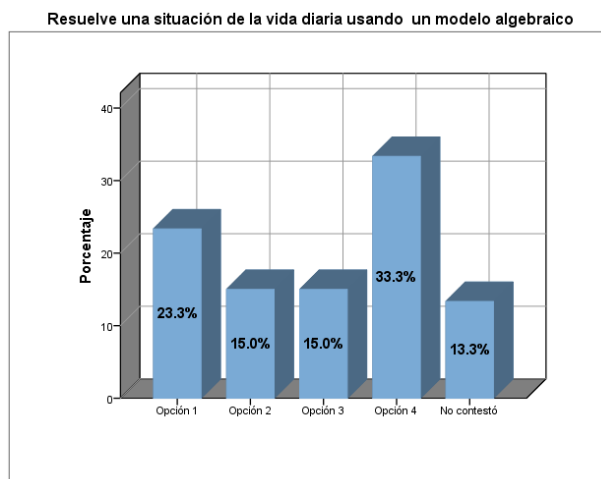


Figura 19. Resultados ítem 14 (Test al estudiante).

En la figura se indica que un 23.3% de los estudiantes contestaron correctamente al plantearles un problema de la vida cotidiana (opción 1), esto hace notar que en su mayoría (33.3%) no lograron resolverlo correctamente, eligiendo como respuesta, la opción 4 que indicaba que ninguna de las respuestas (9, 18 y 32) daba solución a la ecuación. El ítem quedaba representado por la ecuación  $x + 3x = 36$ , a diferencia del ítem 13 (ver figura 18), la incógnita aparece en dos ocasiones; lo que generó dificultad para resolver, siendo así, que el 30.0% eligieron 18 y 32 como respuesta mostrando dificultad al momento de despejar la variable; mientras que el 13.3% no contestó (ver figura 19).

Tabla 8 *¿Utilizan los estudiantes conceptos propios de matemática cuando se les pide explicar la solución que han dado?*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Si	2	50.0
	No	2	50.0
	Total	4	100.0

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 8 es muy evidente que el 50 % de la población encuestada usan conceptos propios de matemática cuando se les pide explicar una solución dada a ciertos ejercicios. Como contraparte el otro 50% no utilizan conceptos propios de matemática, lo hacen con un lenguaje común. Es probable que no haya un uso constante del lenguaje matemático, ya que algunos maestros manifestaron que no siempre utilizan este lenguaje para dar sus clases (ver tabla 8).

En relación a: tablas 6, 7 y 8 y figura 19, se analizó que la mayoría de la población estudiada, logra modelar matemáticamente situaciones sencillas de la vida cotidiana, sin embargo, cuando estas muestran un nivel de dificultad mayor hay un bloqueo en ellos, esto se acredita a que frecuentemente los estudiantes necesitan ayuda para resolver problemas de la vida cotidiana, aunado a ello, el poco uso del lenguaje matemático por parte de algunos docentes.

De acuerdo a los datos arrojados en las figuras y tablas anteriores, se puede concluir que la mayoría de la población estudiada tiene conocimiento básico del lenguaje algebraico (a pesar que algunos docentes no lo utilizan frecuentemente) lo que favorece su aplicación en el entorno

académico, además de eso, usan este lenguaje para resolver problemas sencillos de la vida cotidiana, relacionando la situación planteada a través de símbolos y estructuras algebraicas necesarias, lo que demuestra el interés de los estudiantes por intentar utilizarlo; esto refleja el trabajo que en ocasiones hace el maestro relacionando los ejemplos con problemas de esta índole durante la clase y en ejercicios de tarea, sin embargo, cuando los problemas muestran un nivel de dificultad mayor, los estudiantes no pueden encontrar la solución con la misma facilidad, a causa de necesitar un nivel de abstracción mayor, debido a que el estudiante en muchas ocasiones se muestra inseguro a sobrellevar.

En relación con lo anterior, se puede afirmar que la aplicación del lenguaje matemático se está dando parcialmente, ya que algunos de los estudiantes encuestados usan correctamente estructuras algebraicas y logran modelar matemáticamente situaciones sencillas de la vida cotidiana, sin embargo, cuando estas muestran un nivel de dificultad mayor no logran resolverlos, por lo tanto, el docente debe utilizar dicho lenguaje relacionándolo con problemas de la vida cotidiana con mayor frecuencia para que el estudiante logre hacer tal relación apropiándose de la terminología matemática, planteando los problemas y dando solución por medio de procedimientos algebraicos, de tal forma, que si hace propio el lenguaje matemático procederá con autonomía y confianza ante cualquier planteamiento que involucre álgebra; ya que, para Díaz Díaz (2009) el conjunto de símbolos propios y estructuras de presentación contribuyen a la perfecta comprensión de la materia.

#### **4.3 Factores educativos que intervienen en el desarrollo del lenguaje matemático.**

En este apartado se presentan los resultados para cada agente que interviene como un factor educativo para el desarrollo del lenguaje matemático. En tal sentido, en los factores a considerar se han planteado tres dimensiones de intervención de éstos, factores de intervención en el ámbito actitudinal en donde se han tomado en cuenta la motivación tanto extrínseca como intrínseca. La primera, corresponde a los agentes externos que regulan la actuación, mientras que la segunda, hace referencia a las acciones hechas por placer y satisfacción.

Factores de intervención en la dimensión de creación del lenguaje como algunos directamente orientados a como se crea y también el ambiente del aula. Finalmente se puntualiza en algunos que tienen cierta incidencia en la modificación del lenguaje matemático en el

alumno, tales como el rol docente y el mismo protagonismo del estudiante. Los hallazgos que ayudaron a verificar estos aspectos se describen a continuación.

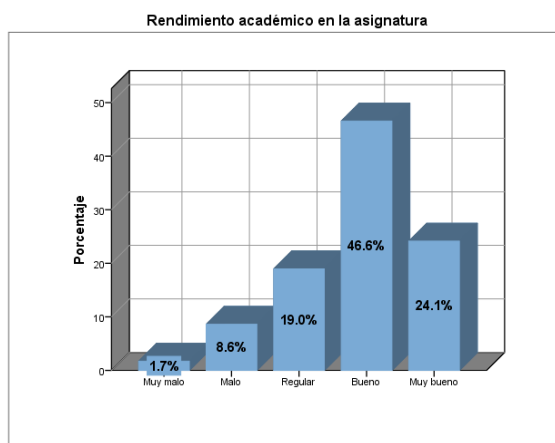


Figura 20. Resultados ítem 3 (Encuesta al estudiante).

El rendimiento académico es un factor que podría afectar en gran medida el estado anímico y el desempeño de los estudiantes, pero para los resultados obtenidos no es el caso, un 46.6% califica como bueno y un 24.1% muy bueno su rendimiento académico, contrario a un 1.7% que lo califica como muy malo, siendo esta una minoría (ver figura 20).

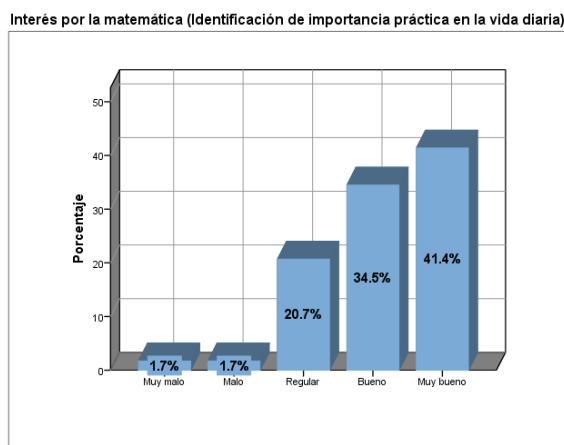


Figura 21. Resultados ítem 4 (Encuesta al estudiante).

Un estímulo intrínseco en los estudiantes es la necesidad de la matemática en la vida práctica, un 41.4% calificó con el criterio más alto su interés por la matemática, además este mismo porcentaje reconoce que es importante en la vida práctica, este dato se da en

contraposición a un 1.7% que lo puntuó con el más bajo. Este último dato muestra la indiferencia existente hacia la materia a pesar del esfuerzo docente (ver figura 21).

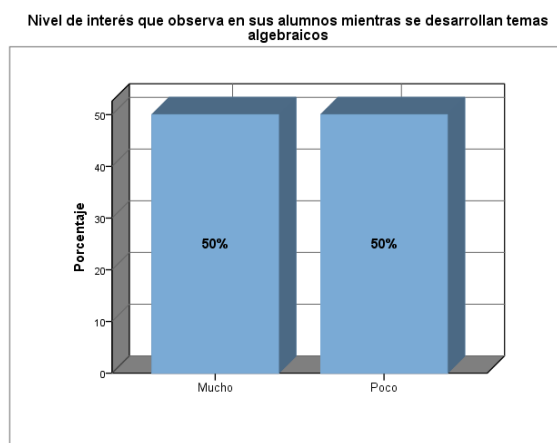


Figura 22. Resultados ítem 11 (Entrevista al docente).

En contradicción a lo anterior, se puede visualizar que el nivel de interés percibido por los profesores respecto a los alumnos, está repartido en 50% para cada una de las opciones: mucho y poco (ver figura 22).

Tabla 9 *Participación en clase de matemática*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Malo	3	5.0
	Regular	8	13.3
	Bueno	26	43.3
	Muy bueno	22	36.7
	Total	59	98.3
Perdidos	Sistema	1	1.7
Total		60	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Los estudiantes siguen manifestando que la participación en clase se da de muy buena forma, siendo un 36.7% los que opinan de esta manera y un 43.3 % puntuándola como buena. Los datos mostrados anteriormente implican que la mayoría de los alumnos reconocen que su desempeño en clase de matemática es adecuado, es decir, existe motivación (ver tabla 9).

Tabla 10 Indica la importancia del tema para la formación profesional

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Nunca	1	12.5
	Casi Nunca	1	12.5
	A veces	4	50.0
	Siempre	2	25.0
	Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Por su parte los docentes aumentan el interés de los alumnos empleando especialmente el lenguaje matemático en las explicaciones, ellos mencionan la importancia de los contenidos para la formación profesional. En la observación durante la clase el 25% de las observaciones siempre se mencionaba y a veces en un 50% (ver tabla 10).

¿ Considera que sus estudiantes reconocen la utilidad práctica del lenguaje matemático dentro del álgebra?

