

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA



**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE
LOCALIZACIÓN DE BAJO COSTO, BAJO EL PRINCIPIO TDOA**

PRESENTADO POR:

ARIAS RAMIREZ, LIZARDO ARIEL

PARA OPTAR AL TITULO DE:

INGENIERO ELECTRICISTA

CIUDAD UNIVERSITARIA

OCTUBRE 2022

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

RECTOR:

MSC. ROGER ARMANDO ARIAS ALVARADO

SECRETARIO GENERAL:

ING. FRANCISCO ANTONIO ALARCON SANDOVAL

FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

DECANO:

PhD. EDGAR ARMANDO PEÑA FIGUEROA

SECRETARIO:

ING. JULIO ALBERTO PORTILLO

ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA

DIRECTOR INTERINO:

ING. WERNER DAVID MELENDEZ VALLE

UNIVERSIDA DE EL SALVADOR
FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA

Trabajo de graduación previo a la opción de grado de:

INGENIERO ELECTRICISTA

Título:

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE LOCALIZACIÓN
DE BAJO COSTO, BAJO EL PRINCIPIO TDOA**

Presentado por:

LIZARDO ARIEL ARIAS RAMIREZ

Trabajo de graduación aprobado por:

Docente asesor:

ING. WERNER DAVID MELENDEZ VALLE

SAN SALVADOR, OCTUBRE DE 2022

Trabajo de graduación aprobado por:

Docente asesor:

ING. WERNER DAVID MELENDEZ VALLE

NOTA Y DEFENSA FINAL

En esta fecha, miércoles 31 de agosto de 2022, en la Sala de Lectura de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, a las 9:00 a.m. horas, en presencia de las siguientes autoridades de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de El Salvador:

1. Ing. Armando Martínez Calderón
Director


Firma

2. MSc. José Wilber Calderón Urrutia
Secretario

por: 
Firma



Y, con el Honorable Jurado de Evaluación integrado por

- ING. WERNER DAVID MELENDEZ VALLE
(Docente Asesor)



Firma

- DR. CARLOS OSMIN POCASANGRE JIMENEZ



Firma

- ING. WALTER LEOPOLDO ZELAYA CHICAS


Firma

Se efectuó la defensa final reglamentaria del Trabajo de Graduación:

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE LOCALIZACIÓN DE BAJO COSTO,
BAJO EL PRINCIPIO TDOA

A cargo del Bachiller:

- ARIAS RAMIREZ LIZARDO ARIEL

Habiendo obtenido en el presente Trabajo una nota promedio de la defensa final: 9.2

(. nueve punto dos)

AGRADECIMIENTOS.

Para empezar, quiero agradecer a Dios por toda la sabiduría e inteligencia que me ha brindado a lo largo de estos 5 años, desde el momento que entre a la universidad, siempre me ha guiado por medio de mis seres queridos y nuevas amistades que he formado en la universidad, agradecer por brindarme ese nuevo cambio de mentalidad, de que si no entendía algo rápidamente, tarde o temprano el me daría la sabiduría para entenderlo, mentalidad que me dio un nuevo motivo para no rendirme y seguir creciendo, en cada oportunidad o proyecto, que fue lo que me dio éxito a lo largo de mi carrera.

A mi abuela, Ana y a mi mamá, Olga, por su incondicional apoyo tanto psicológicamente como económicamente, que me han brindado la oportunidad de salir adelante con la carrera. Sin los consejos de ellas sobre como ser un mejor hombre, y más importante, sus valiosos consejos de que los fracasos son oportunidades para crecer e ir más allá de uno mismo, de que cuando uno fracasa, el darse cuenta que fue lo que hizo es un cincuenta por ciento, pero el otro cincuenta es hacer los cambios necesarios. Agradecerles por nunca dudar de mí y siempre confiar en mí, así como estudiante, y también como hombre.

A mi tía, Xiomara y a mi tío, Julio, por ser el peso económico de todo mi bachillerato y carrera hasta el día de ahora, aun con sus muchas dificultades y momentos difíciles que ha pasado la familia, siempre encontraban una forma para apoyarme en mis estudios, sin la guía de ellos, sin sus consejos y sin su valiosa presencia en mi vida e incondicional amor, jamás hubiera logrado completar mis estudios, y sé que también, desde el cielo, mi tío Álvaro Ernesto Arias Ramirez, me ha estado observando y guiando en cada paso también, gracias a él, por su presencia significativa en mi vida, y por darme la idea de algún día ser un ingeniero.

A mis primas, Ashley y Erika, con quien me he criado como que, si fuésemos hermanos, por escucharme siempre en mis días más oscuros, por ser esa luz que siempre ha brillado en mi vida con su incondicional amor y apoyo hacia a mí, y por nunca dudar de mis capacidades para lograr todo lo que me he propuesto y estoy proponiendo, por siempre confiar en mí.

A Ingeniero Werner Meléndez por todos sus consejos, apoyo y dedicación en este trabajo de graduación, así como también por mostrar otro lado de lo que es la carrera de ingeniería eléctrica, que la verdad, nunca me hubiera inspirado en estudiar más en la carrera, si no tenía el conocimiento de que existía una materia relacionado con aeronáutica en la universidad de El Salvador.

A toda la planta de docentes de la escuela de ingeniería eléctrica, en especial al Dr. Carlos Martínez por su incondicional apoyo hacia mi persona brindándome guía y consejo, por darme la oportunidad de ser instructor en análisis de sistemas y señales en el 2021, así como por darme la oportunidad de poder participar en primera actividad de carácter científico en

un congreso científico desarrollado en la universidad de El Salvador en el 2021 trabajando con teledetección satelital tipo radar, y por la paciencia de escuchar diversas ideas que he tenido sobre posibles investigaciones también. Al Dr. Carlos Pocasangre, por brindarme a mí y a mis compañeros: Carlos Arriaza, Omar Aguilar y Diego Hernández el apoyo y guía para la construcción de la comunicación inalámbrica entre un medidor de CO₂ y una aplicación en Android, por sus valiosos consejos y ayuda en estos últimos meses de la carrera y por mostrarme otra área interesante (teledetección) para la cual hay cavidad en la ingeniería eléctrica. Al ingeniero Marvin Hernández, por bríndame su apoyo en Análisis Eléctrico Lineal 1 y demás materias también impartidas por el también.

Agradecer a Reinita, por su incondicional apoyo hacia mi persona en el tiempo de mi carrera en San Salvador y por siempre brindarme consejo, agradezco que siempre se encuentra lista para ayudar a los estudiantes de la escuela de ingeniería eléctrica y a escucharnos también.

A mis amigos con quienes comencé este viaje: Ariel Segovia, Luis Vidal, Omar Aguilar, Ismael Linares, Steve Vega, Kevin Hernández y Ronny Escobar, con quienes he pasado momentos de estudio y de diversión a lo largo de la carrera y que nada hubiese sido igual sin ellos. Agradezco a Ariel Segovia por todo su apoyo y consejo que me ha brindado en la carrera y a Luis Vidal, por ser uno de mis amigos de más confianza, así como también una de las personas más inteligentes que he conocido y de quien he aprendido mucho.

A mi grupo de estudio de la carrera: Omar Aguilar, Carlos Arriaza y Diego Hernández, por nunca darnos por vencidos a pesar que todo se miraba más oscuro que con luz en la carrera, pero que, por la perseverancia e inteligencia de cada uno de nosotros, siempre lográbamos sacar adelante el equipo, y si uno no podía, los otros hacían lo posible para levantarlo y salir adelante. Agradezco a Dios por este gran equipo de amigos que se formó en estos 5 años, todo nuestro éxito no hubiese sido sin cada uno de nosotros.

Al Dr. Junichi Naganawa, del “Electronic Navigation Research Institute” ubicado en Tokyo, Japón. Por brindarme su apoyo en el desarrollo de esta tesis ya que él se especializa en los sistemas de multilateración y TDOA, así como también atender mis dudas y brindarme nuevas visiones sobre estos nuevos sistemas de vigilancia.

A todos mis amigos y amigas, quienes, sin ellos, no hubiese logrado llegar hasta este punto, por todo su apoyo, muchas gracias.

Índice

Índice de ilustraciones.....	9
Índice de tablas.....	1
DESCRIPCIÓN DEL TEMA.....	1
OBJETIVOS	2
GENERAL	2
ESPECIFICOS	2
ALCANCES	3
ANTECEDENTES.....	3
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
JUSTIFICACIÓN	4
CAPITULO I: Posicionamiento y vigilancia convencional en la aeronáutica civil.....	5
1.1) El concepto básico de RADAR	5
1.1.2) Detección de rango y forma de onda general en radares.....	6
1.1.3) La ecuación del RADAR.....	7
1.1.4) Frecuencias de operación de Radares.....	8
1.2) Procesamiento de señales radar por medio de la correlación y la detección en rango.	10
1.3) Tipos de radares de vigilancia aeronáutica presentes en la actualidad.....	13
1.3.1) Radar Primario de Vigilancia (PSR) y otros conceptos asociados con radares ...	13
1.3.2) Determinación de la dirección	14
1.3.3) Angulo de Elevación.....	16
1.3.4) Tipo de antena en el radar primario.	16
1.3.5) Impactos por giro (Hits per Scan).	17
1.4) Radar Secundario de Vigilancia (SSR)	17
1.5) El radar de movimiento de superficie	19
1.6) Problemas Asociados con los radares primarios y secundarios.....	20
Capítulo II: Los nuevos sistemas de vigilancia aérea	22
2.1) Vigilancia Dependiente Automática- por radiodifusión (ADS-B), un breve resumen.	22
2.2) La Multilateración (o multi posicionamiento).....	24

Capítulo III: Sistemas de vigilancia basados en ToA y TDoA.....	28
3.1) El precursor del TDOA: Time of Arrival o ToA.....	28
3.1.2) Errores asociados al ToA.....	30
3.2) DME: Equipo de medición de distancia.....	30
3.2.1) Principio de funcionamiento del DME.....	33
3.3) ATDOA: Diferencia de tiempo de arribo asíncrono.....	33
Capítulo IV: Time difference of arrival (TDoA) y su modelamiento matemático.....	35
4.1) La precisión de dilución horizontal y vertical (HDOP y VDOP).....	37
4.2) Errores presentes en los sistemas de multilateración y TDOA.....	41
4.3) Solución para obtener coordenadas en tres dimensiones con cuatro estaciones receptoras.....	43
Capítulo V: El sincronismo en los sistemas de multilateración.....	48
5.1) Alternativas de sincronismo de bajo costo.....	51
Capítulo VI: Arquitectura física del sistema TDoA basado en la multilateración de bajo costo.....	57
6.1) Diagrama de bloques del sistema TDOA.....	57
6.2) Elementos de estaciones receptoras.....	58
6.2.1) Antenas receptoras para recolectar las señales.....	58
6.2.2) Evaluación de tecnología de microprocesadores y microcontroladores para estaciones receptoras y estación maestra.....	61
6.3) Transmisor para sincronismo por señal de referencia.....	64
6.3.1) Sobre la librería “rtlsdrlib” y sus usos con el dongle RTL-SDR.....	65
6.4) Estudio de correlación de señales comunes para ser candidatas a señal de referencia.....	67
6.5) Despliegue físico de estaciones en un espacio reducido.....	70
Capítulo VII: Arquitectura de red de comunicación del sistema de TDoA basado en multilateración.....	71
7.1) Estación maestra (computadora) y estaciones receptoras en una misma LAN.....	72
7.2) Estación maestra (computadora) y estaciones receptoras en distintas redes LAN..	75
7.3) Estación maestra (computadora) y estaciones receptoras en distintas redes.	76
Capítulo VIII: Resultados obtenidos para el sistema TDoA de bajo costo.....	77
Conclusiones.....	84

Recomendaciones.....	84
Bibliografía.....	85
Anexos	87

Índice de ilustraciones.

Ilustración 1: Principio de funcionamiento de Radar.	5
Ilustración 2: Forma de pulsos de Radar.	6
Ilustración 3: Bandas de frecuencias en radares.....	9
Ilustración 4: Radar secundario de vigilancia (SSR).....	9
Ilustración 5: Resultado de la auto correlación entre dos señales (de Stefan Scholl).	10
Ilustración 6: Señal emitida por un radar.....	11
Ilustración 7: Señal eco capturada por el radar.	11
Ilustración 8: Auto correlación entre dos señales. Las flechas indican el movimiento de la señal de transmisión sobre la señal recibida con ruido.	12
Ilustración 9: Funcionamiento del radar primario.	13
Ilustración 10: Plano PPI en radares, se utilizan en las torres de control.	14
Ilustración 11: Determinación angular de blanco en radares primarios.....	15
Ilustración 12: Variaciones en los ecos al detectar blancos.	15
Ilustración 13: Angulo de elevación	16
Ilustración 14: Radar primario.....	16
Ilustración 15: Principio de funcionamiento del radar secundario de vigilancia.	18
Ilustración 16: Pulsos de interrogación del radar secundario de vigilancia.	18
Ilustración 17: Radar de movimiento de superficie.	20
Ilustración 18: El ADS-B en acción.	22
Ilustración 19: Principio de funcionamiento del ADS-B y sus demás aplicaciones.	23
Ilustración 20: Estaciones de recepción ubicadas en diferentes puntos en un aeropuerto.	25
Ilustración 21: Intercepción de hipérbolas en el punto CF. Las estaciones receptoras están nombradas como A0, A1 y A2.	25
Ilustración 22: Diferencias de tiempo TDoA e hipérbolas para localizar una aeronave.	27
Ilustración 23: Diagrama de bloques de un sistema MLAT.	27
Ilustración 24: Representación gráfica del ToA.....	29
Ilustración 25: Principio de operación del DME. En azul se encuentra representado los pulsos de respuesta, en verde los pulsos de interrogación y en rojo la distancia diagonal (o solamente distancia) entre la aeronave y el DME.....	31
Ilustración 26: VOR/DME, antenas de VOR en color naranja y antena de DME es la más alta.	31

Ilustración 27: Forma de señal electromagnética del DME.	32
Ilustración 28: HDoP y VDoP para sistema MLAT en el aeropuerto internacional de El Salvador. La estrella color roja representa la estación de procesamiento central y las estrellas de color verde las estaciones receptoras.	40
Ilustración 29: Despliegue rectangular de estaciones receptoras MLAT.	41
Ilustración 30: Sistema de Multilateración para el aeropuerto internacional de El Salvador con errores por muestreo incluidos (error de muestreo de dongles RTL-SDR).	43
Ilustración 31: Transmisor de señal de referencia Tx junto a estaciones receptoras. Las flechas rojas indican la señal que se está utilizando para referenciar.	49
Ilustración 32: Funcionamiento de sincronismo por transmisor de referencia.	49
Ilustración 33: Señal recibida en la estación maestra bajo la sincronización por señal de referencia. La primera porción de la señal corresponde a una estación de AM mientras que la segunda porción a un módulo RF 434 MHz y después se vuelve a capturar datos de AM.	50
Ilustración 34: GPS/GLONASS USB U-blox 7.	51
Ilustración 35: ACTIVO GPS/GLONASS.	51
Ilustración 36: Modulo GPS NEO-6M-0-001.	52
Ilustración 37: Estación base de telefonía móvil y estación de transmisión de radio, en el orden respectivo.	52
Ilustración 38: Opciones de señal para transmitir desde una Raspberry pi.	53
Ilustración 39: Sintonizando frecuencia de transmisión para la Raspberry pi por medio de RpiTx, en la imagen sintonizamos a 400 MHz.	53
Ilustración 40: Dongle RTL-SDR para capturar y detectar señales de radio frecuencia.	54
Ilustración 41: Raspberry Pi como transmisor, la antena de transmisión es el jumper de color amarillo.	54
Ilustración 42: Dispositivo RTL-SDR conectado en computadora (primera imagen) y CubicSDR (segunda imagen).	55
Ilustración 43: Entorno de cubicSDR sintonizado a frecuencia de transmisión de Raspberry pi (400 MHz).	55
Ilustración 44: Descomposición del diagrama de bloques del sistema de vigilancia de bajo costo.	57
Ilustración 45: Arquitectura física del sistema de localización de bajo costo.	58
Ilustración 46: Dongle RTL-SDR con su set de antenas.	59
Ilustración 47: NOOLEC Mini 2+ RTL-SDR con 0.5 PPM TCXO.	61
Ilustración 48: Estación receptora de bajo costo.	62
Ilustración 49: 3 estaciones receptoras conformadas por Raspberry Pi 3 A+ y dongle RTL-SDR mini 2+.	63
Ilustración 50: Estación Maestra.	63
Ilustración 51: Funciones de librería rtl-sdr.	65
Ilustración 52: Capturando una señal a 434 MHz con librería rtl-sdr.	66
Ilustración 53: Señal AM capturada por dongle RTL-SDR.	66

Ilustración 54: Comando para muestrear dos señales.....	67
Ilustración 55: Dos señales muestreadas con el comando 'librtlsdr-2freq'.....	67
Ilustración 56: Dos estaciones receptoras (Una Raspberry Pi y una laptop) para obtener señal desde transmisor.....	68
Ilustración 57: Raspberry Pi transmisor de señales de referencia AM y FM.	68
Ilustración 58: Estaciones receptoras (Raspberry Pi junto a dongle RTL-SDR y antena monopolo) y estación maestra (Laptop Dell).....	70
Ilustración 59: Transmisor, que es un módulo RF de 434 MHz.....	71
Ilustración 60: Sistema TDoA en una red LAN.....	72
Ilustración 61: Raspberry Pi Imager y opciones avanzadas para configuración sin monitor de Raspberry Pi respectivamente.....	73
Ilustración 62: Conexión a Raspberry Pi por medio de PuTTY (se ingresa por medio de nombre de usuario y contraseña previamente establecida en el Raspberry Pi Imager).	73
Ilustración 63: Habilitando VNC en Raspberry Pi.	74
Ilustración 64: Comando de recepción de señales a cada una de las Raspberry Pi.....	74
Ilustración 65: Comando para copiar señales capturadas por dongles RTL-SDR en Raspberries Pi hacia la estación maestra (computadora).....	75
Ilustración 66: Estaciones receptoras y estación maestra ubicadas en distintas redes LAN (distinto puntos en una ciudad).	76
Ilustración 67: Comando de recepción de señales para Raspberry Pi en distintas LAN.	76
Ilustración 68: Espaciamiento mínimo entre estaciones dependiendo de la capacidad de muestreo del dongle RTL-SDR.	77
Ilustración 69: Fragmento de cuadro de atribución de frecuencias de SIGET (parte 1).	78
Ilustración 70: Fragmento de cuadro de atribución de frecuencias de SIGET (parte 2).	79
Ilustración 71: Despliegue de estaciones receptoras Raspberry Pi.....	79
Ilustración 72: Señales capturadas por Raspberry Pi. Primera señal a estación receptora 3, segunda señal a estación receptora 2, y tercera señal a estación receptora 1.	80
Ilustración 73: Aplicación en MATLAB para obtención de TDOAs y posicionamiento hiperbólico.....	80
Ilustración 74: Señales capturadas por Stefan Scholl.....	81
Ilustración 75: Espaciamiento entre estaciones receptoras en Kaiserslautern, imagen provista por el ingeniero Stefan Scholl.....	82
Ilustración 76: Resultados de correlación y posicionamiento para estaciones receptoras en Kaiserslautern, Alemania. Experimento provisto por el ingeniero Stefan Scholl.	82

Índice de tablas.

Tabla 1: Modos de interrogación en un Radar secundario de vigilancia.	19
Tabla 2: Valores para determinar rendimiento en sistemas MLAT.....	40
Tabla 3: Comparación entre los distintos tipos de dongles RTL-SDR en el mercado.....	60
Tabla 4: Resultados de correlación entre candidatos a señales de referencia.....	69

DESCRIPCIÓN DEL TEMA.

En el campo aeronáutico, las tecnologías de localización y/o ubicación de aeronaves, se emplean en lo que se conoce como “sistemas de vigilancia”, los cuales permiten determinar la posición de las aeronaves y mostrarla en una pantalla al personal de controladores de tránsito aéreo. Tradicionalmente los sistemas radar han sido los más utilizados para este tipo de funciones (vigilancia), sin embargo, en años recientes han surgido nuevas alternativas que hacen uso del principio de triangulación, los cuales resultan más económicos y menos complejos de instalar que los radares.

Al usar el principio de triangulación, la posición de un objeto se puede establecer, cuando se conoce la distancia de éste a puntos de referencia específicos, siendo tres el número mínimo de referencias. Ahora bien, cuando la distancia a los puntos de referencia se determina mediante la medición del tiempo que tarda una onda electromagnética en viajar de un punto A a un punto B, el concepto se transforma en lo que se denomina TDOA (Time of arrival o time difference of arrival) y eso a su vez, da paso al concepto de Multilateración. El presente trabajo tiene como finalidad, implementar un sistema de vigilancia bajo el enfoque TDOA, utilizando hardware de bajo costo, lo que implica la evaluación de diversas alternativas y el desarrollo de aplicaciones que conlleven a mostrar los resultados en un monitor de computadora, mostrando la información que resulte apropiada para demostrar el funcionamiento del sistema.

Lo anterior facilitará la enseñanza de este tipo de conceptos y además, ayudará a demostrar las ventajas de estas tecnologías para el fortalecimiento de la seguridad en las operaciones aéreas en una región determinada.

OBJETIVOS.

GENERAL.

- Proponer un sistema de posicionamiento de objetos en movimiento, basado en el principio de “Diferencia en el tiempo de arribo” o TDOA (por su acrónimo en inglés).

ESPECIFICOS.

- Evaluar las alternativas de hardware de bajo costo, para la construcción de un sistema de posicionamiento básico TDOA.
- Seleccionar el método de sincronismo apropiado para el sistema a proponer, tomando en cuenta la normativa aplicable a éstos.
- Sugerir alternativas que permitan el cálculo de la variable de altura, para el caso de objetos alejados del suelo.
- Implementar métodos de simulación que permitan demostrar el funcionamiento teórico del sistema.
- Proponer una interfaz de usuario que muestre la posición de los objetos bajo vigilancia, de forma similar a los empleados en los centros de control ubicados en los aeropuertos.
- Proponer ejemplos de aplicación para su uso en el diseño de sistemas reales.

ALCANCES.

- Examinar las tecnologías utilizadas en sistemas de vigilancia con el enfoque TDOA, incluyendo sistemas de multilateración y Equipos Medidores de Distancia o DME.
- Analizar el uso de dispositivos con referencia satelital, como método de sincronismo para el sistema a construir.
- Explicar los componentes que debería tener el sistema, para proporcionar información de posición en tres dimensiones, demostrando esta capacidad mediante el uso de las ecuaciones matemáticas que se estimen convenientes y las alternativas que permitan agregar la variable de altura.
- Desarrollar un programa que permita ubicar las posiciones de las estaciones de multilateración y la del transmisor en un mapa satelital.
- Implementar una interfaz de usuario usando MATLAB, que permita simular el funcionamiento del sistema a proponer. La presentación deberá ser similar a las utilizadas en aplicaciones comerciales de sistemas de vigilancia aeronáutica como.

ANTECEDENTES.

Los sistemas de vigilancia que hacen uso del concepto TDOA, a nivel comercial, tienen sus inicios en la década de 1990. La Organización de Aviación Civil (OACI), consideró su uso, cuando propuso a las naciones que la conforman, su plan denominado: "Sistemas de Navegación del Futuro" o FANS (acrónimo de "Future Air Navigation Systems). En ese periodo, la OACI reconoció las limitaciones que tenían los sistemas de navegación y vigilancia existentes hasta esa época, entre las cuales podemos mencionar: tiempos de procesamiento relativamente lentos, limitaciones de calidad debido a interferencias de su entorno, alto consumo energético y alto costo de implementación. Por lo anterior, se sugirió el uso de sistemas que usarán el concepto de TDOA, como medio de vigilancia, siendo la tecnología de mayor uso en la actualidad, la que se denominó: Sistemas de Multilateración, la que poco a poco se va adoptando en diversos países.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Los sistemas de vigilancia basados en radares, tienen grandes limitantes en cuanto a su desempeño y facilidad de implementación, lo que limita su uso como medio único de vigilancia y por ello, se hace necesario el estudio de tecnologías alternas que permitan solventar las deficiencias antes indicadas. Una de esas tecnologías, utiliza el principio de TDOA, lo que da origen al concepto de Multilateración, de ahí la importancia del presente trabajo.

JUSTIFICACIÓN.

En regiones como Centroamérica (por su orografía), es difícil lograr una cobertura del 100% del territorio por parte de los sistemas de vigilancia basados exclusivamente en radares, especialmente por el costo que supone la implementación de este tipo de tecnologías y por su limitante de alcance óptico, es por ello que se hace necesario familiarizarse con las nuevas alternativas tecnológicas que permiten superar dichas limitantes y para ello, es necesario contar con herramientas de enseñanza que faciliten la comprensión de estos conceptos, así como para demostrar su desempeño, de ahí la importancia del presente trabajo de graduación.

CAPITULO I: Posicionamiento y vigilancia convencional en la aeronáutica civil.

1.1) El concepto básico de RADAR.

Es un sistema que utiliza las ondas de radio para detectar la existencia de un objeto en el espacio y determinar su posición, distancia y altitud con relación a un punto conocido, que generalmente es la estación radar. Su operación consiste en radiar energía hacia el espacio y detectando la señal eco cuando la energía choca con algún objeto (en estos casos, una aeronave). La energía reflejada no solo quiere indicar la existencia de un objeto, también, al comparar la señal transmitida con la señal reflejada, se puede conocer la posición de la aeronave, así como otros datos de interés. El radar puede operar en cualquier hora del día y en cualquier condición climatológica, su habilidad de detectar objetos que se encuentran a largas distancias junto con su capacidad de operar ante cualquier condición climatológica es de sus más importantes atributos. La idea principal de radar se ilustra en la Ilustración 1.

