UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

"AJUSTE ANALITICO DE AEREOTRIANGULACION"

TESIS

PRESENTADA POR

RENE NARVAEZ MORALES

PREVIA A LA OPCION DEL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

ENERO DE 1965

SAN SALVADOR EL SALVADOR CENTRO AMERICA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

RECTOR

Dr. Fabio Castillo Figueroa.

SECRETARIO

Dr. Mario Flores Macall.

FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

DECANO

Ing. León Enrique Cuéllar.

SECRETARIO

Ing. Alonso García Rivera.

DIRECTOR ESCUELA INGENIERIA CIVIL

Ing. Jorge Ernesto Campos

Primer Examen Privado

Ing. Fausto Ernesto Velasco

Ing. René Barbier

Ing. Octavio Osegueda

Segundo Examen Privado

Ing. Eduardo Bolaños

Ing. Néstor Martínez

Ing. Manuel Zelaya Castro

Revision de Tesis

Ing. René Barbier

Ing. Roberto López Meyer

Ing. Rodolfo Morales

I N D I C E

R E S U M E N

Una breve exposición de la Aereotriangulación fotogramétrica y 2 - métodos de ajuste analítico de las coordenadas de faja con ayuda de una computadora IBM-1620. En el apéndice se incluyen algunos principios so bre computación electrónica y lenguaje Fortran para 1620.

INTRODUCCION

El objetivo esencial de este trabajo es exponer una de las aplicaciones más útiles de la computadora electrónica en el campo de la Fotogrametría Analítica, en donde esta modalidad de cálculo es indispensable por cuanto la complejidad y cantidad de operaciones involucradas son realmente considerables.

Los métodos analíticos en Fotogrametría habían sido considerados como imprácticos en el pasado y su estudio se relegaba al plano académico a pesar de que se reconocía su potencial importancia; actualmente la sistematización electrónica ha permitido su completo aporte al plano práctico, en tal forma, que las instituciones dedicadas a labores Fotogramétricas explotan este poderoso auxiliar planteando sin ninguna reserva las más sofisticadas soluciones a los diferentes problemas, considerando que su complejidad ya no es un obstáculo insalvable.

Las aplicaciones del cómputo electrónico rebasan ahora los límites de la imaginación; cualquier proceso que implique una serie de operaciones sistemáticas es objeto de automatización en una computadora, sin importar siquiera la naturaleza del mismo: Productividad Industrial, Ingeniería, Química, Física, Balística, Literatura, Medicina, etc. etc.

En Ingeniería Civil particularmente, la computadora cumple su cometido con ventajas indiscutibles sobre los procedimientos tradicionales, reportando increíbles economías en tiempo y personal. Por otra parte, una vez establecido con seguridad el sistema, se puede tener absoluta confianza en la exactitud de los resultados conseguidos, siempre que la información básica sea correcta y adecuada.

Las aplicaciones comerciales son no menos útiles e interesantes, pues se comprende que si bien este campo trabaja con métodos matemáticos sencillos que raramente exceden las cuatro operaciones fundamentales, la cantidad de información que normalmente se maneja es considerable y su procesamiento manual es laborioso e impráctico.

Específicamente, me propongo explicar la solución analítica del ajuste de la Aereotriangulación tal como ha sido puesta en práctica en la Dirección General de Cartografía de El Salvador, tomando como base las experiencias de dos instituciones dedicadas a la investigación Fotogramétrica. La citada dependencia había venido utilizando el ajuste por medios gráficos, de acuerdo a un método establecido por el Army Map Service[1]; la adquisición de una computadora digital IBM-1620 permitió abandonar esa modalidad y acometer la programación del ajuste de acuerdo con las teorías expuestas en los boletines técnicos del "U. S. Coast and Geodetyc Survey" y "The National Research Council of Canada".

Diversos criterios existen para realizar el ajuste, entre ellos el

1- Ver referencia (6)

método de Harris[2], el de Schut[3], el de Perks[4], el de Ackermann[5] y --- otros; de éstos he programado los 2 primeros y por tanto serán los que consigne en las páginas siguientes.

2- Ver referencias (1) y (9)

3- Ver referencia (2) y (3)

4- Ver referencia (4)

5- Ver referencia (5)

AEREOTRIANGULACION

Expondré brevemente los principios de este proceso fotogramétrico antes de explicar las soluciones antes mencionadas.

El procedimiento usual en la investigación fotogramétrica de una región es el de cubrir fotográficamente la misma por medio de fajas paralelas y lateralmente traslapadas, las cuales deben satisfacer los requerimientos exigidos por el proyecto. El control terrestre es un factor básico en la consecución de los fines deseados y por tanto debe cumplir con especificaciones de exactitud y densidad; es evidente que estas 2 características elevan el costo de las operaciones terrestres y por tanto la densidad del control debe reducirse a un mínimo tal que permita la solución fotogramétrica deseada dentro de los límites de exactitud prefijados.

La Aereotriangulación tiene precisamente la finalidad de economizar control terrestre, proporcionando la posición y elevación terrestre de todos los puntos necesarios para la orientación absoluta individual de cada modelo estereoscópico de la faja. En general, a cualquier objeto cuya imagen aparezca en las fotografías podrá deducírsele sus 3 coordenadas y cuando su función específica sea la de servir como punto de control, se denomina comunmente "punto de paso"; en estas circunstancias los detalles a ser utilizados como tales deberán ser caracteres sobresalientes del terreno con objeto de que su identificación pueda hacerse de manera inequívoca; además se trata de que se encuentren convenientemente ubicados para que el modelo estereoscópico esté controlado de manera uniforme y puedan utilizarse en modelos adyacentes.

Básicamente, la materia prima para realizar una Aereotriangulación consiste en:

a) Las fotografías a una escala conveniente de la faja o fajas de terreno a ser investigadas, obtenidas en una misión fotográfica ejecutada con una cámara aereofotogramética de alta precisión.

b) La posición y elevación de los puntos que constituyen el control terrestre horizontal y vertical, cuyas imágenes aparecerán claramente identificadas en las fotografías (para evitar cualquier confusión al identificarlos se prefiere marcarlos convenientemente en el terreno antes del vuelo fotográfico[1]).

En la D.G.C. la posición horizontal se determina en el sistema de proyección Lambert por medio de poligonales de 3er. orden apoyadas en vértices de triangulación de la Red Nacional y las elevaciones se referencian al nivel medio del mar a través de circuitos de 3er. orden.

El proceso general puede dividirse en 2 etapas diferenciadas esen-

1- En la D.G.C. este marcaje se logra rodeando el mojón respectivo con un círculo de cal de 0.60 m. de diámetro.

cialmente por la naturaleza de sus operaciones:

1a. Orientación relativa sucesiva de todos los modelos de la faja en un aparato de restitución de 1er. orden, acompañado del registro numérico de las coordenadas que el instrumento asigna en su propio sistema a los puntos de control y a los puntos de paso.

2a. Ajuste gráfico o analítico del producto de la etapa anterior, lo cual dará por resultado las coordenadas en el sistema de proyección usado de todos aquellos puntos cuyas coordenadas de instrumento hayan sido registradas en la primera fase.

1o. ORIENTACION RELATIVA.

Un aparato de restitución fotogramétrica o Autógrafo[1], es usado para conseguir este objetivo; el que se utiliza en la D.G.C. es un WILD A-7 y está provisto de un lector electrónico de coordenadas que las imprime automáticamente a través de una máquina de escribir acoplada al instrumento. Este dispositivo anula por completo la posibilidad de un mal registro manual, permitiendo además un significativo ahorro en tiempo. En lugar de este impresor se puede utilizar un mecanismo que respondiendo a los mismos impulsos que accionan al primero, perfora en tarjetas la información que podrá ingresar directamente a la 2a. etapa sin más intervención humana, con la cual se expedita la operación y se elimina otra fuente posible de error, cual es la perforación manual.

Antes de exponer en detalle la secuencia de la primera etapa, aclararé algunos conceptos que se utilizarán en adelante.

El aparato de restitución está diseñado esencialmente para reconstruir las posiciones relativa y absoluta que ocuparon los planos de proyección fotográfica en el instante de la exposición, con objeto de reconstruir gráficamente la superficie terrestre u obtener las coordenadas de cualquier imagen; para tal efecto tiene dos proyectores a través

1- Omito la descripción de un Autógrafo porque escapa a la finalidad del trabajo; en los catálogos respectivos se encuentra detallada su constitución óptica y mecánica.

de cuyos oculares puede observarse un par de diapositivas colocadas en los portaplacas.

Si el par corresponde a dos fotografías sucesivas que tienen una cierta área en común o traslape, es posible conseguir la visión estereoscópica del modelo resultante si se logra que los rayos conjugados se intersecten; en el Autógrafo se sigue un procedimiento iterativo o de aproximaciones sucesivas para cumplir esta condición imprimiendo diferentes desplazamientos y ladeos a las placas hasta que el observador perciba el relieve del terreno. La operación así descrita se denomina precisamente orientación Relativa del par estereoscópico y es bueno mencionar que tal proceso puede ejecutarse también mediante un comparador y una computadora, automatizando por completo la Aereotriangulación[1]. Esto no ha sido posible con la computadora de la D.G.C. por razones de capacidad en memoria y por eso la primera etapa se realiza en el aparato de restitución mencionado; por otra parte la Aereotriangulación Analítica envuelve tan extensa cantidad de cálculo que el programa deberá ser cuidadosamente elaborado para que resulte verdaderamente eficiente y digno de ponerse en práctica[2].

Una vez concluída la orientación relativa de un par o modelo este-

1- Ver referencia (7)

2- Véase la tesis del Ingeniero Luis Andreu Ruiz "A Study of the Efficiency of a Computer Program for the Solution of Aereotriangulation Blocks".

reoscópico, se procede a orientarlo absolutamente y esto consiste en llenar la condición de que los rayos conjugados se intersecten efectivamente en la posición que ocupan en la superficie terrestre los puntos de que provienen. Básicamente esto se logra ploteando los puntos de control en proyección horizontal sobre la hoja de restituciones y tratando de que el Autógrafo proyecte las imágenes de los mismos en las posiciones ploteadas; además, las elevaciones leídas en el indicador de alturas del instrumento, deberán diferir de las del campo (que se consideran verdaderas), en una cantidad aceptable[1].

Al tener satisfechas las 2 orientaciones, estamos en capacidad de restituir completamente el modelo y de leer las coordenadas de máquina de cualquier imagen requerida, las cuales son fácilmente traducidas a cualquier sistema plano.

Ahora pasaré a explicar lo que constituye en sí la primera etapa y partiremos del momento en que se dispone del juego de fotografías de la faja, procediendo a dar los siguientes pasos:

a) Selección de los detalles que servirán como puntos de control

1- Las discrepancias permisibles, tanto en posición como en elevación, son establecidas en función de la precisión del trabajo que se realiza y del instrumental y condiciones en que se desarrolla el proceso completo, de manera que las tolerancias no pueden ser prefijadas en forma genérica.

auxiliares (puntos de paso) los cuales son convenientemente -- marcados en las fotografías. Los argumentos que decidirán su elección son: su visibilidad, que facilitará su identificación en el trabajo subsiguiente y su ubicación en la faja. En cuanto a esto último, recordemos que el traslape usual entre 2 fotografías sucesivas es más o menos del 60%, así que la primera y la tercera tendrán todavía una banda común del 20% aproximadamente; en esta zona triple el fotográmetra elige los puntos necesarios, con objeto de que puedan servir posteriormente para la orientación de dos modelos adyacentes.

b) Orientación del primer modelo de la faja con el control terrestre disponible. En realidad la Aereotriangulación puede ser comenzada con una orientación absoluta incompleta o arbitraria, pero la experiencia ha demostrado que se obtienen probres re-- sultados cuando el primer modelo no está absolutamente orientado[1].

En la D.G.C. se adopta la práctica de disponer al principio de la faja por lo menos de dos puntos de control terrestre de posición y elevación conocidas que permiten fijar la escala correcta del primer modelo y su posición con respecto al terreno. Inmediatamente se procede a

1- Las pruebas efectuadas en este sentido en el Bristish Columbia Surveys and Mapping Branch con una faja denominada "Savona Test Range" demostraron este hecho. Ver referencia (4).

integrar el segundo modelo, se reemplaza la primera placa por la tercera y se orienta relativamente a la segunda manteniendo fijos los elementos de orientación de esta última. Cuando se ha conseguido la visión estereoscópica del par, se trata de mantener la escala haciendo que las elevaciones de dos o tres puntos sean iguales a las registradas en el precedente. De esta manera se continúa trasfiriendo los elementos de orientación de modelo en modelo hasta completar la faja, registrando en cada uno las coordenadas x, y, z de los puntos de control y de los auxiliares marcados en el paso (a). Si en el transcurso de esta operación se van proyectando los puntos de control en una hoja a través del coordinatografo del aparato, en la cual se encuentren ploteadas sus verdaderas posiciones a la misma escala, podrá tenerse una representación gráfica de las discrepancias o errores planimétricos introducidos por la adición de modelos sin más control que la posición conseguida para el anterior.

Como producto final de esta etapa tendremos una serie de valores para la posición horizontal-vertical de los puntos de control y auxiliares, en milímetros para la primera y metros para la segunda.

El eje X del Autógrafo es paralelo a la línea que une los puntos principales de las dos primeras fotografías, por lo que es conveniente, antes de comenzar la primera fase de la Aereotriangulación, superponer todas las fotografías de la línea de vuelo encima de una hoja en la que se van marcando los puntos principales de aquéllas; se obtendrá de esta manera una poligonal, que en algunos casos puede acusar una curvatura suficiente para agotar el rango de las Y en el Autógrafo. Para evitar esta situación, se procede a marcar una línea que una los extremos de la poligonal y tener así, una dirección para el eje X que permita trabajar sin problemas en el Autógrafo: cuando se coloque el primer par estereoscópico deberá lograrse que el eje X sea paralelo a esta línea, dando una rotación "Kappa" inicial a la primera placa.

2o. AJUSTE ANALITICO DE LAS COORDENADAS DE INSTRUMENTO POR EL METODO DE HARRIS[1].

En esta fase se pretende ajustar o corregir las coordenadas instrumentales conseguidas en la procedente para transformalas luego al sistema geodésico.

En el proceso anteriormente descrito se introducen, como en cualquier otro de la misma naturaleza, dos clases de errores: accidentales y sistemáticos. Los segundos pueden corregirse puesto que de antemano conocemos su naturaleza y el comportamiento de sus causas. El ejemplo sencillo de la medida de una distancia con cinta nos enseña que las variaciones en temperatura, tensión e inclinación producirán un resultado erróneo que fálcimente puede ser compensado en función de las observaciones pertinentes. Pero ocurren también, en ambas situaciones, los llamados errores accidentales cuya influencia no podemos controlar al final porque no conocemos su intensidad ni dependencia.