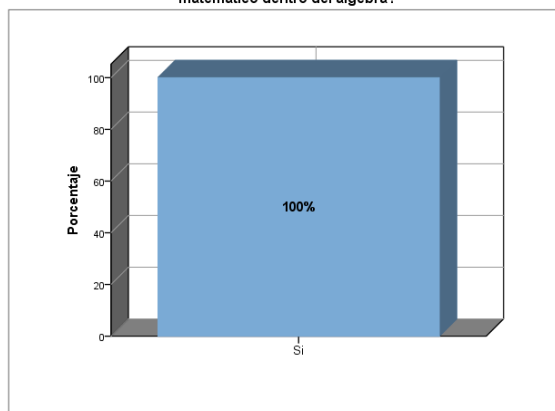


Figura 23. Resultados ítem 12 (Entrevista al docente).

Señalar la importancia de los contenidos no se da en todas las ocasiones, pero, los formadores saben que sus estudiantes no desconocen la utilidad matemática y especialmente el lenguaje de la misma es importante en el álgebra (ver figura 23).

Tabla 11 *El discurso es comprensible*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	A veces	3	37.5
	Siempre	5	62.5
	Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Los discursos de clase contienen conceptos propios del lenguaje matemático, el 62.5% de los estudiantes opinan que es comprensible. Sin embargo, hay un pequeño grupo de alumnos que da a conocer que a veces no quedan claros ciertos conceptos como: las reglas para operar o los elementos que conforman las estructuras algebraicas (ver tabla 11), según se menciona en el análisis del segundo objetivo (ver figuras 16, 17 y 18).

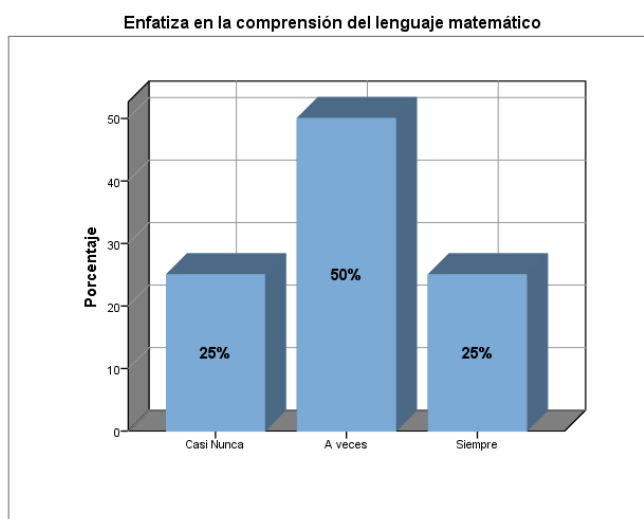


Figura 24. Resultados ítem 19 (Guía de observación).

En relación a los datos anteriores, se indagó también si los docentes buscan hacer énfasis en los enunciados para que sean comprendidos, sin embargo, solo en un 25% de las observaciones hubo profundidad en los conceptos, dando lugar a interpretaciones variadas por parte de los estudiantes en cuanto a simbología y la operación que representan. El lenguaje



matemático por parte del maestro se da de una forma adecuada aunque dejando pequeños vacíos lo que modifica un poco la percepción del alumno (ver figura 24).

Tabla 12 *Relaciona los ejemplos con problemas de la vida cotidiana*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Nunca	1	12.5
	Casi Nunca	1	12.5
	A veces	6	75.0
	Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Como agentes motivacionales externos, los docentes buscan hacer una relación de los ejemplos dados en clase con problemas de la vida cotidiana para que los estudiantes logren encontrar el sentido o la razón de los algoritmos algebraicos usados, aunque según lo mostrado en la siguiente tabla, indica que a partir de lo observado el 75% del tiempo de clase sólo a veces realizan dicha relación, por lo que algunos de los contenidos pueden no ser tomados como significativos por los oyentes o se dé paso a un aprendizaje mecanizado, aprender solo el proceso para llegar a la respuesta sin saber por qué se hace, esto lleva a que no se concrete el razonamiento necesario para la construcción de relaciones y patrones algebraicos (ver tabla 12).

Tabla 13 *¿Cómo busca motivar en la asignatura a sus estudiantes para que trabajen activamente?*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Otros	1	25.0
	Ponderaciones extra y utilidad en niveles superiores	2	50.0
	Utilidad en niveles superiores y otros	1	25.0
	Total	4	100.0

Fuente: Elaboración propia.

El trabajo dentro del aula, así mismo es conducido por la motivación. Para que trabajen activamente los alumnos se les incentiva mayormente con ponderaciones extra e indicando la

utilidad de los contenidos, otros lo hacen con otros estímulos como ponderaciones específicas que conforman un porcentaje de la nota final del trimestre, o considerando que esto ayuda a la autoestima del estudiante. Con el uso de premios o condiciones específicas para trabajar, se ven rasgos de una motivación conductista, no obstante se manifiesta una de carácter intrínseco cognitivo en menor grado que la anterior (ver tabla 13).

Tabla 14 *¿Se muestran la mayoría de los estudiantes indiferentes ante la materia?*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Casi Nunca	5	62.5
	A veces	2	25.0
	Siempre	1	12.5
	Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Los educandos tienen una motivación variante, reconocen los beneficios que la matemática les puede brindar, pero no dejan de sentirse indiferentes ante ella, el 12.5% siempre se ve poco entusiasta a la asignatura. El primer factor destacado es la motivación, de no tenerla no se llevara a cabo la adquisición del conocimiento, se da una de tipo conductista, en donde intervienen más los estímulos o recompensas, a pesar de que se reconocen los beneficios de adquirir dicho conocimiento, así mismo, el uso del lenguaje matemático se da de forma continua, aunque con una utilidad básica y no significativa. En cuanto a condicionantes motivacionales podrían destacarse otros, pero estos no están estudiados en esta investigación (ver tabla 14).

Tabla 15 *Trabajo con libros ESMATE*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	A veces	5	62.5
	Siempre	3	37.5
	Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Los maestros estudiados tienen una forma específica de enseñar, cada uno trabaja según como lo considera conveniente, utiliza los textos que considera necesarios y los recursos idóneos, además de imprimir su propio carácter, emociones, entre otros. El año en que se aplicaron los instrumentos de investigación el Ministerio de Educación (MINED) implementó en muchos centros escolares el plan ESMATE, el cual cuenta con libros de texto adecuados al programa actualizado. Por ser primer año en el que se utiliza, los docentes no se rigen en su totalidad al mismo, debido a que los alumnos no cuentan con los conocimientos necesarios para el nivel académico del texto, el 62.5% de los docentes a veces utilizan el libro y/o consultan el escrito de la editorial Servicios Educativos para la preparación de las clases (ver tabla 15).

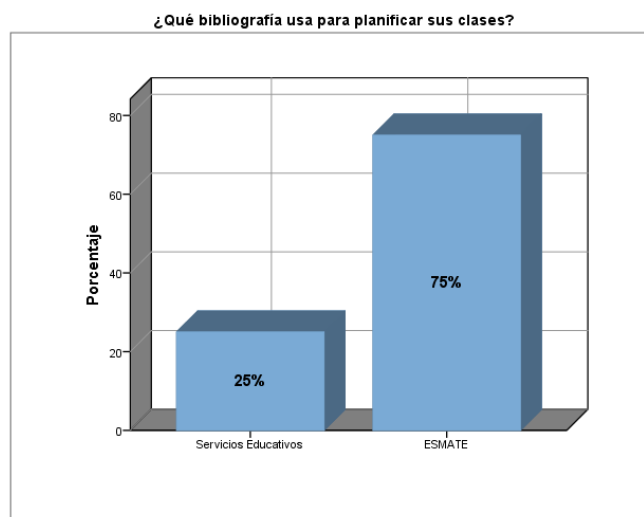


Figura 25. Resultados ítem 1 (Entrevista al docente).

Siendo aun así, el texto ESMATE el más utilizado, representando el 75% y Ediciones Servicios Educativos un 25%. Para el segundo, no se dan razones especiales por las cuales resalte en los datos sobre otras editoriales, por lo que se puede asumir que es de fácil acceso y de escrito claro y conciso (ver figura 25).

Tabla 16 *Sigue la secuencia: problema inicial, solución del problema inicial, conclusión, ejemplos y ejercicios del libro ESMATE*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Nunca	1	12.5
	Casi Nunca	3	37.5
	A veces	3	37.5
	Siempre	1	12.5
	Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

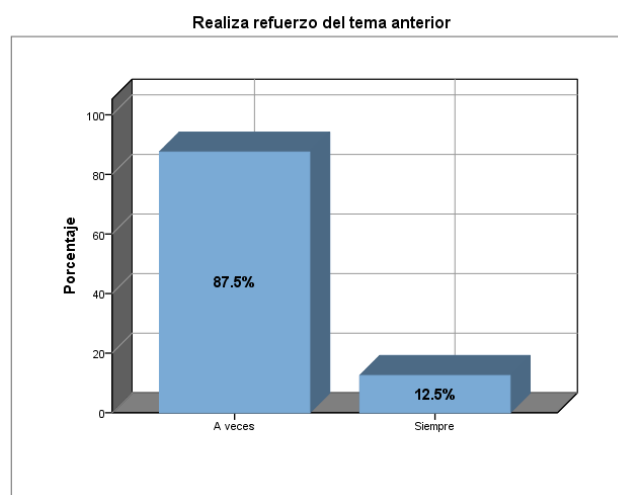


Figura 26. Resultados ítem 10 (Guía de observación).

El MINED indica en el texto una secuencia de clase, la cual no es seguida específicamente por los profesores (ver tabla 16), en ocasiones dan otro seguimiento, destacando que en un 37.5% a veces se da la sucesión de ESMATE, entre las variaciones se observaron que las actividades introductorias no son realizadas siempre, se inicia directamente con el contenido, esto indica a su vez que no se hace refuerzo del tema anterior en cada clase, esto se puede evidenciar con los resultados mostrados en figura 26, donde se observa que un 87.5% a veces se da refuerzo del tema anterior, mientras que la minoría, representada por el 12.5% siempre lo da.