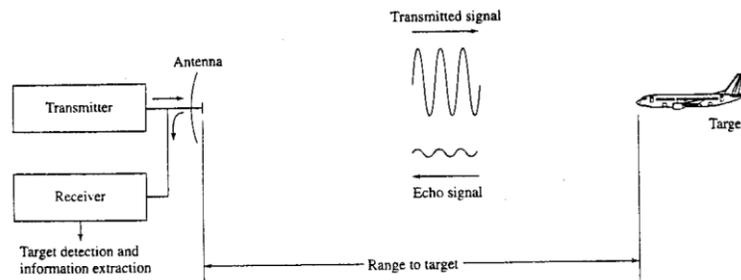


Ilustración 1: Principio de funcionamiento de Radar.

Un transmisor genera una señal electromagnética (como una señal seno de corto tiempo) que es radiada hacia el espacio por una antena (en el caso de radar, se considera que es un arreglo de antenas). Una porción de la energía transmitida es interceptada por un blanco (o objeto, que puede ser una aeronave) y esta es radiada hacia todas las direcciones, este eco radiado de la señal original por choca con un blanco es recolectado por la antena del radar, la cual la envía a su receptor. Aquí es donde el receptor procesa la señal detectada y determina su ubicación. La distancia hacia un blanco está determinada por medio de la medición del tiempo que le toma a la señal radar viajar hacia el blanco y regresar hacia este mismo. De aquí nace el termino radar, que significa “radio detección y rango”, donde rango se entiende que significa lo mismo que distancia.

1.1.2) Detección de rango y forma de onda general en radares.

La señal más común que utilizan los radares son una serie de pulsos de corta duración, que tienen una forma pseudo rectangular moduladas por una señal sinusoidal (conocido también como un tren de pulsos). El rango (o distancia) está determinado por el tiempo que le toma a esta señal viajar hacia el blanco y devuelta al radar, la energía electromagnética (u onda electromagnética) viaja a la rapidez de la luz, teniendo esto en cuenta (y tomando en consideración el doble viaje que realiza la señal radar desde el radar hacia el blanco y desde blanco hacia el radar), el rango hacia el blanco se encuentra por medio de:

$$R = \frac{cT_R}{2}.$$

Profundizando en la señal radar antes mencionada, esta tiene la forma mostrada en la Ilustración 2.

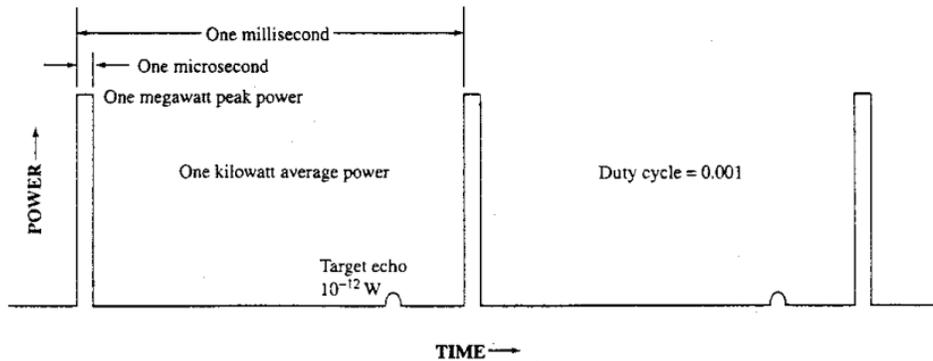


Ilustración 2: Forma de pulsos de Radar.

Se toman en cuenta ciertos parámetros para el diseño de la potencia y duración de estos pulsos ya que para detectar en largas distancias, necesitamos la suficiente energía (o potencia) para que la señal alcance al blanco, así como una duración de tiempo más grande para que la señal posea el tiempo necesario para radiar suficiente energía una vez choque con el blanco, pero esto trae la consecuencia de que obtenemos mala resolución en rango, se pueden utilizar modulaciones en frecuencia o fase para incrementar el ancho de banda espectral de un pulso de larga duración para obtener la resolución de un pulso de corta duración, a esta técnica se le conoce como “compresión de pulso”, entre las más comunes, se puede mencionar la señal CHIRP.

1.1.3) La ecuación del RADAR.

Esta ecuación es la más importante en el estudio de los radares, relaciona el rango del radar con las características de un transmisor, receptor, antena, blanco y su medio. Es útil no solo para determinar el rango máximo al que un radar puede detectar si no que también puede servir como medio para entender los factores que afectan el rendimiento de un radar, así como también es una herramienta útil para el diseño de radares en su fase inicial.

Si la potencia de transmisión P_t es radiada por una antena isotrópica (una antena que radia en todas direcciones, la antena de radar no es una antena isotrópica, pero resulta útil el concepto para el análisis), la densidad de potencia a una distancia R desde el radar es igual a la potencia radiada dividida entre el área superficial de una esfera imaginaria de radio R :

$$\text{Densidad de Potencia} = \frac{P_t}{4\pi R^2}$$

La densidad de potencia se mide en watts por metro cuadrado. Sin embargo, los radares utilizan antenas directivas (con patrones de radiación angostos) para concentrar toda la energía radiada P_t en una dirección en específico. La ganancia máxima “ G ” de la antena se puede definir como la división entre la máxima densidad de potencia radiada por una antena directiva entre la densidad de potencia radiada por antena isotrópica sin pérdidas con la misma potencia de salida, agregando este parámetro a la ecuación anterior, obtenemos:

$$\text{Densidad de Potencia de una antena directiva} = \frac{P_t G}{4\pi R^2}$$

El blanco intercepta una porción de la energía incidente y la vuelve a radiar en todas las direcciones (la señal electromagnética choca con el blanco y esta se refleja en todas las direcciones), es solo la densidad de energía radiada en la dirección del radar la que nos interesa. El “radar cross section of the target” o en español, “la sección del cruce del radar en un blanco” determina la densidad de energía que retorna al radar para una densidad de potencia específica en un blanco. Se denota con la letra σ y usualmente se le conoce como sección de cruce del blanco o sección de cruce de radar, agregando este parámetro a la ecuación ahora obtenemos:

$$\text{Densidad de Potencia retornada al radar} = \frac{P_t G}{4\pi R^2} * \frac{\sigma}{4\pi R^2}$$

El radar captura la porción de energía que es incidente en él, a esta sección se le conoce como “área efectiva” A_e , ya que es el área de la densidad de potencia que el radar está realmente capturando, el área efectiva es la multiplicación entre el área real de la antena radar por su eficiencia:

$$P_r = \frac{P_t G}{4\pi R^2} * \frac{\sigma}{4\pi R^2} * A_e = \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 R^4}$$

Si despejamos para R:

$$R_{max} = \left[\frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 S_{min}} \right]^{1/4}$$

Donde S_{min} es potencia P_r mínima con la que el radar puede detectar un blanco y R_{max} es el rango o distancia máxima a la que el radar puede detectar un blanco. A esta ecuación se le conoce como la ecuación fundamental de rango de radar, si utilizamos una misma antena para recibir un transmitir (como es el caso en la vida real), nuestra ecuación cambia a:

$$R_{max} = \left[\frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 S_{min}} \right]^{1/4}$$

Donde λ es la longitud de onda.

1.1.4) Frecuencias de operación de Radares.

La mayoría de los radares trabajan en la región de microondas, los radares operacionales rondan en las frecuencias de 100 MHz a 36 GHz, pero no son límites estrictos, por ejemplo, los radares operacionales de HF (High Frequency) sobre el horizonte operan en frecuencias tan bajas como unos cuantos megahertz, por el otro lado, podemos tener radares experimentales de ondas milimétricas que rondan en frecuencias mayores a 240 GHz. La tabla que nos presenta del libro de Introducción a radares de Skolnik del estándar IEEE 521 de 1984 para bandas de frecuencias de radar nos resumen esto:

Band Designation	Nominal Frequency Range	Specific Frequency Ranges for Radar based on ITU Assignments in Region 2
HF	3–30 MHz	
VHF	30–300 MHz	138–144 MHz 216–225 MHz
UHF	300–1000 MHz	420–450 MHz 850–942 MHz
L	1–2 GHz	1215–1400 MHz
S	2–4 GHz	2300–2500 MHz 2700–3700 MHz
C	4–8 GHz	5250–5925 MHz
X	8–12 GHz	8500–10,680 MHz
K _v	12–18 GHz	13.4–14.0 GHz 15.7–17.7 GHz
K	18–27 GHz	24.05–24.25 GHz
K _a	27–40 GHz	33.4–36 GHz
V	40–75 GHz	59–64 GHz
W	75–110 GHz	76–81 GHz 92–100 GHz
mm	110–300 GHz	126–142 GHz 144–149 GHz 231–235 GHz 238–248 GHz

Ilustración 3: Bandas de frecuencias en radares.

Los radares poseen muchas aplicaciones (dependiendo de la banda de frecuencia a la que trabajan) por ejemplo podemos tener aplicaciones en teledetección con el radar de apertura sintética, y su más usual aplicación, en mantener vigilancia sobre el espacio aéreo de una zona en específico Ilustración 4, para seguridad de aeronaves y navegación, para vehículos espaciales entre otros.



Ilustración 4: Radar secundario de vigilancia (SSR).

1.2) Procesamiento de señales radar por medio de la correlación y la detección en rango.

La idea de cómo obtener el rango o distancia a la que se encuentra un blanco (o aeronave) desde un radar tiene que ver mucho con el concepto de *correlación* entre dos señales, la primera señal siendo la transmitida (la que choca con el objeto) y la recibida (la que es reflejada por el objeto), por medio de la correlación y la frecuencia de muestreo podemos obtener el tiempo (también conocido como “delay”) que le tomo a la señal regresar viajar desde el radar hacia el blanco y viceversa.

La correlación se define como un proceso similar al de convolución: utiliza dos señales para obtener una nueva. Esta tercera señal se le conoce como la señal cruzada entre las dos anteriores, si la señal se correlaciona con una copia de ella misma, a esto se le conoce como “auto correlación”. La auto correlación es el proceso que ocurre en los sistema de radar para obtener la variable TR (delay de tiempo) que se encuentra en la ecuación en rango de radar, cuando se correlacionan dos señales, de la misma forma pero que se encuentran *desplazadas en el tiempo* su correlación nos brindara un tercer pulso, cuya forma puede ser la de una seno cardinal o impulso delta, cuya ubicación en el eje de muestras (o de tiempo) nos brinda el valor de la variable TR. Nos auxiliamos de la ecuación de correlación para entender este fenómeno.

La correlación tiene la misma forma matemática que la convolución, viene dada por:

$$Corr(\tau) = \sum_{t=0}^{N-1} s_1(t)s_2(t + \tau)$$

Donde $s_1(t)$ y $s_2(t)$ son las señales de transmisión y recepción respectivamente. Al realizar el proceso de la correlación de las dos señales por medio de la ecuación anterior, obtenemos un gráfico con una serie de impulsos como el mostrado en la Ilustración 5.

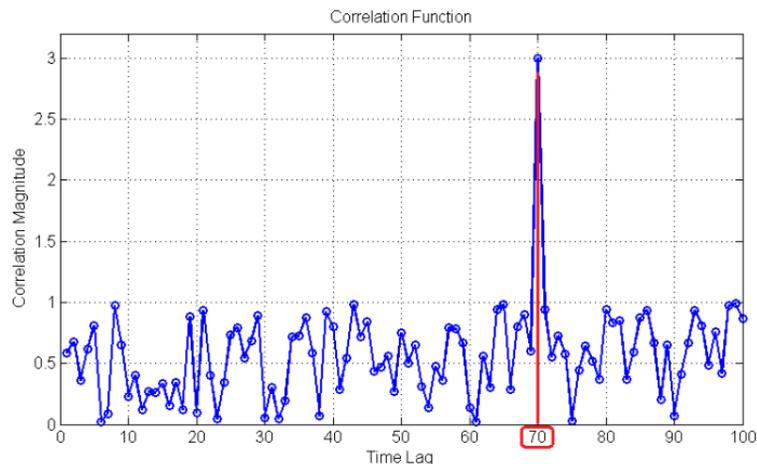


Ilustración 5: Resultado de la auto correlación entre dos señales (de Stefan Scholl).

De la señal resultante, el valor de delay de tiempo lo encontraremos ubicado en el valor de magnitud más alto de toda la señal resultante, esto nos indica que en este punto es donde la auto correlación obtuvo un resultado más *fuerte*. El proceso de utilizar la ecuación para encontrar la auto correlación entre dos señales es como sigue:

El radar enviaría una señal hacia el espacio (en este caso se presenta una señal triangulo, sin embargo, no hay señales así en los radares, solo es por motivo de ejemplo) como la mostrada en la Ilustración 6.

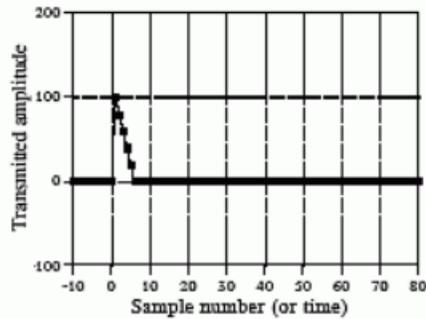


Ilustración 6: Señal emitida por un radar.

Esta señal hará su recorrido en el espacio hasta encontrar un blanco (o aeronave) con la cual chocará y su eco será capturado por la antena del radar como se muestra en la Ilustración 7.

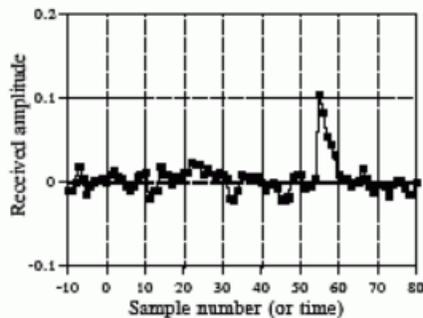


Ilustración 7: Señal eco capturada por el radar.

La cual arriba al radar con ruido debido a su camino entre el blanco y el radar (se recomienda el uso de filtros paso bajo, paso alto o pasa banda para remover ruido presente en una señal). Estas dos señales se correlacionan utilizando ecuación [ecuación de correlación], la señal de transmisión se “mueve” a través del plano de la señal recibida, realización una multiplicación de la señal transmitida en cada muestra (referirse a Análisis de sistemas y señales de Oppenheim para un explicación más detallada, así como “The Scientist and engineer’s guide to digital signal processing”), en el libro de “The Scientist and engineer’s guide to digital signal processing” nos muestran una imagen bastante clara sobre el funcionamiento de la auto correlación con la Ilustración 8.

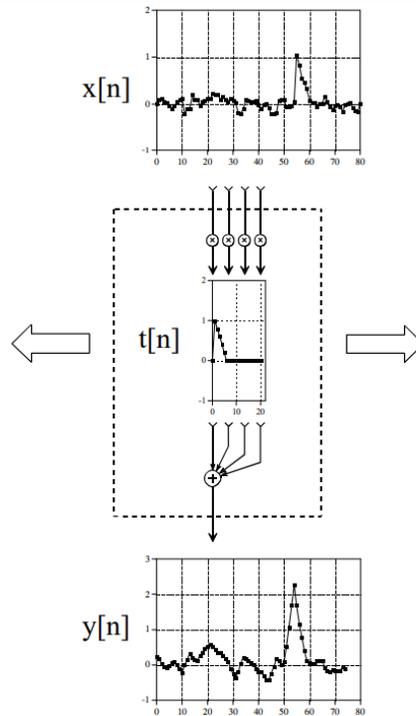


Ilustración 8: Auto correlación entre dos señales. Las flechas indican el movimiento de la señal de transmisión sobre la señal recibida con ruido.

El resultado en la Ilustración # es $y[n]$ y con este obtenemos una clara forma de la tercera señal: una serie de impulsos, se presentan ciertas elevaciones, pero esto corresponde al ruido presente en la señal recibida, lo que a nosotros nos interesa el mayor pico o el impulso de mayor magnitud, porque es en este lugar donde se encuentra el delay de tiempo, al tener nuestra señal auto correlacionada, podemos obtener el delay de tiempo por medio de:

$$T_R = \arg \max(Corr(\tau))$$

Para determinar correctamente el delay o retraso de tiempo, es de mucha importancia que la función $\arg \max$ logre encontrar el punto de mayor magnitud en el resultado de la correlación, se puede dar el caso en que obtengamos correlaciones de "mala calidad" cuando en lugar de obtener un impulso máximo (o por lo menos, un impulso mucho mayor a los que se encuentren en su vecindad), ya que tendríamos muchos delays de tiempo posibles, no tendríamos un solo distintivo o específico de entre los demás.

Se debe tener mucho cuidado con esto, ya que el tener mala correlación nos brindara resultados erróneos en nuestros cálculos para los delays de tiempo, el autor Stefan Scholl enuncia una serie de parámetros de tener en cuenta que poseen una influencia significativa en la correlación entre dos señales:

- El tipo de señal de radio frecuencia (RF), en especial, el ancho de banda de esta.
- Las propiedades de los receptores.

- Los distintos caminos de propagación entre el transmisor y receptor.
- El método de correlación aplicado.

Es probable que el resultado de la auto correlación este en unidades de muestras en lugar de tiempo, simplemente podemos dividir la muestra en la cual se ubica TR o la máxima magnitud de la señal resultante entre la frecuencia de muestreo del dispositivo que estamos utilizando. Ya al tener esta variable en unidades de tiempo, podemos sustituirla en la ecuación en rango para obtener la distancia entre el radar y el blanco detectado. Lo más importante que podemos concluir de esto es como la correlación entre dos señales nos ayuda a obtener los delays o retrasos de tiempo para encontrar distancias.

1.3) Tipos de radares de vigilancia aeronáutica presentes en la actualidad.

1.3.1) Radar Primario de Vigilancia (PSR) y otros conceptos asociados con radares.

El sistema de radar primario consiste de un transmisor de gran potencia y un receptor. El haz de radar desde el transmisor se refleja en un avión (o cualquier otro objeto en el camino del haz) y la recepción de una señal reflejada permite la posición (que consiste en rango y azimut) que se desea medir. Debido a algunas de las principales desventajas de este sistema (de alta potencia y, por tanto, caro, la falta de identificación de la aeronave y la información de altitud), ha sido complementado por el radar secundario de vigilancia (SSR).

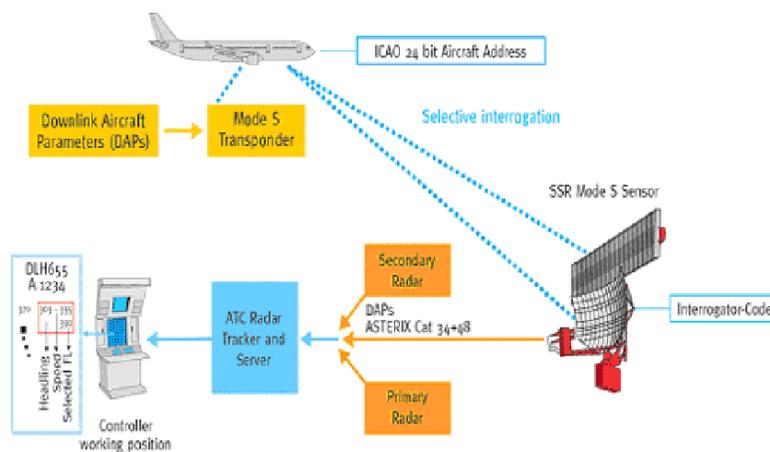


Ilustración 9: Funcionamiento del radar primario.

La energía emitida por la antena del radar impacta en el blanco con una señal de microonda, la cual es entonces reflejada y recogida por un dispositivo receptor. La señal eléctrica recogida por la antena receptora es llamada eco de retorno. La señal de radar es generada por un potente transmisor y recibida por un receptor altamente sensible. Todos los blancos producen una reflexión esparcida; esto es reflejada en un gran número de direcciones. La señal reflejada es también llamada dispersión.

Las señales de radar pueden ser mostradas en un indicador plano de posición (PPI) (se muestra en Ilustración #) tradicional o en otros más avanzados sistemas de pantalla de radar. Un PPI tiene un vector de rotación con el radar en el origen, el cual indica la dirección que apunta la antena y por tanto la ubicación del blanco. El sistema PSR da una información incompleta de las señales que aparecen en la pantalla, en consecuencia, es el controlador quien debe deducir el significado de dichas señales. Los ecos no deseados (*clutter*) como los originados por blancos estacionarios, son eliminados por un sistema indicador de blancos móviles (MTI).

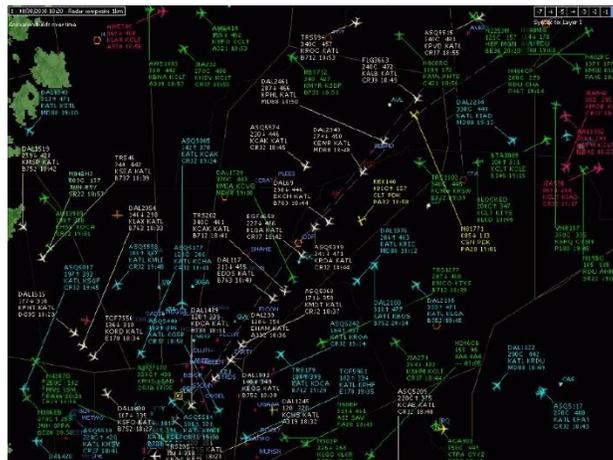


Ilustración 10: Plano PPI en radares, se utilizan en las torres de control.

Como su nombre lo indica, el MTI proporciona información sólo sobre los blancos móviles, no solamente de las aeronaves sino también a otros blancos en movimiento, pero suprimirá las señales de todos los objetos estáticos. La cancelación de blancos fijos se hace en función de la fase de la radiofrecuencia reflejada.

1.3.2) Determinación de la dirección.

Una de las ventajas con los radares primarios (también en los secundarios) es que podemos determinar el ángulo del blanco, que es determinada por la directividad de la antena. **Directividad**, algunas veces conocida como ganancia directiva, es la capacidad de la antena para concentrar la energía transmitida en una dirección en particular. Una antena con una alta directividad es también llamada una antena direccional. Por la medida de la dirección a la cual la antena está apuntando cuando el eco es recibido, ambos el azimut y el ángulo de elevación desde el radar hacia el objeto o blanco puede ser determinado. La precisión de la

medida angular es determinada por la directividad, la cual es una función de la medida de la antena.

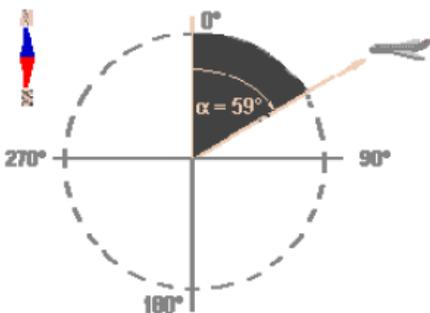


Ilustración 11: Determinación angular de blanco en radares primarios.

La verdadera ubicación (con referencia al verdadero norte) de un blanco del radar es el ángulo entre el norte geográfico y una línea apuntando directamente al blanco. Este ángulo es medido en el plano horizontal y en la dirección de las agujas del reloj desde el norte geográfico.

Las antenas de la mayoría de sistemas de radar están diseñadas para irradiar energía en un lóbulo direccional o haz que puede ser movido simplemente con el movimiento de la antena. Como se puede ver en la Ilustración, el haz en el cual la señal del eco varía en amplitud en cuanto el haz de la antena se mueve sobre los blancos.

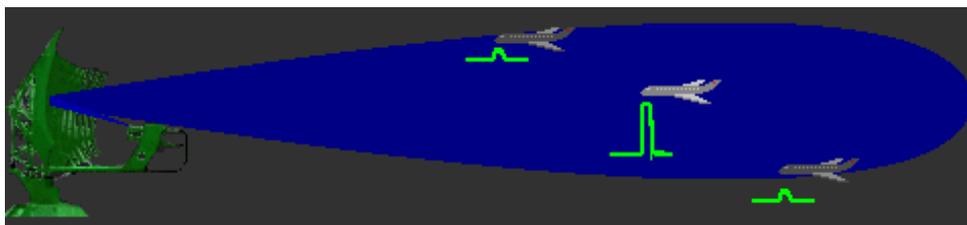


Ilustración 12: Variaciones en los ecos al detectar blancos.

Con el fin de tener la determinación exacta del ángulo del haz, la determinación de la dirección del norte es necesaria. Los radares modernos toman esta tarea con ayuda de satélites GPS para determinar en forma independiente la dirección del norte.

1.3.3) Angulo de Elevación.

Altitud o altura que los radares alcanzan usan un haz muy estrecho en el plano vertical. El ángulo de elevación es el formado entre el plano horizontal y la línea de vista, medida en el plano vertical. La letra griega Épsilon (ϵ) describe el ángulo de elevación. El ángulo de elevación es positivo sobre el horizonte (ángulo de elevación 0°), pero negativo debajo del horizonte.

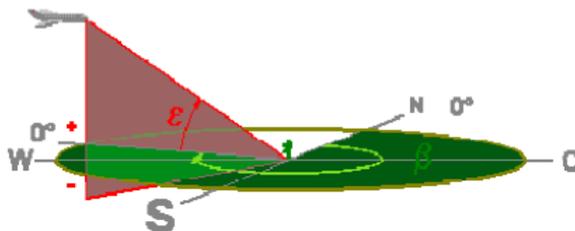


Ilustración 13: Angulo de elevación

1.3.4) Tipo de antena en el radar primario.

Depende de los requisitos operacionales del radar; si es un radar de precisión requerirá un haz estrecho para ubicar aeronaves, en tanto que un radar de vigilancia requerirá un haz más ancho. Las dimensiones de la antena serán mayores, mientras mayor sea la longitud de onda, para un ancho de haz determinado. Los sistemas de radar de vigilancia para el control de tráfico aéreo emplean un diagrama de radiación vertical con una línea casi recta en su parte superior, para observar todas las aeronaves, en cualquier distancia, hasta la misma altura. Para un radar primario, se utiliza una guía de onda para transmitir y recibir las señales, la antena en si es un reflector parabolóide como el mostrado en la Ilustración 14.

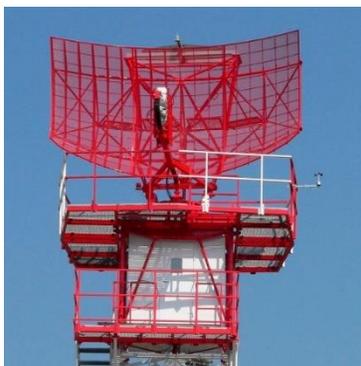


Ilustración 14: Radar primario.