En la fase instrumental de una Aereotriangulación se introducen errores sistemáticos cuyas causas básicamente pueden reducirse a:

1. Transferencia de escala
2. Transferencia de acimut o dirección de la faja
3. Ladeo transversal
4. Ladeo longitudinal

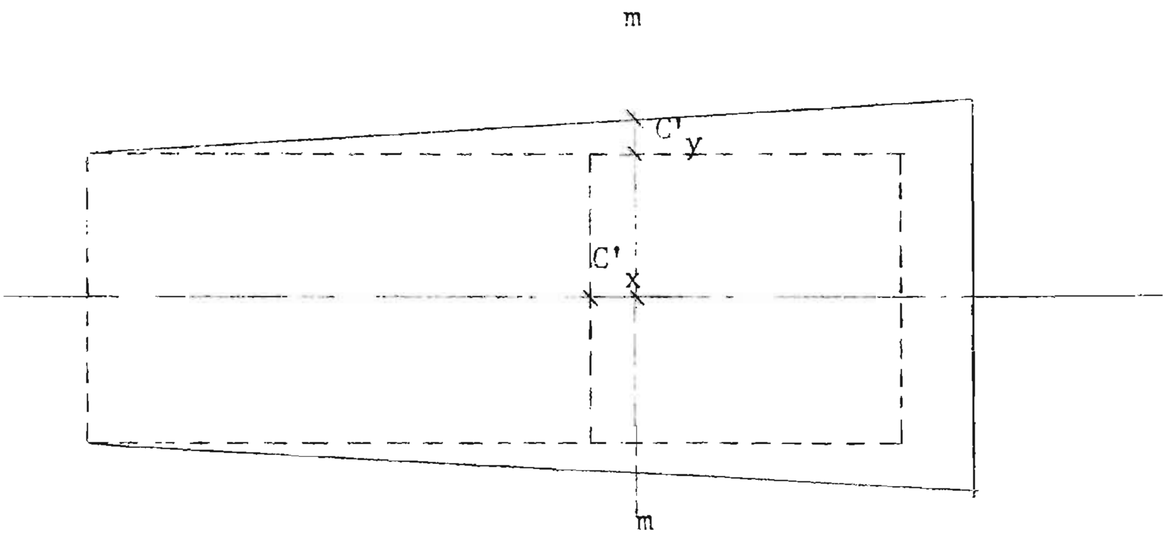
1- Ver referencias (1) y (9)

5. Curvatura terrestre
6. Distorsión de la película y las lentes
7. Refracción atmosférica[1]

En el método de Harris se desliga el análisis de los errores planimétricos de los altimétricos a pesar de que se reconoce su interdependencia y la posibilidad de un enfoque espacial del problema. Comenzaré entonces por tratar el ajuste planimétrico u horizontal en donde las causas determinantes son las dos primeras: escala y acimut.

a) AJUSTE HORIZONTAL SEGUN HARRIS

Supongamos una faja sin error de acimut y con un error de escala sistemático que causa en la sección m-m las desviaciones mostradas:



La corrección C'_x se expresa como una función:

$$C'_x = f(x)$$

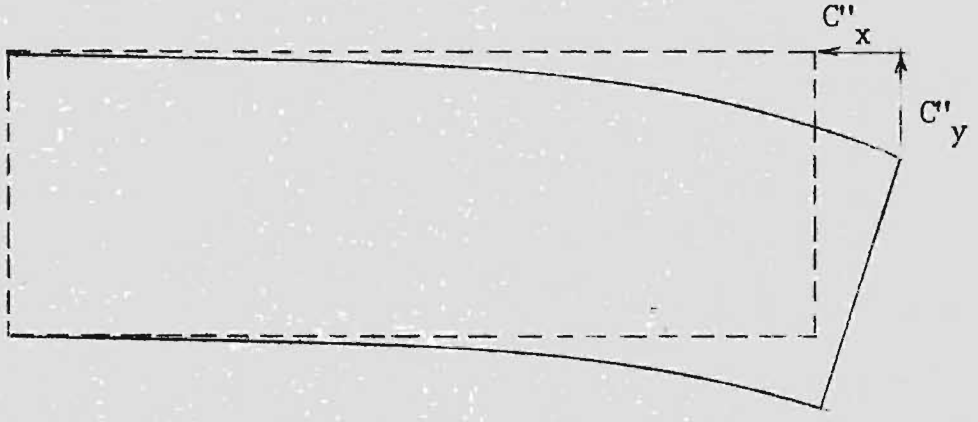
1- Para una discusión detallada de las dos últimas causas, véase la referencia (7).

y la designaremos "prima" porque tenemos pendiente la corrección debida al error en Acimut.

Como el cambio de escala es el mismo en un modelo cualquiera, su error será igual en cualquier dirección de manera que podemos expresar la corrección correspondiente a la coordenada "y" de la siguiente manera:

$$C'y = f'(x).y$$

Ahora analicemos una faja cuya dirección es errada pero su escala se ha conservado correcta.



La corrección en "y" representada por la curva que adopta el eje de vuelo puede expresarse así:

$$C''_y = g(x)$$

de aquí podemos escribir la corrección correspondiente a x:

$$C''_x = - g'(x).y$$

Con las correcciones parciales, se obtendrán las totales a ser aplicadas a cada coordenada horizontal:

$$C_x = C'_x + C''_x = f(x) - g'(x).y$$

$$C_y = C'_y + C''_y = f'(x).y + g(x)$$

Queda todavía pendiente el problema de encontrar el tipo de fun-- ción que liga las correcciones primarias con las abcisas o sea la de-- pendencia matemática del fenómeno. En el Ajuste Gráfico se interpola mecánicamente una curva para cada corrección[1] y el método de Harris propone que los polinomios de 2o. y 3er. grado son suficientes para conseguir una representación razonable:

$$f(x) = a_o + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

y las correcciones totales pueden anotarse de la siguiente manera:

$$Cx = a_o + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 - (b_1 + 2b_2x).y$$

$$Cy = b_o + b_1x + b_2x^2 + (a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2).y$$

Ahora solamente resta encontrar las constantes que integran estas expresiones, lo cual se logrará precisamente con las discrepancias, que acusen los puntos de control; una vez conseguido esto, a cada lectura "x" e "y" aplicaremos la corrección correspondiente para tener los valores compensados.

1- Ver referencia (6)

Para establecer las desviaciones en el control es necesario referir los sitemas de coordenadas terrestre y de Autógrafo a uno común, que en principio podría ser cualquiera de los dos. El método de Harris garantiza la dependencia antes anotada cuando el eje X de este sistema común es coincidente o por lo menos paralelo al eje de vuelo, refiriéndose como tal a la línea que une los puntos principales de las fotografías extremas de la faja. En base a esto, las coordenadas de instrumento y las de terreno se traducirán a un sistema que de ahora en adelante se llamará "Eje de Vuelo" y será en éste que plantearemos la solución total del Ajuste, para transformar finalmente a valores en proyección Lambert las coordenadas corregidas en el sistema Eje de Vuelo. Este quedará integrado en definitiva, de la siguiente manera: el eje X - X unirá los puntos principales de las fotos extremas y el eje Y - Y será normal a aquél en su punto medio; ambos ejes estarán dirigidos en las mismas direcciones que los del instrumento.

Procederemos ahora a examinar la manera como se ejecutan las transformaciones de coordenadas al sistema Eje de Vuelo.

TRANSFORMACION DE LAS COORDENADAS DEL AUTOGRAFO.

Esta transformación es del tipo linear e involucra rotación y traslación de los ejes coordenados, utilizando como argumento el hecho de que las ordenadas de los puntos principales extremos serán nulas y sus abscisas iguales, numéricamente, pero de signo opuesto en el nuevo sistema de acuerdo a la definición de éste.

La Geometría Analítica Plana proporciona las siguientes fórmulas para traslación y rotación de ejes:

$$\begin{aligned} x' &= ax - by + c \\ y' &= bx + ay + d \end{aligned} \qquad (A)$$

en donde

a, b son funciones trigonométricas del ángulo girado

c, d las constantes de traslación

x, y las coordenadas en el sistema del Autógrafo

x', y' las coordenadas en el sistema Eje de Vuelo

Designando O_1 y O_2 los puntos principales extremos tendremos:[1]

(m, n)	Coordenadas de O_1 en el sistema de Autógrafo
(p, q)	Coordenadas de O_2 en el sistema de Autógrafo
(-r, 0)	Coordenadas de O_1 en el sistema de Eje de Vuelo
(r, 0)	Coordenadas de O_2 en el sistema de Eje de Vuelo

(r representa lógicamente la mitad de la distancia entre O_1 y O_2).

$$2r = \sqrt{(m-p)^2 + (n-q)^2}$$

Sustituyendo en las ecuaciones (A) las parejas de coordenadas para O_1 y O_2, resulta:

1- Durante la 1a. etapa se leen coordenadas a estos puntos principales con objeto de utilizarlos en este cálculo.

$$r = ap - bq + c$$

$$0 = bp + aq + d$$

$$-r = am - bn + c$$

$$0 = bm + an + d$$

y de este sistema de 4 ecuaciones se deducen las cuatro constantes de transformación a, b, c, d.

TRANSFORMACION DE LAS COORDENADAS TERRESTRES

Las fórmulas (A) siguen siendo válidas para este objeto, con la única diferencia que en las constantes de rotación, se incluirá además un factor de escala promedio que reducirá el tamaño de las coordenadas terrestres:

$$\begin{aligned} X' &= AX - BY + C \\ Y' &= BX + AY + D \end{aligned} \qquad (B)$$

Como en el caso anterior, cuatro ecuaciones de condición son necesarias para determinar las cuatro incógnitas A, B, C, D y se plantean en base a la hipótesis de que las coordenas transformadas de dos puntos de control cualesquiera, uno en cada extremo de la faja, son iguales a las obtenidas mediante la transformación de los correspondientes valores de instrumento en la etapa anterior. Esta hipótesis no introduce ningún error o inexactitud pues en base a la misma se calcularán los polinomios de corrección y las fórmulas para regresar del sistema Eje de Vuelo al Lambert; su único efecto es concentrar los errores más fuertes al centro de la faja, en lugar de que permanezcan al final de la misma como resulta de la etapa instrumental.

Si en las expresiones del lado derecho de las ecuaciones (B) sustituímos las coordenadas de terreno correspondientes a los dos puntos de control mencionados y en el lado izquierdo, los valores respectivos transformados previamente del Autógrafo, conseguiremos las cuatro ecuaciones necesarias para la obtención de las constantes A, B, C, D.

Las discrepancias pueden establecerse ahora, comparando en el sistema común (Eje de Vuelo) las coordenadas (x, y) de todos y cada uno de los puntos de control terrestre provenientes de las transformaciones por separado que han sido recién anotadas:

$$\Delta x = X' - x'$$

$$\Delta y = Y' - y'$$

Con este conjunto de desviaciones Δx, Δy evaluadas para todo el control horizontal, se procede a integrar la matriz de ecuaciones de condición u observación de los polinomios de corrección en "x" e "y".

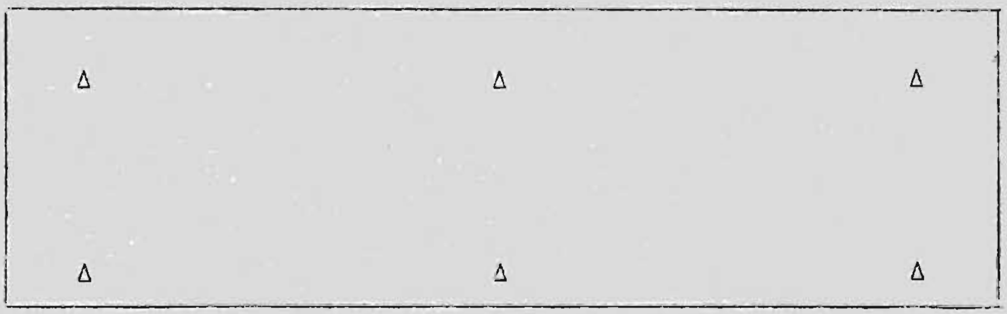
$$\begin{aligned} \Delta x &= Cx = a_o + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 - (b_1 + 2b_2 x)y \\ \Delta y &= Cy = b_o + b_1 x + b_2 x^2 + (a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2)y \end{aligned} \qquad (C)$$

en donde las coordenadas (x, y) se especifica que son las del punto en cuestión en el sistema Eje de Vuelo y que provienen de las lecturas del Autógrafo.

Como cada punto de control proporciona dos ecuaciones de condi---

ción, un mínimo de cuatro se necesita para la solución de las 7 cons--tantes a_o, a_1, a_2, a_3, b_o, b_1, b_2.

Las fajas que se someten al proceso de la Aereotriangulación disponen normalmente de más control que el mínimo apuntado y para considerarlos a todos en el cómputo, se utiliza un ajuste de mínimos cuadrados[1]. En la D.G.C. se ha adoptado una configuración standard de 6 puntos de control horizontal y vertical distribuídos aproximadamente así:



Después de resueltas las ecuaciones normales, se aplican los polinomios de corrección a las coordenadas de los mismos puntos de control con objeto de comparar las coordenadas así ajustadas con las terres---tres. De la observación de los residuos encontrados, pueden señalarse el o los puntos que por su mala identificación o cualquier otra causa, acusen fuertes discrepancias y su contribución podrá ser ignorada en un segundo ajuste.

Debo recordar que el vector solución aceptado servirá para inte--

1- Ver referencia (8).

grar las expresiones (C) en que las coordenadas (x, y) representan la posición horizontal del punto considerado, en el sistema Eje de Vuelo, provenientes de sus lecturas de Autógrafo. Una vez evaluadas las dos correcciones Cx, Cy se aplican a la pareja correspondiente (x, y) para obtener su posición correcta en el sistema Eje de Vuelo. Una transformación inversa de (B) nos producirá finalmente las coordenadas planas Lambert.

b) AJUSTE VERTICAL SEGUN HARRIS[1].

Básicamente procede de la misma manera que el anterior, pues el problema se reduce a investigar una función del tipo:

$$C_z = h(x, y)$$

en base al control vertical.

En relación a la influencia de la curvatura terrestre en las fajas Aereotrianguladas, el error inducido en "z", principalmente se debe al hecho de que el aparato de restitución considera la faja como situada en un plano horizontal y cada placa que se vaya orientando relativamente a la anterior no será afectada de la correspondiente curvatura. Para eliminar este efecto, Harris señala que en el "U. S. Coast and Geodetyc Survey" se adopta la práctica de que, previamente a la orientación de una nueva diapositiva, se ladea en el sentido de la línea de vuelo (rotación "fi") la placa que ha quedado fija en el modelo

1- Ver referencia (9)

anterior para ir reproduciendo, aproximadamente, la curvatura terres-tre. Este ladeo es función de la altura de vuelo y se calcula en 0.02 grados por cada 10.000 pies de altura[1].

La función que propone el método para relacionar la corrección altimétrica con la posición del punto considerando, no especifica los efectos que cada término corrige y, como las anteriores, es más bien producto de la experimentación con los ajustes gráficos, en donde las curvas interpoladas han sido suficientemente representadas por parábolas de 2o. y 3er. grado. Estas parábolas cuyo grado depende de la longitud de la faja[2], son representativas de los errores para los puntos que caen sobre el eje de vuelo, o sea, constituyen la traza o intersección de la superficie $C_x = h(x, y)$ con el plano XZ. Para completar la función, se considera una superficie generada por elementos lineares perpendiculares al eje X-X adoptando la forma:

$$C_z = c_o + c_1x + c_2x^2 + c_3xy + c_4y \qquad (D)$$

en que se han intercalado solamente términos cuadráticos en x. Si se quiere extender hasta el 3er. grado, se agregarán los términos en x^3 y x^2y.

Todo lo anterior es válido únicamente cuando el sistema coordenado en que se plantee (D) sea el del "Eje de Vuelo".

1- Ver referencia (9)

2- Para fajas de más de 8 modelos, el método aconseja la interpolación de una parábola con términos de 3er. grado.

En mi programa se considera una expresión exactamente igual a (D) o sea, con términos cuadráticos como máximo[1] y para la deducción de las 5 constantes, es evidente que se requieren 5 elevaciones conocidas; de la misma manera que en el ajuste Horizontal, el exceso de control vertical es tomado en cuenta por medio de un ajuste de mínimos cuadrados.