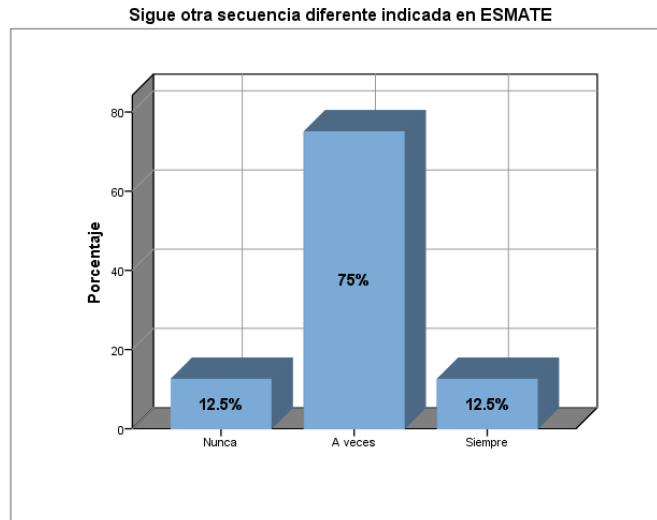


Figura 27. Resultados ítem 13 (Guía de observación).

Se muestra que un 12.5% de la población siempre sigue la secuencia del plan ESMATE, mientras que el 75% a veces lo hace, se puede decir que esto se da porque es necesario proveer otra información para la mejor comprensión de los contenidos del texto (ver figura 27).

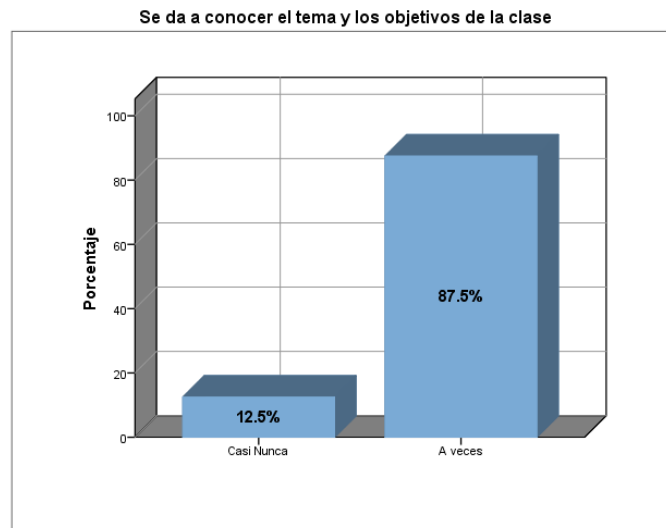


Figura 28. Resultados ítem 8 (Guía de observación).

Antes de iniciar la clase es necesario mencionar el tema y el objetivo de la misma para que el estudiante conozca qué aprenderá en esa sesión, sin embargo, en la mayoría de las clases

observadas a veces lo hace (representado por un 87.5%), es decir, que no se da de forma continua (ver figura 28).

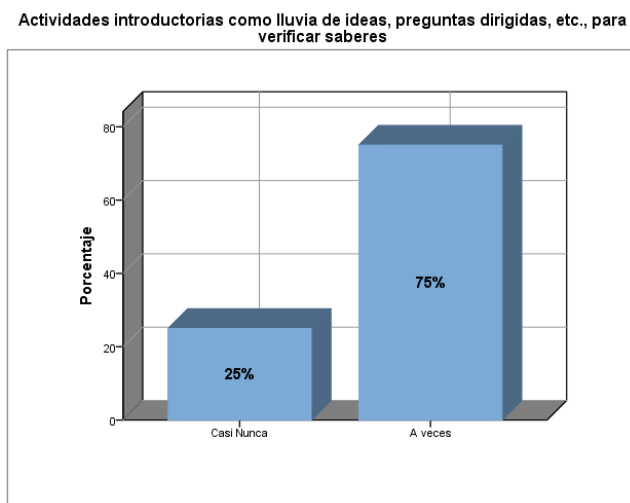


Figura 29. Resultados ítem 11 (Guía de observación).

Igualmente durante la clase, en ocasiones no se dan actividades de tipo introductorio para enfocar la atención del alumno a lo que conocerá en ella. Solo en el 75% de los maestros observados, a veces hace actividades introductorias, mientras que el 25% casi nunca inicia la clase de esta manera (ver figura 29).

Tabla 17 Indique la o las estrategias metodológicas que utiliza para el desarrollo de la clase.

		Frecuencia	Porcentaje
	Resolución de problemas	3	75.0
Válidos	Resolución de problemas, Algoritmos y TIC's	1	25.0
	Total	4	100.0

Fuente: Elaboración propia.

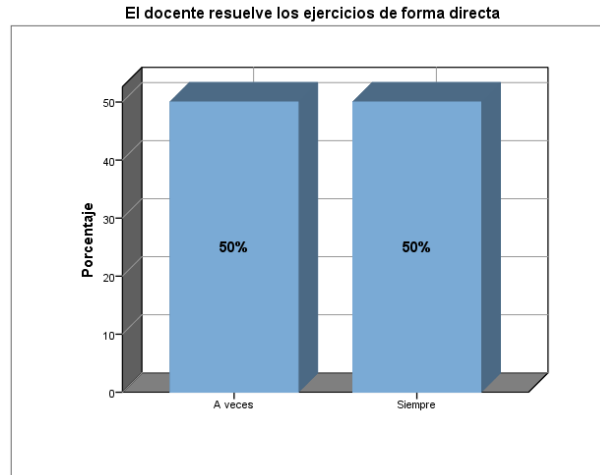


Figura 30. Resultados ítem 29 (Guía de observación).

El enfoque del programa de estudios es la Resolución de problemas, es la estrategia que utilizan los docentes, optan poco por otro tipo, esto puede quitar cierta ventaja a los estudiantes que no aprenden de dicha forma, solo un 25% usa otras técnicas diferentes. La mayoría da solución de forma directa a los ejercicios (ver tabla 17 y figura 30).

Tabla 18 *Métodos de verificación del trabajo de los alumnos, tanto individual como grupal*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Revisión de ejercicios y Monitoreo del trabajo	1	25.0
	Revisión de ejercicios y Monitoreo del trabajo- Cuestionamiento sobre conocimiento aplicado	3	75.0
	Total	4	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Los métodos de verificación del desempeño en clase de los estudiantes son mayormente la revisión de los ejercicios, monitoreo, etc., representando estos la mayoría de los datos (75% de la población), (ver tabla 18).

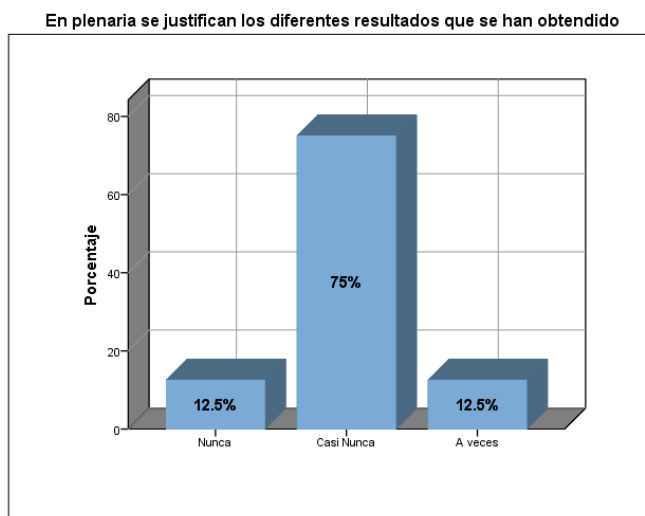


Figura 31. Resultados ítem 28 (Guía de observación).

La verificación de trabajo del educando se da de forma continua. Un dato que se destacará es que los resultados tras la solución de problemas matemáticos por parte de los estudiantes no se llevan a una discusión de grupo que permita comparar resultados y procedimientos, de acuerdo a los datos, en un 75% de las observaciones los alumnos casi nunca pasan a la pizarra a resolver ejercicios. Esta técnica permitiría que se pongan de manifiesto los razonamientos que llevaron a cierta respuesta, siendo así para el maestro una vía de comprobación de conocimientos, que ayudaría a ganar confianza en sus estudiantes (ver figura 31).

Tabla 19 *¿De qué forma busca minimizar dichas dificultades?*

		Frecuencia	Porcentaje
	Cambio de metodología y actividades de refuerzo	2	50.0
Válidos	Actividades de refuerzo y tutorías	2	50.0
	Total	4	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Con los métodos de validación de procedimientos y respuestas por los que optan los maestros se descubren las dificultades que tienen los educandos, de darse, se disminuirían los



problemas de aprendizaje, cambiando metodología y con refuerzos, correspondiendo un 50% a cada uno (ver tabla 19).

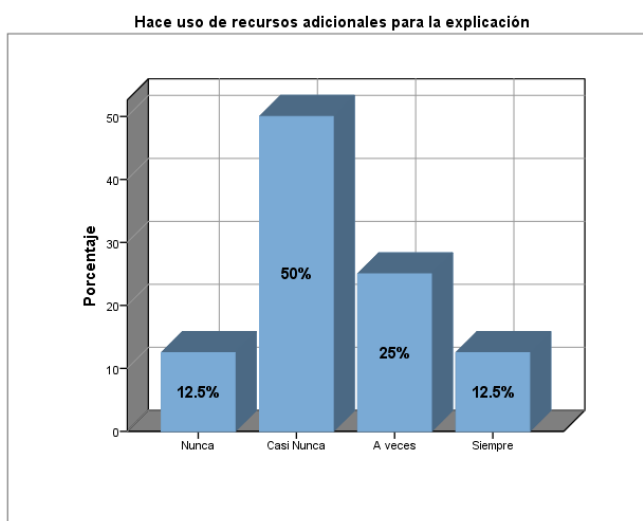


Figura 32. Resultado ítem 23 (Guía de observación).

Tabla 20 ¿Cuáles recursos didácticos utiliza en sus clases?

	Frecuencia	Porcentaje
Tecnológicos (dispositivos móviles, proyector de cañón, computadora) , libros de texto	1	25.0
Libros de texto y material lúdico	1	25.0
Válidos Libros de texto y otros	1	25.0
Libros de texto, material lúdico y otros	1	25.0
Total	4	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Durante la observación, casi nunca se implementó el uso de otros recursos para la explicación de la clase verificando que el 50% los utiliza con muy poca frecuencia (ver figura 32), sin embargo, en los datos colectados en la entrevista, los docentes manifestaron utilizarlos,

entre los señalados están los de carácter tecnológico, lúdico, además de los tradicionales como libros de texto, pizarra, etc. (ver tabla 20).