1.3.5) Impactos por giro (Hits per Scan).

Mientras más rápido gire la antena, habrá más posibilidades de que se produzcan vacíos en donde no habrá energía irradiada; estos vacíos pueden disminuirse aumentando el número de pulsos radiados por segundo; pero el máximo valor de la frecuencia de recurrencia de pulso (PRF) está limitado por otras consideraciones. Además de la razón a la que gira la antena y el PRF, del sistema, el número de veces que un objeto es golpeado por el rayo, depende también del ancho del rayo del sistema. Mientras más ancho es el rayo, mayor tiempo permanecerá el objetivo dentro del rayo, por lo tanto, recibirá mayor cantidad de impactos. El mínimo número de impactos requerido dependerá del radar usado en particular. La pantalla "memoriza" cada impacto, los impactos sucesivos son más o menos sumados al eco inicial.

El valor máximo de PRF que puede usarse, se determina por los requisitos de longitud del barrido del indicador. El número de impactos por giro podría aumentarse, aumentando el ancho del rayo irradiado del sistema. Esto tiene dos desventajas:

- La ganancia de la antena se vería reducida lo cual disminuiría la capacidad de máximo rango del sistema.
- Las resoluciones de azimut del sistema sufren con los aumentos del ancho del rayo.

Por esto una vez que el ancho del rayo de la antena y el PRF se han establecido para un sistema dado, el único método restante para aumentar los impactos por giro es reducir la velocidad de rotación de la antena. Para obtener una discriminación en azimut, se requiere de un haz muy estrecho y el reflector debe ser ancho y no muy alto. Para obtener un haz delgado en el plano vertical, el reflector debe ser alto, pero no muy ancho.

1.4) Radar Secundario de Vigilancia (SSR)

El sistema de radar secundario de vigilancia (SSR) es el complemento del sistema de PSR y fue diseñado para ser una mejora en términos de costos, fiabilidad y rendimiento. Se trata de un componente de tierra (el radar) y un componente en el aire (transpondedor) a bordo de una aeronave. Así mismo, en comparación con el radar primario que es un sistema pasivo (no requiere información del blanco o aeronave), el radar secundario de vigilancia es un sistema activo, que interroga y recibe respuesta y en base al tiempo de recepción de estas, lograr calcular el delay o retraso de tiempo entre ambas y obtener el rango o distancia de donde se encuentra el blanco, usualmente para estos radares, el blanco es una aeronave con un transpondedor capaz de responder a las interrogaciones del SSR.

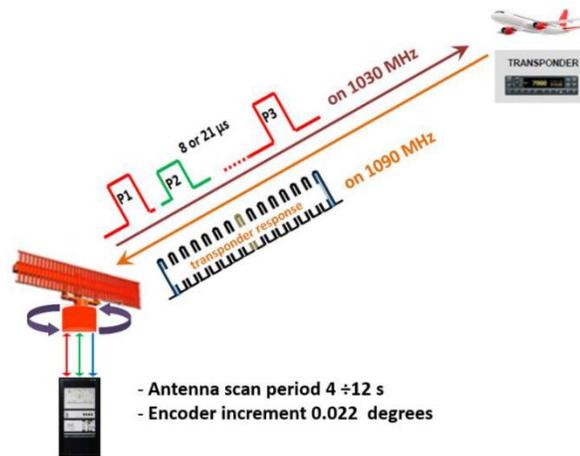


Ilustración 15: Principio de funcionamiento del radar secundario de vigilancia.

El radar secundario es un radar de pulsos y esencialmente, de un equipo auxiliar (transpondedor en las aeronaves). La señal de interrogación (Ilustración #) se transmite en la frecuencia 1030 MHz y la señal de respuesta es recibida en 1090 MHz. Cada señal de interrogación está conformada por tres pulsos conocidos como P1, P2 y P3, en donde: P1 es el pulso de referencia, P2 es el pulso de control y P3 es el pulso de interrogación. La separación de los dos primeros pulsos es de $2 \mu\text{s}$ y la separación entre el primero y el tercero (t) identifica el modo de interrogación. El modo de interrogación indica cómo se lleva a cabo la transmisión de datos entre el SSR y el transpondedor y, en consecuencia, qué tipo de información se envía.

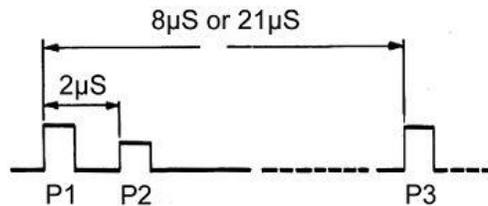


Ilustración 16: Pulsos de interrogación del radar secundario de vigilancia.

Como parte del mensaje del transpondedor, la aeronave envía la información de identificación (código de Modo A) o información de altitud por presión (código en Modo C), dependiendo de los bits codificados en la señal de radar.

MODO A/C: los transpondedores dan datos de identificación (código de Modo A) y altitud (Modo C). Por tanto, además de ser capaz de medir el alcance y orientación del avión, el modo A/C también es capaz de solicitar al avión que proporcione su identificación y altitud.

MODO S: Es una mejora del Modo A/C. Contiene todas las funciones del Modo A/C, y también permite seleccionar direccionamiento del blanco mediante el uso de las direcciones de 24 bits de la aeronave, y dos formas de enlace de datos entre la estación terrestre y la aeronave para el intercambio de información. Le da al transpondedor la capacidad de informar los datos de altitud.

La siguiente tabla muestra los modos existentes:

Modo	t	Aplicación
1	3 μ s	identificación militar
2	5 μ s	identificación militar
3 / A	8 \pm 2 μ s	identificación militar / civil
B	17 \pm 2 μ s	reservado para futura utilización
C	21 \pm 2 μ s	añade información de altura
D	25 \pm 2 μ s	reservado para futura utilización
S	16,25 o 30,25 \pm 2 μ s	añade información codificada

Tabla 1: Modos de interrogación en un Radar secundario de vigilancia.

El segundo pulso es utilizado por el transpondedor para reconocer la señal principal del SSR y no responder (SLS, *side lobe supression*) a las señales colaterales que se producen en la cercanía de la antena, ya que eso ocasionaría ecos erróneos en el radar. El radar secundario permite la utilización de 4096 códigos en sistema de numeración octal.

1.5) El radar de movimiento de superficie.

Conocido como SMR por sus siglas en inglés (Surface Movement Radar, ver Ilustración 17) es actualmente el sistema de vigilancia terrestre más utilizado para los movimientos de aviones y vehículos. Es un tipo de radar primario que detecta todas las aeronaves en movimiento en el camino al despegue o del aterrizaje en terminal. Los radares de vigilancia en aeródromos suelen llamarse con ASDE (Airport Surface detection equipment). El radar de movimiento de superficie garantiza el seguimiento de los movimientos de las aeronaves con una tasa de actualización alta. La antena suele montarse en la torre de un aeródromo para garantizar cobertura visual a la mayor parte del aeropuerto. Muchos de estos radares operan en las bandas de frecuencias X y K, muchos de estos funcionan entre 92 MHz a 96 MHz, sin embargo, uno de los problemas de trabajar a estas frecuencias es que sufren mucha atenuación en presencia de climas desfavorables, como, por ejemplo, mucha lluvia.

Este tipo de radar es comúnmente usado en aeropuertos donde existe alta densidad de tráfico aéreo, donde no solo basta con la ayuda visual para guiar a las aeronaves, también existe una versión mejorada llamada ASDE-X, en la cual todos los equipos y vehículos terrestres en el aeropuerto poseen un transpondedor, este principio es similar al del radar secundario de vigilancia pero aplicado a mantener control sobre el movimiento superficial del aeropuerto y de esta forma evitar posibles colisiones entre aeronaves, aeronaves y vehículos o hasta entre vehículos.

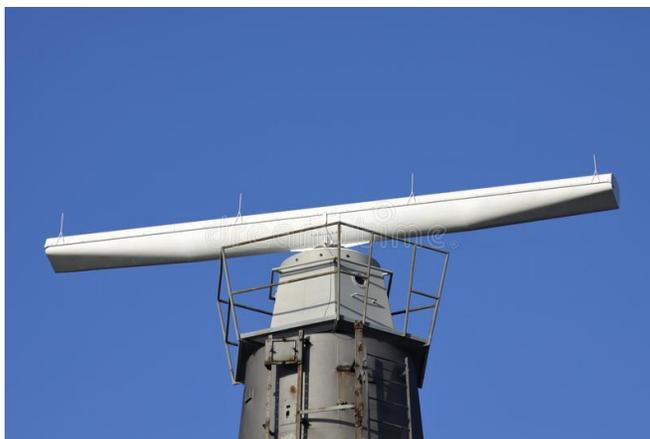


Ilustración 17: Radar de movimiento de superficie.

1.6) Problemas Asociados con los radares primarios y secundarios.

Podemos enumerar algunos problemas asociados con los radares, enunciaremos primero los problemas a lo que se enfrenta en radar secundario de vigilancia convencional y como estos problemas lo llevaron a su versión extendida, el radar secundario de vigilancia Modo S:

- Problemas de FRUTA (FRUIT): Ocurre cuando una aeronave emite su señal de respuesta y esta es recibida por otros radares que se encuentren en la vecindad del que se está respondiendo. La elevada densidad de tráfico y la cobertura múltiple provocan una tasa muy alta de Fruit, que a su vez provoca solape y garble, en otras palabras, problemas de identificación de las aeronaves.
- Problemas de GARBLE: La elevada densidad de tráfico aéreo obliga a que la separación vertical haya que reducirla y a que vuelen aeronaves en forma paralela a diferentes niveles en una misma aerovía que a su vez provoca efectos de garble mantenido todo el tiempo, esto quiere decir, problemas de decodificación e intercambio de códigos.
- El problema del Modo A: Los 4096 códigos existentes eran insuficientes para la cantidad de tráfico aéreo que existía.
- La tasa de actualización siempre ronda de 4 a 10 segundos.

Con estos problemas en mente, se realizó el salto hacia el radar secundario de vigilancia extendido o modo s, sin embargo, aun el SSR modo se tiene sus dificultades:

- Garbling síncrono de las respuestas de los transpondedores de las aeronaves.
- La técnica de la “ventana en movimiento” para detectar respuestas es anticuado (en el ámbito que es sensible a radio interferencias) y no es muy preciso.
- Se presenta otra vez el mismo problema de garble en caso de existir radares SSR muy cerca entre sí.

- El modo S resulta ser complicado de utilizar, su utilización debe ser considerada cuidadosamente en zonas donde no exista alta densidad de tráfico aéreo.
- Los costos de mantenimiento e instalación de estos radares son demasiado altos.
- La tasa de actualización siempre ronda de 4 a 10 segundos.

Con respecto al PSR o radar primario de vigilancia, sus mayores desventajas son:

- Incapacidad de diferenciar el blanco al que detecto.
- Incapacidad de obtener la variable de altura del blanco que detecto.
- La tasa de actualización siempre ronda de 4 a 10 segundos, los controladores de tráfico aéreo se quedan sin actualizaciones de las zonas del espacio aéreo durante este tiempo.
- Requieren mucho más consumo de potencia eléctrica.
- Al igual que los SSR, los costos de instalaciones y mantenimiento son demasiado altos.

Otro problema presente en todo los radares (ya sea primario o secundario) es que no son capaces de trabajar en zonas con urografía densa, entiéndase esto como, zonas donde hay muchas montañas o zonas donde los aeropuertos están ubicados en valles, la incapacidad de los radares para ubicarse en zonas remotas también resulta ser uno de los mayores problemas, aun, si se decide instalar en zonas así como en Innsbruck, Austria o la zona de cuzco en Perú, el radar se estaría enfrentando a muchos problemas de detección de falsos blancos y problemas de reflexión las interrogaciones y respuestas con el medio circundante. En base a estas problemáticas presentadas (y muchas otras también, el lector se puede referir a “Radar Problems and Solutions” de AlZuwaid) dieron entrada a buscar soluciones alternativas para mejorar la vigilancia del tráfico aéreo y buscar soluciones más económicas en comparación con los costos del radar primario y secundario, de esto nacieron los conceptos la vigilancia automática y el objeto de este estudio, la multilateracion utilizando TDoA.

Capítulo II: Los nuevos sistemas de vigilancia aérea.

2.1) Vigilancia Dependiente Automática- por radiodifusión (ADS-B), un breve resumen.

Será un elemento clave de la futura gestión de sistemas de tráfico aéreo. Sin embargo, su aplicación se espera entre los años 2020 y 2025. A diferencia de la actual técnica de vigilancia, donde un radar con base en tierra, transmite señales de interrogación y usa las respuestas de transpondedores de aviones para determinar la ubicación, ADS-B equipado en aviones emitirá su posición GNSS una vez por segundo. La información recibida por los controladores de tránsito aéreo, y otras aeronaves ADS-B, incluyen la identificación de la aeronave, altitud, velocidad, rapidez, la proyección del camino y otra información útil. Se dice que el ADS-B es “automático” por qué no requiere ninguna acción del piloto y que es “dependiente” porque depende de los datos del sistema de navegación de la aeronave.

Una de las principales razones por las que ADS-B no se aplicó plenamente durante muchos años es el alto costo de equipar los aviones con todos los elementos esenciales tanto para transmitir y recibir ADS-B. Como tal, habrá un extremadamente lento período de transición complicado por el hecho de que el ADS-B, y el radar son de tecnología muy diferente.

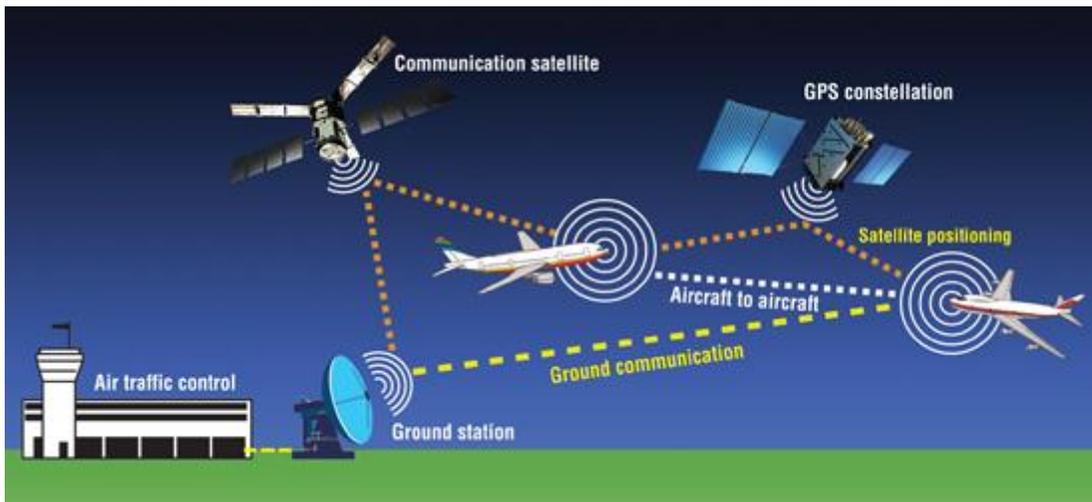


Ilustración 18: El ADS-B en acción.

El ADS-B consiste de dos términos: el ADS-B IN y el ADS-B OUT, o en español como ADS-B de recepción y ADS-B de emisión respectivamente. El ADS-B de emisión consiste en difundir periódicamente información acerca de la aeronave: difunde identificación, posición actual,

altitud y velocidad gracias a un transmisor a bordo de la aeronave, también provee información acerca de la posición de la aeronave a los controladores de tráfico aéreo, y como esta información es más precisa que la proporcionada por los radares, los controladores de tráfico aéreo la utilizan para posicionar y separar aeronaves con una mayor precisión y oportunidad. El ADS-B de recepción es el que recibe la información para las aplicaciones TIS-B (información de tráfico aéreo), FIS-B (información de vuelo) y comunicación entre otras aeronaves.

Entre los beneficios del ADS-B podemos encontrar:

- Un piloto puede ver la información de tráfico aéreo que se encuentra a su alrededor. Esta información puede incluir rumbo, altitud, velocidad y distancia entre las aeronaves.
- Las aeronaves son equipadas con un transceptor universal (UAT) ADS-B con el cual son capaces de recibir información para los servicios TIS-B y FIS-B, así como acceso a la información de los radares meteorológicos.
- La información de vuelo es transmitida por medio TIS-B.
- Las instalaciones ADS-B son mucho más baratas de instalar y operar a comparación de los radares primarios y secundarios. En El Salvador poseemos una estación ADS-B ubicada en San Salvador, en la montaña “El Picacho”.

El principio de ADS-B se puede resumir en la Ilustración 19.

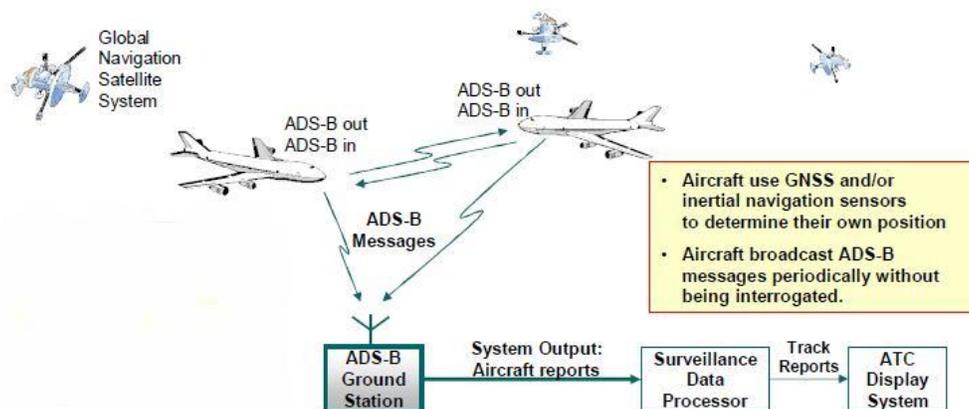


Ilustración 19: Principio de funcionamiento del ADS-B y sus demás aplicaciones.

El ADS-B se basa en dos componentes: una fuente GPS de alta integridad y un enlace de datos ADS-B. Hay varios tipos de enlaces de datos ADS-B certificadas, pero las más comunes operan 1090 MHz (frecuencia de recepción de un radar secundario de vigilancia), en esencia, un transpondedor en Modo S modificado o en 978 MHz. Como dato extra, la FAA (Administración federal de aviación) indica que los aviones que vuelen a menos de 18,000 pies (5,500 metros) utilicen el enlace de 978 MHz para aliviar la congestión de frecuencia presente en 1090 MHz.

2.2) La Multilateración (o multi posicionamiento).

Los sistemas de multilateración (también conocidos como MLAT por sus siglas) están diseñados para determinar las coordenadas de objetos en movimiento, estos objetos pueden ser aeronaves u otros vehículos en tierra, con la ayuda de pulsos de radio frecuencia. El principio fundamental de operación de MLAT está en el uso del principio de multilateral que también es utilizado en los sistemas de navegación de diferencia de tiempo de larga distancia conocidos como LORAN-C y Chayka. MLAT encontró sus inicios a principios del año dos mil, su aparición puede ser explicada como una de las necesidades de incrementar la eficiencia de los sistemas de vigilancia, MLAT se posición altamente eficiente, en especial en condiciones donde los aeropuertos se encuentran en terrenos complicados, MLAT puede ser utilizado en espacios aéreos, así como en seguimiento en ruta. Estos sistemas realizan la ubicación de los objetos por medio de un principio de navegación para determinar coordenadas llamado: localización por hipérbolas.

Esos sistemas de multi-posicionamiento tienen dos nombres, se les denomina MLAT cuando estamos trabajado en la zona terminal del aeropuerto y WAM (Wide área Multilateration) o multilateración de área amplia cuando el sistema realiza seguimientos en ruta. En las secciones anteriores se ha discutido sobre los problemas presentados por los radares primarios y secundarios, aquí presentamos algunos de los problemas que la multilateración puede resolver en estos:

- Vigilancia del espacio aéreo cuando los radares no se pueden instalar debido a condiciones del medio ambiente, técnicas o comerciales.
- Vigilancia en zonas con urografía o terreno difícil (alta densidad montañosa).
- Para mejorar la vigilancia de los radares primarios y secundarios cuando estos presentan problemas de Garble o Fruit.
- Se incrementa la seguridad en las reglas de vuelo por instrumento en las áreas que tienen terrenos difíciles para maniobras de la aeronave.
- Ahorros significativos ya que elimina los costos de instalación, mantenimiento, operación de rango total y mejoras en los sistemas de vigilancia de radar actuales.
- Monitoreo de la altura de aeronaves para reducir separación vertical mínima.

Una de las grandes ventajas de la multilateración se encuentra en su capacidad de dar seguimiento no solamente aeronaves, sino que también vehículos en la zona aeroportuaria (caso contrario en los sistemas de radar, que necesitamos un ASDE-X para realizar la vigilancia aeroportuaria de vehículos y aeronaves y un radar primario o secundario para vigilancia de aeronaves en aproximación, despegue o en ruta).

MLAT como un sistema técnico sirve como una localización por radio, donde las coordenadas de las aeronaves se miden utilizando un método de diferencia entre distancia con estaciones ubicadas en diversos puntos en tierra (o en el aeropuerto) como los mostrados en la Ilustración #. En base a este método de distancia diferencial, que también es conocido como multilateración, es de donde deriva el nombre de MLAT para este sistema de posicionamiento.

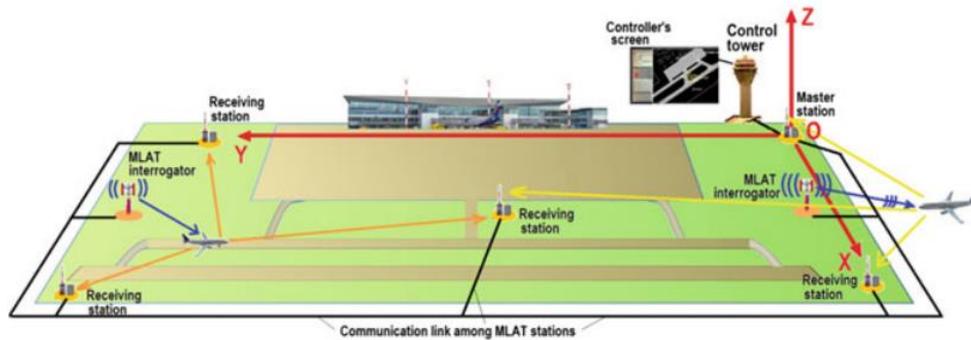


Ilustración 20: Estaciones de recepción ubicadas en diferentes puntos en un aeropuerto.

Desde la perspectiva de la radio navegación, MLAT es un *Sistema diferencial de distancia invertido*. En comparación con los métodos convencionales de diferencia de distancias, MLAT solo utiliza una señal (la de un transpondedor de una aeronave) and una red de estaciones receptoras a las que esta señal emitida llega. El posicionamiento se realiza cuando un número N de hiperboloides interceptan un punto en el espacio, siendo esta intersección la ubicación de la aeronave que emitió una señal desde su transpondedor, si estamos trabajando con posicionamiento en dos dimensiones, entonces serán un set de hipérbolas que se interceptara en un punto en específico, tal y como se muestra en la Ilustración 21.

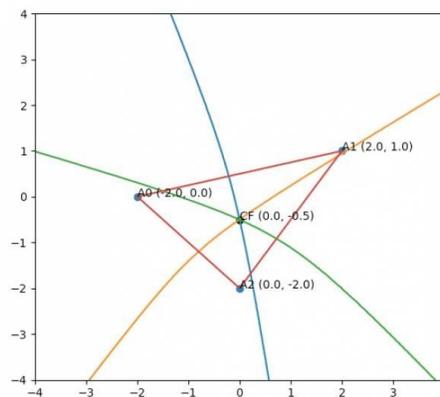


Ilustración 21: Intersección de hipérbolas en el punto CF. Las estaciones receptoras están nombradas como A0, A1 y A2.

Para implementar este sistema de distancia diferencial, necesitamos poseer, en un sistema de coordenadas, una red de estaciones receptoras en tierra con coordenadas conocidas y medir la diferencia de tiempo de arribo de la señal electromagnética (o la señal proveniente de un transpondedor a bordo de una aeronave). MLAT, aparte de las estaciones receptoras que posee, también posee una estación “maestra” o una “central de procesamiento” que provee sincronización en tiempo a todas las estaciones receptoras, estas estaciones receptoras después envían las señales obtenidas hacia la central de procesamiento para obtener el TDOA entre las estaciones.

Con tres estaciones receptoras de la señal que emite la aeronave y una central de procesamiento (o estación) maestra, podemos determinar la posición de una aeronave en un plano (en la superficie de la tierra) y con cuatro o más estaciones receptoras, es posible determinar sin ambigüedad a la posición de la aeronave en tres dimensiones (también conocido como navegación en tres dimensiones). Se debe de tomar en cuenta que para MLAT, las coordenadas de una aeronave son determinadas en tierra, lo que en otras palabras quiere decir que los algoritmos de procesamiento de las señales son aplicados en la estación maestra, este sistema no depende de nada que se encuentre a bordo de la aeronave, con la obvia excepción siendo la señal que emite esta, que puede ser la de un transpondedor a 1090 MHz o hasta una señal ADS-B.

Se considera que MLAT forma parte de los “sistemas de control y movimiento de superficie avanzado” (ASMGCS por sus siglas en inglés) y está diseñado para monitorear una aeronave durante aterrizaje y en taxi en el aeródromo, mejorando la eficiencia y la seguridad de operaciones en condiciones de alta densidad de tráfico aéreo. WAM por el otro lado, nos ayuda a monitorear o mantener vigilancia sobre aeronaves que se encuentren “en ruta” o en las áreas de aproximación hacia el aeropuerto. Este sistema puede procesar hasta 30,000 respuestas de señales por segundo, el error en la medición del TDOA ronda en 1 ns y es igual al error instrumental en rango de 0.3 m (este parámetro corresponde a la resolución del sistema). La precisión de posicionar una aeronave ronda de 3 metros (para sistemas MLAT avanzados que utilizan los grandes fabricantes como INDRA o THALES) y 150 metros o más (para sistemas MLAT de bajo costo como el presente en este trabajo).