Como se deducirá fácilmente, la sencillez del método permite ajustar con rapidez una faja cuando se dispone de una Computadora Electrónica y del programa respectivo. Con toda la información expuesta elaboré un programa que logra estos propósitos, el cual se encontrará suficientemente detallado en el apéndice (C).

1- Efectivamente, en la D.G.C. las fajas Aereotrianguladas para el Catastro Nacional Rural tiene solamente 6 modelos.

AJUSTE ANALITICO SEGUN G. H. SCHUT[1].

En el N.R.C. (National Research Council of Canada) el distinguido investigador fotogramétrico G. H. Schut ha establecido un método de Ajuste que reclama más eficiencia que el anterior, por cuanto el análisis matemático involucra simultáneamente las tres dimensiones, como en realidad debe ser por la naturaleza propia del fenómeno.

En lugar de expresar las correcciones a las coordenadas fotogramétricas como funciones de posición, se transformará directamente estos valores al sistema terrestre por medio de relaciones matemáticas apropiadas que garanticen la indeformabilidad de cualquier porción pequeña de faja; estas transformaciones se denominan conformales, precisamente por esta propiedad y en la teoría de funciones de variable compleja[2] se demuestra que los requisitos para ejecutarlas pueden ser expresadas por las ecuaciones de Cauchy - Riemann:

$$\frac{\partial X'}{\partial X} = \frac{\partial Y'}{\partial Y}$$

$$\frac{\partial X'}{\partial Y} = - \frac{\partial Y'}{\partial X}$$

En donde (X' , Y') representan las transformadas de (X, Y) o, lo que es lo mismo, el primer punto es la proyección del segundo.

La propiedad de conformidad puede también expresarse por el he--

1- Ver referencias (2) y (3)

2- Ver referencia (10)

cho de que el ángulo que forman 2 curvas correspondientes cualesquiera en ambas superficies permanece invariable y que entre elementos de arco correspondientes existe la relación:

$$ds' = k\,ds$$

en donde k sólo depende de la posición del punto, independientemente de la dirección en que se tome ds.

Ahora bien, una transformación o proyección conformal de 3 variables (X, Y, Z) solamente puede ser lineal y por lo tanto no puede adaptarse a la compensación de los errores sistemáticos de la Aereotriangulación que son funciones de más alto grado.

Schut propone transformaciones conformales secuenciales a través de los diferentes planos de proyección como una aproximación racional al problema.

Las expresiones:

$$x' = a_1 + a_3x - a_4y + a_5(x^2 - y^2) - a_6(2xy) \ldots\ldots$$
$$y' = a_2 + a_4x + a_3y + a_6(x^2 - y^2) + a_5(2xy) \ldots\ldots$$

satisfacen las condiciones de conformidad en una transformación bidimensional, como puede comprobarse comparando los derivados parciales correspondientes; por tanto, expresiones análogas a las anteriores son usadas en esta alternativa restringiéndolas hasta el 2o. grado, lo cual es suficiente para las fajas normalmente Aereotrianguladas en la D.G.C.

El método comprende 2 etapas perfectamente diferenciadas:

1a. Transformación lineal tridimensional para traer la faja a -- una posición más aproximada;

2a. Transformaciones conformales secuenciales que se resumen así:

a) Transformación en las coordendas X, Z

b) Rotación del plano YZ

c) Transformación en las coordenadas Y, Z

d) Transformación en las coordenadas X, Y

1o. TRANSFORMACION LINEAL TRIDIMENSIONAL

Tiene por objeto, como se apuntó anteriormente, conseguir para la faja una posición más cercana a la verdadera a partir del producto del Autógrafo.

Los errores acumulados al final de la fase instrumental son, en algunas ocasiones, demasiado fuertes como para impedir que las trans-- formaciones conformales puedan ejecutarse con la bondad esperada y por eso se comienza por rotar los tres ejes coordenados para mejorar, en una palabra, la orientación relativa y producir un modelo más aproxi-- mado de la faja entera.

Ningún error sistemático de los enumerados al principio se corregirá con esta previsión; tal compensación se deja a las transformaciones conformales subsiguientes.

La transformación que nos ocupa involucra rotación en tres dimensiones y cambio de escala y puede expresarse así:

$$X = S(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z) + X_o$$

$$Y = S(a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z) + Y_o$$

$$Z = S(a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z) + Z_o$$

(X, Y, Z) : Coordenadas terrestres

(x, y, z) : Coordenadas de Autógrafo

(X_o, Y_o, Z_o) : Constantes de traslación

$|a_{ij}|$: Matriz rotacional

S : FActor de escala

Si convenimos en designar

X al vector de coordenadas terrestres

x al vector de coordenadas Autógrafo

X_o al vector de constantes de traslación

A a la matriz $|a_{ij}|$

se puede anotar

$$X = S.A.\ x + X_o$$

Un análisis sencillo de 3 rotaciones planas secuenciales conduce al siguiente resultado:

$$A = \begin{bmatrix} \cos\phi \cos\kappa & \operatorname{Sen}\omega \operatorname{Sen}\phi \cos\kappa + \cos\omega \operatorname{Sen}\kappa & -\cos\omega \operatorname{Sen}\phi \cos\kappa + \operatorname{Sen}\omega \operatorname{Sen}\kappa \\ -\cos\phi \operatorname{Sen}\kappa & -\operatorname{Sen}\omega \operatorname{Sen}\phi \operatorname{Sen}\kappa + \cos\omega \cos\kappa & \cos\omega \operatorname{Sen}\phi \operatorname{Sen}\kappa + \operatorname{Sen}\omega \cos\kappa \\ \operatorname{Sen}\phi & -\operatorname{Sen}\omega \cos\phi & \cos\omega \cos\phi \end{bmatrix}$$

ω = rotación alrededor del eje x

ϕ = rotación alrededor del eje y

κ = rotación alreredor del eje z

(el sentido de cada rotación se encuentra aplicando la regla del tirabuzón).

La transformación envuelve 7 incógnitas, a saber: 3 ángulos, un factor de escala y 3 constantes de traslación. Pero las ecuaciones de condición son trascendentes pues contienen funciones trigonométricas de los ángulos, por lo cual su solución se complica notablemente.

Como una primera simplificación se comenzará por eliminar el vector de traslación referenciando ambos sistemas a un origen común y como tal se elige el contro de gravedad de los puntos de control terrestre como una aproximación aceptable al centro geométrico de la faja, pues al igual que en método primero los resultados son óptimos cuando se trabaja en un sistema de coordenadas con origen en el centro de la faja (recuérdese que semejante punto se obtuvo anteriormente como el promedio de los puntos principales extremos).

El procedimiento de iteraciones o aproximaciones sucesivas es utilizado con ventaja en el caso presente para evadir el problema de las funciones trigonométricas. Una vez hecha la traslación apuntada se tendrá:

$$X = S.A.x$$

Si consideramos que los valores S y A no son todavía definitivos podemos escribir la ecuación anterior en la forma:

$$X = S(1 + dS)\ R.A.x$$

con lo cual se quiere significar que el factor (1 + dS) producirá, al multiplicar la escala disponible S, una escala más aproximada; de la misma manera, la matriz de corrección R hará lo mismo respecto a A.

Nuestro objetivo será entonces, encontrar tales factores en base al control horizontal y vertical.

Comenzado el proceso iterativo con los valores

$$A = I \text{ (matriz unidad)}$$

$$S = 1$$

o sea $$S.A = I$$

tendremos como consecuencia, que los primeros vectores transformados serán idénticos a las de máquina.

De aquí en adelante cada iteración se efectuará en 2 etapas:

a) Utilizando el control horizontal se mejorará el factor de escala y la rotación κ (alrededor del eje z).

b) Utilizando el control vertical se conseguirá las correcciones correspondientes a las otras 2 rotaciones (ω, ϕ).

Detallaré cada una de estas etapas:

a) Para evaluar el factor (1 + dS) y la matriz R disponemos de la matriz S.A. deducida de la iteración anterior, con la cual podemos calcular los vectores X de todos los puntos de control a partir de los correspondientes vectores x de instrumento. Como seguramente será diferentes de los terrestres, los distinguiremos con el subíndice j que también señalará el orden de la iteración que se está ejecutando.

Tendremos pues, para cada punto de control, 2 pares de coordenadas horizontales:

$$X, Y \quad \text{(terrestres)}$$

$$X_j, Y_j \quad \text{(transformadas)}$$

con las cuales puede plantearse las conocidas ecuaciones de rotación y cambio de escala:

$$X = aX_j - bY_j$$

$$Y = bX_j + aY_j$$

Las constantes a, b engloban una rotación κ alrededor del eje Z y un factor de escala; sus valores pueden ser deducidos tomando en cuenta todos los puntos de control por medio de un ajuste de mínimos cuadrados. De las ecuaciones normales correspondientes se deduce:

$$a = \frac{\Sigma(XX_j + YY_j)}{\Sigma(X_j^2 + Y_j^2)}$$

$$b = \frac{\Sigma(YX_j - XY_j)}{\Sigma(X_j^2 + Y_j^2)}$$

con estos valores puede ahora integrarse la matriz de corrección $(1 + dS).R$

$$(1 + dS).R = \begin{vmatrix} a & -b & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

El uno en la diagonal se debe a que el Autógrafo WILD A-7 rinde elevaciones a la escala natural pero si se presentara el caso de que se obtuvieran lecturas altimétricas a la misma escala que las planimétricas, debe ser substituído por $\sqrt{a^2 + b^2}$ que representa la corrección de escala.

Esta matriz así encontrada proporcionará la nueva matriz

$$(S.A)_j = (1 + dS).R.(S.A)_{j-1}$$

b) Las rotaciones ω, ϕ disponibles hasta ahora, será corregidas dejando invariables la escala y la rotación κ logradas en la etapa anterior.

Nuevos vectores X_j son calculados por medio de la matriz $(S.A)_j$ con el objeto de utilizarlos en esta iteración.

La ecuación

$$X = S.(1 + dS).R.A.x$$

Se simplifica a

$$X = R.S.A.x$$

porque $dS = 0$ en esta etapa

Explícitamente,

$$\begin{aligned} X &= r_{11}X_j + r_{12}Y_j + r_{13}Z_j \\ Y &= r_{21}X_j + r_{22}Y_j + r_{23}Z_j \qquad (1) \\ Z &= r_{31}X_j + r_{32}Y_j + r_{33}Z_j \end{aligned}$$

puesto que $S.A.x$ nos dá como resultado los vectores transformados $X_jY_jZ_j$ y se ha convenido en llamar r_{ij} los elementos de R.

Las expresiones anteriores son exactamente iguales a las de transformación que venimos investigando:

$$\begin{aligned} X &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ Y &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ Z &= a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{aligned}$$

La matriz R puede expresarse de la misma manera en función de 3 parámetros angulares α, β, θ, en correspondencia a los ángulos ω, ϕ, κ, de la matriz A; de esta manera la ecuación en Z del grupo (1) puede anotarse así:

$$Z = X_{tr} \text{ Sen } \beta - Y_{tr} \text{ Sen } \alpha \text{ Cos } \beta + Z_{tr} \text{ Cos } \alpha \text{ Cos } \beta$$

Si ahora recordamos que la matriz R tiende a la unidad, resulta evidente que

$$\alpha \rightarrow 0$$

$$\beta \rightarrow 0$$

$$\theta \rightarrow 0$$

la naturaleza iterativa de la solución justifica aproximar inicialmente

$$\text{Cos}\alpha = 1$$

$$\text{Cos}\beta = 1$$

con objeto de simplificar las ecuaciones en Z a la forma

$$Z = X_{tr} \text{ Sen } \beta - Y_{tr} \text{ Sen } \alpha + Z_{tr}$$

o sea

$$X_{tr} \text{ Sen } \beta - Y_{tr} \text{ Sen } \alpha = Z - Z_{tr}$$

Las cuales son normalizadas y resueltas para Sen α y Sen β; con estos términos se integra la matriz R a la imagen de A sustituyendo $\omega = \alpha$, $\phi = \beta$ y $\kappa = \theta = 0$

$$R = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Cos } \beta & \text{Sen } \alpha \ \text{ Sen } \beta & -\text{Sen } \beta \\ \hline 0 & \text{Cos } \alpha & \text{Sen } \alpha \\ \hline \text{Sen } \beta & -\text{Sen } \alpha & \text{Cos } \alpha \ \text{Cos } \beta \\ \hline \end{array}$$

Las ecuaciones normales correspondientes a las de condición en Z son:

$$\Sigma(Y_{tr})^2.\text{Sen } \alpha - \Sigma X_{tr}.Y_{tr}.\text{Sen } \beta = -\Sigma Y_{tr}(Z - Z_{tr})$$

$$-\Sigma X_{tr}\ Y_{tr}.\text{Sen } \alpha + \Sigma(X_{tr})^2.\text{Sen } \beta = \Sigma X_{tr}(Z - Z_{tr})$$

Una vez calculada la matriz R se multiplica por la matriz A de que disponemos y se regresa a la primera etapa nuevamente hasta que las diferencias entre los vectores terrestres y transformados sean aceptables. Repito que estas discrepancias no podrán ser anuladas por completo porque la transformación linear no es suficiente para compensar los errores de las orientaciones relativas en la fase instrumental.

Una rotación adicional $-\kappa$ es aplicada por último con objeto de que el eje X sea aproximadamente paralelo al eje de vuelo. El cálculo de esta rotación se logra en base a la matriz A:

$$\frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{-\text{Cos}\phi\ \text{Sen}\kappa}{\text{Cos}\phi\ \text{Cos}\kappa} = \text{tg } \kappa$$

En el desarrollo del programa se expone con mayor detenimiento la manera como se conforma la matriz de rotación $-\kappa$.

2o. TRANSFORMACIONES CONFORMALES

a) Transformación X-Z

Denominado X_1, Y_1, Z_1, los vectores obtenidos de la etapa anterior, se tendrá:

$$X_2 = X_1 - 2bX_1Z_1$$

$$Y_2 = Y_1$$

$$Z_2 = Z_1 + b(X_1^2 - Z_1^2)$$

En las relaciones anteriores se ha restringido al 2o. grado los polinomios de transformación, pero respetando la condición de conformidad.

$$\frac{\partial X_2}{\partial X_1} = \frac{\partial Z_2}{\partial Z_1}$$

b) Rotación Y-Z

Con objeto de compensar el ladeo transversal residual, todas y cada una de las secciones de la faja serán giradas un ángulo α proporcional a sus distancias al origen.

$$X_3 = X_2$$

$$Y_3 = Y_2 \text{ Cos } \alpha + Z_2 \text{ Sen } \alpha$$

$$Z_3 = -Y_2 \text{ Sen } \alpha + Z_2 \text{ Cos } \alpha$$

en donde

$$\text{Sen } \alpha = cX_2$$

y
$$Y_2 = Y_1$$

convirtiendo las ecuaciones anteriores en:

$$X_3 = X_2$$

$$Y_3 = Y_1 \text{ Cos } \alpha + cX_2 Z_2$$

$$Z_3 = -c X_2Y_1 + Z_2 \text{ Cos } \alpha$$

c) Transformación Y-Z

La finalidad de esta operación será la de compensar la curvatura longitudinal de la faja:

$$X_4 = X_3 = X_2$$

$$Y_4 = Y_3 - 2d Y_3 Z_3$$

$$Z_4 = Z_3 + d(Y_3^2 - Z_3^2)$$

Estas expresiones son análogas a las anotadas en el literal (a), precisamente para cumplir con el requisito de conformidad:

$$\frac{\partial Y_4}{\partial Y_3} = \frac{\partial Z_4}{\partial Z_3}$$

Haciendo un recuento de las transformaciones aplicadas a Z_1, tendremos:

$$Z_2 = Z_1 + b(X_1^2 - Z_1^2)$$

$$Z_3 = -c\,X_2 Y_1 + Z_2 \text{ Cos } \alpha$$

$$Z_4 = Z_3 + d(Y_3^2 - Z_3^2)$$

y de aquí podríamos expresar Z_4 en función de las coordenadas iniciales X_1, Y_1, Z_1, para obtener finalmente la elevación terrestre agregando un factor de traslación apropiada:

$$Z = a + Z_4$$

La determinación de las constantes a, b, c, d, que están incluídas en las expresiones anteriores se realiza en 2 iteraciones, aceptando en la primera las siguientes aproximaciones:

$$\text{Cos } \alpha = 1 \quad \text{(para la rotación Y-Z)}$$

$$X_2 = X_1$$

$$Y_3 = Y_1$$

$$Z_3 = Z_1$$

que son perfectamente justificables si recordamos que la etapa anterior del proceso general depuró en buena parte las coordenadas de máquina. De manera que la función

$$Z = f(X_1, Y_1, Z_1)$$

será anotada en la forma sencilla:

$$Z = a + z_1 + b(X_1^2 - Z_1^2) - cX_1Y_1 + d(Y_1^2 - Z_1^2)$$

Cuando esta expresión es aplicada al control vertical, dispondremos de las ecuaciones necesarias para la obtención de las constantes iniciales, las cuales son inmediatamente aplicadas a los vectores de Autógrafo según las diferentes etapas detalladas anteriormente (Transformaciones conformales sucesivas). Con los vectores resultantes volvemos a plantear las ecuaciones en Z y conseguimos una segunda solu--- ción para a, b, c, y d, que se dá por definitiva.