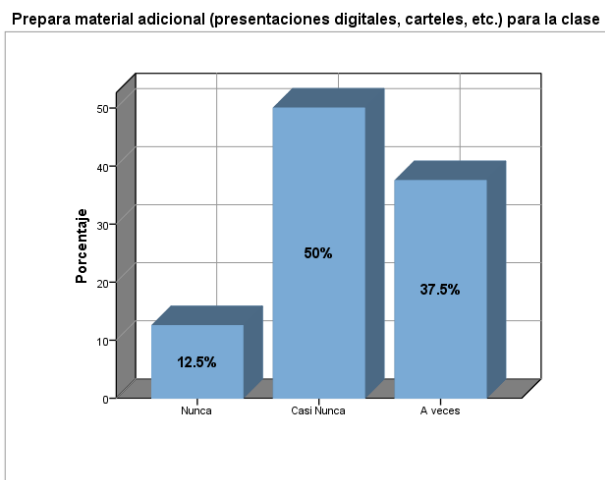


Figura 33. Resultados ítem 5 (Guía de observación).

Se observó que casi nunca se utilizaban recursos para las clases que fueran diferentes a los tradicionales. En un 37.5% de la población, a veces se utilizaban (ver figura 33). La metodología utilizada es de carácter tradicional, especialmente en las técnicas de enseñanza utilizadas, ya que, no se evidenció que se emplearan recursos innovadores, a pesar que los docentes expresaron que si recurrían a ellos para sus clases.

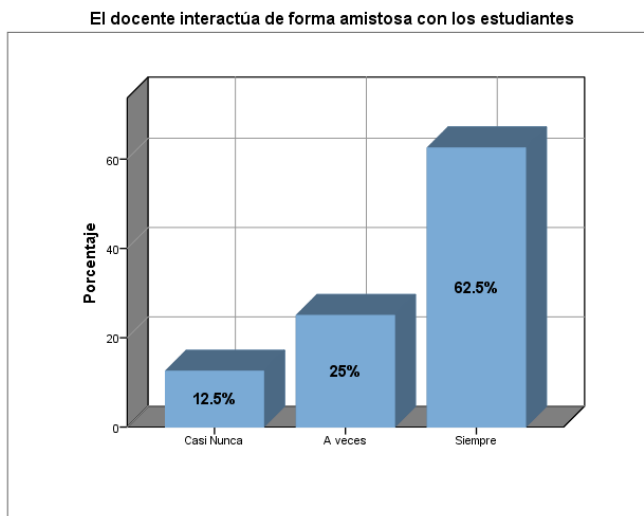


Figura 34. Resultados ítem 35 (Guía de observación).

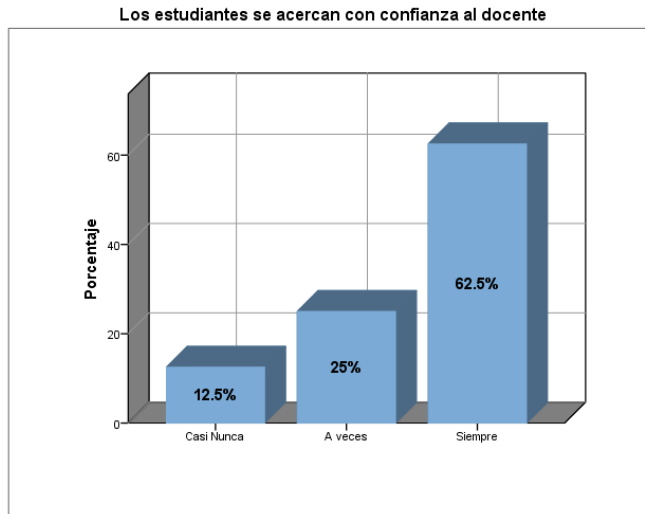


Figura 35. Resultados ítem 36 (Guía de observación).

La relación del estudiante con el docente permite la sana interacción entre ambos y mejora el ambiente dentro del salón de clases. Los encuestados determinan que es muy buena la armonía en la clase, debido a que existe un trato amistoso entre ellos y su formador, y se acercan con confianza a él (ver figura 34 y 35), representando esto el 62.5% de los datos para cada criterio. Por lo anterior, se puede decir que la relación se desarrolla de forma adecuada.

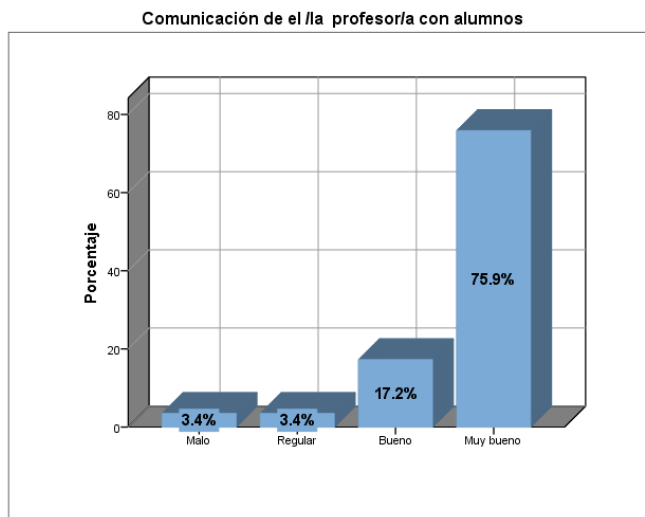


Figura 36. Resultados ítem 7 (Encuesta al estudiante)

Los alumnos sienten libertad de expresarse en clase de matemática, aunque sus opiniones no sean expresamente sobre la materia (ver figura 36), sienten que pueden comunicar diferentes aspectos a su docente, el 75.9% expresan que es muy buena dicha interacción.

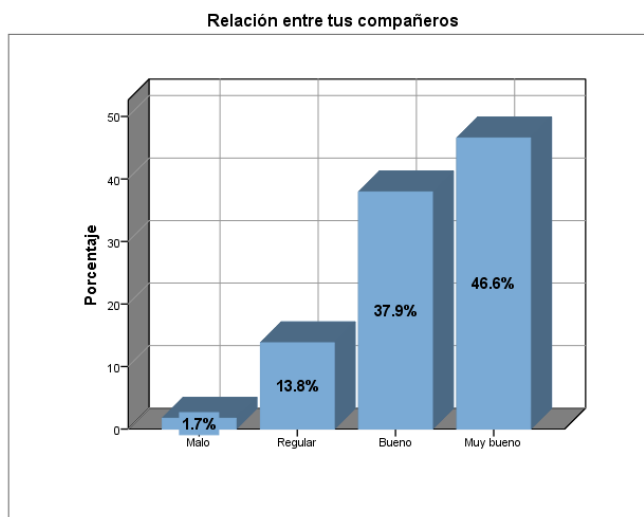


Figura 37. Resultados ítem 13 (Encuesta al estudiante).

No solo la interacción con el maestro se da de buena forma, sino las relaciones con sus semejantes son muy buenas. Validan los estudiantes como muy bueno el trato con sus compañeros (ver figura 37), estos representan un 46.6% y un 37.9% como bueno; lo que es de provecho al momento de trabajar en grupo.

Tabla 21 *El docente mantiene control sobre el grupo*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	A veces	6	75.0
	Siempre	2	25.0
	Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

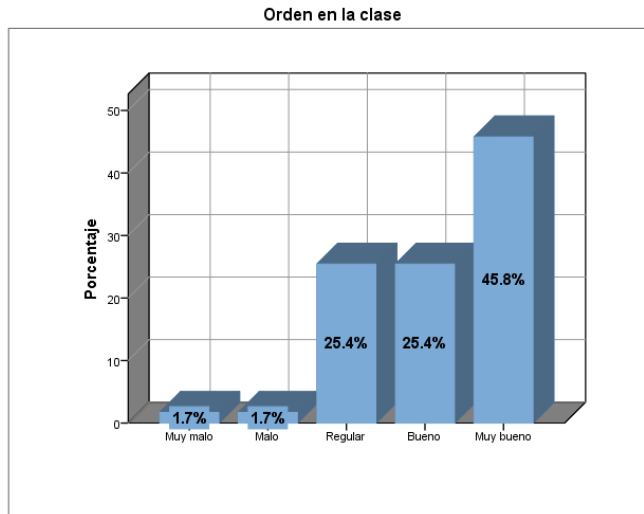


Figura 38. Resultados ítem 12 (Encuesta al estudiante).

La mayor parte del tiempo el docente mantiene el orden en clase. En las observaciones hechas el 75% a veces mantiene orden en el aula y el 25% siempre lo hace. Los estudiantes perciben que se da el ambiente necesario para su desempeño. Ellos lo califican con un 45.8% como muy bueno y un 25.4% que lo consideran regular (ver tabla 21 y figura 38).

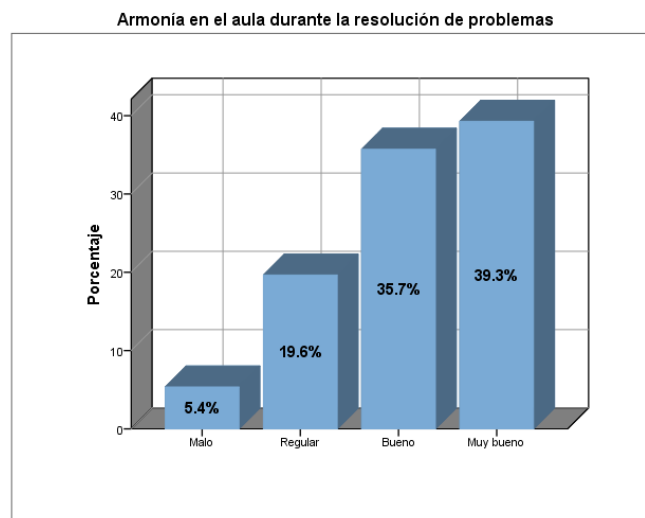


Figura 39. Resultados ítem 11 (Encuesta al estudiante).

Finalizando, la armonía dentro del aula es percibida como muy buena por el 39.3% de los alumnos y solamente el 5.4% la valoran como mala. La convivencia y disciplina condicionan el aprendizaje, de no darse alguna el ambiente se vuelve incomodo tanto para

docente como estudiantes. Según los datos obtenidos esta se da de la mejor forma posible (ver figura 39).