Este sistema puede proveer vigilancia de 500 a 600 aeronaves con transpondedor operando en Modo S y al menos 100 aeronaves operando Modo A/C. El tiempo de procesamiento de la señal (incluyendo retrasos en los canales de comunicación) no excede los 250-500 ms. La tasa de actualización de este sistema ronda entre 0.5 a 1 segundos (una mejora muy significativa contra la tasa de los radares primarios y secundarios que ronda entre 4 a 10 segundos).

Dependiendo de los transpondedores a bordo de las aeronaves, los sistemas MLAT los podemos dividir entre sistemas activos y pasivos. Los sistemas pasivos solo constituyen las estaciones receptoras y una central de procesamiento, se le llama pasivo ya que solo *recibe* la señal emitida por la aeronave. En un sistema activo poseemos la presencia de un

interrogador (como en el caso del SSR) que continuamente envía interrogaciones hacia las aeronaves, aunque esto se puede considerar una desventaja ya que hacemos uso del canal de 1,030 y 1,090 MHz de un SSR.

Con respecto al TDoA, se estudiará más a detalle en el siguiente capítulo, sin embargo, podemos mencionar aquí las estaciones receptoras de MLAT reciben las señales de las aeronaves provenientes de todas direcciones en acuerdo con la técnica de ToA (tiempo de arribo o “time of arrival”) de la señal a las distintas estaciones. La medición de los delays entre los tiempos de arribo de la señal “en pares” permite la construcción de superficie hiperbólicas. Las superficies de posición (o hiperboloides) son superficies de igual rango (o distancia) en diferencia, siendo su intersección el punto donde se ubica la aeronave que emitió una señal hacia las estaciones receptoras. Un ejemplo de esto es el presentando en la Ilustración 22.

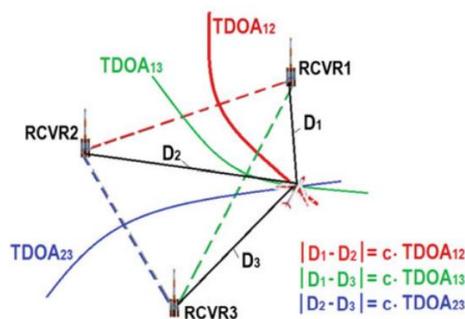


Ilustración 22: Diferencias de tiempo TDoA e hipérbolas para localizar una aeronave.

La idea de mencionar “arribo de señales en pares” hace alusión al hecho a que solamente estamos tomando en cuenta el tiempo en el cual la señal electromagnética arribo a una estación 1 y el tiempo en la cual esta misma arribo a otra estación 2, la diferencia entre dos tiempos es a lo que se refiere cuando hablamos de “en pares”, el par de tiempo entre dos estaciones, sin embargo, este concepto no es muy utilizado en la jerga común de MLAT, siempre haremos alusión a esto como TDoA simplemente, como se muestra en la Ilustración 22.

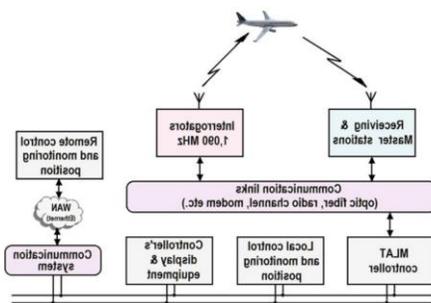


Ilustración 23: Diagrama de bloques de un sistema MLAT.

Capítulo III: Sistemas de vigilancia basados en ToA y TDoA.

3.1) El precursor del TDOA: Time of Arrival o ToA.

El ToA utiliza la medición de tiempo de propagación de la señal electromagnética para calcular la distancia entre un transmisor y un receptor. La distancia de propagación de la señal se calcula desde una estación de recepción “i” hacia el transmisor integrando a través del camino de propagación de la señal “P” con la rapidez de la luz “c” y el tiempo en el que la señal fue transmitida desde el transmisor “To”:

$$d_i = \int_{T_i}^{T_o} c dt = c * (T_o - T_i)$$

Asumiendo que tenemos LoS (Line of sight por sus siglas en inglés o en español, línea de vista), la distancia de propagación “di” nos proporciona una serie de puntos de igual distancia entre el transmisor y las estaciones de recepción. Como estamos trabajando en dos dimensiones, observamos cuidadosamente que esta definición corresponde a la de una circunferencia con radio “di” y centro en la estación de recepción. La idea es obtener muchas más circunferencias (o, en otras palabras, tener muchas estaciones de recepción de la señal) para obtener su intercepción, esta intercepción sería una solución única que correspondería a la ubicación en la cual se encuentra el transmisor. Para lograr esto, escribimos un set de ecuaciones no lineales, tendremos tantas ecuaciones como tengamos de estaciones de recepción (N estaciones de recepción), por ejemplo:

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} = c(T_1 - T_o) = d_1,$$

$$\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} = c(T_2 - T_o) = d_2,$$

$$\sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} = c(T_3 - T_o) = d_3,$$

.

.

$$\sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 + (z - z_N)^2} = c(T_N - T_o) = d_N,$$

Donde (xi, yi, zi) son las ubicaciones de las estaciones receptoras de la señal en el sistema de coordenadas ECEF. Ti-To es el retraso de la señal que corresponde al tiempo que le tomo a la señal viajar a través de la distancia de propagación “di”. El sistema de coordenadas antes presentado es para ubicar al transmisor en tres dimensiones, si quisiéramos

solamente ubicación en dos dimensiones, podemos utilizar solo las tres primeras ecuaciones, ósea, bastaría con ubicar tres estaciones receptoras y quitar el termino $(z-z_i)^2$ de las ecuaciones. La representación gráfica del sistema por posicionamiento ToA es el siguiente:

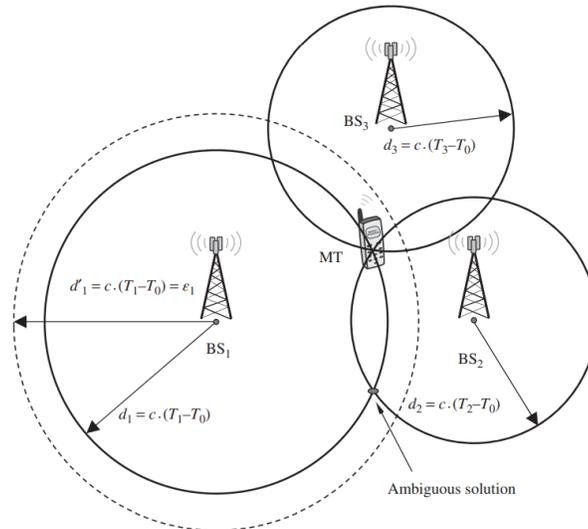


Ilustración 24: Representación gráfica del ToA.

Sin embargo nos enfrentamos a cierto problema, las mediciones de ToA usualmente están llenas de ruido, este error, usualmente representado por épsilon “ ϵ ”, se suma a la distancia “ d_i ” obtenida de las ecuaciones anteriores, lo que nos puede brindar una circunferencia más grande o mejor dicho, distancia más grande que lo que realmente es entre la estación receptora y el transmisor (El transmisor es representado por un teléfono celular en la Ilustración anterior), que es lo que representa la Ilustración # con la circunferencia punteada, con lo cual no encontramos donde realmente se interceptan estas. Las posibilidades de encontrar una solución se reducen aún más cuando el sistema de ecuaciones esta “sobre determinado”, en otras palabras, que hay más ecuaciones que incógnitas. Los autores en (Positioning in Wireless communications systems, Stephan sand) consideran una aproximación “usual” a este problema del Sistema sobre determinado:

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 - c^2(T_i - T_0) = \epsilon_i^2$$

El cual introduce un valor de error por ecuación, una estimación del transmisor se puede lograr obtener con:

$$(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) = \arg \min \sum_{i=1}^N \epsilon_i^2$$

Minimizando el error total cuadrático. Sobre este método y su profundidad matemática, el libro: Fundamentals of Statistical Signal Processing: Volume 1 por Steven M. Kay es uno de los materiales a priori para entender la minimización del error total cuadrático.

3.1.2) Errores asociados al ToA.

La base de tiempo debe ser la misma entre transmisor y estaciones receptoras para lograr calcular con éxito el retraso o delay de tiempo que le toma a la señal propagarse, pero en la práctica eso es difícil de lograr. Se puede lograr sincronizar las estaciones receptoras utilizando relojes estables como de GPS (se mirará que esto es la base de sincronización para la diferencia de tiempo de arribo o TDoA), sin embargo, el problema es que tendríamos distintas bases de tiempo: una base de tiempo para el transmisor y otra base de tiempo para el receptor, se puede entender esto como que, si fuera dos islas apartadas entre sí, las mediciones no son iguales. Otro problema es la presencia del ruido térmico, algo que se hace más evidente con hardware de bajo costo, usualmente esto se modela como un ruido gaussiano aditivo con promedio de cero. Otro problema asociado es cuando no tenemos línea de vista, esto es, cuando aparecen los problemas de reflexión, refracción o difracción, ¿por qué esto es un problema? Por qué ahora nos enfrentamos a que la señal electromagnética no sigue el camino más corto, ahora viaja por caminos largos, lo que causaría que, a la hora de obtener las distancias, obtengamos distancias mucho mayores de la que realmente existe entre las estaciones receptoras y el transmisor en cuestión.

3.2) DME: Equipo de medición de distancia.

Está diseñado para obtener la distancia entre una aeronave y una estación de radio faro en tierra. Puede ser capaz de encontrar la posición de una aeronave por medio del método LOP midiendo la distancia entre hacia dos estaciones DME o si son colocados con un VOR (VHF Omnidirectional range) del tipo DVOR (VOR Doppler) midiendo la distancia y azimut relativo al radio faro. Puede encontrar también la rapidez de una aeronave calculando la razón de cambio en la distancia entre aeronave y tierra, así como el tiempo para que la aeronave arribe a su destino si la información del DME es utilizada por una FMS (Flight management computer). También ayuda a determinar rangos precisos hacia el umbral de la pista de un aeropuerto cuando la aeronave se encuentra utilizando una aproximación por medio de ILS/DME (donde ILS significa sistema de aterrizaje por instrumentos).

El principio de operación del DME es simple, el DME se dice que es sistema de medición de distancia por medio de pulsos electromagnéticos con un transpondedor. Incluye un radio faro en tierra (el transpondedor) y equipo a bordo de la aeronave (un interrogador). Un ejemplo de este principio es el mostrado en la Ilustración 25:

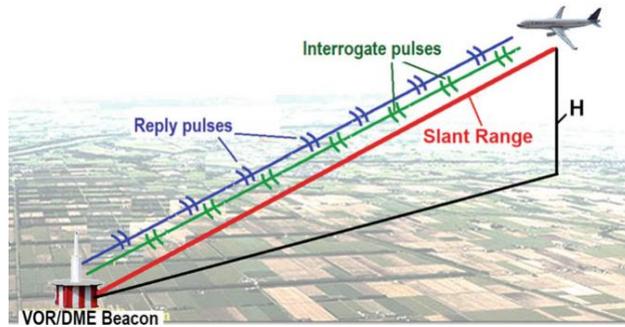


Ilustración 25: Principio de operación del DME. En azul se encuentra representado los pulsos de respuesta, en verde los pulsos de interrogación y en rojo la distancia diagonal (o solamente distancia) entre la aeronave y el DME.

Podemos diferenciar entre dos tipos de DME: DME/N y DME/P. El DME/N es un estándar de DME utilizado para navegación en ruta y en el área de terminal (entiéndase área de terminal como la zona del aeropuerto y su vecindad). DME/N basados en tierra usualmente son acompañados de los sistemas VOR cuando nos encontramos en áreas de alta densidad de tráfico aéreo, ya que esto nos garantiza que tendremos precisiones mucho más grandes que las que un VOR por si solo nos puede brindar. Debido a esta colocación, se forma un sistema VOR/DME para navegación de corto alcance. Las antenas de VOR y DME pueden ser colocadas sobre el mismo eje vertical o espaciadas, un ejemplo de esto puede ser como el de la Ilustración 26.



Ilustración 26: VOR/DME, antenas de VOR en color naranja y antena de DME es la más alta.

Como se mencionó antes, este sistema también puede ser colocado en conjunto con ILS (Sistema de aterrizaje por instrumento) o MLS (Sistema de aterrizaje por microondas). En su uso en conjunto, ya sea con VOR o con ILS, el DME se sintoniza a las mismas frecuencias de trabajo dependiendo con cuál de los dos anteriores se encuentre trabajando.

El DME/P (La "P" viene de precisión) difiere del DME/N en que el DME/P tiene una mayor precisión, originalmente el DME/P estaba diseñado para el sistema de aterrizaje por microondas o MLS, ahora en día, el DME/P se utiliza en conjunto con un ILS. Este sistema tiene dos modos de trabajo: de inicio de aproximación (IA) y aproximación final (FA), que poseen diferentes parámetros en el interrogador y respuesta para ambos modos. El equipo

abordo usualmente está formado por un interrogador y una antena omnidireccional para recepción de señales, los dos equipos se pueden instalar en las aeronaves para mejorar la confiabilidad y haciendo posible sintonizarse a dos faros de DME.

El DME trabaja en el rango de frecuencias de 960-1,215 MHz con un espaciamiento de 1 MHz, esto nos proporciona hasta 252 posiciones de frecuencia (frecuencia y canales de codificación). Los canales están numerados como 1-126X y 1-126Y. Los canales de interrogación, que se encuentran entre 1,041-1,150 MHz y los de transpondedor, que se encuentran entre 962-1,024 MHz y 1,151-1,213 MHz son espaciados en frecuencia, siempre hay una diferencia de ± 63 MHz entre los canales de interrogación y transpondedor. ¿Por qué es tan importante que los canales se encuentren espaciados en frecuencia? El espaciar en frecuencia nos ayuda a eliminar activaciones falsas de transmisores por ecos de respuestas que han sido reflejadas por otras superficies, objetos diferentes al DME en el área. Por la misma razón, las señales codificadas consisten en dos pulsos que son utilizados para interrogación y respuesta (transpondedor), son codificados por medio de diferentes intervalos de tiempo entre los pulsos de interrogación y las señales de respuesta, esto en turno, también nos incrementa el número de operaciones en los canales de frecuencia y codificación.

El intervalo de tiempo entre los pulsos de interrogación es de 12 us o 36 us. El intervalo de tiempo entre los pulsos de respuesta es de 12 us para la banda de frecuencia de 962-1,024 MHz y de 30 us para la banda de frecuencia de 1,151-1,213 MHz. Pero no todo es bueno al tener espaciamientos tan pequeños entre los canales adyacentes y esto es porque el tener canales tan cercanos entre si da apertura a que las señales entren por los lóbulos laterales del espectro de la señal pulso, para eliminar esto, el DME utiliza señales que tienen una forma especial de campana (Ilustración 27) así como una larga duración (de 3.5 us a un nivel de 0.5 de la amplitud de la señal campana) y una larga duración en la punta y cola de la señal (3 y 3.5 us). Estos parámetros proporcionan una potencia de radiación máxima utilizando un ancho pequeño del espectro de la señal.

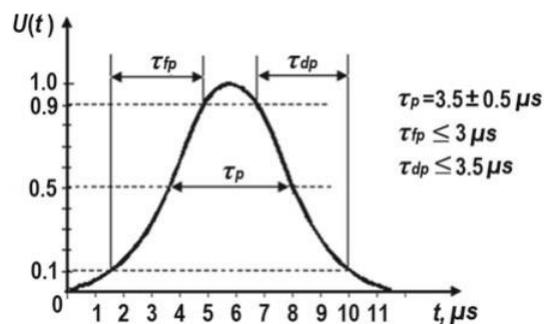


Ilustración 27: Forma de señal electromagnética del DME.

3.2.1) Principio de funcionamiento del DME.

En el DME, la distancia es determinada por un retraso de tiempo entre el tiempo de enviar una señal de interrogación por el equipo en la aeronave y el tiempo en recibir la señal respuesta desde la estación en tierra, el principio es igual al de ToA o tiempo de arribo de la señal. Un retraso (o delay) está dado por:

$$\tau = \frac{2R}{c} + t_{del},$$

Donde R es la distancia entre el interrogador y el transpondedor y “tdel” es un delay causado por el equipo de procesamiento en el transpondedor, de esta ecuación podemos partir para encontrar la distancia entre el DME y la aeronave:

$$R = \frac{c}{2}(\tau - t_{del}).$$

El delay de tiempo “tau” se obtiene de la diferencia entre el tiempo de interrogación y el tiempo de respuesta, es medido por medio de la circuitería de tiempo del interrogador (el DME a bordo de la aeronave) y convertido a un valor de distancia en millas náuticas. Es un concepto similar al ToA, con la diferencia que en el sistema DME existe un circuito de tiempo dedicado solamente para medir el tiempo entre el momento que envía la interrogación hasta el momento que recibe su respuesta de parte de una estación DME en tierra. Aquí no hay necesidad de correlacionar la señal.

3.3) ATDOA: Diferencia de tiempo de arribo asíncrono.

Uno de las principales características que deben tener los métodos de ToA y TDoA es la sincronización de las estaciones, establecer una misma base de tiempo entre todas las estaciones receptoras para lograr encontrar los delays de tiempo precisamente. A pesar de todo lo bueno que pueden tener estos sistemas sincronizados con GPS o por medio de una señal de referencia, estos sistemas siempre resultan ser costosos en dinero (pero son menos costosos que un radar de vigilancia primario o secundario), y también, la mala sincronización puede llevar a errores significativos en el posicionamiento de los transmisores, de aquí es donde nace el concepto de un TDoA asíncrono: Las estaciones receptoras operan asíncronamente en relación una de otra. A pesar de que suena contradictorio con la idea general de TDoA, este método consiste en la medición de la diferencia de tiempo de arribo entre el objeto transmisor y estaciones receptoras que se encuentran en diferentes tiempos.

Este método es relativamente nuevo y hay muchas investigaciones llevándose a cabo por estudiarlo más como los autores mencionados en la bibliografía del presente trabajo. Entre estos, los autores proponen que el sistema de localización consista de sensores autónomos y distribuidos en ubicaciones conocidas. La posición del objeto transmisor fue detectada en dicho sistema. Los sensores procesan la señal recibida independientemente y envían los resultados de la observación a una estación maestra para estimar la posición del objeto. La estación maestra conoce el intervalo esperado entre los pulsos sucesivos y considera solo un par de pulsos que fueron recibidos por los sensores. Se describe un sistema inalámbrico asíncrono para localización usando mediciones de ToA donde el transmisor tiene una ubicación desconocida. Este trabajo presenta un método asíncrono de ToA de localización utilizando una técnica de programación "semi definitiva" o conocida en inglés como SDP (semidefinite programming technique). Esta técnica de SDP es una forma convexa de optimización la cual no tiene problemas de convergencia. Podemos encontrar también otra aproximación a este método en la bibliografía del presente trabajo también. Y así podemos encontrar muchas aproximaciones a este modo de localización, otro estudio propone el método asíncrono de localización basado en la medición de la diferencia de distancia "virtual" entre nodos de referencia y algunos objetos en movimiento (transmisores en movimiento) utilizando cuatro o más señales de sondeo transmitidas por estos transmisores en movimiento en tiempos aleatorios.

Esta técnica definitivamente es una de las que más requiere investigación para llegar a un consenso sobre la metodología a utilizar, ya que muchos tienen distintas formas de llegar a la misma respuesta de localización de un objeto, sin embargo, es un candidato a ser uno de los sucesores del TDoA, por la flexibilidad que demostraría ser el no tener que preocuparse por la sincronización entre las estaciones receptoras.

Capítulo IV: Time difference of arrival (TDoA) y su modelamiento matemático.

El punto de partida de un para entender un sistema basado en la diferencia de tiempo de arribo es con el concepto de ToA o tiempo de arribo de la señal, entendiendo que el problema principal del ToA es que no podemos conocer con exactitud el tiempo en el cual la señal es emitida desde una aeronave. Sin embargo, este es nuestro punto de partida, encontrando la distancia por tiempo de arribo, que está dada por la ecuación:

$$d_i = c(t_{emision} - t_i)$$

Donde el subíndice “i” hace alusión a la estación receptora a la cual arriba la señal. La variable “temisión” es la que no podemos conocer con exactitud, de esta problemática podemos observar algo en la ecuación anterior, si poseemos dos ecuaciones que corresponderían a la distancia entre una estación receptora y la aeronave, y las restamos, podemos eliminar la variable de “temisión” de nuestras ecuaciones y quedarnos solamente con los tiempos a los cuales la señal electromagnética arriba a las estaciones receptoras:

$$d_1 = c(t_{emisión} - t_1) \quad y \quad d_2 = c(t_{emisión} - t_2)$$

Ahora restamos ambas distancias como se mencionó:

$$d_1 - d_2 = c(t_{emisión} - t_1) - c(t_{emisión} - t_2)$$

$$d_1 - d_2 = c(t_{emisión} - t_1 - (t_{emisión} - t_2))$$

$$d_1 - d_2 = c(t_{emisión} - t_1 - t_{emisión} + t_2)$$

$$d_1 - d_2 = c(t_2 - t_1)$$

Y llegamos a la ecuación final, con la que eliminamos el tiempo de emisión de la señal electromagnética y ahora solo nos interesa los tiempos a los cuales llega la señal electromagnética a la estación receptora (para el caso anterior, t2 representa el tiempo en el que la señal arriba a la estación receptora 2 y t1 el tiempo en el que la señal arriba a la estación receptora 1). Generalizando para más estaciones receptoras obtenemos:

$$d_i - d_j = c(t_j - t_i)$$

Donde “i” y “j” representan a las estaciones receptoras y no pueden ser iguales.

La distancia “di” viene dada por:

$$d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}$$

Para el caso de distancia entre la estación receptora “i” y la aeronave en tres dimensiones, sustituyendo la definición de “di” para el caso generalizado de diferencias de tiempo, obtenemos:

$$\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} - \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2} = c(t_j - t_i)$$

Con lo cual obtenemos una ecuación no lineal que relaciona la posición de la aeronave, la ubicación de las estaciones receptoras, y los tiempos de arribo de la señal a cada estación receptora. En el caso que deseemos localizar una aeronave en un plano (superficie de la tierra) se mencionó que necesitaríamos tres estaciones receptoras como mínimo, el sistema de ecuaciones para localizar dicha aeronave con las tres estaciones receptoras tendría la siguiente forma:

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} - \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} = c(t_2 - t_1)$$

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} = c(t_1 - t_3)$$

$$\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} = c(t_3 - t_2)$$

Con lo que obtenemos un sistema de tres ecuaciones no lineales. De estas ecuaciones nacen las hipérbolas entre las estaciones receptoras y su intercepto (x, y, z) es la ubicación de la aeronave que deseamos localizar (que emitió su señal por medio de un transpondedor). El método de resolución del anterior sistema es de bastante interés para los matemáticos e ingenieros eléctricos especialistas en multilateración, existe el método algebraico de Bancroft con el cual manipulamos algebraicamente las ecuaciones para encontrar una solución pero también podemos encontrar soluciones aplicando métodos de optimización, uno de estos se trata del método de mínimos cuadrados no lineales, el autor del libro “New multilateration strategies” presente un capítulo profundizando en los métodos matemáticos para solventar este tipo de ecuaciones, sin embargo también en Fundamentals of Statistical Signal Processing: Volume 1 por Steven M. Kay presenta soluciones a este tipo de problema por medio del método de mínimos cuadrados. Entre algunos de los algoritmos utilizados para linealizar las ecuaciones anteriores y resolverlos podemos encontrar:

- **Método por serie de Taylor:** Linealiza las ecuaciones realizando una expansión de Taylor (serie de Taylor) y después utiliza un método iterativo para resolver el sistema de ecuaciones. El método iterativo comienza con un valor inicial aleatorio y el estimado se mejora en cada iteración por medio de la solución local de regresión cuadrada lineal.
- **Método de Fang:** Este método a ley requiere que el número de ecuaciones sea igual al número de incógnitas que deseamos encontrar (x, y, z) que sería la posición de la aeronave, la desventaja de este método es que no podemos agregar redundancia.

- **Método de Chang:** Es un método no iterativo para el problema de la estimación hiperbólica. La solución es del tipo “cerrada”. Cuando los errores de TDoA son pequeños, este método es una aproximación al método de máxima verosimilitud. Provee una solución que explicita que no posee el método por serie de Taylor. Es el método más óptimo de los dos anteriores, sin embargo, necesita información a priori para resolver ambigüedades que puedan presentarse.

La solución matemática para dos dimensiones con tres estaciones receptoras es algo casi directo de encontrar, sin embargo, el problema viene siendo cuando extendemos el número de estaciones receptoras. En este trabajo se abordará el problema de encontrar la coordenada en Z (altura) de la aeronave por medio de cuatro estaciones receptoras de multilateración, pero antes de esto, presentaremos dos de los parámetros más importantes en el modelamiento matemático de un sistema multilateración para asesorar el rendimiento de este: La precisión de dilución horizontal (HDoP) y la precisión de dilución vertical (VDoP).

4.1) La precisión de dilución horizontal y vertical (HDOP y VDOP)

La precisión de las mediciones de TDoA depende del método usado para realizar las mediciones, la precisión de la escala de tiempo para sincronización, los parámetros de la señal respuesta, el rendimiento de los sistemas que reciben las señales (como ruido interno, retraso de grupo de las señales por multi caminos), etc. Pero en general, los errores de TDoA son de naturaleza aleatoria, para reducir estos errores se incrementa la redundancia del sistema (el número de estaciones receptoras se incrementa a más de tres), con lo que en turno aumenta la cobertura del sistema, sin embargo, otro parámetro que entra en juego en la precisión del sistema es la altura a la que vuela la aeronave, ya que las estaciones receptoras deben garantizar línea de vista con la aeronave en cuestión. Para estimar la influencia de la posición de aeronave con respecto de estaciones receptoras en tierra y así mismo, tomando en cuenta los errores que se pueden presentar en el sistema, se utiliza el concepto de la *precisión de dilución geométrica o DOP* que se utiliza también en sistemas de navegación por satélite. Este concepto se puede descomponer en otros dos, ya que el DOP corresponde a la precisión tridimensional del sistema MLAT, en el HDoP que corresponde a la precisión “planar” (o en superficie) del sistema y el VDoP que corresponde a la precisión vertical (para encontrar la altura).