Por último las coordenadas horizontales X_4Y_4 son sometidas a una transformación conformal de 2o. grado, con lo cual se obtienen los valores terrestres:

$$X = c_1 + c_3x_4 - c_4Y_4 + c_5(X_4^2 - Y_4^2) - 2c_6X_4Y_4$$

$$Y = c_2 + c_4X_4 + c_3Y_4 + c_6(X_4^2 - Y_4^2) + 2c_5X_4Y_4$$

Los coeficientes $c_1 \ldots\ldots c_6$ son evaluados a partir del control horizontal.

Finalmente la variación en escala inducida por la transformación X-Y en la coordenada Z es calculada por la relación:

$$S = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial X_4}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial Y_4}\right)^2}$$

para ser utilizada en la obtención de la cota final:

$$Z = a + S.Z_4$$

en donde a es el factor de traslación previamente calculado.

Los dos procedimientos de Ajuste brevemente expuestos, han sido programados por el autor para la computadora IBM-1620 en lenguaje FORTRAN y para su interpretación, inserto en los apéndices A y B algunos principios básicos de programación para 1620.

APENDICE -A-

LA COMPUTADORA.

Las computadoras son de 2 tipos:

a) Analógicas

b) Digitales

En las primeras, se obtienen resultados creando un sistema o fenómeno cuyos factores y variables sean análogos a los del problema propuesto; la solución de este sistema de sustitución, como podría llamársele, puede ser traducida a los términos originales puesto que conocemos la relación que los liga. Un tipo usual de computador analógico es del tipo eléctrico en que las variables se hacen proporcionales a intensidades, voltajes y resistencias para integrar los circuitos necesarios que se comporten de manera semejante y así obtener la solución en magnitudes eléctricas que inmediatamente son expresadas en las unidades apropiadas. La suma de 2 cantidades, por ejemplo, es análoga a la reunión de 2 corrientes, de modo que si cada una de éstas se hacen respectivamente proporcionales a aquéllas, se leerá una corriente total también proporcional a la suma buscada.

La característica saliente es que la exactitud de los resultados depende de la escala o proporcionalidad elegida y de la precisión de los aparatos de medida.

En la regla de cálculo, que es un computador analógico sencillo, el caso del producto es resuelto como adición gráfica de dos segmentos que representan los logaritmos de los factores y el resultado será tan preciso como el tamaño y calidad del dispositivo usado.

Una computadora digital realiza aritmética de acuerdo a las reglas convencionales así que, en principio, no introduce ninguna inexactitud al manejar información numérica. La secuencia de las operaciones a ejecutar está controlada por un "programa" almacenado en la "memoria" de la máquina.

Programa, en el sentido amplio de la palabra, es un conjunto de instrucciones o recomendaciones para la consecución de un fin específico; es un plan cuidadosamente elaborado como para garantizar el éxito del proceso, previendo soluciones para cualquier situación que se presente.

Cuando este término se aplica en el terreno computacional, significa exactamente lo mismo: instrucciones convenientemente confeccionadas para que la computadora esté en capacidad de resolver un problema determinado. No hay duda que las órdenes que componen el programa deberán cubrir cualquier eventualidad que pueda presentarse; hay que recordar que la computadora no está en capacidad para tomar decisiones por sí misma y que deberá estar aleccionada para que no tome un camino equivocado o que simplemente no "sepa" que hacer cuando ocurra una cuestión no prevista en el programa.

Los componentes del computador digiral IBM-1620 son en esencia[1]:

1.- UNIDADES DE ENTRADA Y SALIDA DE DATOS. Como su nombre indica, sirven para introducir o extraer información de la máquina. Son de diversos tipos: Lectora Perforadora de tarjetas o cinta de papel, máquina de escribir, discos, cinta magnética y otros que perfecciona la investigación en este campo.

2.- UNIDAD DE ALMACENAMIENTO. Es capaz de guardar o almacenar la información en forma de números, letras o caracteres especiales.

Puede imaginarse como un archivo formado de casillas, cada una de las cuales alberga un dígito; el casillero en cuestión se llama memoria y las casillas individuales, posiciones de memoria.

Cada posición de memoria está numerada y por medio de su respectivo número o dirección puede localizarse un dato o instrucción.

Con respecto a esto último es necesario aclarar que el programa se almacena precisamente en esta unidad (Memoria) y allí queda disponible para su ejecución totalmente automática.

La manera como cada posición de memoria almacena un dígito (del 0 al 9), se denomina BCD que significa "Binary Coded Decimal" o sea, en

1- Véase el "Reference Manual IBM-1620 Data Processing System" para mayores detalles.

codificación binaria. Con cada posición hay asociados 6 núcleos ferro magnéticos llamados "bits" que pueden estar recorridos en uno u otro sentido por corriente eléctrica. Este sistema de "si" o "no" (ON, OFF) sirve para representar el 0 y el 1 de un sistema exclusivamente bina-- rio en algunas computadoras, pero en la 1620, los 6 bits sirven para codificar un dígito del sistema decimal y de allí su nombre:BCD. Cuatro bits están asociados a los dígitos 1, 2, 4, 8 y los 2 restantes se denominan "Check bit" y "Flag bit"; con los primeros se puede integrar por suma cualquier dígito del 1 al 9, considerando el "ON" u "OFF" de cada bit como la existencia o inexistencia del dígito que representa. La función del "Check bit" es de comprobación interna: siempre deberá existir un número impar de bits en "ON" en cada posición de memoria, por lo cual se "enciende" (o sea se activa eléctricamente en posición de "ON") cuando la configuración de bits "ON" es par. El "Flag bit" tiene varias funciones de las cuales interesa conocer básicamente las 2 siguientes: para limitar por la izquierda una región de la memoria (campo) y para representar el signo "menos" del campo, almacenándose entonces en la última posición de la derecha.

La tabla siguiente aclara los conceptos anteriores; en ella se interpretarán el 1 como posición "ON" y el 0 como posición "OFF" del bit respectivo.

DIGITO POSITIVO	BITS					
	C	F	8	4	2	1
0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	1	0
3	1	0	0	0	1	1
4	0	0	0	1	0	0
5	1	0	0	1	0	1
6	1	0	0	1	1	0
7	0	0	0	1	1	1
8	0	0	1	0	0	0
9	1	0	1	0	0	1

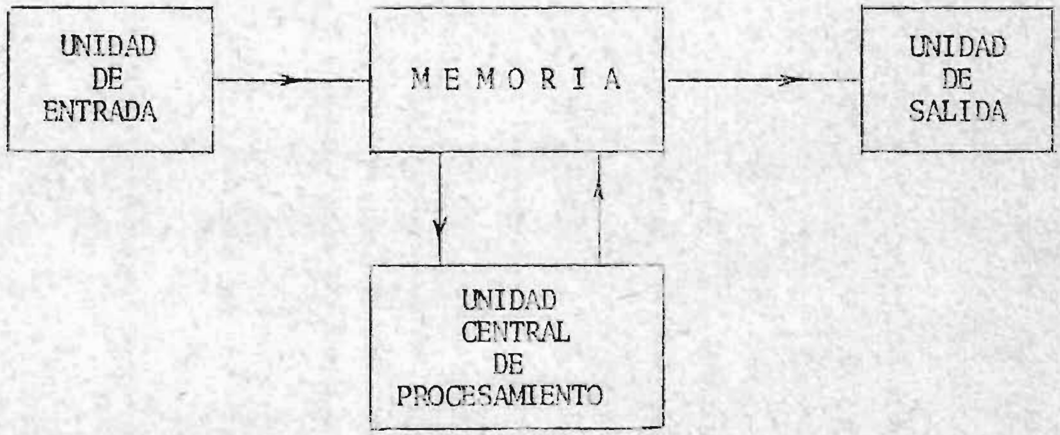
DIGITO NEGATIVO	BITS					
	C	F	8	4	2	1
0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	1	0
3	0	1	0	0	1	1
4	1	1	0	1	0	0
5	0	1	0	1	0	1
6	0	1	0	1	1	0
7	1	1	0	1	1	1
8	1	1	1	0	0	0
9	0	1	1	0	0	1

En cuanto a los caracteres alfabéticos y especiales me limito a decir que se necesitan 2 posiciones de memoria para su almacenamiento, o sea, en otras palabras, que se codifican por medio de la combinación de 2 dígitos.

En resumen apuntaré que la memoria de la 1620 está diseñada para contener los datos a ser procesados, incluyendo cualquier producto intermedio, y las instrucciones respectivas (Programa Almacenado). Además del programa específico, almacena tablas de suma y multiplicación e instrucciones para la evaluación de funciones de las que se hablará adelante.

3.- UNIDAD CENTRAL DE PROCESAMIENTO. Constituye el "Cerebro Electrónico" propiamente dicho, pues está diseñado para obedecer las órdenes que componen el programa.

Puede esquematizarse el flujo del trabajo en una computadora por medio del siguiente diagrama:



Un diagrama similar podría representar el trabajo ordinario del cerebro humano ante un problema o dificultad que se le presente: los datos serán conocidos a través de los sentidos (Unidad de Entrada), pasando directamente al cerebro (Unidad Central) quien los almacenará, si es necesario y acudirá a su acerbo de conocimientos para conseguir el método de solución. Si no lo encuentra, es posible que sea capaz de crearlo; esta condición no se encuentra en la computadora, quien no está capacitada para tomar ninguna iniciativa, pero puede "aprender" del programador a resolver los más variados problemas. Finalmente la solución se dará a conocer en forma verbal o escrita (Unidad de Salida).

La eficiencia de un programa se comprueba normalmente con un problema típico cuidadosamente elegido para que sea representativo de su género, con objeto de descubrir cualquier condición no contemplada en el programa; éste deberá reunir condiciones de rapidez y exactitud para que sea realmente útil. La manera como se manejen los datos dentro de la computadora puede variar enormemente entre 2 programas elaborados para el mismo fin y redundar en diferencias considerables en tiempo de cómputo y exactitud en los resultados. En instalaciones donde la computadora debe procesar buena cantidad de información, la eficiencia de los programas y el planeamiento del flujo de aquélla son los factores determinantes del éxito de la inversión.

APENDICE -B-

SISTEMAS DE PROGRAMACIÓN

Las instrucciones que integran un programa deben acomodarse a un patrón diseñado por los fabricantes del computador para que sean inteligibles y ejecutables. En otras palabras, la máquina está dotada de un lenguaje propio por medio del cual el operador puede comunicarse con ella; este lenguaje, que se compone de códigos y direcciones, es más o menos complejo como para considerar impráctico su utilización y la tarea de programación no se realiza precisamente en los lenguajes básicos, sino en sistemas simplificados o super lenguajes de relativa simplicidad.

Es necesario que quede aclarado que el programa escrito en cualquier lenguaje que no sea el básico, no es ejecutable inmediatamente, sino que antes debe ser procesado o traducido por la misma computadora. Entonces hay 2 aspectos o componentes de un sistema de programación:

a) Un conjunto de instrucciones de fácil aplicación, o sea un lenguaje auxiliar.

b) Un programa que traduce las instrucciones escritas en el superlenguaje, al lenguaje básico del computador.
Por supuesto que este programa traductor es proporcionado por el mismo sistema.

EL SISTEMA FORTRAN

De los variados sistemas que hay disponibles, el FORTRAN es uno de los más sencillos, y de extensiva aplicación en cuestiones de Ingeniería. La palabra FORTRAN, que es una abreviación de "FORmula TRANslation", refleja la filosofía con que fue creado: un sistema destinado a aquellas personas familiarizadas con el planteamiento y solución de los problemas por medio de fórmulas. Esta situación es usual en todos los ramos de la Ingeniería, así que la aplicabilidad del FORTRAN es indudable, más aún si se tiene en cuenta que su sencillez permite programar rápidamente.

Explicaré con la extensión que permita este trabajo, los lineamientos generales del sistema FORTRAN para Computadora IBM-1620 para que la exposición de mis programas sea realmente útil para aquellas personas que no estén familiarizadas con esta disciplina.

Comenzaré por hacer un recuento de las instrucciones de que se dispone en este superlenguaje. Las instrucciones, que aquí reciben el nombre corriente de Postulados, se clasifican así:

a) De entrada y salida de datos
b) De lógica o control
c) Aritméticos
d) De especificación

En general, cualquier postulado puede identificarse con un número que sirve para referirse a él, en el transcurso del programa. Esto es muy importante pues permite dirigir el computador a la instrucción que deseemos y no seguir una secuencia invariable en la ejecución del programa.

a) Postulados de entrada y salida

Sirven para introducir o extraer información de la computadora y son tan variados como unidades de entrada y salida tenga aquélla. Cuando se habló de dichas unidades se mencionó la máquina de escribir y la lectora-perforadora de tarjetas; la primera no se diferencia en aspecto de una máquina corriente, pero se puede lograr que los caracteres pulsados en ella ingresen a la memoria, o viceversa, que los existentes en memoria sean escritos por su medio; la lectora-perforadora de tarjetas es la unidad encargada de admitir las tarjetas previamente perforadas, similando los "ojos" de la Computadora y de perforar en tarjetas los resultados deseados. Ambas operaciones están controladas por el programa, de manera que a una orden de lectura en el mismo, la unidad lectora se apresta a admitir las tarjetas necesarias y a enviar su contenido a la memoria; de manera análoga, a una orden de perforación, la unidad perforadora requerirá tarjetas en blanco en donde pueda ejecutar la orden recibida.

Los códigos usados son:

READ Para leer tarjetas perforadas

ACCEPT Para leer a través de la máquina de escribir

PUNCH Para perforar tarjetas

PRINT Para imprimir a través de la máquina de escribir

Para ilustrar, supóngase que se dispone de un juego de tarjetas y que cada una tiene 3 datos numéricos perforados; deseamos reproducir otro juego para fines de archivo y además obtener un listado de todos los datos.