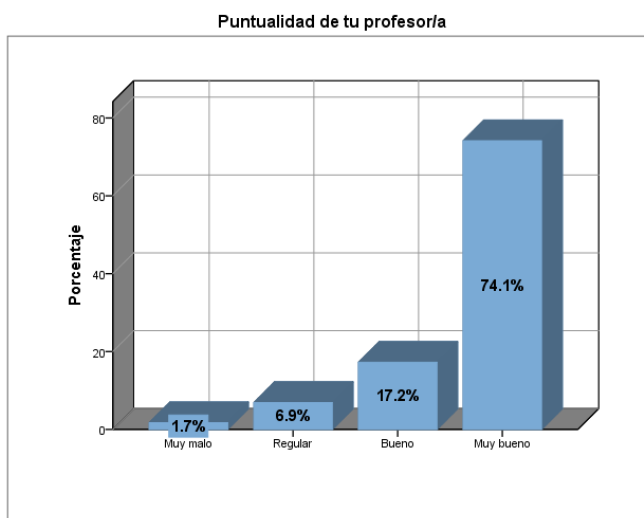


Figura 40. Resultados ítem 10 (Encuesta al estudiante).

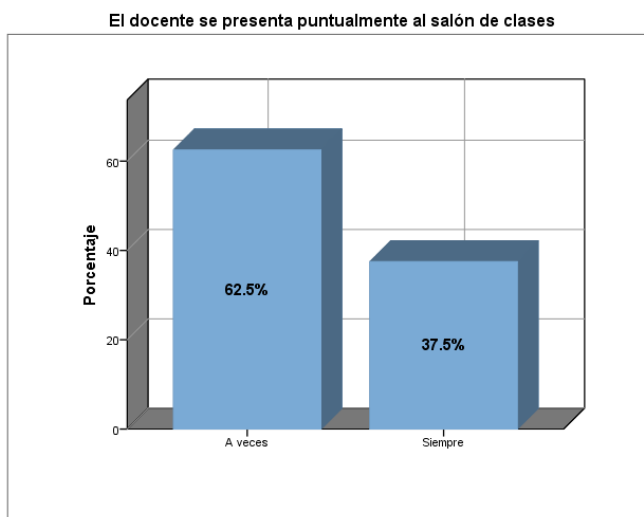


Figura 41. Resultados ítem 6 (Guía de observación).

Para impartir la información que se prepara, es necesario comenzar la jornada sin demoras ni retrasos, por lo que se tomó a bien tomar datos de este aspecto. El alumnado califica como muy buena la puntualidad de su maestro siendo el 74.1% quienes lo piensan así, el 37.5% de las observaciones siempre se presenta puntual al salón para iniciar con la clase y el 62.5% a veces (ver figuras 40 y 41).

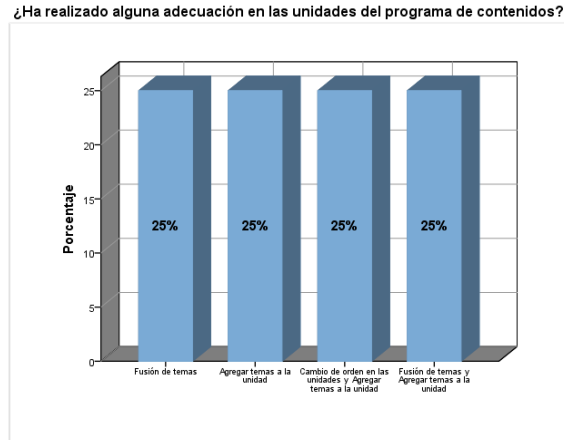


Figura 42. Resultados ítem 2 (Entrevista al docente).

Como se menciona anteriormente, el programa ESMATE es nuevo y los estudiantes necesitan ciertos pre-saberes para comprender algunos contenidos. Las estrategias que tomaron los formadores incluían: modificar el orden en algunas unidades del programa de contenidos, agregar temas, fusionarlos, cambiar el orden de las mismas, etc. (ver figura 42).

Tabla 22 *Unidad y tema desarrollado acorde a fecha planificada*

	Frecuencia	Porcentaje
Nunca	3	37.5
A veces	2	25.0
Siempre	3	37.5
Total	8	100.0

Fuente: Elaboración propia.

Dichos cambios dan lugar a un desfase en las unidades a desarrollar (ver tabla 22), el 37.5% de las observaciones no coincidía con la planificación debido a los refuerzos antes mencionados, esto puede causar que no impartan todos los contenidos necesarios para el siguiente año de estudio.

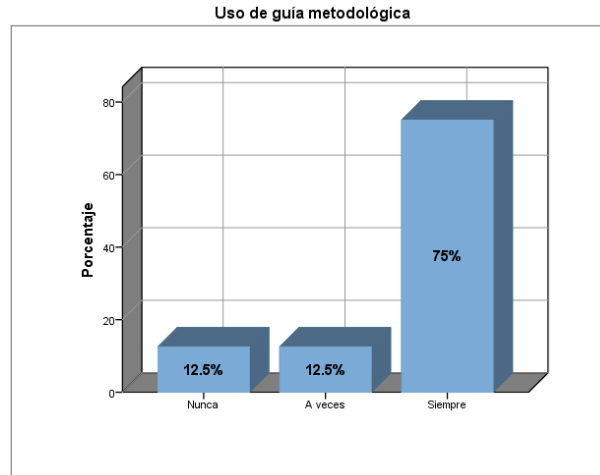


Figura 43. Resultados ítem 2 (Guía de observación).

Se evidenció que los maestros estaban utilizando mayormente la guía metodológica del nuevo programa del MINED. En el 75% de las observaciones siempre era empleada para las clases (ver figura 43). Se destacan nuevamente los datos obtenidos anteriormente, como lo es, el uso del libro de texto de la misma entidad, que es el más consultado tanto para planificar como para el trabajo en el aula.

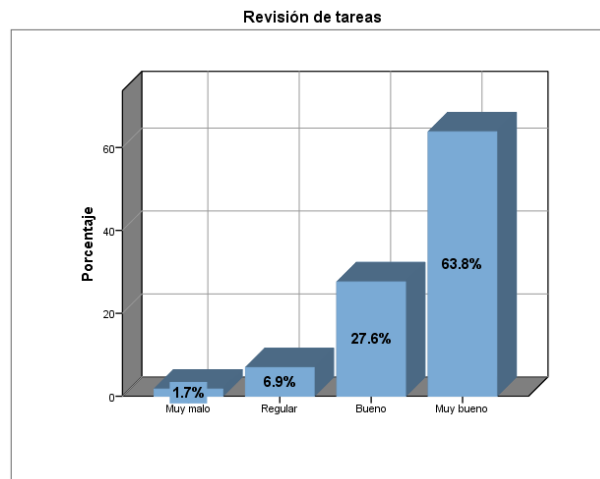


Figura 44. Resultados ítem 9 (Encuesta al estudiante).

En algunos casos los alumnos se ven poco atraídos a resolver o realizar sus trabajos y tareas porque estos no son revisados por el docente. Pero esta situación no se da, según los datos



colectados el 63.8% califica de muy bueno el desempeño de su maestro en cuanto a la revisión (ver figura 44).

Tabla 23 *Supervisión de resolución de ejercicios durante la clase*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Muy malo	1	1.7
	Malo	1	1.7
	Regular	2	3.3
	Bueno	14	23.3
	Muy bueno	41	68.3
	Total	59	98.3
Perdidos	Sistema	1	1.7
Total		60	100.0

Fuente: Elaboración propia.

De igual manera, la mayoría de los estudiantes encuestados, 68.3%, valida como muy bueno la supervisión del trabajo en cuanto a la resolución de ejercicios en clase (ver tabla 23).

Tabla 24 *Momento en que los estudiantes le abordan para consultas*

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	En cualquier momento	1	25.0
	Durante la clase y final de la clase	1	25.0
	Durante la clase, final de la clase y en cualquier momento	2	50.0
	Total	4	100.0

Fuente: Elaboración propia.

El 50% de los maestros están dispuestos a atender consultas que les puedan hacer los estudiantes. La disposición de los docentes a las consultas se da mayormente durante la clase, al final y en cualquier momento (ver tabla 24).

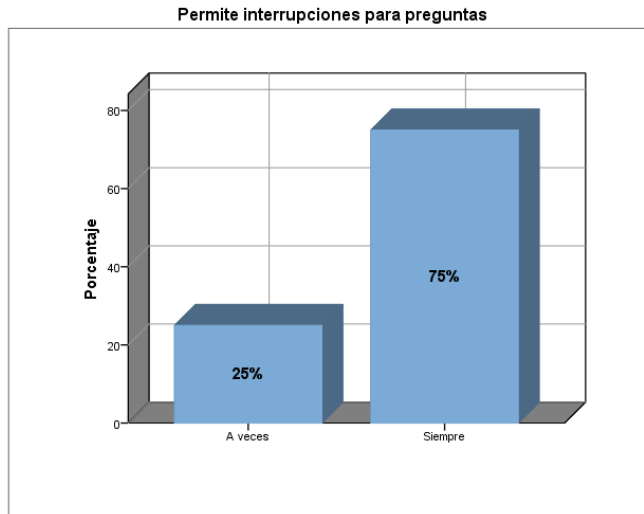


Figura 45. Resultados ítem 22 (Guía de observación).

Los docentes a su vez, permiten interrupciones durante sus explicaciones para aclarar las dudas que puedan surgir. En el 75% de las observaciones siempre detenían sus discursos para explicar (ver figura 45).

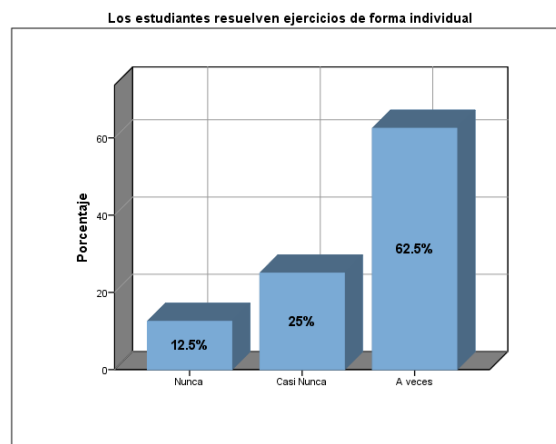


Figura 46. Resultados ítem 24 (Guía de observación).

Con la facilidad de poder dirigirse en cualquier momento para aclarar dudas, el trabajo individual y de grupo en el aula se esperaría que se dé de la mejor forma. El 62.5% de las sesiones observadas se dio a veces espacios para que se resolvieran problemas o trabajos de forma individual (ver figura 46).