Para obtener estos parámetros, partimos de las ecuaciones que modelan la localización de una aeronave por TDoA:

$$d_i = ct_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}$$

Definimos la diferencia entre las distancias de ToA (entiéndase esto como “di”) por medio de:

$$g_{ij} = d_i(x, y, z) - d_j(x, y, z)$$

El GDOP se puede encontrar utilizando una serie de expansión de Taylor con centro la posición “verdadera” de la aeronave, si nos limitamos solamente a los términos lineales de la serie podemos obtener:

$$\delta d_{ij} = \frac{\partial d_i}{\partial x} \delta x + \frac{\partial d_i}{\partial y} \delta y + \frac{\partial d_i}{\partial z} \delta z - \left(\frac{\partial d_j}{\partial x} \delta x + \frac{\partial d_j}{\partial y} \delta y + \frac{\partial d_j}{\partial z} \delta z \right)$$

Que podemos reordenarlo como:

$$\delta d_{ij} = \left(\frac{\partial d_i}{\partial x} - \frac{\partial d_j}{\partial x} \right) \delta x + \left(\frac{\partial d_i}{\partial y} - \frac{\partial d_j}{\partial y} \right) \delta y + \left(\frac{\partial d_i}{\partial z} - \frac{\partial d_j}{\partial z} \right) \delta z$$

Y renombrar las derivadas parciales en diferencia como:

$$\delta d_{ij} = \left(\frac{\partial g_{ij}}{\partial x} \right) \delta x + \left(\frac{\partial g_{ij}}{\partial y} \right) \delta y + \left(\frac{\partial g_{ij}}{\partial z} \right) \delta z$$

Otra vez, podemos realizar una definición útil para obtener las derivadas parciales, denominándolas como “w”:

$$w_{x,i} = \frac{\partial d_i}{\partial x} = - \frac{x_i - x_1^0}{f_i(x_1^0, y_1^0, z_1^0)}$$

$$w_{y,i} = \frac{\partial d_i}{\partial y} = - \frac{y_i - y_1^0}{f_i(x_1^0, y_1^0, z_1^0)}$$

$$w_{z,i} = \frac{\partial d_i}{\partial z} = - \frac{z_i - z_1^0}{f_i(x_1^0, y_1^0, z_1^0)}$$

Donde (x_1, y_1, z_1) representan la “verdadera” posición de la aeronave. Las definiciones anteriores para “w” también se aplican a la componente “j” de las estaciones. De esta forma, podemos definir la derivada parcial de g_{ij} como:

$$A_{x,ij} = \frac{\partial g_{ij}}{\partial x} = w_{x,i} - w_{x,j}$$

$$A_{y,ij} = \frac{\partial g_{ij}}{\partial y} = w_{y,i} - w_{y,j}$$

$$A_{z,ij} = \frac{\partial g_{ij}}{\partial z} = w_{z,i} - w_{z,j}$$

Con estas definiciones ya podemos ser capaces de armar la matriz de diseño del sistema como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{x,21} & A_{y,21} & A_{z,21} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{x,N1} & A_{y,N1} & A_{z,N1} \end{bmatrix}$$

Donde "N" representa el número de estaciones receptoras que podemos ubicar en el sistema MLAT. Con esta matriz construida, ya podemos ser capaces de definir la matriz de error del sistema MLAT:

$$\Sigma = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$$

Que con la ayuda de su diagonal (de la matriz de error resultante denominada como sigma), podemos definir:

$$HDoP = \sqrt{\Sigma_{11} + \Sigma_{22}}$$

$$VDoP = \sqrt{\Sigma_{33}}$$

Donde, como ha mencionado, el HDoP corresponde a la precisión del sistema MLAT en un plano horizontal, mientras que el VDoP corresponde a la precisión del sistema MLAT en un plano vertical.

La definición general de los elementos de la diagonal es:

$$\Sigma_{11} = \frac{(\sum Ay_{n1}^2)(\sum Az_{n1}^2) - (\sum Ay_{n1}Az_{n1})^2}{(\sum Ax_{n1}^2)(\sum Ay_{n1}^2)(\sum Az_{n1}^2) - (\sum Ax_{n1}^2)(\sum Ay_{n1}Az_{n1})^2 - (\sum Az_{n1}^2)(\sum Ax_{n1}Ay_{n1})^2 + 2(\sum Ax_{n1}Ay_{n1})(\sum Ay_{n1}Az_{n1})^2 - (\sum Ay_{n1}^2)(\sum Ax_{n1}Az_{n1})^2}$$

$$\Sigma_{22} = \frac{(\sum Ax_{n1}^2)(\sum Az_{n1}^2) - (\sum Ax_{n1}Az_{n1})^2}{(\sum Ax_{n1}^2)(\sum Ay_{n1}^2)(\sum Az_{n1}^2) - (\sum Ax_{n1}^2)(\sum Ay_{n1}Az_{n1})^2 - (\sum Az_{n1}^2)(\sum Ax_{n1}Ay_{n1})^2 + 2(\sum Ax_{n1}Ay_{n1})(\sum Ay_{n1}Az_{n1})^2 - (\sum Ay_{n1}^2)(\sum Ax_{n1}Az_{n1})^2}$$

$$\Sigma_{33} = \frac{(\sum Ax_{n1}^2)(\sum Ay_{n1}^2) - (\sum Ax_{n1}Ay_{n1})^2}{(\sum Ax_{n1}^2)(\sum Ay_{n1}^2)(\sum Az_{n1}^2) - (\sum Ax_{n1}^2)(\sum Ay_{n1}Az_{n1})^2 - (\sum Az_{n1}^2)(\sum Ax_{n1}Ay_{n1})^2 + 2(\sum Ax_{n1}Ay_{n1})(\sum Ay_{n1}Az_{n1})^2 - (\sum Ay_{n1}^2)(\sum Ax_{n1}Az_{n1})^2}$$

Estas ecuaciones presentan los elementos de las diagonales de la matriz de error para N estaciones receptoras. Estas mismas se pueden modelar en Python o Matlab para obtener los mapas de precisión horizontal y vertical, en la Ilustración # se muestra un ejemplo de aplicación para un sistema MLAT en el aeropuerto internacional de El Salvador utilizando Python y las ecuaciones anteriores para obtener el rendimiento del sistema MLAT a una altura de 98 pies (30 metros):

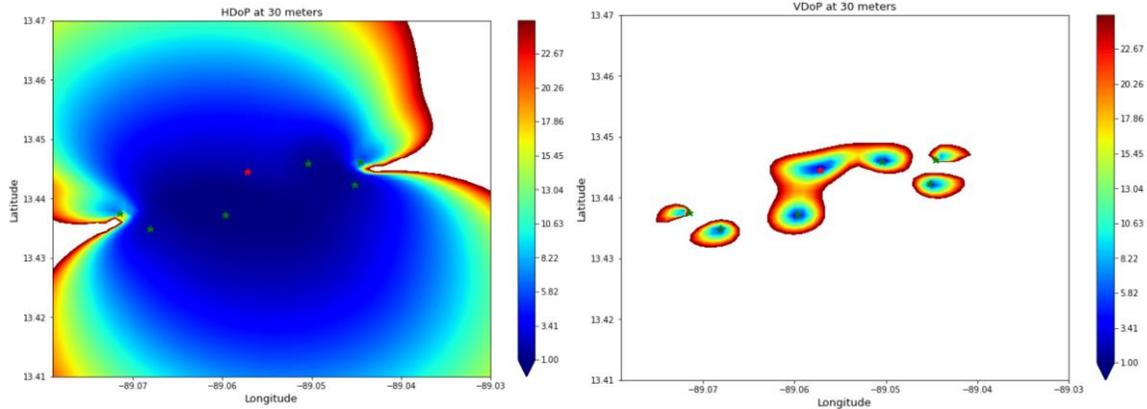


Ilustración 28: HDOP y VDoP para sistema MLAT en el aeropuerto internacional de El Salvador. La estrella color roja representa la estación de procesamiento central y las estrellas de color verde las estaciones receptoras.

En anexos se presentará el código para 12 estaciones MLAT y 1 estación de procesamiento central.

Para conocer si el sistema está presentando un buen rendimiento en el área deseada, nos auxiliamos de la tabla 2 que nos indica el rango de valores de DOP que podemos utilizar para verificar en que lugares nuestro sistema posee un buen rendimiento de detección.

DOP	RATING
Up to 1	IDEAL
2-3	EXCELENTE
4-6	BUENO
7-8	MODERADO
9-20	JUSTO
21-50	POBRE

Tabla 2: Valores para determinar rendimiento en sistemas MLAT.

Entre menor sea el valor de HDOP y VDoP, el sistema será más eficiente para detectar (con menor error) a la aeronave en la zona deseada.

Una de las características más importantes de los sistemas MLAT son su topología o despliegue de estaciones receptoras, dependiendo de la topología, así será el rendimiento deseado, como por ejemplo podemos presentar una topología rectangular de la Ilustración 29.

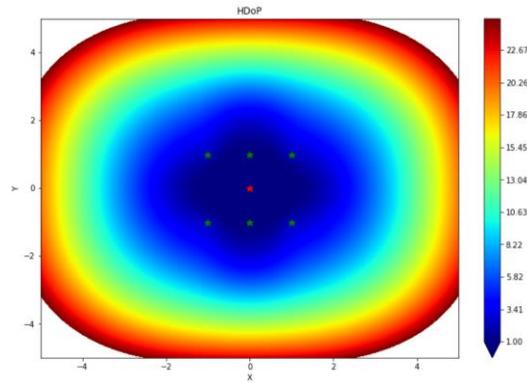


Ilustración 29: Despliegue rectangular de estaciones receptoras MLAT.

Pero en la práctica, rara vez se podrán desplegar las estaciones con formas geométricas bien definidas, la mayor parte del tiempo tendremos casos como el presentado para el aeropuerto internacional de El Salvador, sin embargo, las topologías con geometrías definidas nos pueden ayudar a buscar establecer lo mismo en la práctica, entre las topologías podemos tener: Triangular, rectangular, pentágono, etc. El lector se puede referir al capítulo de multilateración en el libro de Radio navigation systems for airports and air ways de Oleg Nicolaevich Skrypnik.

Estos mapas son los que se presentan sin errores por sincronización, muestreo, nivel de señal a ruido, etc. Para mejorar nuestros análisis de rendimiento esperado, debemos tomar en cuenta los errores presentes en los sistemas de multilateración, nos enfocaremos nada más en el error debido a muestreo, ya que debido al equipo de bajo costo que se utilizó para este trabajo, es que nos ayuda más a observar como ubicar las estaciones para obtener un rendimiento bueno.

4.2) Errores presentes en los sistemas de multilateración y TDOA.

Del trabajo de Tiago Riveira podemos modelar los errores del sistema por medio de la raíz cuadra de la suma de cuadrados, donde tomamos en cuenta los errores debido al ruido presente en el sistema, así como otros parámetros que ocurren en los dispositivos de recolección de la señal que se encuentran en las estaciones receptoras:

$$D_{error} = \sqrt{\Delta d_{SNR}^2 + \Delta d_{muestreo}^2 + \Delta d_{cuantificacion}^2 + \Delta d_{jitter}^2 + \Delta d_{sincronismo}^2}$$

Donde:

Δd_{SNR} : *Componente de erro debido a deteccion de pulsos*

$\Delta d_{muestreo}$: *Componente de error debido al tiempo de muestreo la senal*

$\Delta d_{\text{cuantificacion}}$: *Componente de error debido a la cuantificación de la señal*

Δd_{jitter} : *Componente de error debido al jitter del reloj local del dispositivo*

$\Delta d_{\text{sincronismo}}$: *Componente de error debido al sincronismo del sistema MLAT*

Para los propósitos de este trabajo, solo nos enfocaremos en el error de muestreo ya que es el parámetro más importante para un sistema TDoA de bajo costo: Este nos indica la resolución del sistema y el espaciamiento mínimo que debe de existir entre las estaciones receptoras. El mismo autor, Tiago Riveira, nos define el error por muestreo como:

$$\Delta d_{\text{muestreo}} = c * \frac{\Delta t_{\text{muestreo}}}{\sqrt{12}}$$

Donde el tiempo de muestreo lo podemos obtener en base a la frecuencia de muestreo del dispositivo con la relación $t=1/f$, de igual forma aquí “c” es la rapidez de la luz. Podemos agregar estos errores a nuestras ecuaciones para HDoP y VDoP:

$$HDoP = \sqrt{D_{\text{error}} \sqrt{\Sigma_{11} + \Sigma_{22}}}$$

$$VDoP = \sqrt{D_{\text{error}} \sqrt{\Sigma_{33}}}$$

Como se mencionó, si solo tomamos en cuenta el error por muestreo, las ecuaciones resultantes son:

$$HDoP = \sqrt{c * \frac{\Delta t_{\text{muestreo}}}{\sqrt{12}} \sqrt{\Sigma_{11} + \Sigma_{22}}}$$

$$VDoP = \sqrt{c * \frac{\Delta t_{\text{muestreo}}}{\sqrt{12}} \sqrt{\Sigma_{33}}}$$

Cuando realizamos la presentación del rendimiento esperado para un sistema de bajo costo, utilizaremos estas ecuaciones para agregar el error por muestreo si utilizamos dispositivos RTL-SDR como captadores de señales, un ejemplo para el aeropuerto internacional si utilizamos estos dongles (con su respectivo error por muestreo) en la Ilustración 30.

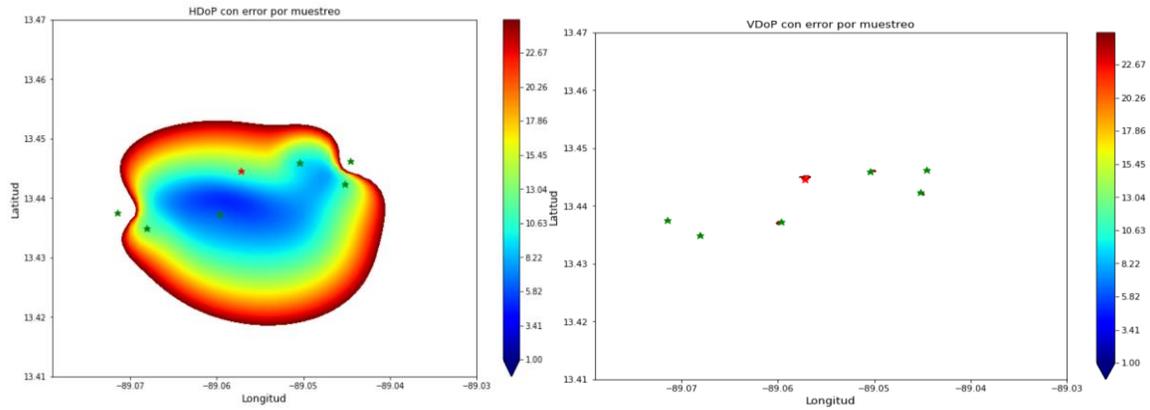


Ilustración 30: Sistema de Multilateración para el aeropuerto internacional de El Salvador con errores por muestreo incluidos (error de muestreo de dongles RTL-SDR).

Lo que nos permite también analizar el rendimiento de un sistema de bajo costo si se utilizan los dispositivos conocidos como dongles RTL-SDR, para cualquier lugar que deseemos ubicar las estaciones receptoras de la señal de las aeronaves.

4.3) Solución para obtener coordenadas en tres dimensiones con cuatro estaciones receptoras.

Esta solución es provista del autor Sreeram Potluri de Hyperbolic position location estimator with TDOA from four stations, así que, para esta sección, nos dedicamos a escribir la solución provista y posteriormente, agregamos el código Python construido en anexos.

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} - \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} = c(t_2 - t_1)$$

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} = c(t_1 - t_3)$$

$$\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} = c(t_3 - t_2)$$

$$\sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} - \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} = c(t_3 - t_2)$$

$$\sqrt{(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} = c(t_4 - t_3)$$

Donde:

$$d_{21} = c(t_2 - t_1)$$

$$d_{13} = c(t_1 - t_3)$$

$$d_{32} = c(t_3 - t_2)$$

$$d_{43} = c(t_4 - t_3)$$

Teniendo las distancias de TDoAs, podemos reescribir las anteriores ecuaciones con las distancias:

$$d_{21} = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} - \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}$$

$$d_{13} = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2}$$

$$d_{32} = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} - \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}$$

$$d_{43} = \sqrt{(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2}$$

Movemos uno de los términos en la raíz cuadrada hacia el otro lado de la ecuación:

$$d_{21} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} = -\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}$$

$$d_{13} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} = -\sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2}$$

$$d_{32} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} = -\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}$$

$$d_{43} - \sqrt{(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2} = -\sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2}$$

Elevando al cuadrado ambos lados de las ecuaciones anteriores, obtenemos:

$$\begin{aligned} d_{21}^2 - 2d_{21}\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} + (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 \\ = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{13}^2 - 2d_{13}\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 \\ = (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{32}^2 - 2d_{32}\sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} + (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 \\ = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{43}^2 - 2d_{43}\sqrt{(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2} + (x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2 \\ = (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 \end{aligned}$$

Si expandimos los términos elevados al cuadrado en el lado derecho y eliminamos los términos x^2, y^2, z^2 resultantes obtenemos:

$$\begin{aligned} d_{21}^2 - 2d_{21}\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} + x_2^2 - 2x_2x + y_2^2 - 2y_2y + z_2^2 \\ - 2z_2z = x_1^2 - 2x_1x + y_1^2 - 2y_1y + z_1^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{13}^2 - 2d_{13}\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + x_1^2 - 2x_1x + y_1^2 - 2y_1y + z_1^2 \\ - 2z_1z = x_3^2 - 2x_3x + y_3^2 - 2y_3y + z_3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{32}^2 - 2d_{32}\sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} + x_3^2 - 2x_3x + y_3^2 - 2y_3y + z_3^2 \\ - 2z_3z = x_2^2 - 2x_2x + y_2^2 - 2y_2y + z_2^2 \end{aligned}$$

$$d_{43}^2 - 2d_{43}\sqrt{(x-x_4)^2 + (y-y_4)^2 + (z-z_4)^2} + x_4^2 - 2x_4x + y_4^2 - 2y_4y + z_4^2 - 2z_4z = x_3^2 - 2x_3x + y_3^2 - 2y_3y + z_3^2$$

Si movemos todos los términos que no son raíz cuadrada hacia la izquierda, combinamos términos similares y realizamos una sustitución conveniente para ahorrarnos la cantidad de términos en las ecuaciones por medio de $x_{12} = x_1 - x_2$, $y_{12} = y_1 - y_2$ y así sucesivamente con los demás términos obtenemos:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \\ &= \frac{d_{21}^2 + x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 + z_2^2 - z_1^2 + 2x_{12}x + 2y_{12}y + 2z_{12}z}{2d_{21}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} \\ &= \frac{d_{13}^2 + x_3^2 - x_1^2 + y_3^2 - y_1^2 + z_3^2 - z_1^2 + 2x_{31}x + 2y_{31}y + 2z_{31}z}{2d_{13}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2} \\ &= \frac{d_{32}^2 + x_3^2 - x_2^2 + y_3^2 - y_2^2 + z_3^2 - z_2^2 + 2x_{23}x + 2y_{23}y + 2z_{23}z}{2d_{23}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x-x_4)^2 + (y-y_4)^2 + (z-z_4)^2} \\ &= \frac{d_{43}^2 + x_4^2 - x_3^2 + y_4^2 - y_3^2 + z_4^2 - z_3^2 + 2x_{34}x + 2y_{34}y + 2z_{34}z}{2d_{43}} \end{aligned}$$

Al elevar al cuadrado las ecuaciones anteriores podemos obtener un set de hiperboloides que se interceptan, si igualamos estas ecuaciones entre sí, podemos obtener los términos de lo que sería la ecuación de un plano en la forma $y=Ax+Bz+C$, los términos: A, B y C de esta ecuación resultan ser:

$$A = \frac{d_{13}x_{12} - d_{21}x_{31}}{d_{21}y_{31} - d_{13}y_{12}}$$

$$B = \frac{d_{13}z_{12} - d_{21}z_{31}}{d_{21}y_{31} - d_{13}y_{12}}$$

C

$$= \frac{d_{13}(d_{21}^2 + x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 + z_2^2 - z_1^2) - d_{21}(d_{13}^2 + x_3^2 - x_1^2 + y_3^2 - y_1^2 + z_3^2 - z_1^2)}{2(d_{21}y_{31} - d_{13}y_{12})}$$

Similarmente, podemos obtener otro set de ecuaciones para formar una segunda ecuación para un plano de la forma $y=Dx+Ez+F$:

$$D = \frac{d_{43}x_{23} - d_{32}x_{43}}{d_{32}y_{43} - d_{43}y_{23}}$$

$$E = \frac{d_{43}z_{23} - d_{32}z_{43}}{d_{32}y_{43} - d_{43}y_{23}}$$

$$F = \frac{d_{43}(d_{32}^2 + x_3^2 - x_2^2 + y_3^2 - y_2^2 + z_3^2 - z_2^2) - d_{32}(d_{43}^2 + x_4^2 - x_3^2 + y_4^2 - y_3^2 + z_4^2 - z_3^2)}{2(d_{32}y_{43} - d_{43}y_{23})}$$

Al igualar ambas ecuaciones de plano establecidas:

$$Ax + By + C = Dx + Ez + F$$

Producirá un set de ecuaciones lineales para "x" en términos de "z":

$$x = Gz + H$$

Donde:

$$G = \frac{E - B}{A - D}$$

$$H = \frac{F - C}{A - D}$$

Ahora, si sustituimos la "x" obtenida de regreso a la ecuación $y = Ax + Bz + C$, obtenemos un nuevo termino:

$$y = A(Gz + H) + Bz + C$$

$$y = Iz + J$$

Donde:

$$I = AG + B$$

$$J = AH + C$$

Para resumir un poco más el proceso, escribiremos los términos que hacen falta en base a los ya obtenidos y las soluciones X, Y, Z:

$$K = d_{13}^2 + x_3^2 - x_1^2 + y_3^2 - y_1^2 + z_3^2 - z_1^2 + 2x_{31}H + 2y_{31}J$$

$$L = 2(x_{31}G + y_{31}I + 2z_{31})$$

Con lo que otro par de manipulaciones (referiré a Hyperbolic position location estimator with TDOA from four stations) obtenemos:

$$M = 4d_{13}^2(G^2 + I^2 + 1) - L^2$$

$$N = 8d_{13}^2[G(x_i - H) + I(y_i - J) + z_i] + 2LK$$

$$O = 4d_{13}^2[(x_i - H)^2 + (y_i - J)^2 + z_i^2] - K^2$$

Con estos términos, ya podemos encontrar las soluciones para X, Y, Z:

$$z = \frac{N}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{N}{2M}\right)^2 - \frac{O}{M}}$$

$$y = I \left[\frac{N}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{N}{2M}\right)^2 - \frac{O}{M}} \right] + J$$

$$x = G \left[\frac{N}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{N}{2M}\right)^2 - \frac{O}{M}} \right] + H$$

Que serían las ecuaciones con las cuales podemos encontrar la variable de altura (z) para un sistema de TDoA basado en multilateración con cuatro estaciones. Hasta el momento, no se ha encontrado un método para generalizar a N estaciones receptoras y encontrar la solución de estas. En anexos se presentara un código en Python para que el usuario solo tenga que introducir las posiciones de sus estaciones receptoras y el algoritmo resolverá en qué posición se encuentra, sin embargo hay que tener en cuenta que para encontrar la variable de altura "z", algunos autores proponen que en las estaciones exista una "diversidad de altura", en otras palabras, que las estaciones estén posicionadas en distintas alturas para lograr posicionar bien la variable "z", sin embargo, aún no hay muchas investigaciones que logren comprobar esto, queda como un tema para otra tesis o proyecto que lo deseen abordar y comprobar.

Capítulo V: El sincronismo en los sistemas de multilateración.

“Sincronismo” se define como la operación o actividad de dos o más cosas en un mismo tiempo a una misma razón de cambio, también se puede definir como algo que ocurre al mismo tiempo, que ocurre al mismo tiempo o que coincide al mismo tiempo. Si llevamos estas definiciones hacia la multilateración, y entendemos que cuando hablamos de sincronización nos estamos refiriendo al sincronismo entre todas las estaciones receptoras, quiere decir que todas las estaciones operan a un mismo tiempo, pero aquí con tiempo no nos estamos refiriendo a una acción, no estamos refiriendo a una “base” o “escala” de tiempo, una misma base de tiempo bajo la cual trabajan todas las estaciones receptoras.

Cuando una aeronave emite una señal, esta es recibida por las estaciones receptoras en tierra, la importancia de que todas las estaciones estén sincronizadas radica en la precisión con la que obtendremos los delays de tiempo a la hora de aplicar el algoritmo de autocorrelación entre las señales recibidas en cada estación. Si las estaciones no se encuentran sincronizadas, entonces obtendremos delays de tiempo muchísimo mayor de lo que realmente son, provocando una pésima localización de la aeronave. La sincronización entonces se trata de ubicar a todas las estaciones en un mismo “plano” de tiempo, todas las estaciones a un mismo “nivel” de tiempo si se desea entender así también, donde todas las estaciones receptoras trabajan bajo un mismo reloj, un mismo tiempo.

Las mediciones de MLAT se pueden reducir a una sola escala o nivel de tiempo por medio de:

- La escala de referencia de tiempo se crea en una estación (la estación maestra o central de procesamiento) que obtiene las señales recibidas de las demás estaciones receptoras y que son procesadas. En esta escala, los ToA están fijos contando con los delays causados por la distancia entre cada estación receptora y la estación maestra. Esto último es otra forma de indicarnos que no se toma en cuenta el tiempo que le toma a la señal capturada viajar de la estación receptora hacia la estación maestra.
- La distribución de la escala de tiempo es creada en cada estación de la red y su sincronización mutua es provista por tiempo de GNSS. En este método entra una solución que implementan los sistemas MLAT de INDRA: GPS common view method.
- Sincronización por señal de referencia (también conocida como sincronización por transpondedor) la cual envía una señal a todas las estaciones de la red bajo cual se sincronizan, todas las estaciones deben estar bajo línea de vista para que la señal de sincronización llegue sin ningún problema. En este esquema de sincronización, la sincronización se realiza más entre las señales que entre las estaciones.