El segmento del programa que nos interesa será:

```
READ  1, A, B, C,
PUNCH 1, A, B, C,
PRINT 1, A, B, C,
```

logrando con estas instrucciones que la computadora lea una tarjeta denominando con las letras A, B y C a las 3 cantidades que contiene, que perfore otra idéntica a la leída y que imprima las 3 cantidades. Si pretendemos repetir esta secuencia para la próxima tarjeta, nos veríamos tentados a escribir la orden "REGRESE A LA PRIMERA INSTRUCCION" y la verdad es que existe tal provisión entre los postulados del 2o. grupo. Antes de revisar los postulados de lógica, aclaremos que el número 1 que aparece en las 3 instrucciones anteriores, corresponde al postulado que especifica el rango de las variables A, B, C, o sea la manera como están organizados los datos en las tarjetas.

b) Postulados de Lógica

Proveen de flexibilidad la programación pues permiten alterar la secuencia del programa de acuerdo a las variantes que pueda tener un mismo problema; por medio de ellos es posible que la computadora decida, en un caso dado, el camino a seguir dentro de diversas posibilidades programadas. Algunas veces la derivación o bifurcación, como se llama comunmente, es incondicional o sea que al ejecutarse la máquina irá indefectiblemente a un postulado definido, pero otras veces la bifurcación depende del valor relativo de un número o expresión o de la posición (On - Off) de ciertos interruptores.

Los postulados principales de este tipo son:

GO TO n (Bifurcación incondicional) que equivale a la instrucción "vaya a ejecutar el postulado número n". Precisamente este postulado se utilizaría en el ejemplo que veníamos examinando para enviar a la computadora a que lea la próxima tarjeta:

```
39 READ   1, A, B, C,
   PUNCH  1, A, B, C,
   PRINT  1, A, B, C,
   GO TO  39
```

con lo cual se establece el ciclo deseado.

GO TO (n_1, n_2, n_3.....n_i), L (Bifurcación calculada) es interpretado ejecutando a continuación el postulado n_L; n_1, n_2, n_3;....... n_i son números de postulados y L es una variable que se reforma convenientemente a través del programa con objeto de que la computadora bifurque al postulado requerido.

IF (A)n_1, n_2, n_3

Este postulado envía a la computadora a uno de los postulados cuyos números son n_1, n_2, n_3, dependiendo del valor relativo de la expresión encerrada dentro del paréntesis (puede ser una simple variable); así, si el valor de A es negativo, cero o positivo irá respectivamente al postulado número n_1, n_2 ó n_3.

IF (SENSE SWITCH i) n_1, n_2

La 1620 dispone de 4 interruptores (Switchs) numerados del 1 al 4 cuyas posiciones de "ON" u "OFF" pueden ser utilizadas como argumentos para provocar una bifurcación. El postulado anotado sirve precisamente para tal propósito y su efecto es dirigir la computadora al postulado n_1 ó n_2 si el "Switch" número i está en "ON" u "OFF" respectivamente.

PAUSE

Se usa para detener temporalmente el proceso automático. La opresión de la tecla "START" en la consola de la máquina proseguirá la ejecución del programa.

STOP

La computadora se detendrá definitivamente y además imprimirá la palabra "STOP" a través de la máquina de escribir.

El postulado más útil de los de este tipo es el "DO", cuyo formato es:

DO n I = m_1, m_2, m_3

y en su cumplimiento la computadora procederá así:

1.- Ejecutará todos los postulados siguientes al DO, hasta el número n incluso, con el índice I = m_1

2.- Incrementará en m_3 el índice I

3.- Comparará el nuevo valor del índice I con m_2 y si es menor o igual que éste, repetirá el paso (1) con el índice I reformado; si es mayor que m_2 continuará con el postulado siguiente al número n.

En el ejemplo que venimos exponiendo, no tenemos provisión para que el computador "sepa" cuando ha terminado con la tarea y pueda detenerse temporal o definitivamente. Supongamos que conocemos el número de tarjetas a ser procesadas, por ejemplo 100 y ensayemos a escribir las siguientes instrucciones:

```
      DO 69   I = 1,100,1
      READ    1, A, B, C.
      PUNCH   1, A, B, C,
   69 PRINT   1, A, B, C,
      STOP
```

Al comenzar el ciclo la computadora pondrá I = 1, leerá una tarjeta, perforará otra igual y la imprimirá; como la orden de impresión está numerada con 69, será la última del ciclo e inmediatamente incrementará en 1 el índice I, comparará el nuevo valor de I = 2 con 100 y al resultar menor repetirá la misma secuencia descrita hasta que I se haya incrementado a 100; cuando I = 101 > 100 ya no repite el ciclo y pasa al postulado siguiente al número 69 que es un STOP para terminar definitivamente la tarea.

c) Postulados Aritméticos.

Para el estudio de este tipo necesito explicar previamente algunos conceptos.

VARIABLES Y CONSTANTES

Estos términos tienen en programación el concepto matemático usual, de manera que solamente es conveniente señalar que el FORTRAN admite 2 clases o modos:

1.- Enteras, con un máximo de 4 dígitos

2.- Decimales, como su nombre lo indica llevan punto decimal y para su almacenamiento se ha adoptado el criterio de representarlos en forma exponencial standar:

$$0.00823 = 0.823 \times 10^{-2}$$

$$-3.84752 = -0.384752 \times 10^{1}$$

$$93.735 = 0.93735 \times 10^{2}$$

$$-0.0771 = -0.771 \times 10^{-1}$$

Como se ve, siempre se asigna el punto decimal antes de la primera cifra significativa y se añade la potencia de 10 correspondiente. Se conviene en llamar mantisa a la parte decimal y puede constar de 8 dígitos como máximo, de manera que ninguna cantidad podrá ser expresada en FORTRAN con mayor número de dígitos significativos. Para cada variable la computadora asigna o reserva 10 posiciones de la memoria de las cuales las primeras 8 corresponden a la mantisa y las 2 restantes al exponente. Así, los números anteriores serán almacenados así:

$\overline{8}23000000\overline{02}$

$3847520\overline{00}1$

$\overline{9}37350000\overline{0}2$

$\overline{7}7100000\overline{001}$

Los signos "menos" que aparecen encima de algunos dígitos representan "Flags" que fueron mencionados al hablar de la codificación binaria decimal usada en la 1620. Allí se dijo que las 2 funciones del "bit flag" que nos interesaban para nuestros propósitos eran la delimitación de regiones en la memoria y la caracterización o definición del valor relativo. En la representación interna de los números anteriores aparecen con claridad esas 2 funciones: los "flags" que aparecen en el primer dígito sirven para limitar la mantisa del número por la izquierda; los que aparecen encima de los primeros dígitos de los exponentes tienen el mismo porpósito respecto a éstos; también aparecen algunos flags sobre la posición de la derecha tanto de las mantisas como de los exponentes para representar el signo menos de que están afectados los números y los exponentes respectivamente.

Cuando la computadora maneja números en esta forma se dice que rea liza Aritmética Flotante; automáticamente cualquier resultado es normalizado a la forma Standard y por supuesto que el control del signo y el punto decimal es también completamente automático; sin embargo existen limitaciones en cuanto al valor de los números que puede manejar y son, el máximo: $0.99999999 \times 10^{99}$ y el mínimo: $0.10000000 \times 10^{-99}$. Si se generan números fuera de estos límites la computadora detecta errores de "overflow" o "underflow" suspendiendo el proceso o ejecución del programa.

Los datos no necesariamente deberán entrarse codificados en la forma exponencial Standard, sino que pueden **alimentarse** en la forma usual y la unidad central se encargará de almacenarlos en la memoria en la forma normalizada.

De la misma manera, al ser extraídos los resultados, es posible obtenerlos en la forma decimal corriente mediante los postulados de especificación convenientes que veremos adelante.

Las variables o constantes enteras que serán utilizadas en un programa pueden ser designadas con cualquier número de carácteres alfanuméricos que no excedan de 5, siempre que el primero sea cualquiera de las letras I, J, K, L, M, N.

Las variables o constantes decimales pueden llamarse de la misma manera que las anteriores con la salvedad de que el primer caracter sea una letra diferente de I, J, K, L, M, N.

También es posible usar variables enteras o decimales con subíndice para proporcionar facilidad en la manipulación de arreglos lineales o rectangulares (matrices); los subíndices pueden a su vez ser variables o constantes pero siempre enteras y positivas como es natural.

d) Postulados de Especificación.

Sirven para definir la forma u organización de los datos o resultados en cuanto a modo y rango decimal y para reservar y designar arreglos en memoria.

Los que sirven al primer objeto se programan precisamente con la palabra FORMAT, identificándolos con el número del postulado de entrada ó salida respectivo.

EJEMPLO:

```
READ 13, X, SUB
13 FORMAT (F7. 3, E10.3)
```

El número 13 a que alude el postulado de lectura de las variables X y SUB es el que corresponde al de formato.

Como las variables son de 2 tipos habrá 2 clases de códigos:

1.- Para variables enteras se codifica la letra I seguida del número de caracteres de que se componga la variable (dígitos más signo).

2.- Para variables decimales se puede programar F ó E dependiendo de si se desea que la variable sea aceptada o extraída con el punto decimal en su sitio o en la forma exponencial standar; en ambos casos se acompañan de dos números separados por un punto, para indicar el número total de caracteres (incluyendo dígitos, signo y punto decimal) y el de cifras decimales. La forma exponencial es útil cuando no conocemos de antemano el rango decimal de los resultados, pero de todas maneras al programar un formato inadecuado para salida de datos, el FORTRAN señala la condición de error y proporciona el dato numérico en la forma exponencial más amplia (E14.8). Para entrar datos, sí es necesario ser cuidadoso en la programación de formatos para que no sean aceptados en forma errónea.

El otro postulado de especificación es el

DIMENSION

cuyo papel es de reservar regiones de la memoria para almacenar arreglos de una o dos dimensiones, cuyos elementos se utilizan a través del programa, con subíndices. Por ejemplo, el postulado:

DIMENSION X(10), YZ(10, 15)

servirá para especificar el vector X de 10 elementos y la matriz YZ de 10 filas por 15 columnas, o sea de 150 elementos; en total, 160 elementos en memoria podrán ser almacenados y cada uno podrá ser localizado con el nombre del arreglo correspondiente y los subíndices adecuados: X(7), YZ(9,2) etc.

Con la síntesis anterior de postulados FORTRAN estamos en capaci--

dad de examinar detalladamente los programas correspondientes a los Ajustes de Aereotriangulación que se encuentran consignados en el apéndice C.

APENDICE -C-

PROGRAMAS FORTRAN

PROGRAMA PARA EL METODO DE HARRIS

a) ORGANIZACION DE LOS DATOS

Toda la información básica para el cómputo es perforada en tarjetas en el siguiente orden:

1. Una tarjeta alfanumérica para consignar la identifación de la faja, con máximo de 30 caracteres;

2. Una tarjeta con el número de puntos de control a ser utiliza-- dos en el Ajuste, a 4 dígitos;

3. Una tarjeta con las coordenadas horizontales de los puntos principales extremos y la distancia entre ellos, sin espacios ni puntos decimales a 6 dígitos cada uno (2 cifras decimales son consideradas en los 5 campos);

4. Tantas tarjetas como puntos de control se especifiquen en (2); en cada una se perforan las coordenadas de máquina y terreno sin espa-- cios ni puntos decimales, a 6 dígitos las 3 primeras y la última y a 8 las 2 restantes (x, y, z, X, Y, Z); siempre se consideran 2 cifras decimales en todos los campos.

5. Las tarjetas de puntos de paso con su identificación numérica

a 4 dígitos y las 3 coordenadas de Autógrafo en la misma forma que las de control (x, y, z).

b) FUNCION DE LOS SWITCHS

El switch No. 1 es usado en posición "OFF" para realizar el Ajuste Horizontal de la faja; en posición "ON" causará la ejecución del Ajuste Vertical. La posición requerida deberá ser colocada antes de entrar los datos.

El switch 2 tiene la función de permitir el rechazo de algún punto de control como se verá en el desarrollo del programa.

c) ARREGLOS EN MEMORIA

Dos matrices denominadas X y S son usadas para los siguientes propósitos:

X (de 6 filas x 10 columnas) para almacenar las coordenadas de Autógrafo y terreno de los puntos de control a razón de un punto por columna, permitiendo en consecuencia un total de 10;

S (de 9 filas x 8 columnas) para almacenar las ecuaciones normales a ser resueltas por el método de Crout[1]; las últimas 2 filas se utilizan para formar las ecuaciones de condición en cada punto de control. Cuando una de estas ecuaciones ha sido integrada, su contribución a la

1- Ver referencia (8)

matriz de ecuaciones normales es sumada y después substituída por la del punto siguiente.

" X "

Autógrafo	x_1	x_2	x_3	x_4	....	x_{10}
	y_1	y_2	y_3	y_4	....	y_{10}
	z_1	z_2	z_3	z_4	....	z_{10}
Terrestres	X_1	X_2	X_3	X_4	....	X_{10}
	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	....	Y_{10}
	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	....	Z_{10}

" S "

i \ j	1 2 3 4 5 6 7 8
1	
2	
3	Matriz de coeficientes de las ecua-
4	ciones normales.
5	
6	
7	
8	Ec. de condición en X o Z
9	Ec. de condición en Y.

d) SECUENCIA DEL PROGRAMA CON EL SWITCH 1 "OFF"

1. La computadora lee y escribe la tarjeta de identificación;

2. Lee el número de puntos de control (variable N) y además lo almacena en NN para su posterior utilización;

3. Lee las tarjetas de los puntos principales extremos y calcula los coeficientes de transformación A, B, C, D de coordenadas de Autógrafo al sistema Eje de Vuelo.

4. Lee las tarjetas de control transformando las coordenadas horizontales de Autógrafo a Eje de Vuelo y almacenando los 6 valores en la columna respectiva de la matriz X como se detalla en el esquema.

5. Calcula los coeficientes para transformar coordenadas del Eje de Vuelo al sistema terrestre (AA, BB, CC, DD) y las de transformación inversa (A1, B1, C1, D1) a partir de aquéllas.

6. Inicializa la matriz S colocando ceros en todos sus elementos y la variable M igualándola a 1.

7. El ciclo ("loop") que comienza en el postulado No. 47 engloba prácticamente todo el proceso matemático; está programado para 3 finalidades de acuerdo a los valores 1, 2 ó 3 que puede tomar la variable M.

Para M = 1 la computadora tomará cada punto de control, de la ma--

triz X, evaluará las potencias en x e y que componen las 2 ecuaciones de condición, situándolas en las 2 últimas filas de S (el término independiente lo calcula transformando previamente las coordenadas terrestres del punto considerado al sistema Eje de Vuelo).

Por medio del algoritmo del postulado No. 24 cada par de ecuaciones de condición es normalizada, o sea que la matriz S es reformada de acuerdo a la contribución de aquéllas al ajuste de mínimos cuadrados. Esta forma de realizar el ajuste evita almacenar todas las ecuaciones de condición para normalizarlas después, consiguiendo así un ahorro en memoria.

Las otras 2 funciones del "loop" serán explicadas en su oportunidad.

8. Cuando todas las ecuaciones de condición han sido incorporadas a la matriz de ecuaciones normales, la computadora pasará, si M = 1, a resolver éstas últimas por el método de Crout, cuyo algoritmo para la transformación de la matriz es fácilmente programado en lenguaje FORTRAN como puede observarse desde el postulado No. 64 hasta el No. 40. Una vez transformada la matriz, se obtiene la solución por medio de la "sustitución inversa".