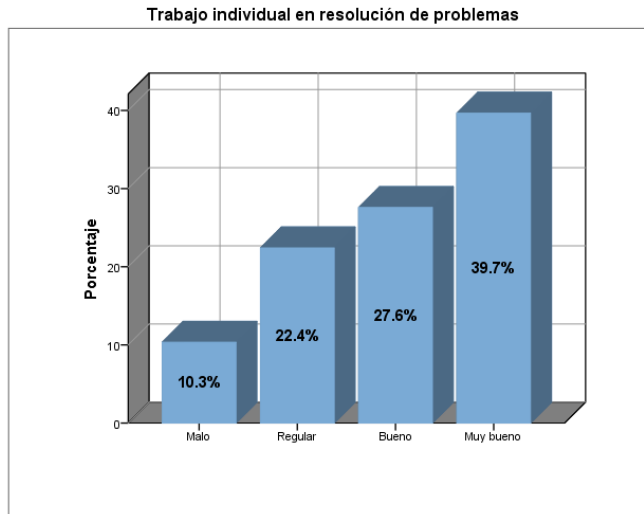


Figura 47. Resultados ítem 2 (Encuesta al estudiante).

El desempeño del trabajo individual es evaluado por los estudiantes de la siguiente manera: muy bueno un 39.7%, bueno un 27.6%, regular 22.4% y malo 10.3%. Estos últimos, podrían estar más inclinados a desarrollar actividades de tipo grupal, debido a los datos favorables que ese criterio mostró (ver figura 47).

Tabla 25 Trabajo en equipo en la clase de matemática

	Frecuencia	Porcentaje
Muy malo	3	5.0
Malo	3	5.0
Regular	8	13.3
Bueno	26	43.3
Muy bueno	20	33.3
Total	60	100.0

Fuente: Elaboración propia.

El 43.3% califica como bueno el rendimiento en el trabajo de equipo y el 33.3% como muy bueno, lo que apunta a que una gran parte de la población prefiere trabajos de tipo grupal que individual (ver tabla 25).

Luego de analizar los resultados obtenidos, referentes a los factores que intervienen en el aprendizaje (de los mencionados en la teoría consultada en esta investigación) y que dan respuesta a la pregunta de investigación: “¿Cuáles son los factores educativos que intervienen en el desarrollo del lenguaje matemático en los estudiantes de octavo grado?”, se destacan los que describen mejor el fenómeno y que a partir de ellos se derivan otros que participan en él.

El primer factor es la motivación, el aprendizaje está altamente condicionado por ella, es tan amplio el concepto que esta investigación no ha abarcado todos los elementos que pueden llevar a modificarla. Los estudiantes saben de la importancia de la matemática para el desempeño de ellos en la vida. En los resultados predomina la motivación de tipo conductista, a un estímulo positivo o negativo. A partir de los resultados es posible definir que el factor motivación en la dimensión actitudinal es clave en el desarrollo del lenguaje matemático. Se tienen resultados que permiten decir que el interés en el lenguaje matemático es fomentado por los profesores al indicar la importancia que tiene en la formación profesional, así como al usarlo en su discurso de clase que la mayoría de estudiantes considera comprensible, es importante decir, que fomentan la comprensión haciendo énfasis en él y dando ponderaciones extra. En cuanto al alumnado se pudo ver que la mayoría participa en clase y que su percepción en cuanto a importancia de la matemática es muy buena.

El segundo elemento es la metodología utilizada que figura en la dimensión de creación del lenguaje, habiéndose detectado que la estrategia que predomina es la resolución de problemas, aunque no se percibió el uso únicamente del texto ESMATE. Los docentes estudiados aplican mayormente el enfoque conductista en sus clases, esto mencionado anteriormente, de la teoría consultada para este trabajo se retoma la ley del ejercicio, la mayoría de los alumnos en clase ejercitan la repetición de lo explicado por el profesor sin aplicar un significado a los procesos.

Los maestros dan los espacios para corroborar los procedimientos preestablecidos y a veces discutir las soluciones, en relación a lo anterior, con los recursos utilizados en clase predominan los de uso tradicional como pizarra y libro de texto, especialmente ESMATE, dando más realce al discurso que el maestro da. Sin embargo, según hallazgos al identificar dificultades en cuanto al desarrollo del lenguaje matemático y problemas en general en la asignatura, los

docentes mencionan que optan como una forma de minimizarlos en un cambio de metodología, lo que enmarca la importancia de la misma en el desarrollo del lenguaje matemático.

El tercer factor que más interviene según lo identificado y que se encuentra en la dimensión de modificación del lenguaje es el ambiente del aula, que lleva al desempeño del protagonismo del estudiante, el entorno en clase permite que se dé una buena participación en el trabajo individual como en equipo. El entorno es el adecuado, en lo que concierne a docente y alumno las relaciones se dan de la mejor forma posible. Esto permite que si hay un control del grupo por parte del profesor, buena comunicación y relaciones entre alumnos, habrá un ambiente en que el estudiante cree o modifique de manera favorable el lenguaje matemático a través de un proceso más participativo por los involucrados.

## CAPITULO V CONCLUSIONES

### 5.1 Conclusiones

A través de un procesamiento de los resultados y análisis de datos, se considera necesario establecer la explicación del fenómeno estudiado, siendo este el desarrollo del lenguaje matemático en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes de octavo grado, en el cual se abordaron tres elementos principales que intervienen en el proceso, los cuales son la transición aritmética-álgebra, aplicación del lenguaje matemático y factores educativos; en relación a estos elementos podemos realizar las siguientes conclusiones:

- Los estudiantes saben identificar símbolos, elementos de las expresiones algebraicas y resolver problemas con ilustraciones de tipo geométrico, a pesar que en el periodo de observación no fue utilizado con frecuencia como recurso didáctico por el profesor; se puede afirmar que tienen conocimiento del lenguaje matemático el cual utilizan para resolver problemas sencillos, sin embargo, al aumentar el grado de complejidad de los mismos se ve dificultad en la traducción de ellos y en sus significados, como lo es en las formas generalizadas de las propiedades, por ejemplo, las potencias son confundidas con la multiplicidad de un número. En consecuencia, el proceso de transición aritmética-álgebra está siendo obstaculizado debido a las reglas que establece el lenguaje algebraico, aunado a un deficiente dominio de los presaberes aritméticos, siendo esta rama de la matemática donde se da la fundamentación de las operaciones básicas que son necesarias para la construcción de estructuras abstractas.
- La aplicación del lenguaje matemático no se da en su totalidad, debido a que los estudiantes pueden relacionar ejemplos de la vida cotidiana con los vistos en clase, pero no se siguen procesos ordenados al resolverlos debido a que hay deficiencias en el uso de las operaciones básicas en expresiones algebraicas; se estima que puede haber una deficiencia en la construcción de algoritmos que le permitan darles solución cuando presentan un grado de dificultad mayor. Por su parte el docente tiene cierto dominio de los conceptos, términos y símbolos que son propios de la asignatura, no hay una transmisión significativa del saber, es decir que los docentes deben de asegurar que los estudiantes comprendan el valor del lenguaje algebraico al momento de resolver ejercicios y problemas de la vida y esto será efectivo si los alumnos obtienen completamente la

adopción de este lenguaje, en este sentido se le debe dar más protagonismo al estudiante, contrario a ello se convierte en un receptor y no un constructor de su conocimiento.

- Es importante recalcar los factores educativos que intervienen en el desarrollo del lenguaje matemático son: motivación, metodología aplicada y ambiente del aula. Estos están íntimamente relacionados porque uno permite el desarrollo del otro, de esta manera en esta investigación se observó que la clase se da mayormente bajo un enfoque conductista y las formas de motivación siguen el mismo lineamiento, siendo el docente el principal agente motivacional, debido a que dependerá de su discurso de clase promover el uso del lenguaje algebraico. La metodología utilizada mayormente es la propuesta en el programa ESMATE, es de carácter constructivista y enfocado en la resolución de problemas, pero no se aplicó completamente, se estima que por ser primer año en que era utilizada, lo cual deja espacio para una próxima investigación sobre ello. Por lo tanto el estudiante hace una repetición de lo explicado por el formador con una presentación con recursos tradicionales. Por su parte, existen buenas relaciones interpersonales que generan un entorno adecuado dentro del aula, tanto para el docente como para el estudiante, se mantiene la disciplina que permite una participación individual o grupal adecuada.

## Referencias bibliográficas

- Armella, L. M. (1998). La enseñanza de la matemática: un enfoque constructivista. En J. Castorina, J.A., Coll, C., Díaz Barriga, A., Díaz Barriga Arceo, F., García, B., Hernández, G., Moreno Armella, L., Muriá, I., Pessoa Carvalho, A. M., & Vasco, C.E., "*Piaget en la educación: debate entorno de sus aportaciones*" (págs. 165-167), México: Paídos.
- Bermúdez, S. E., & Zarceño, G. E. (2010). "Estrategias de desarrollo del pensamiento lógico Matemático a través del pensamiento aleatorio y conceptos básicos de álgebra". Antiguo Cuscatlán, El Salvador. Talleres Gráficos de la UCA
- Blanco, N. (2011). Factores pedagógicos que favorecen las trayectorias de éxito y continuidad escolar. *Factores pedagógicos que favorecen el éxito escolar en estudiantes de enseñanza postobligatoria*, 10. Fapex.
- Calderón Avila, B. P. (2014). "Lengua materna y el proceso de iniciación de lecto-escritura" (tesis de grado). Guatemala, Escuela Oficial Urbana Mixta Joselita.
- Cardona Márquez, M. A. (2007). "Desarrollando el Pensamiento Algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE através de la resolución de problemas" (tesis de maestría) Tegucigalpa, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.
- Caserio, M. & Vozzi, A. M (2015). El impacto del Lenguaje Matemático en el aprendizaje. Una experiencia con alumnos del nivel superior. "XIV Conferencia Interamericana de educación Matemática CIAEM". Tuxtla Gutiérrez, México. Recuperado de: [http://xiv.ciaemredumate.org/index.php/xiv\\_ciaem/xiv\\_ciaem/paper/viewFile/484/218](http://xiv.ciaemredumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/484/218)
- Castro Elizondo, J. C. & Alvarado Ramírez, C. E. (1996) "*Origen y desarrollo histórico de la Matemática en El Salvador*" (pp. 179-18). San Salvador: Editorial Universitaria.
- Cuaderno de Cultura Científica (2016). *El origen de los signos matemáticos*. Recuperado de <https://culturacientifica.com/2016/01/27/el-origen-de-los-signos-matematicos/>
- de Guzmán, M. (s.f.). Tendencias innovadoras en Educación Matemática. En D. Gil Pérez, & de Guzmán, M., "Enseñanza de las Ciencias y Matemática" (págs. 64-65). Editorial Popular.
- Díaz Díaz, D. D., Palomino Velez, J.A., & Primero Vergara, F.J. (2009). "El lenguaje matemático y su implicación en el aprendizaje de esta disciplina". Colombia: Universidad de Sucre.
- Eraña de Castro, I. (s.f.). *Universidad Europea Madrid*. Obtenido de <http://abacus.universidadeuropea.es/bitstream/handle/11268/2732/SEG03.pdf?sequence=1>