Nos detenemos un poco en este último, la sincronización por señal de referencia, la principal idea es que utilizamos una señal que está siendo emitida continuamente hacia las estaciones receptoras:

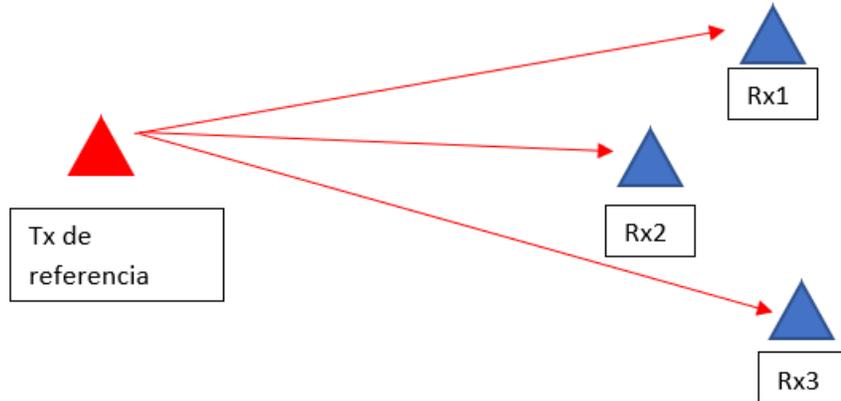


Ilustración 31: Transmisor de señal de referencia Tx junto a estaciones receptoras. Las flechas rojas indican la señal que se está utilizando para referenciar.

La señal de referencia que se transmite arriba a cada estación, de la imagen podemos observar que la distancia que viaja la señal de referencia con respecto a cada estación es diferente, por ejemplo, la señal de referencia viaja un trayecto más largo hacia Rx1 que hacia Rx2, o que viaja un trayecto más largo hacia Rx3 que hacia Rx1 y Rx2. Esta es una de las ideas principales de sincronismo por señal de referencia: No estamos ajustando las diferencias de arribo de la señal dependiendo de escalas de tiempo en las estaciones, la diferencia en las distancias las está causando la señal de referencia, entonces más bien podemos decir que la señal de referencia contiene la información de las distancias entre su transmisor y las estaciones receptoras Rx.

Teniendo esto en mente, cuando una aeronave emite una señal (que es la que se utilizara para obtener las distancias entre las estaciones):

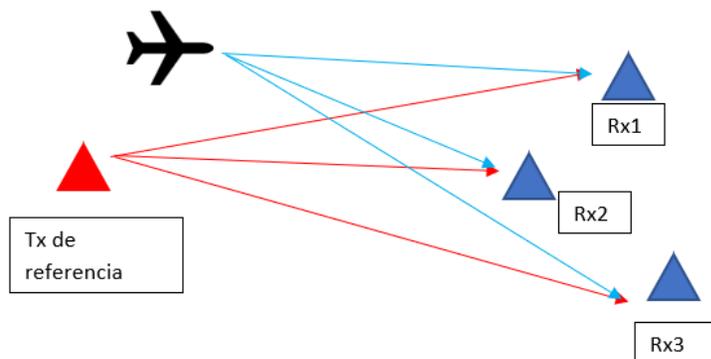


Ilustración 32: Funcionamiento de sincronismo por transmisor de referencia.

Llegará hacia las estaciones, y aquí nace otra diferencia fundamental de un sincronismo por señal de referencia y es el *cambio en frecuencia de recepción*. El autor Stefan Scholls quien realizó un trabajo igual pero con aplicaciones de localización en Alemania, nos explica cómo funciona: Cuando la estación maestra (que puede estar ubicada en cualquier lugar en la cercanía de las estaciones receptoras) activa el comando para obtener mediciones, cada receptor recibe unas muestras de la señal de referencia y después cambia de frecuencia para obtener muestras de la señal transmitida por una aeronave (el cambio lo hace casi instantáneamente, está sujeto al hardware de la central de procesamiento). Para la sincronización, la estación maestra alinea las tres señales recibidas (tres señales debido a tres estaciones para este caso pero pueden ser más) en un eje de tiempo, el alineamiento esta hecho de tal manera que el delay de la señal de referencia corresponde a las distancias conocidas entre el transmisor de referencia y los receptores (en otras palabras lo que se mencionó antes, estamos realizando una escala de distancias si lo queremos ver de esta forma, el maestro sabe las distancias), cuando el maestro sincroniza las señales, el TDoA de las señales se calcula simplemente obteniendo el delay entre estas, precisamente, esta técnica no sincroniza a los receptores, sincroniza a las señales recibidas. Un ejemplo de la señal capturada bajo este método se muestra en la Ilustración 33.

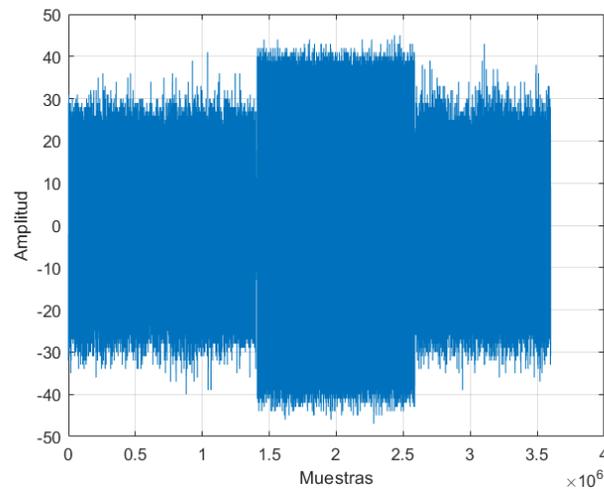


Ilustración 33: Señal recibida en la estación maestra bajo la sincronización por señal de referencia. La primera porción de la señal corresponde a una estación de AM mientras que la segunda porción a un módulo RF 434 MHz y después se vuelve a capturar datos de AM.

5.1) Alternativas de sincronismo de bajo costo.

El método de un transmisor de referencia resulta ser atractivo porque es menos costoso en el ámbito económico, sin embargo, si deseamos precisión en un sistema de bajo costo, un módulo GPS/GLONASS de USB podría ser la opción adecuada para establecer una escala de tiempo distribuida, este módulo es el mostrado en la Ilustración 34.



Ilustración 34: GPS/GLONASS USB U-blox 7.

El costo de un GPS/GLONASS es de \$37.69 dólares americanos (puede cambiar dependiendo del lugar donde se compre). Pero este no es el único módulo que USB que podemos encontrar en el mercado, también podemos tener una alternativa con el ACTIVO USB 2.0 impermeable GPS/GLONASS mostrado en la Ilustración 35.



Ilustración 35: ACTIVO GPS/GLONASS.

El costo de este GPS/GLONASS de ACTIVO puede rondar hasta un precio de \$70.00 dólares americanos, sin embargo, es uno de los más utilizados para disciplinar el reloj de computadoras en aplicaciones de radiofrecuencia, la única desventaja de este módulo es que solamente es compatible con Windows, en pocas palabras, una computadora o laptop es necesaria para trabajar con él, caso contrario del GPS/GLONASS de U-blox 7.

Otra alternativa puede ser el uso del módulo GPS NEO-6M-0-001 para recibir datos de GPS y utilizarlos con Arduino UNO, ESP32 o la famosa Raspberry pi. El módulo GPS se presenta en la Ilustración 36.



Ilustración 36: Módulo GPS NEO-6M-0-001.

Este módulo tiene un costo de \$13.00 dólares americanos pero su precio puede variar dependiendo de donde se compre. Haría falta realizar una evaluación sobre la utilización de este método y su aplicación en el sincronismo en microprocesadores y mini ordenadores como la Raspberry pi, sin embargo aún para estos dos casos anteriores, el módulo GPS/GLONASS de U-blox 7 sería la mejor opción si se desea sincronizar las estaciones bajo una misma escala de tiempo por medio de GPS, a este método se le conoce como “GPS common view” y es que cada estación posee su propio modulo GPS para generar una sola escala de tiempo, sin embargo, para el caso que estamos tratando, sería una especie de “GPS common view” de bajo costo y sin la misma precisión que los sistemas que ofrecen los grandes fabricantes como INDRA o THALES.

Ahora bien, si no tenemos los medios para comprar cualquiera de las alternativas GPS/GLONASS anteriores, podemos acudir a la sincronización por transmisor de referencia. Para este método de sincronismo no necesitamos comprar nada, solo necesitamos conocer la ubicación de un transmisor (que puede ser una estación base de GSM, estación transmisora de radio, etc.) y la frecuencia a la que se encuentra transmitiendo, ejemplos de tales transmisores pueden ser los presentados en la Ilustración 37, sin embargo, no quiere decir que solo estemos sujetos a estos como estudiaremos más adelante.



Ilustración 37: Estación base de telefonía móvil y estación de transmisión de radio, en el orden respectivo.

Sin embargo, como se ha mencionado, no es que estemos sujetos a estas dos, nosotros también podemos realizar nuestras propias señales de referencia por medio de microprocesadores o mini ordenares como lo es una Raspberry pi, en la investigación de este trabajo se ha encontrado una aplicación propia de Raspberry pi que permite servir como un generador de señales de RF, el módulo se llama “RpiTx” (Ilustración 38).

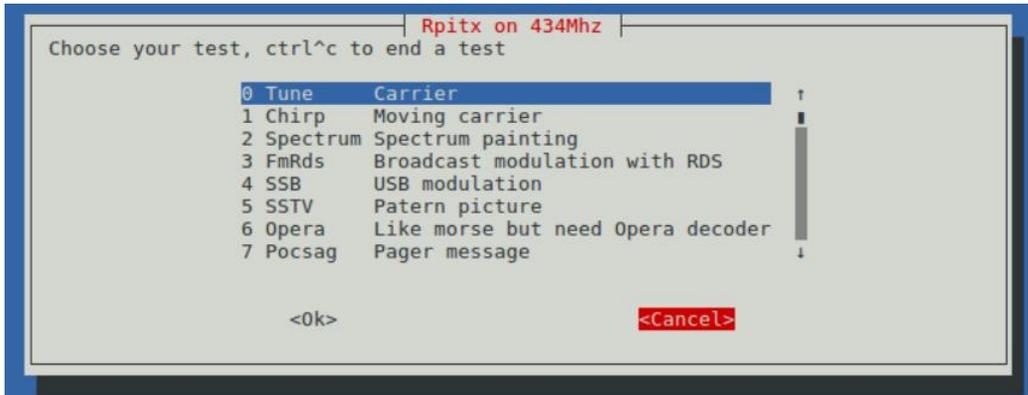


Ilustración 38: Opciones de señal para transmitir desde una Raspberry pi.

La frecuencia de transmisión se puede modificar, podemos escoger frecuencias que se encuentren entre 5 kHz a 1.5 GHz (Ilustración 39).

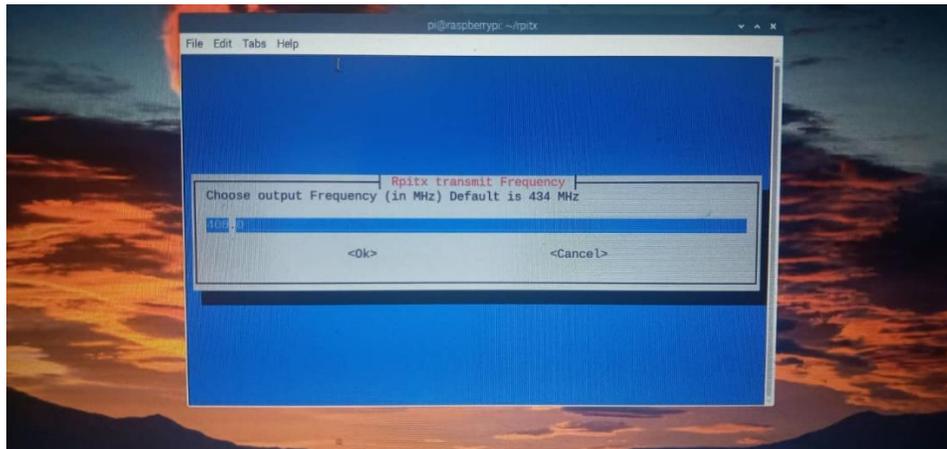


Ilustración 39: Sintonizando frecuencia de transmisión para la Raspberry pi por medio de RpiTx, en la imagen sintonizamos a 400 MHz.

Al presionar “ok” en el menú, nos dirigirá al menú de señales por transmitir de la Ilustración# (Para este caso de demostración, se utilizó una señal de AM). Para comprobar que realmente estamos transmitiendo a esta frecuencia, se utilizaron dongles RTL-SDR, el RTL-SDR es un escáner de radio frecuencias que ayuda a detectar y mostrar las señales en el rango de 25 MHz a 1750 MHz (1.75 GHz) que puedan existir en nuestra área, en la Ilustración 40 mostramos un ejemplo de esto.



Ilustración 40: Dongle RTL-SDR para capturar y detectar señales de radio frecuencia.

El costo de estos dispositivos ronda entre los \$30.00 a \$50.00 dólares americanos. La razón por la cual escogimos de estos dispositivos será evidente más adelante se presente la arquitectura del sistema MLAT basado en TDoA de bajo costo, por el momento, este dispositivo solo nos ayudará a detectar y capturar señales.

El dispositivo Raspberry pi que envía las señales se muestra en la Ilustración 41.



Ilustración 41: Raspberry Pi como transmisor, la antena de transmisión es el jumper de color amarillo.

Para comprobar que el módulo está funcionando y transmitiendo, nos ayudamos de una aplicación llamada “CubicSDR” que es un software de SDR (Software-defined-radio) que nos ayuda a navegar sobre el espectro de radiofrecuencia que el RTL-SDR es capaz de detectar, así mismo nos ayuda a demodular cualquier señal que encuentre en este mismo. Cubic SDR, en otras palabras, es como un analizador de espectro casero, de uso para computadoras. Se presenta en la Ilustración 42 la pantalla de inicio donde ya detecto el dispositivo RTL-SDR conectado a la computadora.

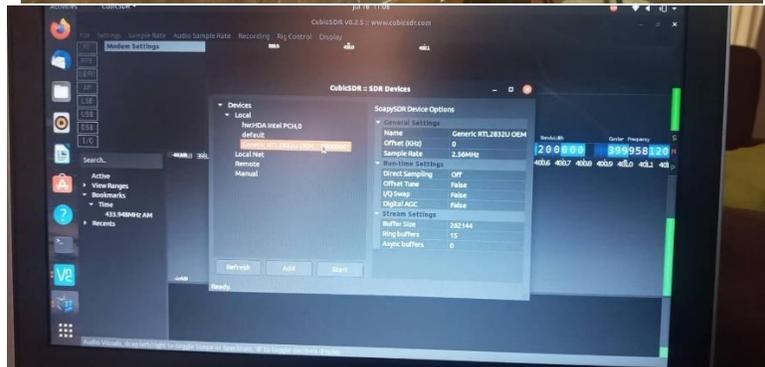


Ilustración 42: Dispositivo RTL-SDR conectado en computadora (primera imagen) y CubicSDR (segunda imagen).

El entorno de cubiSDR junto con la señal AM que se transmitió desde la Raspberry Pi se muestra en la Ilustración 43.

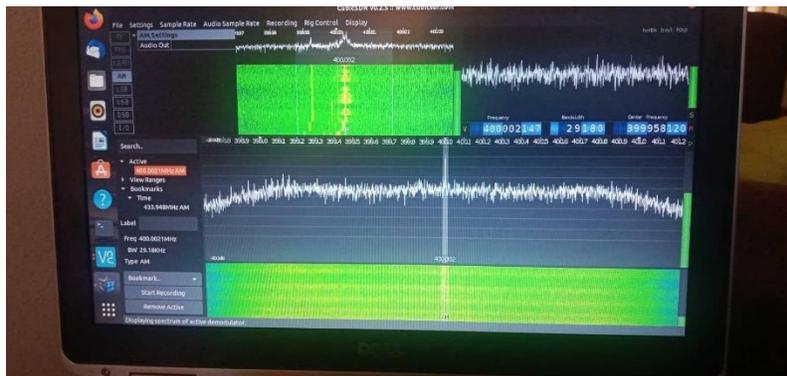


Ilustración 43: Entorno de cubicSDR sintonizado a frecuencia de transmisión de Raspberry pi (400 MHz).

Con lo cual comprobamos que efectivamente, la aplicación “RpiTx” está funcionando y que nuestro dispositivo dongle RTL-SDR está detectando la señal. Surgirá la pregunta ahora: ¿Por qué hacer esto? Se realiza para poder tener una alternativa en el sincronismo por señal de referencia: Poseer un módulo propio que sea dedicado solamente a transmitir una señal de referencia en caso que no se encuentre una señal de radio en la vecindad de nuestra ubicación o que no sepamos con exactitud la ubicación de las estaciones de telefonía móvil

(que también observaremos más adelante otros problemas presentes con las estaciones de telefonía móvil y el por qué no es conveniente utilizarlas como señal de referencias, estos problemas son asociado con la correlación pobre entre las señales).

Así mismo el disponer de esta configuración de sincronismo de una señal de referencia por medio de la aplicación "RpiTx" y una Raspberry Pi nos ayuda a realizar estudios de correlación entre las señales que podemos generar en la aplicación, y así poder concluir que señal posee una mejor correlación como señal de referencia para obtener resultados óptimos en la localización. Será un estudio que realizamos más adelante.

Capítulo VI: Arquitectura física del sistema TDoA basado en la multilateración de bajo costo.

6.1) Diagrama de bloques del sistema TDOA.

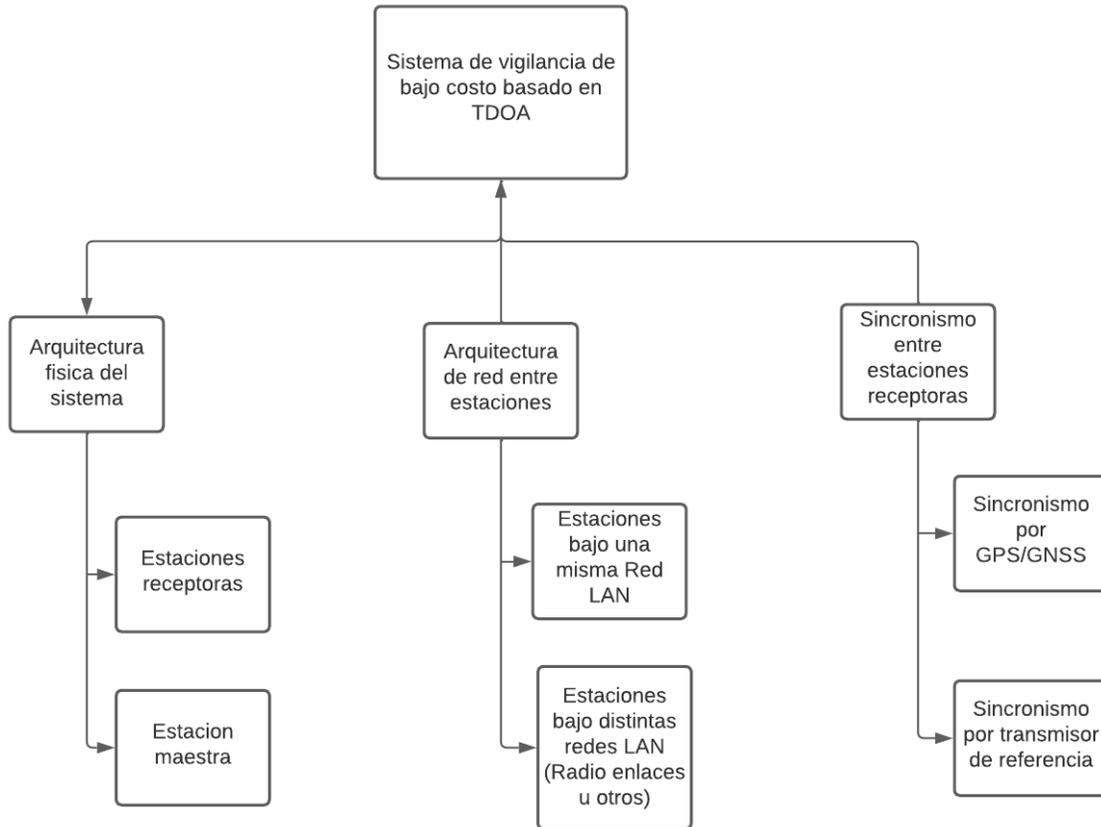


Ilustración 44: Descomposición del diagrama de bloques del sistema de vigilancia de bajo costo.

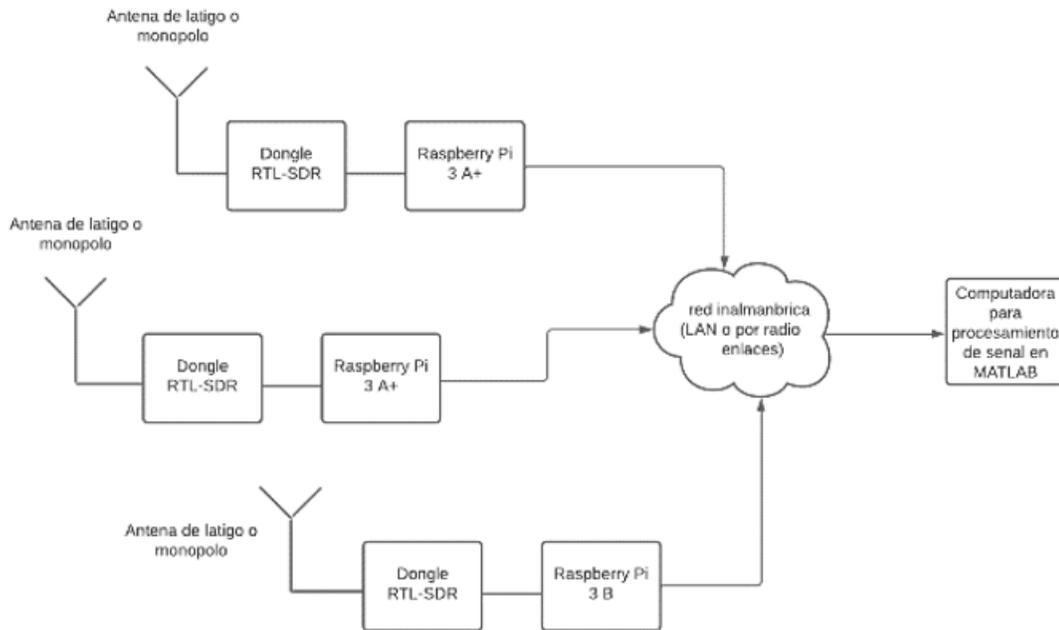


Ilustración 45: Arquitectura física del sistema de localización de bajo costo.

6.2) Elementos de estaciones receptoras.

6.2.1) Antenas receptoras para recolectar las señales.

Para los dispositivos recolectores de señales, como se mencionó antes, no hay otro mejor en el mercado que los dongles RTL-SDR. Estos dongles vienen en distintos “sabores” por decirlo de una forma, ya que cada uno varía según la precisión, la desviación de frecuencia, si poseen un cristal TCXO para no permitir que exista desviación de frecuencia cuando el dispositivo aumenta su temperatura.

La definición propia de un dongle RTL-SDR es la siguiente: Es un dongle USB que puede ser utilizado con ordenadores para escanear el espectro radioeléctrico para señales cercanas a nuestra ubicación. Dependiendo del modelo en particular, las frecuencias de recepción pueden rondar de 500 kHz hasta 1.75 GHz. Se debe mencionar que los RTL-SDR son dispositivos USB que vienen acompañados por una antena (la antena puede ser del tipo telescópica o antena de “látigo”), estos dispositivos solo funcionan para recibir y capturar señales, no para transmitir. Se presenta un ejemplo de un RTL-SDR en la Ilustración 46.



Ilustración 46: Dongle RTL-SDR con su set de antenas.

Cuando decimos que estos dongles son “SDR”, nos estamos refiriendo a que son parte los “radios definidos por software” o en inglés “Software defined radio”, los SDR permiten “digitalizar” ciertas componentes de radio que antes solamente se podían utilizar analógicamente, por ejemplo: Moduladores, demoduladores y sintonizadores. Pero con los SDR podemos procesar todo lo anterior digitalmente, ahorrándonos costos en el proceso de fabricar o comprar la electrónica analógica.

Algunas aplicaciones generales de esto dongles RTL-SDR son:

- Como escáner de radio para policías.
- Escuchar conversaciones de controladores de tráfico aéreo.
- Decodificar señales de aeronaves (por ejemplo, ADS-B).
- Detectar señales GSM.
- Recibir señales de GPS y decodificarlas.
- Utilizar el RTL-SDR como un analizador de espectro.
- Recibir imágenes satelitales climatológicas de NOAA.
- Radio astronomía.
- Escuchar estaciones de radio FM y AM.
- Escuchar estaciones de radio DAB.
- Buscar señales o burst de radiofrecuencia.

Uno de las especificaciones importantes del RTL-SDR es conocer con que dispositivos es capaz de trabajar. Usualmente estos dongles pueden trabajar con al menos un procesador dual core para aplicaciones de SDR más generalizadas (página de rtl-sdr). Muchos de estos dispositivos son capaces de trabajar con Raspberry Pi 3 y aplicaciones móviles en Android, así como computadoras. Es de mucha importancia tener esto en cuenta, ya que los fabricantes y usuarios de estos dispositivos nos están indicando que los dongles RTL-SDR solamente podrán trabajar computadoras o mini computadoras como es el caso de la Raspberry Pi, y no cualquier Raspberry Pi, debe de ser por lo menos la Raspberry Pi 3 para que el RTL-SDR trabaje satisfactoriamente. Si nosotros deseamos recolectar la señal que envía un transmisor, y queremos buscar una alternativa de bajo costo, debemos de

trabajar el dongle RTL-SDR junto con una Raspberry Pi 3 (con la cual entraremos en detalle en la siguiente sección).