9. Con el vector solución disponible, la variable M es cambiada a 2 por el programa y se ejecuta una bifurcación al comienzo del "loop"

mencionado en (7), el cual cumple ahora su segunda función: forma nueva mente los polinomios en x e y de cada punto de control, les aplica los coeficientes deducidos en (8) según el postulado No. 49 para obtener los residuos en el No. 72 y siguientes e imprime tales residuos por medio de la máquina de escribir.

10. Al finalizar la impresión de los residuos en todos los puntos de control, la computadora bifurca a la PAUSA No. 53 con objeto de permitir la intervención manual del operador.

Durante la pausa, el Switch No. 2 puede colocarse en posición "ON" si se requiere eliminar cualquier punto de control del proceso; en este caso el "start" en la consola prepara a la máquina de escribir para que acepte el número ordinal (a 4 dígitos) del punto errado, cuyas coordena das son intercambiadas por las del último existente en la matriz X; la variable N es disminuída en uno por el programa con objeto de que los ciclos a través del mismo se ejecuten (N -1) veces. Inmediatamente se bifurca al postulado No. 57 en donde se inicializa las condiciones para repetir completamente el cálculo sin el punto erróneo.

Si en la pusa No.53 se observa que los residuos impresos son aceptables, se deja en "OFF" el SWITCH 2 y con la opresión de "START" se bi furca a imprimir el título "PUNTOS DE PASO" y a colocar M = 3.

11. En el postulado No. 82 se investiga la existencia de puntos rechazados para procesar sus coordenadas de Autógrafo de la misma manera que las de los puntos de paso.

Las tarjetas de puntos de paso son alimentados en el postulado No.66 y sus coordenadas horizontales de Autógrafo son transformadas al sistema eje de vuelo; la bifurcación al postulado No.66 causa la 3a. función del "loop" que consiste en la formación de los 2 polinomios de corrección en x e y a los cuales se aplica el vector solución definitivo para obtener las coordenadas x e y corregidas en el sistema eje de vuelo; por último transforma éstas al sistema Lambert y las imprime en la máquina de escribir. Esta secuencia es repetida para cada punto de paso o cualquier otra imagen leída hasta concluir su procesamiento.

Si ahora el Switch No. 1 es colocado en posición "ON" y se bifurca manualmente al principio del programa insertando la instrucción 490830000000 por medio de la máquina de escribir, la computadora estará en capacidad de realizar el ajuste vertical de la faja. El paquete de datos se alimenta en la unidad lectora sin ninguna reforma. El Switch No. 2 desempeña la misma función que se describió anteriormente, o sea la de permitir el rechazo de puntos de control cuyas elevaciones no quieran incluirse en el Ajuste.

PROGRAMA PARA EL METODO DE SCHUT.

El proceso matemático del 2o. método es más extenso que el primero, por lo cual han sido necesarios dos programas para completar el Ajuste. En líneas generales cada uno comprende:

1o. Evaluación iterativa de la matriz A y transformación por medio de ella, de todos los puntos de paso.

2o. Cálculo de las constantes a, b, c, d del polinomio de corrección en Z, transformaciones conformales sucesivas y procesamiento de los puntos de paso.

PROGRAMA No. 1 TRANSFORMACION LINEAR TRIDIMENSIONAL.

a) Los datos se organizan exactamente igual que en el programa anterior.

b) El switch No. 2 es usado como argumento para concluir iteraciones. La experiencia demostró que la ejecución de las 2 etapas de una sola iteración eran suficientes, pues la segunda proporcionó vectores transformados prácticamente iguales.

c) Arreglos en Memoria

5 arreglos bidimensionales y uno lineal son usados con estas finalidades:

X(de 6 x 10) para almacenar las coordenadas de instrumento y terre no de los puntos de control. La manera como se ordenan estos valores es idéntica a la del programa precedente (10 puntos de control se pueden sostener en memoria, como máximo);

XTR (de 3 x 10) es una matriz auxiliar (área de trabajo) que se utiliza para calcular los vectores transformados en cada iteración;

A (de 3 x 3) guarda los elementos de la matriz rotacional resultantes de una iteración;

B (de 3 x 3) es usado para efectuar el producto de la matriz de corrección por la matriz A disponible. Inmediatamente después de efectuado el producto, los elementos de B son transferidos a los de A de manera que en esta última matriz quedan los valores resultantes de un ciclo.

C (de 3 x 3) almacena los factores de corrección a la matriz A;

CG (de 6) contiene las coordenadas del centro de gravedad de la faja (promedios en las coordenadas de instrumento y terreno de los puntos de control).

SECUENCIA DEL PROGRAMA.

1.- Lectura y perforación de la identificación de la faja y del número de puntos de control e impresión de la primera;

2.- Lectura de las coordenadas horizontales de los puntos principales extremos y de la distancia entre ellos (2 tarjeta) y evaluación de las constantes de rotación (COSEN, SENO).

3. Almacenamiento de los puntos de control; las coordendas horizontales de instrumento son previamente orientadas según el eje de vuelo con los factores evaluados en (2);

4.- Las coordendas del centro aproximado de la faja son calculados promediando las posiciones del control y a continuación se aplica una traslación a dicho centro, de las coordenadas en los 2 sistemas: eje de vuelo y terrestre;

5.- Se inicializa la matriz A asignándole el valor identidad (matriz unidad) y la variable L es colocada igual a 1. Esta variable tiene la función de controlar las bifurcaciones después de aquellos segmentos del programa que son comunes a diferentes etapas del proceso;

6. Desde el postulado No. 32 al No. 28 se calculan los vectores transformados en base a la matriz A disponible (al principio, como la matriz A es la unidad, se obtienen vectores idénticos a los originales del instrumento). En el postulado que sigue al nO. 28 se presentan cuatro opciones a la computadora y la elección depende del valor de L.

Cuando L = 1, como ocurre al principio, se bifurca al No. 37 en donde comienzan las instrucciones correspondientes a la primera etapa que se detalló en la exposición del método: en función del control horizontal se improvisa la rotación κ alrededor del eje Z y el factor de escala; el "DO 29 J = 1, N" contiene el ajuste de mínimos cuadrados correspondiente al cómputo de aquellos factores, con los cuales se forma la matriz de corrección C;

7.- La matriz A es premultiplicada por la de corrección C utilizando el arreglo B como intermediario para transferir después sus elementos a los correspondientes en A; la variable L es incrementada en 1 y se bifurca al postulado No. 32;

8.- Al regresar al No. 32, se computa nuevos vectores transformados con la aproximación de A conseguida en (7); como ahora L = 2, se bifurcará inmediatamente después al postulado No. 38 en donde comienza la segunda etapa de la iteración. Se comienza por inicializar las variables A1, B1, C1, D1, R y después se procede a formar y resolver las ecuaciones normales para Sen α y Sen β, con los cuales se tendrá la nueva matriz C de acuerdo a la fórmula (2) de página 35 y se bifurcará al No. 35 a efectuar el producto C.A;

9.- Después de aplicada la corrección anterior a la matriz A se incrementará nuevamente en 1 la variable L, convirtiéndola en 3, para que después de repetido el cálculo de nuevos vectores transformados, pueda bifurcarse el No. 39 en donde se calculan los residuos entre las coordendas terrestres y las obtenidas con la matriz A para cada punto de control; los residuos son impresos a continuación para su inspección visual y al finalizar se detecta una pausa;

10. Durante la pausa se examina la necesidad de efectuar otra iteración, comparando los residuos proporcionados por 2 iteraciones sucesivas. El Switch No. 2 deberá ser colocado en posición "OFF" si se decide repetir otro ciclo, pues con dicha posición se conseguirá una bifurcación al No. 24 en donde se inicializa el valor de L. La posición "ON" del Switch 2 causará la evaluación de la matriz que consigue la rotación $-\kappa$ de que se habló en página 23. Para su cálculo procedemos de la siguiente manera:

$$- \frac{a_{21}}{a_{11}} = - \frac{-S\cos\psi \operatorname{Sen}\kappa}{S\cos\psi \cos\kappa} = \operatorname{tg}\kappa \quad (= B1)$$

Colocando A1 = 1, se consigue la secante κ con la identidad

$$\operatorname{Sec}\kappa = (1 + \operatorname{tg}^2\kappa)^{1/2} \quad (= C1)$$

Luego bifurcamos al No. 45 con objeto de utilizar los postulados

$$A1 = A1/C1 \quad (= 1/\operatorname{Sec}\kappa = \cos\kappa)$$

$$B1 = B1/C1 \quad (= \operatorname{tg}\kappa/\operatorname{Sec}\kappa = \operatorname{Sen}\kappa)$$

La matriz C adopta la forma:

Cos κ	- Sen κ	0
Sen κ	Cos κ	0
0	0	1

que al multiplicar a la matriz A conseguirá que ésta última escalée y nivele aproximadamente la faja conservando el eje XX en una dirección muy cercana a la del eje de vuelo.

11. Como el índice L se incrementa en 1 después del postulado No. 36, tomará ahora el valor de 4 para conseguir, después de la transformación definitiva de vectores de faja, la bifurcación al No. 47 en donde se perfora estos vectores a razón de punto de tarjeta;

12. Los puntos de paso son alimentados a continuación; sus coordenadas son trasladadas al centro de la faja y las horizontales son además referidas al sistema eje de vuelo (rotación) y de esta manera son procesadas con la matriz A, terminando con la perforación de las 3 coordenadas transformadas siempre a razón de punto por tarjeta.

En resumen, el subproducto de este primer programa es:

a) Una tarjeta de identificación;

b) Una tarjeta con el número de puntos de con--- trol;

c) Dos juegos de tarjetas de puntos de control, de los cuales, el primero tiene perforadas las coordenadas terrestres (X, Y, Z) y el segundo, las coordenadas transformadas (X_1, Y_1, Z_1);

d) Las tarjetas de puntos de paso con sus coordenadas de instrumento niveladas, escaleadas y orientadas aproximadamente según el eje de vuelo mediante la matriz S.A.

Toda esta información es introducida, sin ninguna reforma al segundo programa que inmediatamente será explicado.

PROGRAMA No. 2: TRANSFORMACIONES CONFORMALES.

1. Ningún switch es usado

2. Se definen 2 matrices:

X(6 x 10) para almacenar el control en la misma forma que se explicó para el programa correspondiente al primer método de Ajuste;

B(8 x 7) para lamacenar las ecuaciones normales provenientes de los ajustes de mínimos cuadrados.

SECUENCIA DEL PROGRAMA.

1. Lectura de la identificación y el número de puntos, e impresión de la primera;

2. Lectura y almacenamiento de las coordenadas terrestres del control; a continuación esta operación se repite con los valores transformados del mismo;

3. Se inicializa la variable M y la matriz B(M = 1, B = 0);

4. En el postulado No. 20 comienza un ciclo programado para cuatro finalidades de acuerdo al valor que se asigne a M, así:

Para M = 1 se formará las ecuaciones de condición en Z, o sea las potencias del polinomio de la página 39 para la investigación de los coeficientes de transformación;

Para M = 2, las potencias X e Y de los polinomios de transformación en las coordenadas horizontales serán formadas; en este caso, lo mismo que en el anterior, tales potencias serán alojadas en las dos últimas filas de la matriz B para su inmediata normalización;

Para M = 3 se evalúan los residuos definitivos en las tres coordenadas resultantes del Ajuste; y

Para M = 4 se procesan los puntos de paso hasta producir sus coordenadas terrestres compensadas.

5. La solución de las ecuaciones normales siempre es programada de acuerdo al método de Crout, pero ahora como dos sistemas deberán ser resueltos con las mismas instrucciones, se utilizan dos varibles II y JJ que controlan los ciclos respectivos. Cuando M = 1, se asigna II = 4 y JJ = 5 para que se pueda resolver las ecuaciones en Z y cuando M = 2, las variables son cambiadas a 6 y 7 respectivamente con objeto de procesar la matriz de ecuaciones de transformación XY;

6. Cuando se han obtenido las constantes de transformación (A1, B1, C1, D1 en el programa) se pasa a transformar con ellas las coordenadas de los puntos de control provenientes del Autógrafo (recuérdese que las lectura originales han sido previamente aproximadas con el programa anterior). Inmediatamente después se plantean nuevamente

las ecuaciones en Z para evaluar las constantes de transformación definitivas;

7. Al concluir las transformaciones conformales de los puntos de control, las variables II y JJ se reforman convenientemente para proceder a plantear las ecuaciones de transformación en las coordenadas horizontales, las cuales son normalizadas y resueltas con las mismas instrucciones que se han utilizado para el sistema anterior;

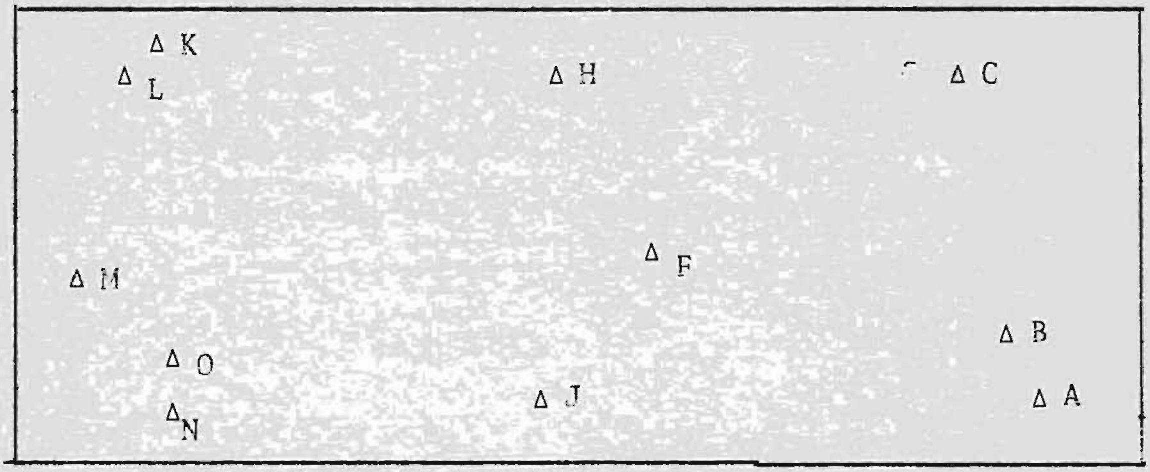
8. Los residuos finales en X, Y, Z son impresos y a continuación los puntos de paso son alimentados y procesados para producir sus 3 coordenadas ajustadas.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

La manera más adecuada de investigar la exactitud obtenida en un Ajuste de Aereotriangulación, ya sea gráfico o analítico, es el de procesar una faja con suficiente número de puntos de control terrestre como para obtener comprobación en algunos de ellos, que eventualmente pueden ser considerados como de paso.

Los factores determinantes de la exactitud del proceso deberán ser cuidadosamente vigilados para evitar en lo posible la introducción de errores accidentales. La precisión del control terrestre, la calidad del equipo y material fotográfico y la concienzuda ejecución de la fase instrumental son las condiciones en que más deberá enfatizarse aquella vigilancia.

Para la obtención de resultados concretos he escogido una faja de la Zona Oriental del País perteneciente a un bloque de cuatro líneas con 9 fotografías cada una y que abarcan un área aproximada de 35 Km. cuadrados en total. La operación fotográfica se realizó con una cámara Fairchild (f=150mm.) a una altura de vuelo de 4000' sobre el nivel del mar; la Aereotriangulación se ejecutó con un Autógrafo WILD A-5 a una escala promedio de 1:3750 y para el Ajuste Analítico se dispuso de 11 puntos de control horizontal-vertical y de 5 de control vertical solamente, distribuidos como se muestra en esquema.