- Escalante Martinez, S. B. (2015). *MÉTODO PÓLYA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS*. Guatemala : s.e.
- Esquinas Sancho, A. M. (2008). "Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica docente" (tesis doctoral). Madrid: Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, Departamento de Didáctica y Organización Escolar.
- García García, M. (Marzo de 2009). El Absentismo Escolar: algunas claves para el desarrollo de intervenciones integradas en el marco de una escuela inclusiva y del territorio. *Monográficos escuela (4)*.
- García D, K.M., & Cuárez R, M.J. (2014). Lenguaje matemático simbólico escrito usado por estudiantes de 1er año diversificado de educación media general estudio realizado en la u.e. antonio herrera toro del municipio valencia estado carabobo en el año escolar 2013-2014, según la teoría de david pimm (1999) (trabajo de grado). Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de matemática y física
- Gómez Granell, C. (1989). La adquisición del lenguaje matemático: un difícil equilibrio entre rigor y el significado. "Comunicación, Lenguaje y Educación", 3 (4), pp.5-15.
- González Trujillo, E. S. (2012). "Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el Planteamiento y Resolución de problemas". Colombia, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado., & Baptista Lucio, M. del P. (2014). "Metodología de la investigación". México: McGrawHill Interamericana Editores, S.A de C.V.
- Jiménez Espinoza, A., & Gutiérrez Sierra, A. (Diciembre de 2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. "Educación Matemática" 29(3). México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática. doi:10.24844/EM2903.04 pp 110,111,112 y125
- JICA. (10 de abril de 2018). JICA. Obtenido de Agencia de Cooperación Internacional del Japón: [https://www.jica.go.jp/spanish/news/field/180410\\_01.html](https://www.jica.go.jp/spanish/news/field/180410_01.html)
- Jensen, E. (2010). Entornos enriquecidos y cerebro. *Cerebro y aprendizaje. Competencias e implicaciones educativas*, 55. (S. A. NARCEA, Ed.) Madrid.
- Kieran, C., & Filloy Yagüe, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. "Enseñanza de las Ciencias", 229-233.
- Kopitowski, A. (1999). Enseñanza de las Matemáticas: entre el discurso y la práctica. Buenos Aires: Aique Didáctica.
- López Jeane, M. E. (2010). Procesos y factores del aprendizaje e implicaciones educativas. "Innovación y experiencias educativas", 2 (27), pp.1-3.
- Ministerio de Educación de El Salvador [MINED]. (2015). Boletín de Resultados PAES 2015, p.1-27 Obtenido de

<https://www.mined.gob.sv/paes/2016/Boletines%20PAES%202015/Bolet%C3%ADn%20%20PAES%202015%20MATEMATICA.pdf>

Ministerio de Educación de El Salvador [MINED]. (2016). Boletín de Resultados PAES 2016, p.1-54 Obtenido de <https://www.mined.gob.sv/paes/2016/boletines%202016/Bolet%C3%ADn%20Informativo%20PAES%202016%20vf.pdf>

Ministerio de Educación de El Salvador [MINED]. (2017). Boletín de Resultados PAES 2017, p.1-64 Obtenido de <http://www.mined.gob.sv/paes/2017/boletines/Bolet%C3%ADn%20Informativo%20PAES%202017.pdf>

Ministerio de Educación de El Salvador [MINED] .(2018a). *Matemática: Tercer ciclo de Educación Básica* (Programa de estudio).San Salvador, El Salvador

Ministerio de Educación de El Salvador [MINED]. (2018b). *Guía Metodológica. ESMATE* . San Salvador. pp 1-2

Monzón León, C. A. (2015). "Factores sociales que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del primer año semestre 2014-II de la Escuela Profesional de odontología de la Una Puno" (Trabajo de grado). Puno, Perú: Universidad Nacional del Altiplano Puno, Facultad de Ciencias de la Salud, Escuela profesional de odontología.

Ospitalethe-Borgman, E. & Martínez Luaces, V. (2012). La matemática como idioma y su importancia en la enseñanza y aprendizaje del cálculo. *Números. Revista de Didáctica de las matemáticas*.URL: <http://www.oei.es/historico/cienciayuniversidad/spip.php?article2923>

Palencia de Montañez, A., & Talavera de Vallejo, R. (Enero-Junio de 2004). Estrategias innovadoras para la comprensión del lenguaje matemático. "*Revista ciencias de la educación*", 1 (23) pp. 47-60. Venezuela, Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencias de la Educación.

Pérez Trujillo, A.R, Pérez Hernández, A.D & Hernández Pérez, H. (2013). Secuencia didáctica para facilitar la aritmética y el álgebra. "*Acta latinoamericana de matemática educativa*", 26, pp.863-865.

Pulgarin, J.A. (2015). Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 –12 años. Colombia, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias.

Rojas, P. J., Rodríguez, J., Romero, J.H., Castillo, E., & Mora, L.O. (1999). "La transición aritmética-álgebra". Colombia: Grupo Editorial Gaia. pp 13,16-18, 32

Santa Santa, W.A. (2014). "ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE QUE FOMENTEN EL INTERES POR LAS MATEMATICAS EN LOS ALUMNOS DEL

GRADO NOVENO DE LA INSTITUCION EDUCATIVA CONSEJO MUNICIPAL DE ITAGÜI, APARTIR DE LOS INTERESES DEL ESTUDIANTE" (Tesis Maestria). Colombia: Universidad Nacional de Colombia, sede Medellin.

Schunk, D. H. (2012). "Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa". México: PEARSON.

Treviño Villarreal, E., & Treviño González, G. (2003). *Factores Socioculturales Asociados al Rendimiento de los Alumnos al Término de la Educación Primaria: Un Estudio de las Desigualdades Educativas en México*.p 72-86

# **ANEXOS**

## Anexo 1: Test al estudiante

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE

PLANES ESPECIALES

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

N°: \_\_\_\_\_



### TEST DEL LENGUAJE MATEMÁTICO

Objetivo: Analizar el desarrollo del lenguaje matemático en el proceso de aprendizaje del álgebra en los estudiantes del octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018.

#### PARTE I DATOS GENERALES

CENTRO ESCOLAR:					
GRADO:	SECCION:	EDAD:	GENERO	M <input type="checkbox"/>	F <input type="checkbox"/>
NOMBRE DEL DOCENTE:					

#### PARTE II EJERCICIOS

**INDICACIÓN:** A continuación, se le presenta una serie de problemas a resolver, de acuerdo a su conocimiento, indique con una "X" la respuesta correcta según corresponda en cada ítem.

- 1) Si  $a = 6$  y  $b = 3$ , la operación  $a + b$  tiene como resultado  
Opción (1)  3      Opción (2)  4      Opción (3)  9      Opción (4)  11
- 2) Sabiendo que:  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ , ¿Cuál es el resultado de la siguiente expresión:  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$   
Opción (1)   $\left(\frac{6}{9}\right)$       Opción (2)   $\left(\frac{3}{2}\right)$       Opción (3)   $\left(\frac{27}{8}\right)$       Opción (4)   $\left(\frac{8}{27}\right)$
- 3) Si se sabe que  $(a^m)^n = (a)^{m \cdot n}$ , ¿cuál es el resultado de la siguiente expresión?  $(-3^2)^5$   
Opción (1)   $-3^7$       Opción (2)   $3^7$       Opción (3)   $-3^{10}$       Opción (4)   $3^{10}$
- 4) El área del rectángulo está dado por la expresión  $A = \text{base} \times \text{altura}$ . La expresión que representa el área de la siguiente figura es:
- A rectangle with a vertical height of 5 and a horizontal width of  $x + 3$ .
- Opción (1)   $A = x + 8$       Opción (2)   $A = 5(x + 3)$   
Opción (3)   $A = 5x + 3$       Opción (4)   $A = 2x + 16$

5) En la expresión “ $-6b$ ”, el coeficiente y la variable son:

Opción (1)  Coeficiente:  $-6$   
Variable:  $b$

Opción (2)  Coeficiente:  $6$   
Variable:  $b$

Opción (3)  Coeficiente:  $1$   
Variable:  $6b$

Opción (4)  Coeficiente:  $b$   
Variable:  $6$

6) ¿Cuántos términos tiene la expresión  $-3a + 7b - 1$ ?

Opción (1)  3

Opción (2)  2

Opción (3)  1

Opción (4)  5

7) Expresión que representa el enunciado “*doble de un número*”

Opción (1)   $x + 2$

Opción (2)   $\frac{x}{2}$

Opción (3)   $x^2$

Opción (4)   $2x$

8) Expresión que representa “*el triple de un número aumentado en cinco*”

Opción (1)   $3(x + 5)$

Opción (2)   $3x + 5$

Opción (3)   $x^3 + 5$

Opción (4)   $5x^3$

9) Expresión que representa “*el cuadrado de un número aumentado en siete*”

Opción (1)   $\frac{x}{2} + 7$

Opción (2)   $2(x + 7)$

Opción (3)   $2x + 7$

Opción (4)   $x^2 + 7$

10) La expresión  $\frac{x}{3} - 2$  representa:

Opción (1)  El triple de un número disminuido en dos

Opción (2)  El cubo de un número disminuido en dos.

Opción (3)  La tercera parte de un número disminuido en dos.

Opción (4)  Ninguno de los anteriores.

11) La expresión  $x^3 - 2x$  representa:

Opción (1)  La tercera parte de un número disminuido en el doble del mismo número.

Opción (2)  El triple de un número disminuido en el cuadrado del mismo número.

Opción (3)  El cubo de un número disminuido en el doble del mismo número.

Opción (4)  El cubo de un número disminuido en el cuadrado del mismo número.

12) La operación  $4a+5b - (7a-9b)$  tiene como resultado:

Opción (1)   $-3a+14b$

Opción (2)   $3a+14b$

Opción (3)   $3a-14b$

Opción (4)   $-11a+14b$

13) La edad de Andrea dentro de 10 años será de 30. Considerando que la edad está dada por la expresión  $x+10=30$  ¿Cuántos años tiene Andrea?