Podemos resumir los distintos tipos de dongles RTL-SDR que existen en el mercado en una tabla que nos brindan en (página de rtl-sdr):

SDR	Mínima frecuencia de trabajo. (MHz)	Máxima frecuencia de trabajo. (MHz)	Ancho de banda de recepción. (MHz)	Resolución del ADC. (Bits)	¿Es transmisor? (Si/No)	Precio (\$USD)
RTL-SDR (R820T)	24	1766	3.2/2.56	8	No	Aproximadamente \$20.
Funcube Pro+	0.15410	2602050	0.192	16	No	Aproximadamente \$200.
Airspy	24	1800	10	12	No	\$199
SDRPlay	0.1	2000	20	8	Si	\$299
HackRF	30	6000	20	8	Si	\$299
BladeRF	300	3800	40	12	Si	\$400y \$650
USRP 1	DC	6000	64	12	Si	\$700

Tabla 3: Comparación entre los distintos tipos de dongles RTL-SDR en el mercado.

De la tabla anterior observamos que si deseamos un dongle RTL-SDR de bajo costo, debemos escoger la primera opción: RTL-SDR R820T que cuesta aproximadamente \$20.00 dólares americanos, sin embargo, este modelo tiene mejoras como la inclusión de oscilador compensado de temperatura (TCXO).

Para los propósitos de este trabajo, se optó por comprar un dongle NOOLEC Mini 2+ USB RTL-SDR con oscilador de compensación de temperatura TCXO y una ppm (desviación de frecuencia en partes por millón cuando el dispositivo se calienta) de 0.5 ppm, la frecuencia de muestreo de este dispositivo se encuentre en 2 MHz a 2.050 MHz. Se muestra en la Ilustración 47 el dispositivo utilizado en este trabajo, que tuvo un costo de \$29.95 dólares americanos.



Ilustración 47: NOOLEC Mini 2+ RTL-SDR con 0.5 PPM TCXO.

6.2.2) Evaluación de tecnología de microprocesadores y microcontroladores para estaciones receptoras y estación maestra.

Tenemos tres posibles candidatos que nos pueden servir como estaciones receptoras, hay que tener en cuenta que estos candidatos deben de cumplir con un parámetro importante (aparte del precio): La capacidad de poder trabajar con el dongle RTL-SDR ya que este será nuestro medio por el cual capturaremos las señales emitidas por un transmisor, se dice que un dongle RTL-SDR deberá trabajar con microcontrolador que al menos tenga 1.3 GHz de velocidad en su CPU. Entre los candidatos tenemos: Raspberry Pi, Arduino UNO y ESP32. Se dará una breve descripción de cada microprocesador o microcontrolador, su precio y si es capaz de trabajar con un dongle RTL-SDR. A continuación, se presenta un breve resumen de algunos microcontroladores en el mercado.

- **Raspberry Pi:** Es una serie de computadoras pequeñas de una placa desarrolladas en el reino unido. Son usadas en muchas áreas debido a su bajo costo, modularidad, y diseño abierto. Es utilizado por muchos electrónicos y especialistas en computadoras debido a que es la única placa en el mercado que adopta los estándar HDMI y USB. Su sistema operativo es conocido "Raspberry Pi OS" que es una especie de Linux para Raspberries. La mayoría de estos dispositivos posee una velocidad de CPU entre 1 GHz y 1.5 GHz, posee 40 GPI (Pines de uso general). Entre los modelos que podemos encontrar en El Salvador, tenemos la Raspberry Pi 3 A+ y la Raspberry Pi 3 B+. En El Salvador, el precio de la Raspberry Pi 3 A+ se encuentra en \$51.99 dólares americanos.
- **Arduino UNO:** Es un microcontrolador basado en el ATmega328P. Contiene 14 pines digitales de entrada y salida (6 de los cuales se pueden utilizar como salidas PWM), 6 entradas analógicas, un resonador de cerámica de 16 MHz (velocidad de CPU) y

conexión USB. El precio de este microcontrolador ronda entre \$5.00 a \$15.00 dólares americanos.

- **ESP32:** Es una serie de microcontroladores de bajo costo que tienen integrados capacidad para Wi-Fi y Bluetooth. Utiliza procesadores del tipo Tensilica Xtensa LX6 dual core o single core, con una velocidad de 240 MHz o 160 MHz. El precio de este microcontrolador ronda entre los \$5.00 a \$20.00 dólares americanos.

Tomando en cuenta las peticiones de que un dongle RTL-SDR debe trabajar con un microcontrolador dual core que por lo menos tenga una velocidad de CPU de 1 GHz, es claro que debemos optar por la Raspberry Pi 3 A+ como parte de nuestra estación receptora, solo la Raspberry Pi 3 A+ (o modelos más actualizados de Raspberry) pueden ser capaces de trabajar con un dongle RTL-SDR sin ningún problema, a pesar del precio, no podemos trabajar con el Arduino UNO o con el ESP32 ya que no serían capaces de soportar el dongle RTL-SDR.

De esta forma concluimos que nuestra estación receptora estaría constituida por un dongle RTL-SDR Mini 2+ con 0.5 PPM TCXO de NOOLEC con un valor de \$29.95 dólares americanos y esta ira conectado hacia una Raspberry Pi 3 A+ con un valor de \$51.99 dólares americanos, en la Ilustración 48 se muestra el sistema conectado. El total es de \$81.94.



Ilustración 48: Estación receptora de bajo costo.

Este tipo de idea, para demostrar el principio de TDoA ha sido encaminada por el autor Stefan Scholls. Por motivos de simplicidad utilizaremos solamente 3 estaciones receptora para localizar en dos dimensiones a un objeto transmisor de alguna señal. Las 3 estaciones bases son las mostradas en la Ilustración 49.



Ilustración 49: 3 estaciones receptoras conformadas por Raspberry Pi 3 A+ y dongle RTL-SDR mini 2+.

Aquí agregamos la estación maestra (o central de procesamiento) será una Laptop de la marca Dell, modelo Latitude E6430 con Ubuntu de sistema operador (se explicará más adelante el porqué de esto) de la Ilustración 50.



Ilustración 50: Estación Maestra.

La estación maestra estará comunicada con las demás estaciones base por medio de conexión SSH, después de esta sección explicaremos en detalle cómo se comunicarán la estación maestra con las estaciones para enviar un comando que indique a las Raspberry la recolección de datos al mismo tiempo.

6.3) Transmisor para sincronismo por señal de referencia.

Como se mencionó en la sección anterior, podemos construir un transmisor para la señal de referencia en base a la aplicación “RpiTx” en una Raspberry, para generar nuestra señal de referencia, ya que el método que se adoptara para nuestro propósito de demostrar el fenómeno de TDoA es este de la señal de referencia, un módulo GPS/GLONASS es muy costoso, aparte que también se tendría que enviar a pedir a otro país ya que no hay en existencia en El Salvador para estos.

Con la señal de referencia, no es solamente enviar una señal cualquiera o escoger una señal cualquier del espectro radioeléctrico y utilizar eso como referencia, esta señal debe tener buenas propiedades de correlación como las mencionadas anteriormente (el tipo de señal de RF, las propiedades de los receptores, los diferentes caminos de propagación de propagación de la señal entre el transmisor y receptor, y el método aplicado de correlación). Así que realizaremos un estudio de correlación de las señales que posee “RpiTx” y para hacer este estudio, nos auxiliaremos de un código previamente elaborado por uno de los pioneros en realizar este sistema de TDoA de bajo costo (Stephen Scholl) y con este concluir que señal presenta mejores propiedades correlación para ser señal de referencia para el sincronismo de las estaciones.

El estudio consistirá en lo siguiente: Se utilizaran dos estaciones receptoras (pueden las Raspberry Pi 3 A+ que ya mencionamos o puede ser otra laptop también, las laptop pueden cumplir con la función de ser estación receptora con un sistema operativo Linux, pero por supuesto, se hace la aclaración que esto es solamente si hay disponibilidad, que es lo que hay que en este caso, podemos utilizar dos Raspberry Pi también para realizar esta operación) El motivo de utilizar una laptop como estación receptora para este caso es porque una de las 3 Raspberry Pi se utilizara como la estación para la señal de referencia, donde se encuentra instalada el módulo RpiTx. Estas dos estaciones capturarán las señales transmitidas por la estación de transmisión de referencia y por otra señal que es la que deseamos localizar, esta señal de transmisión que deseamos detectar será provista por una estación base GSM a 892.2 MHz. Para entender más las propiedades de correlación de las señales, se recomienda leer la página web de Stephen Scholl, que se ha adjuntado en referencias.

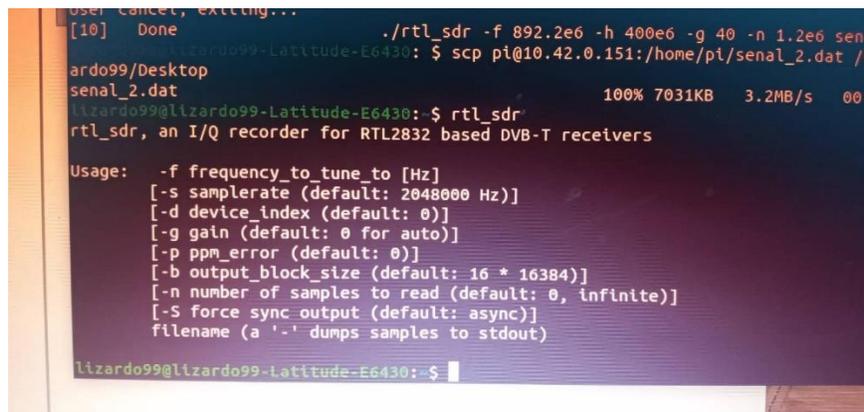
Al capturar las señales, se procesarán con un código en Matlab desarrollado por (Stephen Scholl) que es capaz de indicarnos si la correlación entre las señales es buena y que porcentaje de correlación representan.

Resulta ideal hacer un paréntesis aquí y explicar el proceso por medio del cual el dongle RTL-SDR captura las señales por medio de una librería propia de Linux llamada “rtlsdrLib”.

6.3.1) Sobre la librería “rtlsdrlib” y sus usos con el dongle RTL-SDR.

La librería “rtlsdrlib” convierte a nuestros dongle RTL-SDR en receptores de señal, esta librería es la que le da la característica al dongle de servir como un receptor de cualquier señal en el espectro radio eléctrico de nuestra ubicación, en general trae una serie de comandos: Para calibrar el dongle RTL-SDR, encontrar su desviación de frecuencia para tomar en cuenta a la hora de recepción (ya que podemos sintonizar la recepción a una frecuencia en especifica pero si el dongle no tiene un oscilador TCXO, la temperatura causara una desviación de frecuencia y no estaríamos sintonizando a la frecuencia que deseamos capturar), ajustar la ganancia de la antena para recibir las señales y capturar muestras “raw” o en crudo de 8 bits I/Q (datos complejos), usualmente este tipo de señal capturada en 8 bits I/Q son guardados en un archivo con terminación “.dat” por ser datos complejos.

Algunas de las funciones que podemos realizar con esta librería se muestran en la Ilustración 51.



```
lizardo99@lizardo99-Latitude-E6430: ~$ ./rtl_sdr -f 892.2e6 -h 400e6 -g 40 -n 1.2e6 senal_2.dat
[10] Done
lizardo99@lizardo99-Latitude-E6430: ~$ scp pi@10.42.0.151:/home/pi/senal_2.dat /home/lizardo99/Desktop
senal_2.dat 100% 7031KB 3.2MB/s 00:00
lizardo99@lizardo99-Latitude-E6430: ~$ rtl_sdr
rtl_sdr, an I/Q recorder for RTL2832 based DVB-T receivers

Usage:  -f frequency_to_tune_to [Hz]
        [-s samplerate (default: 2048000 Hz)]
        [-d device_index (default: 0)]
        [-g gain (default: 0 for auto)]
        [-p ppm_error (default: 0)]
        [-b output_block_size (default: 16 * 16384)]
        [-n number of samples to read (default: 0, infinite)]
        [-S force_sync_output (default: async)]
        filename (a '.' dumps samples to stdout)

lizardo99@lizardo99-Latitude-E6430: ~$
```

Ilustración 51: Funciones de librería rtlsdrlib.

Estos comandos nos ayudan a capturar señales, sintonizándonos a la frecuencia que deseamos capturar, por ejemplo, en la Ilustración 52.

```
lizardo99@lizardo99-Latitude-E6430:~$ rtl_sdr -f 434e6 -g 40 -n 1.2e6 AM.dat
Found 1 device(s):
 0: Realtek, RTL2838UHIDIR, SN: 00000001

Using device 0: Generic RTL2832U OEM
Found Rafael Micro R820T tuner
[R82XX] PLL not locked!
Sampling at 2048000 S/s.
Tuned to 434000000 Hz.
Tuner gain set to 40.20 dB.
Reading samples in async mode...

User cancel, exiting...
lizardo99@lizardo99-Latitude-E6430:~$
```

Ilustración 52: Capturando una señal a 434 MHz con librería rtsdrlib.

Y la señal obtenida la podemos procesar en Matlab, leyendo la señal por medio de una función llamada “read_file_iq()” que nos ayuda a leer señales de naturaleza compleja, como las capturadas por los RTL-SDR, la señal capturada por el comando de la Ilustración 52 es la mostrada en la Ilustración 53.

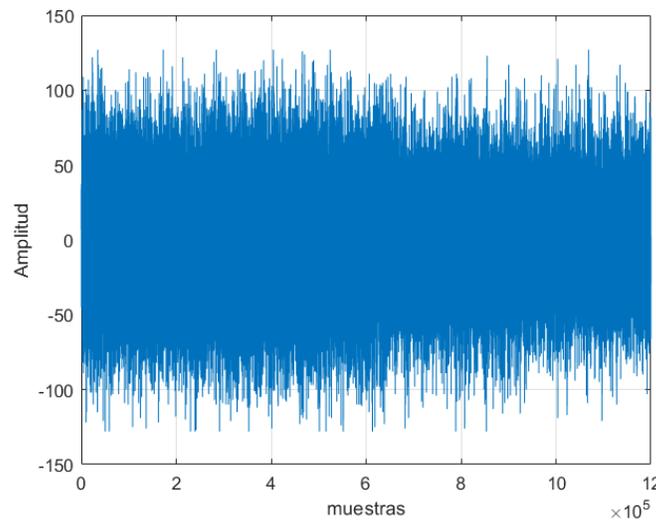


Ilustración 53: Señal AM capturada por dongle RTL-SDR.

Pero para nuestros propósitos de utilizar una señal de referencia para sincronizar las señales y obtener los TDoAs, este comando no funciona porque solo estamos capturando una señal, y nosotros deseamos capturar tanto la señal de referencia como la señal de transmisor que deseamos ubicar, para esto se ha creado una librería especial llamada ‘librtlsdr-2freq’ que nos ayuda a obtener datos tanto de una señal como de otra, y el tiempo entre el cambio de señales es tan rápido que no afecta este delay en los cálculos de TDoA (según Stefan Scholls).

El comando para utilizar ‘librtlsdr-2freq’ es el mostrado en la Ilustración 54.

```
lizardo99@lizardo99-Latitude-E6430:~$ ./rtl_sdr
rtl_sdr, an I/Q recorder for RTL2832 based DVB-T receivers
2-Frequency-Mode for TDOA by DC9ST, 2017

receives 3xn IQ samples:
first n at frequency 1, then n at frequency 2, then n at frequency 1 again

Usage: [-f frequency_to_tune_to frequency 1/reference [Hz]]
[-h frequency_to_tune_to frequency 2/measure [Hz]]
[-s samplerate (default: 2048000 Hz)]
[-d device_index (default: 0)]
[-g gain (default: 0 for auto)]
[-p ppm_error (default: 0)]
[-b output_block_size (default: 16 * 16384)]
[-n number n of IQ samples to read per frequency (total length = 3x specified)
default: 2e6]]
[-S force sync output (default: async)]
filename (a '-' dumps samples to stdout)

lizardo99@lizardo99-Latitude-E6430:~$
```

Ilustración 54: Comando para muestrear dos señales.

El uso es casi igual que el de 'rtlsdrlib' con la diferencia que le agregamos la segunda frecuencia a la que deseamos muestrear, la señal resultante puede tener la forma de la Ilustración 55.

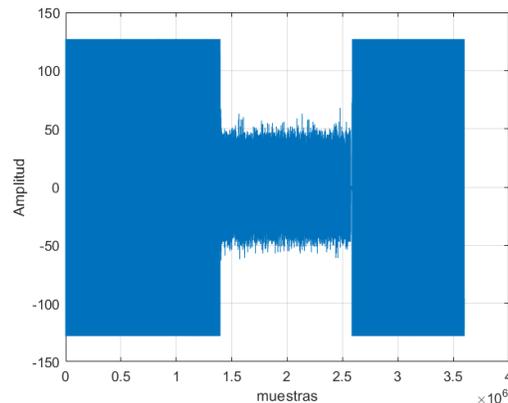


Ilustración 55: Dos señales muestreadas con el comando 'librtlsdr-2freq'.

6.4) Estudio de correlación de señales comunes para ser candidatas a señal de referencia.

Como se ha mencionado, podemos utilizar cualquier señal para ser referencia, sin embargo, si deseamos obtener resultados precisos, debemos obedecer las reglas antes mencionadas para que las señales tengan una aceptable auto correlación entre sí. Es por esto que aquí se presenta un pequeño estudio de comparación entre las señales del tipo AM, FM y estación base de telefonía móvil (señal GSM), y que esto nos pueda ayudar a concluir que tipo de señal nos es más conveniente utilizar como señal de referencia. Se escogieron estos tres tipos de modulaciones ya que son las más comunes que podemos encontrar en cualquier ubicación. El esquema para obtener las señales para este estudio fue el mencionado en la sección 2, esto se muestra en la Ilustración 56.



Ilustración 56: Dos estaciones receptoras (Una Raspberry Pi y una laptop) para obtener señal desde transmisor.

El transmisor utilizado fue una Raspberry Pi con la aplicación de “RpiTx” (Ilustración 57) para transmitir la señal AM y FM, para la señal GSM, se escaneo el área utilizando una librería llamada ‘Kalibrate’ que nos ayuda a calibrar los dongle RTL-SDR calculando la desviación de frecuencia que estos presentan con respecto a la estación base de telefonía móvil GSM, pero esta librería también nos ayuda a escanear estaciones de GSM y la frecuencia a la que se encuentran transmitiendo, para este estudio, se escogió una estación GSM a una frecuencia de 892.2 MHz, la razón de escoger esta frecuencia en específico es porque era la que tenía mayor nivel de potencia desde la ubicación de los dongle RTL-SDR. Usualmente esta librería ‘Kalibrate’ es buena utilizarla cuando los dongles RTL-SDR presentan desviaciones de frecuencia en PPM mayores a 10.

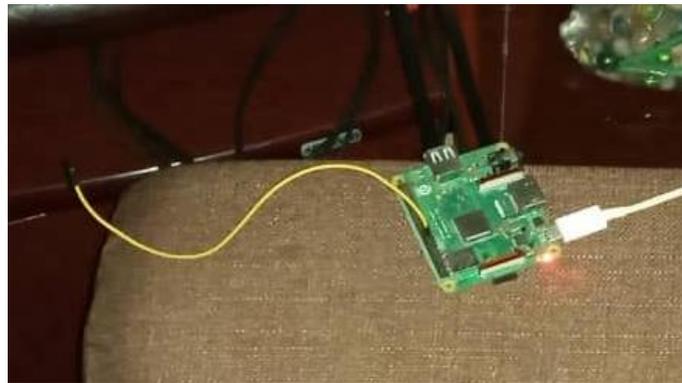


Ilustración 57: Raspberry Pi transmisor de señales de referencia AM y FM.

Resumimos los resultados en una tabla, así como también mostramos la señal obtenida por los dongles RTL-SDR:

Señal	Forma de señal	Porcentaje de correlación
AM	<p>El gráfico muestra una señal de onda cuadrada (pulsos) en azul sobre un fondo de ruido. El eje horizontal está etiquetado como $\times 10^6$ y el eje vertical como $\times 10^4$.</p>	2.3197%

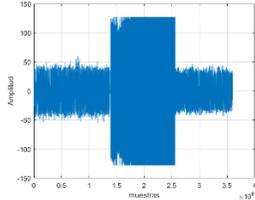
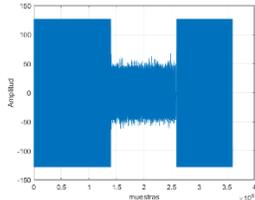
FM de Banda angosta		1.3267%
GSM a 892.2 MHz		66%

Tabla 4: Resultados de correlación entre candidatos a señales de referencia.

De esto podemos concluir que la señal GSM resulta ser la que mejor propiedades de correlación posee, esta señal nos podría servir como señal de referencia cuando se logre hacer un despliegue más amplio que el que se presentara en este trabajo, para usos “caseros” o de “laboratorio”, y es de mencionar también que esta señal posee un mejor rendimiento cuando es la que deseamos localizar, en otros experimentos realizados, esta señal como referencia nos brindó una correlación de hasta 67%, un porcentaje mucho mejor que los resumidos en la tabla. Para nuestros propósitos, la señal AM es la que se utilizara como señal de referencia, sin embargo, hay que tener en cuenta la aplicación “RpiTx” nos brinda una señal de AM de baja calidad, razón por la cual la señal nos puede estar brindando una correlación baja. Otro problema asociado con los números bajos en las correlaciones es el medio en el cual nos encontramos, en una casa, intentar hacer este despliegue tiene el problema de multi trayecto, también la antena utilizada para el módulo “RpiTx” no es la más adecuada, esta se puede mejorar, así mismo otro problema atribuido puede ser problemas asociados con las antenas telescópicas que traen incluidas los dongles y el ruido que estas pueden introducir en la señal o también cualquier otra presencia de ruido radioeléctrico en el medio, se recomienda realizar un pre procesamiento de la señal de sincronización, filtrar elementos de baja y alta frecuencia por medio de un filtro pasa banda por ejemplo o filtrado paso bajo también (El autor Stefan Scholls provee una función para filtrar la señales complejas con un filtro paso bajo, sin embargo se pueden intentar otros tipos de filtros también). Se menciona esto ya que entre los estudios que han abordado el tema del principio de TDoA y su implementación en la multilateración casi nunca proveen un análisis de las señales utilizadas y el porqué, en esta sección se provee información sobre las propiedades de correlación de la señal y que tipo nos conviene más utilizar, que, en este caso, para un despliegue casero o en laboratorio, la señal AM presenta ser una buena candidata, pero hay mucho lugar para mejorar, la que posee mejor calidad de correlación es la señal modulada con GMSK, que es la que utilizan las señales de estaciones GSM.

Para el propósito de la demostración del principio de TDoA utilizando multilateración, se optará por utilizar la señal AM como señal de referencia para el sincronismo entre las señales. La señal GSM resulta ser mejor cuando el despliegue de las estaciones receptoras es más amplio (por ejemplo, a nivel de ciudad), como observaremos a continuación y también cuando poseemos la ubicación exacta de la estación GSM de la que estamos obteniendo la señal.

6.5) Despliegue físico de estaciones en un espacio reducido.

Con todo lo anterior en mente, las estaciones armadas (cada Raspberry pi con su dongle RTL-SDR y antena monopolo) tienen la forma de la Ilustración 58.



Ilustración 58: Estaciones receptoras (Raspberry Pi junto a dongle RTL-SDR y antena monopolo) y estación maestra (Laptop Dell).

La breadboard que se observan en la imagen representan el transmisor (un módulo RF de 434 MHz), donde el Arduino DUE solo se utilizó para obtener el voltaje para hacer transmitir una señal ASK continua (Ilustración 59) que deseamos ubicar, la anterior imagen es solo para representar como se mira el sistema completo, el despliegue será distinto como mostraremos después en los resultados.

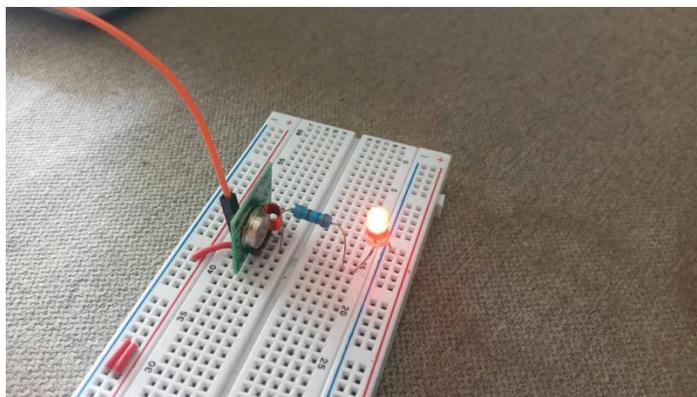


Ilustración 59: Transmisor, que es un módulo RF de 434 MHz.

Este será el transmisor que desearemos localizar, y siempre utilizaremos otra raspberry pi con la aplicación “RpiTx” para simular la señal de referencia que utilizaremos para sincronización.

Capítulo VII: Arquitectura de red de comunicación del sistema de TDoA basado en multilateración.

La red que utiliza este sistema TDoA es sencilla si estamos trabajando en una área LAN (Local Area Network), ya que todo este sistema está basado en Secure Shell Host (mejor conocido como SSH) el cual utilizamos para enviar comandos de recepción de señales a las raspberries pi con sus dongles RTL-SDR, y con esto, las señales capturadas las copiamos a la estación maestra (computadora o laptop) por medio de un comando llamado SCP (Secure copy) que también utiliza SSH. La arquitectura de la red se puede resumir en 3 distintos tipos los cuales se explican a continuación.

7.1) Estación maestra (computadora) y estaciones receptoras en una misma LAN.

El esquema para un sistema TDoA en una red LAN es el mostrado en la Ilustración 60.