Siguiendo el patrón establecido en la D.G.C. de ajustar la faja con 6 puntos de control horizontal-vertical, se consideran cuatro combinaciones de los disponibles para obtener las posiciones y elevaciones de los restantes; las diferencias entre los valores obtenidos con los dos métodos de Ajuste y los correspondientes de campo se anotan en el cuadro final.

Del examen del cuadro resumen podrá observarse que los residuos proporcionados por el primer programa son mucho mejores que los del segundo; esto no deberá interpretarse como que el método de Schut no es utilizable, ni mucho menos ha de concluirse que es menos exacto y racional que el de Harris; la verdadera conclusión es que el PROGRAMA EN LENGUAJE FORTRAN PARA EL METODO DE SCHUT, TAL COMO HA SIDO ELABORADO, ES INSUFICIENTE PARA CONSEGUIR TODA LA EXACTITUD QUE RECLAMA EL MISMO. La misma extensión del programa hace que el sistema Fortran con mantisa fija de 8 dígitos no sea precisamente el más adecuado para la solución del problema y por esta misma razón el Departamento de Programación de N. R. C. adoptó el sistema SPS (Sistema de programación Simbólica) que permite la utilización de mantisas de longitud variable (hasta 20 dígitos). Desafortunadamente el Sistema SPS es tan específico del campo de la Computación Electrónica que se encuentra fuera del alcance de este trabajo; por otra parte, la tarea de programar en SPS es compleja y requeriría un tiempo considerable la codificación del programa respectivo: N.R.C. necesitó un año para depurar y dar por definitivo un programa muy efectivo y capaz que, entre otras cosas, permite la utilización de 150 puntos de control en el Ajuste y también el procesamiento simultáneo de varias fajas (Ajuste de Bloque).

En definitiva, el programa correspondiente al primer método resulta más aceptable, con la condición ineludible que el control terrestre sea preciso y con mayor razón que no esté afectado de ningún error accidental, porque la sola observación de los residuos del Ajuste de mínimos Cuadrados no es argumento seguro para deducir qué punto está afectado de un error de ese tipo.

En efecto, la primera combinación de puntos de control no detecta el fuerte error de que adolece la elevación del M, el cual queda evidenciado en los ajustes restantes cuando se obtienen elevaciones que difieren en una cantidad aproximadamente igual de la de campo. En realidad el comportamiento de los errores no es tan simple como para deducir el control erróneo y por eso enfatizo en la exactitud

que debe poseer el control terrestre, tanto en posición co--
mo en elevación.

Coordenadas de Autógrafo de los puntos principales

Punto principal No. 1 X = 362.92 mm. X = 574.07 mm.

Punto principal No. 2 X =1590.53 mm. Y = 497.63 mm.

PUNTOS DE CONTROL

Pto.	COORD. x(mm)	AUTOGRAFO y(mm)	z(m)	COORD. TERRENO X(m)	Y(m)	Z(m)
A	1524.93	318.47	15.30	231742.69	611166.00	15.30
B	1519.60	354.31	14.70	231711.62	611307.19	14.73
C	1321.91	629.54	20.00	230852.03	612348.57	20.26
D	1177.54	344.17	22.10			23.64
E	1129.33	363.42	20.40			22.41
F	1027.90	419.13	12.50	229738.72	611434.72	15.82
G	1021.78	420.65	11.80			15.06
H	945.32	689.97	- 1.20	229339.88	612488.61	3.99
I	842.58	434.98	14.00			20.60
J	800.22	344.90	34.00	228852.69	611078.73	40.86
K	521.60	696.80	- 1.90	227657.07	612406.94	12.16
L	479.88	659.67	- 8.00	227500.61	612249.37	6.57
M	358.90	493.99	-11.80	227061.88	611562.20	4.70
N	423.70	353.96	-13.40	227354.01	611022.62	2.08
O	424.44	372.75	-13.30	227352.18	611097.63	2.34
P	472.83	384.96	-12.00			2.54

CUADRO COMPARATIVO DE RESIDUOS

			HARRIS			SCHUT	
PRIMERA COMBINACION	CONTROL	K	-0.17	0.21	-0.05	-0.09	0.28	-0.11
		M	0.21	-0.12	0.03	0.18	-0.11	0.07
		H	0.09	0.29	0.08	0.01	0.09	0.17
		J	-0.02	-0.05	-0.02	0.11	-0.35	-0.04
		C	-0.33	-0.31	-0.04	-0.48	-0.04	-0.08
		A	0.20	0.05	0.01	0.17	-0.12	0.03
	AJUSTADAS	B	0.32	-0.06	-0.18	0.33	-0.06	0.62
		F	-0.12	-0.52	0.41	-0.14	-0.29	3.25
		L	-0.14	-0.05	0.20	0.22	-0.08	0.87
		N	-0.07	-0.04	-1.51¡	-0.07	-0.39	-4.84¡
		O	0.15	-0.32	-1.55¡	0.05	-0.60	-4.10¡
		D	xxxx	xxxx	0.57	xxxx	xxxx	1.95
		E	xxxx	xxxx	0.56	xxxx	xxxx	2.40
		G	xxxx	xxxx	0.55	xxxx	xxxx	3.40
		I	xxxx	xxxx	-0.20	xxxx	xxxx	2.40
		P	xxxx	xxxx	-1.43¡	xxxx	xxxx	-2.95¡