Opción (1)  30

Opción (2)  40

Opción (3)  20

Opción (4)  50

14) ¿Cuántos niños hay en una clase de 36 estudiantes, si entre niños y niñas, el número de niñas es tres veces superior al de niños? Dado que el enunciado anterior se representa por la ecuación  $x+3x=36$

Opción (1)  9

Opción (2)  18

Opción (3)  32

Opción (4)  Ninguna de las anteriores

## Anexo 2: Encuesta al estudiante

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**  
**FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE**  
**PLANES ESPECIALES**  
**LICENCIATURA EN EDUCACIÓN ESPECIALIDAD MATEMÁTICA**  
**ENCUESTA DEL LENGUAJE MATEMÁTICO**



Nº: \_\_\_\_\_

Objetivo: Analizar el desarrollo del lenguaje matemático en el proceso de aprendizaje del álgebra en los estudiantes del octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018

PARTE I DATOS GENERALES							
CENTRO ESCOLAR:							
GRADO:	SECCIÓN:	EDAD:	GENERO: M	<input type="checkbox"/>	F	<input type="checkbox"/>	
NOMBRE DEL DOCENTE:							
PARTE II PREGUNTAS							
<p><b>INDICACIONES.</b> A continuación, se le presentan una serie de ítems a calificar de acuerdo a su experiencia como estudiante en la asignatura de matemática dentro y fuera del aula. La escala que se presenta corresponde a: 1 MUY MALA, 2 MALA, 3 REGULAR, 4 BUENA, 5 MUY BUENA. Indica con una "X" según su criterio.</p>							
	Nº	Item	ESCALA				
			1	2	3	4	5
Protagonismo del estudiante	1	Trabajo en equipo en la clase de matemática					
	2	Trabajo individual en resolución de problemas					
	3	Rendimiento académico en la asignatura					
	4	Interés por la matemática (Identificación de importancia práctica en la vida diaria)					
	5	Participación personal en clase de matemática					
Rol docente	6	Frecuencias y calidad de espacios de consultas					
	7	Comunicación de el/la profesor/a con alumnos					
	8	Supervisión de resolución de ejercicios durante la clase					
	9	Revisión de tareas					
	10	Puntualidad de tu profesor/a					
Ambiente en el aula	11	Armonía en el aula durante la resolución de problemas					
	12	Orden en la clase					
	13	Relación entre tus compañeros					
	14	Relación con tu profesor					



### Anexo 3: Guía de observación

**Universidad de El Salvador**  
**Facultad Multidisciplinaria de Occidente**  
**Planes Especiales**  
**Licenciatura en Educación especialidad Matemática**  
**Guía de observación**

Nº: \_\_\_\_\_



Objetivo: Analizar el desarrollo del lenguaje matemático en el proceso de aprendizaje del algebra en los estudiantes del octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucia del departamento de Santa Ana, año 2018.

Fecha: \_\_\_\_\_

Cantidad de estudiantes observados: M F

Nivel: \_\_\_\_\_

Cantidad de estudiantes ausentes: M F

#### Datos generales

Nombre del Centro Escolar: \_\_\_\_\_

Hora: \_\_\_\_\_ a \_\_\_\_\_ Tema visto en clase: \_\_\_\_\_

Jornalización		Nunca	Casi nunca	A veces	Siempre
Preparación	1	Unidad y tema desarrollado acorde a fecha planificada			
	2	Uso de guía metodológica			
	3	Trabajo con los libros ESMATE			
	4	Uso de material concreto			
	5	Prepara material adicional (presentaciones digitales, carteles, etc.) para la clase			
Secuencia de clases		Nunca	Casi nunca	A veces	Siempre
Iniciación	6	El docente se presenta puntualmente al salón de clases			
	7	Saluda a los estudiantes al entrar al salón			
	8	Se da a conocer el tema y los objetivos de la clase			
	9	Indica la importancia del tema para la formación profesional			
	10	Realiza refuerzo del tema anterior			
	11	Actividades introductorias como lluvia de ideas, preguntas dirigidas, etc., para verificar saberes			

Observaciones adicionales \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Secuencia de clases		Nunca	Casi nunca	A veces	Siempre	
Desarrollo	12	Sigue la secuencia: problema inicial, solución del problema inicial, conclusión, problemas y ejercicios del libro ESMATE				
	13	Sigue otra secuencia diferente a la indicada en ESMATE				
	14	Relaciona los ejemplos con problemas de la vida cotidiana				
	15	Muestra dominio en el contenido expuesto				
	16	Utiliza conceptos propios del lenguaje matemático en el discurso				
	17	El discurso es comprensible				
	18	Explica los conceptos no comprendidos				
	19	Enfatiza en la comprensión del lenguaje matemático				
	20	Hace preguntas para verificar si hay comprensión del tema				
	21	Pide a los y las estudiantes que pase a resolver ejercicios en la pizarra				
	22	Permiten interrupciones para preguntas				
	23	Hace uso de recursos adicionales para la explicación				
	24	Los ejercicios se resuelven de forma individual				
	25	Los y las estudiantes resuelven problemas de la vida cotidiana, sin dificultad.				
26	Los y las estudiantes se acercan al docente para consultar sus dudas					
Conclusión	27	Verifica las respuestas obtenidas por los y las estudiantes				
	28	En plenaria se justifican los diferentes resultados que se han obtenido				
	29	El docente resuelve los ejercicios de forma directa				
	30	Se revisan los ejercicios que fueron resueltos en clase				
	31	Asigna tareas				
	32	Los y las estudiantes manifiestan al docente sus impresiones sobre el tema				

Observaciones adicionales \_\_\_\_\_

---

---

Convivencia y disciplina			Nunca	Casi nunca	A veces	Siempre
Ambiente	33	El docente mantiene control sobre el grupo				
	34	Se muestran la mayoría de estudiantes indiferentes ante la materia				
	35	El docente interactúa de forma amistosa con los estudiantes				
	36	Los y las estudiantes se acercan con confianza ante el docente				

Observaciones adicionales \_\_\_\_\_

---

---

## Anexo 4: Entrevista docente

**Universidad de El Salvador**

**Facultad Multidisciplinaria de Occidente**

**Planes Especiales**

**Licenciatura en Educación especialidad Matemática**



### Entrevista docente

Objetivo: Analizar el desarrollo del lenguaje matemático en el proceso de aprendizaje del álgebra en los estudiantes del octavo grado de educación básica del Centro Escolar Napoleón Ríos, Centro Escolar Doctor Humberto Quinteros y Centro Escolar Santa Lucía del departamento de Santa Ana, año 2018.

Lugar y fecha: \_\_\_\_\_ Hora: \_\_\_\_\_

#### Datos generales

Edad: \_\_\_\_\_ Sexo: M  F

Nombre del Centro Escolar: \_\_\_\_\_

Cargo que desempeña: \_\_\_\_\_

Especialidad según título universitario: \_\_\_\_\_

#### Introducción

Este instrumento es aplicado a los docentes que forman parte de los centros escolares que son parte de la población investigada. Los datos recolectados servirán para explicar el comportamiento del proceso de aprendizaje del álgebra y principalmente la incidencia del lenguaje matemático en el mismo.

#### Preguntas

##### *Sección I. Planificación*

1. ¿Qué bibliografía usa para planificar sus clases?

Santillana

Servicios educativos

ESMATE

Otros:

---

---

2. Ha realizado alguna adecuación en las unidades del programa de contenidos

Cambio de orden en las unidades

Fusión de temas

Agregar temas a la unidad

Otros:

---

¿Por qué?

---

---

### **Sección II. Aspectos de clase**

3. ¿Cuáles recursos didácticos utiliza en sus clases?

Tecnológicos (dispositivos móviles, proyector de cañón, Computadora)

Libros de texto

Material lúdico

Otros:

---

---

4. Indique la o las estrategias metodológicas que utiliza para el desarrollo de la clase

Resolución de problemas

Algoritmos

TIC'S

Otros:

---

---

5. Métodos de verificación del trabajo de los y las alumnos/as tanto individual como grupal:

Revisión de ejercicios

Monitoreo del trabajo

Cuestionamiento sobre conocimiento aplicado

Otros:

---

---

6. Momento en que los estudiantes le abordan para consultas

Inicio de la clase

Durante la clase

Final de la clase

En cualquier momento

### ***Sección III. Desarrollo del Lenguaje Matemático***

7. Debilidades observadas en el proceso de transición de aritmética – álgebra

Traducción a lenguaje algebraico

Operaciones con letras

Lectura de símbolos matemáticos

Otros:

---

---

8. ¿De qué forma busca minimizar dichas dificultades?

Cambio de metodología

Actividades de refuerzo

Tutorías

Otros:

---

---

9. ¿Utiliza alguna ilustración de tipo geométrico para explicar conceptos algebraicos?

SI

NO

¿Por qué?

---

---

10. ¿Utilizan los y las estudiantes conceptos propios de matemática cuando se les pide explicar la solución que han dado?

SI

NO

¿Cómo?

---

---

11. Nivel de interés observa en sus alumnos/as mientras se desarrollan temas algebraicos

Mucho

Poco

Nada

¿Por qué?

---

---

12. ¿Considera que sus estudiantes reconocen la utilidad práctica del lenguaje matemático dentro del algebra?

SI

NO

¿Por qué?

---

---

13. ¿Cómo busca motivar en la asignatura a sus estudiantes para que trabajen activamente?

Ponderaciones extra

Exoneración de ciertas actividades

Utilidad en niveles superiores

Otros:

---

---



### Anexo 5: Cronograma de Actividades

ACTIVIDAD	Marzo 2018	Abril 2018	Mayo 2018	Junio 2018	Julio 2018	Agosto 2018	Septiembre 2018	Octubre 2018	Noviembre 2018	Diciembre 2018	Enero 2019	Febrero 2019	Marzo 2019	Abril 2019	Mayo 2019	Junio 2019	Julio 2019	Agosto 2019	Septiembre 2019	Octubre 2019
Revisión de tema	■																			
Selección de nuevo tema	■																			
Problemática de la investigación	■	■																		
Marco teórico			■																	
Marco Metodológico				■																
Entrega de protocolo					■															
Recepción de protocolo con observaciones					■															
Entrega de protocolo corregido						■														
Recepción de protocolo revisado						■														
Otras correcciones							■													
Defensa de protocolo							■													
Correcciones de protocolo.								■												
Administración de instrumentos de recolección de datos								■	■											
Análisis de datos										■	■	■	■	■	■	■	■			
Entrega de trabajo final																		■		
Defensa final																			■	
Entrega de ejemplar																				■

Fuente: Elaboración propia.