				HARRIS			SCHUT	
SEGUNDA COMBINACION	CONTROL	K	-0.13	0.11	0.09	0.19	0.26	-1.03
		N	0.18	0.02	-0.07	0.00	-0.32	-0.02
		H	0.07	0.29	-0.19	-0.08	0.14	0.07
		J	-0.02	-0.06	0.10	0.00	0.16	0.78
		C	-0.31	-0.31	0.11	-0.62	-0.11	-0.43
		A	0.20	0.06	-0.04	0.31	-0.20	0.63
	AJUSTADAS	B	0.32	-0.07	-0.16	-0.43	-0.11	-0.48
		F	-0.13	-0.54	0.17	-0.27	-0.35	1.07
		L	0.19	-0.15	0.55	0.51	0.16	-1.62
		M	0.35	-0.14	1.31¡	0.48	0.10	-2.06¡
		O	0.26	-0.28	-0.18	0.00	-0.32	-0.03
		D	xxxx	xxxx	0.24	xxxx	xxxx	0.76
		E	xxxx	xxxx	0.25	xxxx	xxxx	0.25
		G	xxxx	xxxx	0.31	xxxx	xxxx	0.95
		I	xxxx	xxxx	-0 23	xxxx	xxxx	-1.85
		P	xxxx	xxxx	-0.30	xxxx	xxxx	-1.20
TERCERA COMBINACION	CONTROL	L	0.05	0.13	0.16	0.30	0.39	-0.56
		O	0.16	-0.08	-0.09	0.02	-0.45	0.40
		H	0.08	0.57	-0.34	0.02	0.33	-0.24
		F	-0.14	-0.30	0.19	-0.21	-0.15	0.81
		C	-0.28	-0.17	0.20	-0.50	-0.09	-0.73
		B	0.15	0.12	-0.11	0.24	-0.14	0.36
	AJUSTADAS	A	-0.01	0.27	-0.04	0.06	-0.19	1.17
		J	-0.06	0.16	0.17	0.04	0.26	2.02
		K	-0.27	0.41	-0.34	0.01	0.53	-0.64
		M	-0.21	0.08	1.17¡	0.22	0.17	0.00
		N	0.08	0.21	0.03	-0.10	-0.26	0.86
		D	xxxx	xxxx	0.28	xxxx	xxxx	1.98
		E	xxxx	xxxx	0.29	xxxx	xxxx	1.70
		G	xxxx	xxxx	0.34	xxxx	xxxx	0.94
		I	xxxx	xxxx	0.23	xxxx	xxxx	0.20
		P	xxxx	xxxx	-0.25	xxxx		0.21
CUARTA COMBINACION	CONTROL	K	0.06	0.12	0.00	0.34	0.25	-0.49
		O	0.13	-0.09	0.00	-0.03	-0.27	-0.15
		H	-0.03	-0.01	0.00	-0.22	-0.14	0.43
		J	-0.18	-0.12	0.00	-0.19	-0.03	-0.21
		A	-0.06	0.05	0.00	-0.05	-0.06	0.45
		B	0.05	-0.09	0.00	0.06	0.02	0.01
	AJUSTADAS	C	-0.67	-0.54	0.73	-1.06	-0.32	1.33
		F	-0.33	-0.70	0.13	-0.48	-0.49	-1.11
		L	0.37	-0.08	0.48	0.64	0.21	-0.63
		M	0.36	0.10	1.43	0.43	0.39	-0.21
		N	-0.02	0.22	0.11	-0.20	-0.06	0.34
		D	xxxx	xxxx	0.12	xxxx	xxxx	-0.16
		E	xxxx	xxxx	0.15	xxxx	xxxx	-0.42
		G	xxxx	xxxx	0.27	xxxx	xxxx	-0.99
		I	xxxx	xxxx	-0.29	xxxx	xxxx	-1.74
		P	xxxx	xxxx	-0.18	xxxx	xxxx	-0.67

```
08300 C   AJUSTE HORIZONTAL Y VERTICAL DE COORDENADAS
08300 C   RENE NARVAEZ M.   ENERO DE 1965
08300 C   SWITCH 1 OFF PARA AJUSTE HORIZONTAL
08300 C   SWITCH 1 ON PARA AJUSTE VERTICAL
08300        DIMENSION X(6,10),S(9,8)
08300        IF(SENSE SWITCH 1)9,10
08320      9 II=5
08344        JJ=6
08368        GO TO 11
08376     10 II=7
08400        JJ=8
08424     11 READ 1
08448      1 FORMAT(30H                              )
08532        PRINT 1
08556        PRINT 2
08580      2 FORMAT(/)
08602        READ 6,N
08626        NN=N
08650 C   CONSTANTES INSTRUMENTO-EJE DE VUELO
08650        READ 3,A1,B1,C1,D1,R
08722      3 FORMAT(F6.2,F6.2,F6.2,F6.2,F6.2)
08764        A=(C1-A1)/R
08812        B=(B1-D1)/R
08860        C=-R/2.-A*A1+B*B1
08992        D=-A*B1-B*A1
09088 C   ENTRADA DE PUNTOS DE CONTROL
09088        DO 20 J=1,N
09100        READ 4,A1,B1,X(3,J),X(4,J),X(5,J),X(6,J)
09376      4 FORMAT(F6.2,F6.2,F6.2,F8.2,F8.2,F6.2)
09424 C   COORDENADAS INSTRUMENTO A EJE DE VUELO
09424        X(1,J)=A*A1-B*B1+C
09580     20 X(2,J)=B*A1+A*B1+D
09760 C   CONSTANTES EJE DE VUELO-LAMBERT
09760        A1=X(1,1)-X(1,N)
09844        B1=X(2,1)-X(2,N)
09928        C1=X(4,1)-X(4,N)
10012        D1=X(5,1)-X(5,N)
10096        R=A1*A1+B1*B1
10180        AA=(A1*C1+B1*D1)/R
10276        BB=(A1*D1-B1*C1)/R
10384        CC=X(4,1)-AA*X(1,1)+BB*X(2,1)
10480        DD=X(5,1)-BB*X(1,1)-AA*X(2,1)
10588 C   CONSTANTES LAMBERT-EJE DE VUELO
10588        R=AA*AA+BB*BB
10672        A1=AA/R
10708        B1=BB/R
10744        C1=(AA*CC+BB*DD)/R
10840        D1=(AA*DD-BB*CC)/R
10948 C   INICIALIZACION
10948     57 M=1
10972        DO 23 I=1,9
10984        DO 23 J=1,8
10996     23 S(I,J)=0.
```

```
T1152 C    FORMACION DE LAS ECUACIONES NORMALES PARA M=1
T1152 C    RESIDUOS DEL AJUSTE DE MINIMOS CUADRADOS PARA M=2
T1152 C    PROCESAMIENTO DE PUNTOS DE PASO PARA M=3
T1152     47 DO 65 K=1,N
T1164        DX=X(1,K)
T1236        DY=X(2,K)
T1308        R=X(3,K)
T1380     62 IF(SENSE SWITCH 1)68,67
T1400     67 S(8,1)=DX*DX*DX
T1448        S(8,2)=DX*DX
T1484        S(8,3)=DX
T1508        S(8,4)=-2.*DX*DY
T1568        S(8,5)=-DY
T1604        S(8,6)=1.
T1628        S(9,1)=3.*DX*DX*DY
T1688        S(9,2)=-S(8,4)
T1724        S(9,3)=DY
T1748        S(9,4)=S(. 2)
T1772        S(9,5)=DX
T1796        S(9,7)=1.
T1820        IF(M-1)49,48,49
T1888     68 S(8,1)=DX*DX
T1924        S(8,2)=DX
T1948        S(8,3)=DX*DY
T1984        S(8,4)=DY
T2008        S(8,5)=1.
T2032        S(8,6)=X(6,K)-R
T2116        IF(M-1)78,59,78
T2184     49 DO 50 L=1,II
T2196        DX=DX+S(8,L)*S(L,JJ)
T2352     50 DY=DY+S(9,L)*S(L,JJ)
T2544        R=AA*DX-BB*DY+CC
T2652        DY=BB*DX+AA*DY+DD
T2748        IF(M-2)72,72,61
T2816     72 DX=R-X(4,K)
T2900        DY=DY-X(5,K)
T2984        PRINT 6,K,DX,DY
T3032      6 FORMAT(I4,F6.2,F6.2,F6.2)
T3070        GO TO 65
T3078     61 PRINT 7,N,R,DY
T3126      7 FORMAT(/I4,2XF10.2,2XF10.2)
T3186        GO TO 66
T3194     78 DO 79 L=1,II
T3206     79 R=R+S(8,L)*S(L,JJ)
T3398        IF(M-2)73,73,74
T3466     73 R=R-X(6,K)
T3550        PRINT 6,K,R
T3586        GO TO 65
T3594     74 PRINT 7,N,R
T3630        GO TO 66
T3638     48 S(8,8)=A1*X(4,K)+B1*X(5,K)-C1-DX
T3842        S(9,8)=-B1*X(4,K)+A1*X(5,K)-D1-DY
T4046     59 DO 24 I=1,II
T4058        DO 24 J=1,JJ
T4070     24 S(I,J)=S(I,J)+S(8,I)*S(8,J)+S(9,I)*S(9,J)
T4550     65 CONTINUE
T4586        GO TO(64,53),M
```

```
T4662 C    CROUT
T4662     64 DO 40 J=2,JJ
T4674        DO 40 I=1,II
T4686        IF(I-J)26,26,27
T4754     26 L=I-1
T4790        IF(L)30,39,30
T4846     27 L=J-1
T4862     30 DO 35 K=1,L
T4894     35 S(I,J)=S(I,J)-S(I,K)*S(K,J)
T5230        IF(J-I)40,40,39
T5298     39 S(I,J)=S(I,J)/S(I,I)
T5514     40 CONTINUE
T5586 C    SUSTITUCION INVERSA
T5586        I=II-1
T5622     41 L=I+1
T5658        DO 45 K=L,II
T5670     45 S(I,JJ)=S(I,JJ)-S(I,K)*S(K,JJ)
T6006        I=I-1
T6042        IF(I)46,46,41
T6098     46 M=2
T6122        GO TO 47
T6130     53 PAUSE
T6142 C    SWITCH 2 ON PARA RECHAZO DE PUNTOS DE CONTROL
T6142        IF(SENSE SWITCH 2)54,55
T6162     54 ACCEPT 6,J
T6186        DO 58 I=1,6
T6198        R=X(I,J)
T6282        X(I,J)=X(I,N)
T6426     58 X(I,N)=R
T6546        N=N-1
T6582        GO TO 57
T6590     55 PRINT 8
T6614      8 FORMAT(/18H     PUNTOS DE PASO)
T6680        M=3
T6704     82 IF(NN-N)66,66,83
T6772     83 N=N+1
T6808        DX=X(1,N)
T6880        DY=X(2,N)
T6952        R=X(3,N)
T7024        GO TO 62
T7032 C    ENTRADA DE PUNTOS DE PASO
T7032     66 READ 6,N,A1,B1,R
T7092        DX=A*A1-B*B1+C
T7200        DY=B*A1+A*B1+D
T7296        GO TO 62
T7304        END

PROG SW 1 ONFOR SYMBOL TABLE, PUSH START
SW 1 OFF TO IGNORE SUBROUTINES, PUSH START

PROCESSING COMPLETE
```

```
08300 C   TRANSFORMACION TRIDIMENSIONAL
08300 C   RENE NARVAEZ M.   ENERO DE 1965
08300        DIMENSION X(6,10),XTR(3,10),A(3,3),B(3,3),C(3,3),CG(10)
08300        CERO=0.
08324        UNO=1.
08348        READ 1
08372        PRINT 1
08396        PUNCH 1
08420        READ 5,N
08444        PUNCH 5,N
08468      1 FORMAT(30H                              )
08552        READ 4,A1,B1,C1,D1,R
08624      4 FORMAT(F6.2,F6.2,F6.2,F6.2,F6.2)
08666        COSEN=(C1-A1)/R
08714        SENO=(D1-B1)/R
08762 C      ENTRADA DE PUNTOS DE CONTROL
08762        DO 18 J=1,N
08774        READ 3,A1,B1,X(3,J),X(4,J),X(5,J),X(6,J)
09050      3 FORMAT(F6.2,F6.2,F6.2,F8.2,F8.2,F6.2)
09098        X(1,J)=A1*COSEN+B1*SENO
09230        X(2,J)=-A1*SENO+B1*COSEN
09362     18 PUNCH 6,X(4,J),X(5,J),X(6,J)
09590      6 FORMAT(E14.8,E14.8,E14.8,I5)
09628 C      COORDENADAS DEL CENTRO DE LA FAJA
09628        A1=N
09664        DO 22 I=1,6
09676        B1=CERO
09700        DO 21 J=1,N
09712     21 B1=B1+X(I,J)
09844     22 CG(I)=B1/A1
09940 C      TRASLACION AL CENTRO DE LA FAJA
09940        DO 23 I=1,6
09952        DO 23 J=1,N
09964     23 X(I,J)=X(I,J)-CG(I)
10216 C      INICIALIZACION
10216        A(1,1)=UNO
10240        A(1,2)=CERO
10264        A(1,3)=CERO
10288        A(2,1)=CERO
10312        A(2,2)=UNO
10336        A(2,3)=CERO
10360        A(3,1)=CERO
10384        A(3,2)=CERO
10408        A(3,3)=UNO
10432     24 L=1
10456 C      PRIMERA ETAPA
10456     32 DO 28 I=1,3
10468        DO 28 J=1,N
10480        A1=CERO
10504        DO 25 K=1,3
10516     25 A1=A1+A(I,K)*X(K,J)
10720     28 XTR(I,J)=A1
10876        GO TO(37,38,39,47),L
10960 C      KAPPA Y ESCALA
10960     37 A1=CERO
10984        B1=CERO
11008        C1=CERO
11032        DO 29 J=1,N
```

```
T1044          A1=A1+XTR(1,J)*X(4,J)+XTR(2,J)*X(5,J)
T1332          B1=B1+XTR(1,J)*X(5,J)-XTR(2,J)*X(4,J)
T1632       29 C1=C1+XTR(1,J)*XTR(1,J)+XTR(2,J)*XTR(2,J)
T1956       45 A1=A1/C1
T1992          B1=B1/C1
T2028 C        MATRIZ DE CORRECCION C
T2028          C(1,1)=A1
T2052          C(1,2)=-B1
T2088          C(1,3)=CERO
T2112          C(2,1)=B1
T2136          C(2,2)=A1
T2160          C(2,3)=CERO
T2184          C(3,1)=CERO
T2208          C(3,2)=CERO
T2232          C(3,3)=UNO
T2256 C        CORRECCION A LA MATRIZ A (B=C.A)
T2256       35 DO 31 I=1,3
T2268          DO 31 J=1,3
T2280          A1=CERO
T2304          DO 30 K=1,3
T2316       30 A1=A1+C(I,K)*A(K,J)
T2520       31 B(I,J)=A1
T2676          DO 36 I=1,3
T2688          DO 36 J=1,3
T2700       36 A(I,J)=B(I,J)
T2916          L=L+1
T2952          GO TO 32
T2960 C        SEGUNDA ETAPA
T2960       38 A1=CERO
T2984          B1=CERO
T3008          C1=CERO
T3032          D1=CERO
T3056          R=CERO
T3080          DO 34 J=1,N
T3092          A1=A1+XTR(2,J)*XTR(2,J)
T3236          B1=B1-XTR(1,J)*XTR(2,J)
T3392          C1=C1-XTR(2,J)*(X(6,J)-XTR(3,J))
T3608          D1=D1+XTR(1,J)*XTR(1,J)
T3752       34 R=R+XTR(1,J)*(X(6,J)-XTR(3,J))
T3992          C(2,1)=A1*D1-B1*B1
T4088          C(3,1)=(A1*R-B1*C1)/C(2,1)
T4196          C(2,3)=(C1*D1-B1*R)/C(2,1)
T4304          C(3,2)=-C(2,3)
T4340          C(1,3)=-C(3,1)
T4376          C(1,2)=C(3,1)*C(2,3)
T4412          C(1,1)=SQRT(UNO-C(3,1)*C(3,1))
T4484          C(2,2)=SQRT(UNO-C(2,3)*C(2,3))
T4556          C(3,3)=C(1,1)*C(2,2)
T4592          C(2,1)=CERO
T4616          GO TO 35
T4624 C        RESIDUOS
T4624       39 PRINT 2
T4648        2 FORMAT(//8X8HRESIDUOS/)
T4726          DO 40 J=1,N
T4738          A1=XTR(1,J)-X(4,J)
T4870          B1=XTR(2,J)-X(5,J)
T5002          C1=XTR(3,J)-X(6,J)
T5134       40 PRINT 5,J,A1,B1,C1
```

```
T5230     5 FORMAT(I4,F6.2,F6.2,F6.2)
T5268       PAUSE
T5280 C     TEST PARA CONCLUIR ITERACIONES
T5280       IF(SENSE SWITCH 2)41,24
T5300 C     ROTACION-K
T5300    41 A1=UNO
T5324       B1=-A(2,1)/A(1,1)
T5372       C1=SQRT(A1*A1+B1*B1)
T5468       GO TO 45
T5476 C     PERFORACION DE VECTORES TRANSFORMADOS
T5476    47 DO 49 J=1,N
T5488    49 PUNCH 6,XTR(1,J),XTR(2,J),XTR(3,J)
T5716 C     PROCESAMIENTO DE PUNTOS DE PASO
T5716    50 READ 5,N,A1,B1,C1
T5776       CG(4)=A1*COSEN+B1*SENO-CG(1)
T5872       CG(5)=-A1*SENO+B1*COSEN-CG(2)
T5968       CG(6)=C1-CG(3)
T6004       DO 51 I=1,3
T6016       B(I,1)=CERO
T6064       DO 51 J=1,3
T6076       L=J+3
T6112    51 B(I,1)=B(I,1)+A(I,J)*CG(L)
T6364       PUNCH 6,B(1,1),B(2,1),B(3,1),N
T6424       GO TO 50
T6432       END
PROG SW 1 ONFOR SYMBOL TABLE, PUSH START
T9999
```

```
08300 C   TRANSFORMACIONES CONFORMALES
08300 C   RENE NARVAEZ M.   ENERO DE 1965
08300        DIMENSION X(6,10),B(8,7)
08300        CERO=0.
08324        UNO=1.
08348        READ 1
08372        PRINT 1
08396      1 FORMAT(30H                              )
08480        READ 2,N
08504      2 FORMAT(I4,F7.2,F7.2,F7.2)
08542        DO 15 J=1,N
08554     15 READ 3,X(4,J),X(5,J),X(6,J)
08782      3 FORMAT(E14.8,E14.8,E14.8,I5)
08820        DO 16 J=1,N
08832     16 READ 3,X(1,J),X(2,J),X(3,J)
09060        M=1
09084        LL=1
09108        II=4
09132        JJ=5
09156     14 DO 17 I=1,8
09168        DO 17 J=1,7
09180     17 B(I,J)=CERO
09336 C      POLINOMIO Z M=1
09336 C      POLINOMIO XY M=2
09336 C      RESIDUOS XYZ M=3
09336 C      COORDENADAS XYZ M=4
09336     20 DO 51 K=1,N
09348     54 XF=X(1,K)
09420        YF=X(2,K)
09492        ZF=X(3,K)
09564        B(7,1)=UNO
09588        IF(M-1)19,18,19
09656     18 B(7,2)=XF*XF-ZF*ZF
09752        B(7,3)=XF*YF
09788        B(7,4)=YF*YF-ZF*ZF
09884        B(7,5)=X(6,K)-ZF
09968        GO TO 44
09976     19 B(7,2)=CERO
10000        B(7,3)=XF
10024        B(7,4)=-YF
10060        B(7,5)=XF*XF-YF*YF
10156        B(7,6)=-2.*XF*YF
10216        B(7,7)=X(4,K)
10288        B(8,1)=CERO
10312        B(8,2)=UNO
10336        B(8,3)=YF
10360        B(8,4)=XF
10384        B(8,5)=-B(7,6)
10420        B(8,6)=B(7,5)
10444        B(8,7)=X(5,K)
10516        IF(M-2)49,44,49
```

```
T0584 C      DERIVADAS PARCIALES
T0584     49 P=B(3,7)+2.*XF*B(5,7)-2.*YF*B(6,7)
T0716        Q=B(4,7)+2.*YF*B(5,7)+2.*XF*B(6,7)
T0836        ZF=A1+ZF*SQRT(P*P+Q*Q)
T0956        XF=CERO
T0980        YF=CERO
T1004        DO 40 J=1,6
T1016        XF=XF+B(7,J)*B(J,7)
T1136     40 YF=YF+B(8,J)*B(J,7)
T1292        IF(M-3)53,52,53
T1360     52 XF=XF-X(4,K)
T1444        YF=YF-X(5,K)
T1528        ZF=ZF-X(6,K)
T1612        PRINT 2,K,XF,YF,ZF
T1672        GO TO 51
T1680     53 PRINT 4,N,XF,YF,ZF
T1740      4 FORMAT(/I6,F12.2,F12.2,F10.2)
T1782        GO TO 55
T1790     44 DO 45 I=1,II
T1802        DO 45 J=1,JJ
T1814     45 B(I,J)=B(I,J)+B(7,I)*B(7,J)+B(8,I)*B(8,J)
T2294     51 CONTINUE
T2330        IF(M-2)60,60,56
T2398     60 DO 30 J=2,JJ
T2410        DO 30 I=1,II
T2422        IF(I-J)26,26,27
T2490     26 L=I-1
T2526        IF(L)25,29,25
T2582     27 L=J-1
T2618     25 DO 28 K=1,L
T2630     28 B(I,J)=B(I,J)-B(I,K)*B(K,J)
T2966        IF(J-I)30,30,29
T3034     29 B(I,J)=B(I,J)/B(I,I)
T3250     30 CONTINUE
T3322        I=II-1
T3358     31 L=I+1
T3394        DO 32 K=L,II
T3406     32 B(I,JJ)=B(I,JJ)-B(I,K)*B(K,JJ)
T3742        I=I-1
T3778        IF(I)33,33,31
T3834     33 IF(M-2)34,36,36
T3902     34 IF(LL-1)35,35,42
T3970     35 A1=B(1,JJ)
T4042        B1=B(2,JJ)
T4114        C1=B(3,JJ)
T4186        D1=B(4,JJ)
T4258 C      TRANSFORMACION CONFORMAL X-Z
T4258        DO 38 K=1,N
T4270        XF=X(1,K)
T4342        ZF=X(3,K)
T4414     57 X(1,K)=XF-2.*B1*XF*ZF
T4546        X(3,K)=ZF+B1*(XF*XF-ZF*ZF)
T4714        IF(M-4)38,58,38
T4782     38 CONTINUE
```

```
T4818 C      ROTACION Y-Z
T4818        DO 39 K=1,N
T4830        YF=X(2,K)
T4902     58 XF=X(1,K)
T4974        ZF=X(3,K)
T5046        P=C1*XF
T5082        Q=SQRT(UNO-P*P)
T5154        X(2,K)=Q*YF-P*ZF
T5298        X(3,K)=P*YF+Q*ZF
T5430        IF(M-4)39,59.39
T5498     39 CONTINUE
T5534 C      TRANSFORMACION Y-Z
T5534        DO 41 K=1,N
T5546     59 YF=X(2,K)
T5618        ZF=X(3,K)
T5690        X(2,K)=YF-2.*D1*YF*ZF
T5822        X(3,K)=ZF+D1*(YF*YF-ZF*ZF)
T5990        IF(M-4)41,54,41
T6058     41 CONTINUE
T6094        LL=LL+1
T6130        GO TO 14
T6138     42 A1=B(1,JJ)
T6210        M=2
T6234        II=6
T6258        JJ=7
T6282        GO TO 14
T6290     36 M=3
T6314        PRINT 5
T6338      5 FORMAT(//8X8HRESIDUOS/)
T6416        GO TO 20
T6424     56 PRINT 6
T6448      6 FORMAT(//23H             PUNTOS DE PASO)
T6528        M=4
T6552        K=M
T6576     55 READ 3,XF,YF,ZF,N
T6636        GO TO 57
T6644        END

PROG SW 1 ONFOR SYMBOL TABLE, PUSH START
SW 1 OFF TO IGNORE SUBROUTINES, PUSH START

PROCESSING COMPLETE
```

REFERENCIAS.

(1) William D. Harris, "Aerotriangulation Adjustment of Instrument Data by Computational Methods". Technical Bulletin No. 1, Coast and Geodetic Survey.

(2) G. H. Schut, "Transformation and Adjustment of Strip Coordinates by Electronic Computation" N.R.C. 6523.

(3) G. H. Schut, "The Use of Polynomials in the Three-dimensional Adjustment of Triangulated Strips". The Canadian Surveyor, No. May 1962.

(4) Michael Perks, "A Numerical Adjustment Procedure for Aerotriangulation Programmed for I.B.M. 650 Computer". The Canadian Surveyor, May 1962.

(5) F. Ackermann, "Analytic Strip Adjustment". I.T.C. (International Training Center).

(6) G. C. Tewinkel, "Aerotriangulation Adjustment", Coast and Geodetic Survey.

(7) W. D. Harris, G. C. Tewinkel and C. A. Whitten, "Analytic Aero---triangulation". Technical Bulletin No. 21, Coast and Geodetic Survey.

(8) Hildebrand, "An Introduction to Numerical Analysis".

(9) William D. Harris, "Vertical Adjustment of Instrument Aerotriangulation by Computational Methods", Technical Bulletin No. 10, Coast and Geodetic Survey.

(10) Louis L. Pennisi, "Elements of Complex Variables".

cvm.