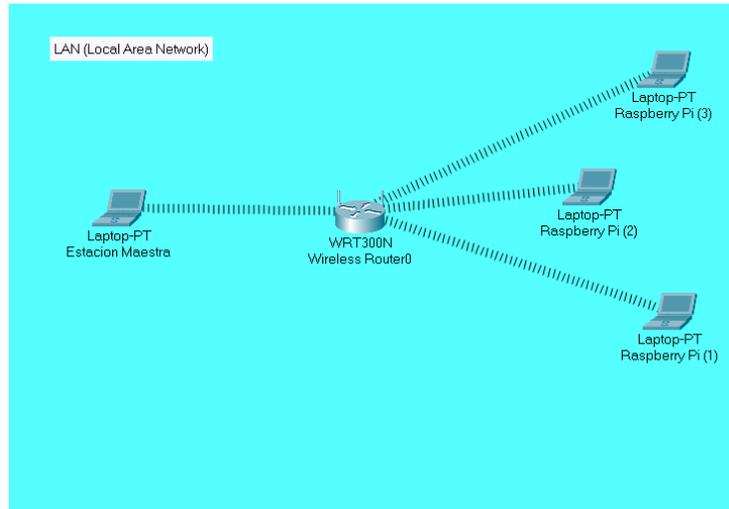


Ilustración 60: Sistema TDoA en una red LAN.

Este caso de una red LAN es el que se utilizó debido a su facilidad de comunicarse con las Raspberries por medio de una sola red. Se le dará un tratamiento especial a este caso:

Cada una de las Raspberries pi debe tener una memoria micro SD donde se instalará su sistema operativo llamado "Raspbian OS", con una memoria micro SD de 8 GB se tiene más que suficiente para nuestra aplicación. Uno de los problemas que se enfrentaron fue el hecho que cada Raspberry Pi necesitaría de un monitor y un teclado para acceder a ellas e instalar las librerías necesarias que se utilizarían para los dongles SDR-RTL, sin embargo, no se disponen de tres monitores y tres teclados que serían conectados a las Raspberry Pi, es por esto que para conectarse a ella se utilizó una alternativa: Utilizar un monitor virtual o VNC. Para lograr que las Raspberry Pi aceptaran la conexión con el VNC, a la hora de instalar el sistema operativo podemos tener la opción de realizar una instalación sin "necesidad de monitor" o "headless" que nos provee el Raspberry Pi imager como se muestra en la Ilustración 61.

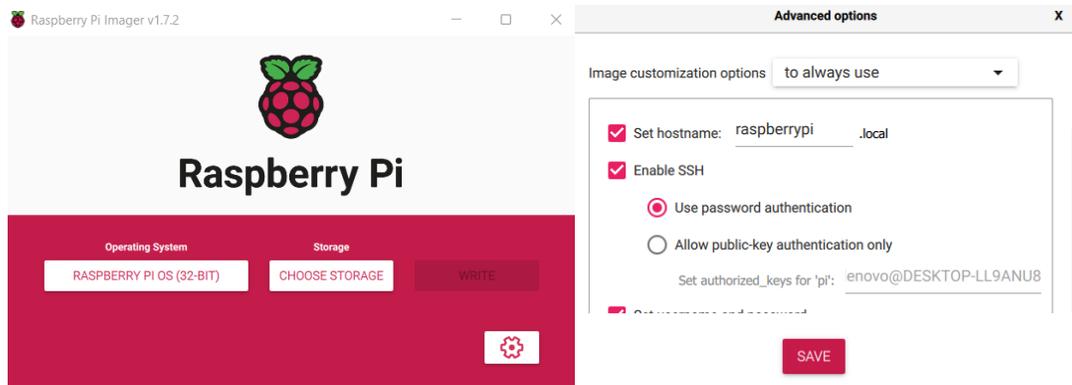


Ilustración 61: Raspberry Pi Imager y opciones avanzadas para configuración sin monitor de Raspberry Pi respectivamente.

Después por medio de una aplicación de Android llamada “Fling” podemos analizar todos los dispositivos conectados a la red de nuestro hogar e identificar la Raspberry Pi con su IP. Al tener la dirección IP de nuestra Raspberry Pi, podemos utilizar el programa PuTTY para realizar una conexión hacia ella por medio de SSH como se muestra en la Ilustración 62.

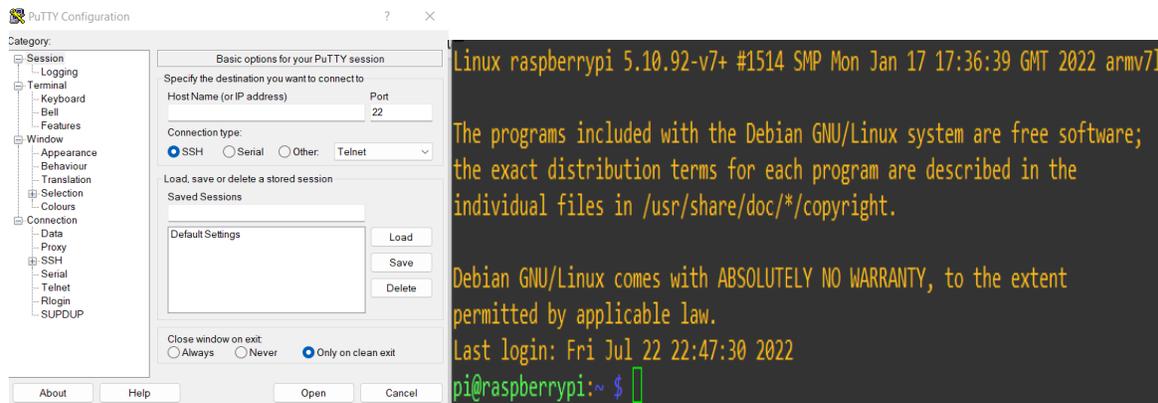


Ilustración 62: Conexión a Raspberry Pi por medio de PuTTY (se ingresa por medio de nombre de usuario y contraseña previamente establecida en el Raspberry Pi Imager).

La ventaja es que realizar una conexión con VNC hacia la Raspberry Pi resulta sencillo ahora, ya que en las configuraciones de la Raspberry Pi (para acceder a este menú debemos haber escrito “sudo raspi-config” en los comandos de la Raspberry Pi) si escogemos la opción de “Interface Options”, podemos encontrar la opción de VNC y habilitarla para que logremos conectarnos hacia la Raspberry Pi (Ilustración 63) y su Desktop por medio de una ventana virtual como se muestra en la Ilustración 63.

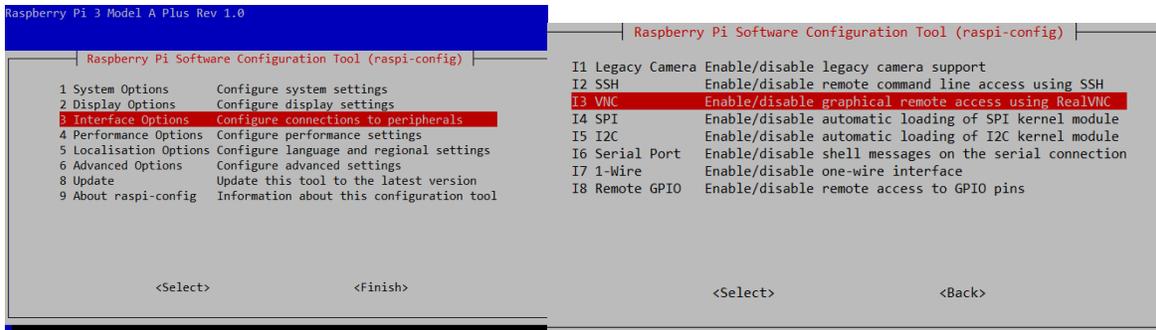


Ilustración 63: Habilitando VNC en Raspberry Pi.

Al entrar a la opción de VNC y habilitar la opción de VNC, podremos conectarnos hacia la Raspberry Pi por medio de una VNC.

De esta forma, podemos entrar a las Raspberry Pi y descargar la librería “rtlsdrlib” y “librtl-sdr-2freq-master” en la página web de (Proporcionar enlace de página de Github) se muestra un tutorial bastante detallado sobre como instalar “rtlsdrlib”. Realizamos esto para cada una de las Raspberry Pi.

Con las Raspberry Pi listas, debemos enviarles el comando (desde la estación maestra) a cada una de ellas que empiecen a capturar datos por medio de los dongles RTL-SDR y enviar los datos capturados devuelta hacia la estación maestra. Pero hay un detalle, este comando debe ser de tal forma que les indique a las Raspberry Pi que capturen datos sin retraso en tiempo entre ellas, no podemos pedir mucha precisión o capturar datos casi instantáneamente, pero podemos realizar algo cercano por medio de capturar datos utilizando autenticación de SSH por medio de una llave creada en la estación maestra (computadora) y estas copiadas hacia las Raspberry Pi para poder acceder a ellas y indicarles el comando de recepción por medio de los dongles RTL-SDR sin necesidad de la contraseña, el proceso para crear llaves en la estación maestra es relativamente sencillo, se puede acceder al link en que se ha adjuntado en referencias para encontrar como crear las llaves de acceso, el resultado de esto es el siguiente comando mostrado en la Ilustración 64.

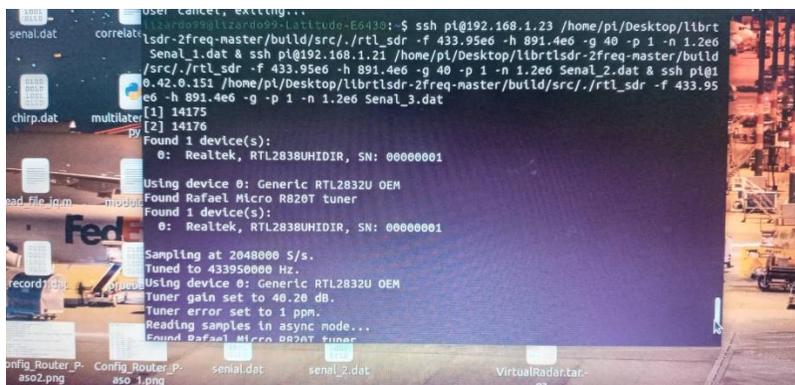


Ilustración 64: Comando de recepción de señales a cada una de las Raspberry Pi.

Con el comando de la Ilustración 64, podemos enviarles la indicación de recepción hacia las Raspberry Pi casi al mismo tiempo y de esta forma no obtendremos retrasos en la adquisición de señales que pueda afectar en el cálculo de nuestros TDoAs.

Después de capturadas las señales, para poder enviar las señales hacia la estación maestra para su posterior auto correlación y cálculo de TDoAs por medio del código provisto por (Stephen Scholls), podemos utilizar un comando de SSH llamado “Secure Copy” como antes se mencionó y se muestra en la Ilustración 65.



```
lizardo99@lizardo99-Latitude-E6430:~$ scp pi@192.168.1.23:/home/pi/Senal_1.dat /home/lizardo99/Desktop & scp pi@192.168.1.21:/home/pi/Senal_2.dat /home/lizardo99/Desktop & scp pi@10.42.0.151:/home/pi/Senal_3.dat /home/lizardo99/Desktop
```

Ilustración 65: Comando para copiar señales capturadas por dongles RTL-SDR en Raspberries Pi hacia la estación maestra (computadora).

Se opto por guardar las señales capturadas en el escritorio de la estación maestra.

De esta forma es como se puede trabajar el sistema TDoA de bajo costo en una red LAN, los conceptos presentados aquí también aplican para cuando las estaciones se ubican en distintas redes LAN, que es, cuando espaciamos más las estaciones receptoras.

7.2) Estación maestra (computadora) y estaciones receptoras en distintas redes LAN.

El caso más común es cuando posicionamos las estaciones receptoras en distintos lugares, distintos puntos, por ejemplo: En la casa de otros familiares en una ciudad, podemos tener estaciones posicionadas en distintas casas en una ciudad. Es aquí donde se vuelve importante conocer como poder enviar el comando general de recepción de datos de las Raspberry Pi con sus dongles RTL-SDR conectándonos con las Raspberry Pi, vía SSH, ubicadas en otras redes LAN, así como la Ilustración 66 que se muestra un ejemplo.

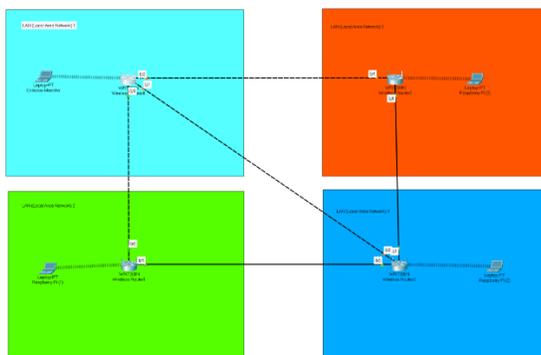


Ilustración 66: Estaciones receptoras y estación maestra ubicadas en distintas redes LAN (distinto puntos en una ciudad).

Hay dos puntos requeridos para este tipo de despliegue:

- La estación maestra debe conocer el IP público de los routers de las LAN donde se encuentran las estaciones receptoras. Es de hacer notar que usualmente una IP publica cambia durante el tiempo, para tener operación permanente, se recomienda un servicio dinámico de DNS, de esta forma el router puede ser accedido con un DNS fijo.
- Los routers donde se encuentran las estaciones receptoras deben ser configurados con un “port forwarding” (redirección de puertos) para que las estaciones receptoras puedan ser accedidas desde el internet público.

El comando genérico para este tipo puede ser, por ejemplo, uno que nos presenta Stefan Scholls en la Ilustración 67.

```
ssh alarm@192.168.0.4 /home/alarm/librtlsdr-2freq/build/src/rtl_sdr -f
<freq_1_hz> -h <freq_2_hz> -n 1.2e6 1_filename.dat &
ssh alarm@192.168.0.5 /home/alarm/librtlsdr-2freq/build/src/rtl_sdr -f
<freq_1_hz> -h <freq_2_hz> -n 1.2e6 2_filename.dat &
ssh alarm@15.16.17.18 -p 1111 /home/alarm/librtlsdr-
2freq/build/src/rtl_sdr -f <freq_1_hz> -h <freq_2_hz> -n 1.2e6
3_filename.dat
```

Ilustración 67: Comando de recepción de señales para Raspberry Pi en distintas LAN.

7.3) Estación maestra (computadora) y estaciones receptoras en distintas redes.

Esta es una de las formas más difíciles de establecer comunicación entre las Raspberry Pi, una posibilidad consiste en establecer un servidor externo en línea, pero otra posibilidad consiste en establecer radio enlaces entre las Raspberry Pi y la estación maestra. Esta solución consiste en establecer enlaces microondas para conectar las Raspberry Pi, habría necesidad de utilizar programas como Radio Mobile o Ubiquiti para establecer la viabilidad del radioenlace, así como la red con la cual nos conectaríamos con las Raspberry Pi. Así mismo considerad la posibilidad de utilizar un router inalámbrico con el cual se logre enlazar la Raspberry Pi.

Capítulo VIII: Resultados obtenidos para el sistema TDoA de bajo costo.

Uno de los parámetros a tomar en cuenta para el despliegue de las estaciones receptoras es la distancia que deben de existir entre ellas, esta distancia puede ser cualquiera, pero posee un mínimo que viene dado por la tasa de muestreo de la señal de los RTL-SDR, que es de la siguiente forma:

Si la frecuencia de muestreo de nuestro dongle RTL-SDR NOOLEC Mini 2+ es de aproximadamente 2 MHz:

$$t_{muestreo} = \frac{1}{f_{muestreo}} = \frac{1}{2 \text{ MHz}} = 0.5 \mu s$$

Como la señal viaja a la rapidez de la luz, con esto podemos obtener la resolución mínima (distancia) que el sistema puede tener:

$$d_{minima} = \left(3 * 10^8 \frac{m}{s}\right) (0.5 \mu s) = 150 \text{ m}$$

Lo que nos indica que la distancia entre las estaciones debe ser como mínimo de 150 metros para que el posicionamiento funcione adecuadamente como se muestra en la Ilustración 68.

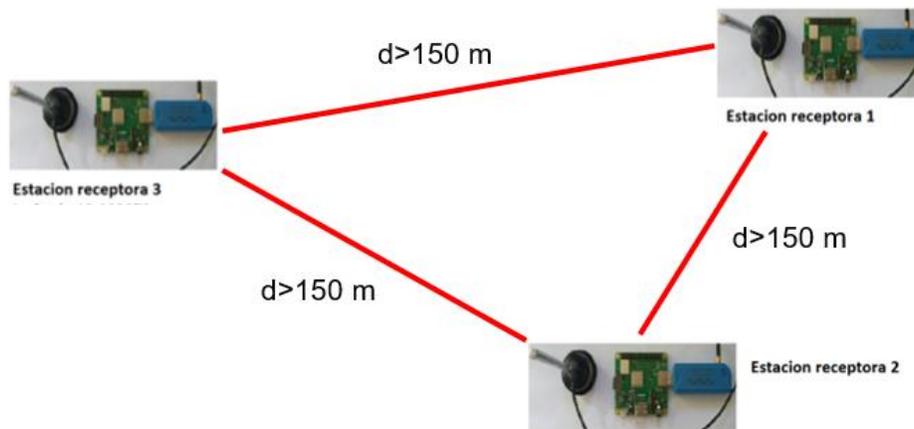


Ilustración 68: Espaciamiento mínimo entre estaciones dependiendo de la capacidad de muestreo del dongle RTL-SDR.

Pero hay un detalle con respecto a este parámetro de diseño del sistema y es la frecuencia a la que estamos trabajando con el transmisor de referencia para sincronización y el transmisor que deseamos posicionar, ambos trabajan a 400 MHz y a 434 MHz respectivamente, si ubicamos estas frecuencias en el rango que permite la SIGET (ver Ilustración 69 y 70), estas se ubican en frecuencias exclusivamente de uso para telefonía móvil por satélite, meteorología, aun si nos vamos por debajo de este umbral, nos encontramos con un rango de frecuencias exclusivo de uso de Radionavegación aérea legal. El realizar un despliegue amplio de las estaciones en cualquier lugar de El Salvador nos da de problema que estaríamos invadiendo el rango de frecuencias privado para las aplicaciones antes mencionadas, es por esto que se optó por realizar un despliegue “casero” o en casa para demostrar cómo es la implementación del sistema de TDoA de bajo costo. Sin embargo, de ser posible, los lectores podrían realizar un despliegue de mayor distancia si utilizan la banda de frecuencias de uso libre, donde los transmisores deben de transmitir entre 3 MHz a 30 MHz, pero se requerirían transmisores con una potencia mayor.

Cuadro Nacional de Atribución de Frecuencias - El Salvador			
Región 2 - UIT	Atribución Nacional	Observaciones	Uso
Banda de 387 – 401 MHz			
399.9 – 400.05 MÓVIL POR SATÉLITE (Tierra-espacio)	399.9 – 400.05 MÓVIL POR SATÉLITE (Tierra-espacio)	RR 5	R
400.5 – 400.15 FRECUENCIAS PATRÓN Y SEÑALES HORARIAS POR SATÉLITE (400,1 MHz)	400.5 – 400.15 FRECUENCIAS PATRÓN Y SEÑALES HORARIAS POR SATÉLITE (400,1 MHz)	ancho de banda de +/- 25 KHz.	O
400.15 - 401 AYUDAS A LA METEOROLOGÍA METEOROLOGÍA POR SATÉLITE (espacio-Tierra) MÓVIL POR SATÉLITE (espacio-Tierra) INVESTIGACIÓN ESPACIAL (espacio-Tierra) Operaciones espaciales (espacio-Tierra)	400.15 - 401 AYUDAS A LA METEOROLOGÍA METEOROLOGÍA POR SATÉLITE (espacio-Tierra) MÓVIL POR SATÉLITE (espacio-Tierra) INVESTIGACIÓN ESPACIAL (espacio-Tierra) Operaciones espaciales (espacio-Tierra)	Limitada a los sistemas de satélites no geoestacionarios. RR 599B.	O O R O O

Ilustración 69: Fragmento de cuadro de atribución de frecuencias de SIGET (parte 1).

Cuadro Nacional de Atribución de Frecuencias - El Salvador			
Región 2 - UIT	Atribución Nacional	Observaciones	Uso
Banda de 406.1 – 450 MHz			
432 – 438	432 – 438	La frecuencia 433.92 MHz se designa para ser utilizada por sistemas de "inmovilizadores de vehículos", con un	
RADIOLOCALIZACIÓN Aficionados Exploración de la Tierra por Satélite (Activo)	RADIOLOCALIZACIÓN Aficionados Exploración de la Tierra por Satélite (Activo)	Ancho de Banda de 380 KHz., potencia máxima de 100 mW y distancia al vehículo entre 5-20 mts. La banda mencionada se considera de uso libre. RR 664 USLV/LT 10	O L O

Ilustración 70: Fragmento de cuadro de atribución de frecuencias de SIGET (parte 2).

Otra consideración a tener en un despliegue amplio es la conexión de red entre las estaciones receptoras con la estación maestra antes mencionada, de ser posible un despliegue intra universitario donde podemos manejar fácilmente las redes LAN, esta sería la mejor opción para facilitarnos el trabajo, sin embargo, si deseamos un despliegue a nivel de ciudad como lo han realizado algunos trabajos, el trabajo resulta ser un poco más difícil, para motivos demostrativos, se recomienda un despliegue donde se tenga acceso a distintas redes LAN cercanas y que garanticemos la distancia mínima de 150 metros entre las estaciones receptoras.

El despliegue casero se realizó en una sala de la siguiente forma mostrado en la Ilustración 71.



Ilustración 71: Despliegue de estaciones receptoras Raspberry Pi.

Debido al lugar, se ubicó al transmisor de referencia en la cercanía del módulo RF que deseamos localizar, es por esto que se pusieron ambas con las mismas coordenadas,

aunque es de tomar en cuenta que difieren (por el módulo RF 434 MHz). La estación maestra se ubicó en la cercanía de las estaciones para lograr enviar el comando general de captura, la señal que se utilizó como referencia fue una AM de baja calidad provista por el módulo “RpiTx” que se descargó en una de las Raspberry Pi (aparte de las mostradas en la Ilustración #), al activar el comando y copiar las señales capturadas de las Raspberry Pi hacia la estación maestra, se obtuvieron las siguientes señales mostradas en la Ilustración 72.

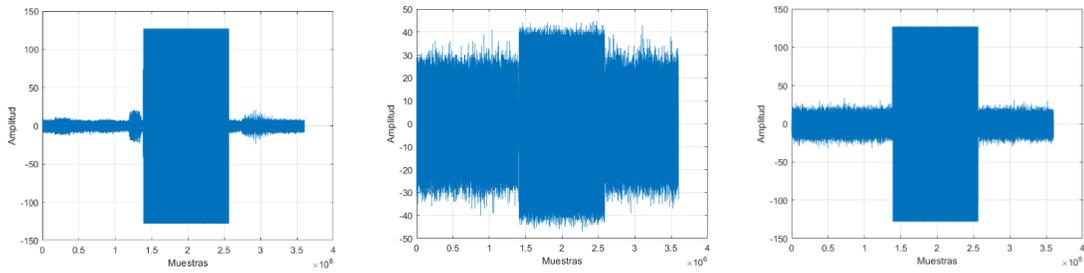


Ilustración 72: Señales capturadas por Raspberry Pi. Primera señal a estación receptora 3, segunda señal a estación receptora 2, y tercera señal a estación receptora 1.

Se elaboro una aplicación en MATLAB para mostrar los resultados de TDOAs entre estaciones, así como el posicionamiento hiperbólico y el lugar donde se interceptan las hipérbolas, basado en el código por el autor Stefan Scholl. La aplicación se muestra en la Ilustración 73.

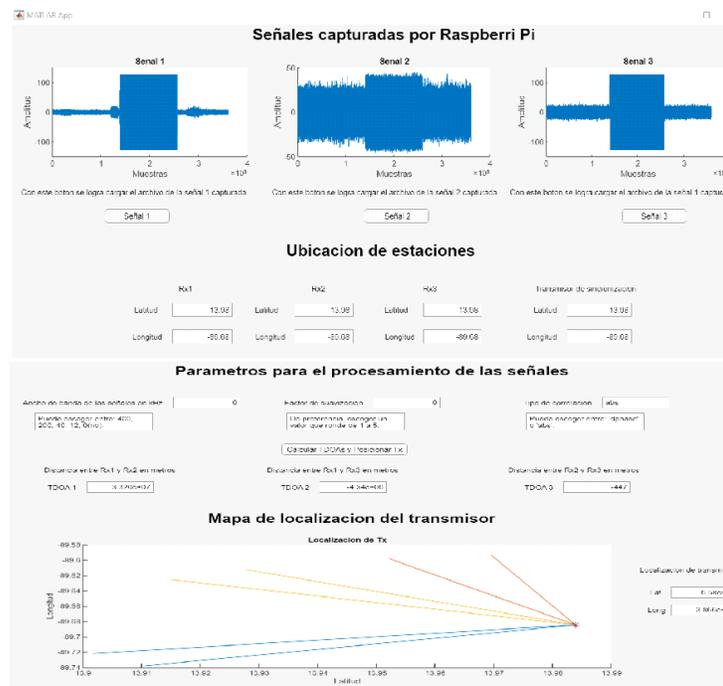


Ilustración 73: Aplicación en MATLAB para obtención de TDOAs y posicionamiento hiperbólico.

En esta aplicación, el usuario es libre de buscar las señales capturadas por los dongles RTL-SDR en cualquier lugar de su computadora, así mismo de introducir las posiciones en latitud y longitud de la ubicación de las estaciones receptoras y del transmisor por señal de referencia y también escoger los parámetros del filtrado que se realiza a las señales y el tipo de método de correlación (sea correlación por valor absoluto o por fase).

Los resultados que se obtuvieron muestran un posicionamiento ambiguo, las hipérbolas son ahora líneas rectas que se ubican en el punto donde se encuentran las estaciones receptoras, esto es de esperarse, ya que la calidad de las señales es poca y además que el posicionamiento de las estaciones es menor a 150 metros, en muchas ocasiones cuando se realizaron las pruebas de correlación, después de realizar un filtrado de las señales para eliminar otras componentes en la señal y suavizar a esta, obteníamos resultados de TDOA de 151 metros (los TDOA multiplicados por la rapidez de la luz), entonces con esto se apreciaba que no podíamos obtener los resultados menores, debido a la capacidad de muestreo de los dongles.

Sin embargo, el autor Stefan Scholl nos muestra en la Ilustración 74 cómo se observaría el resultado si utilizáramos señales con buenas propiedades de auto correlación y, además, espaciemos las estaciones a más de 150 metros entre sí como en la Ilustración 75.

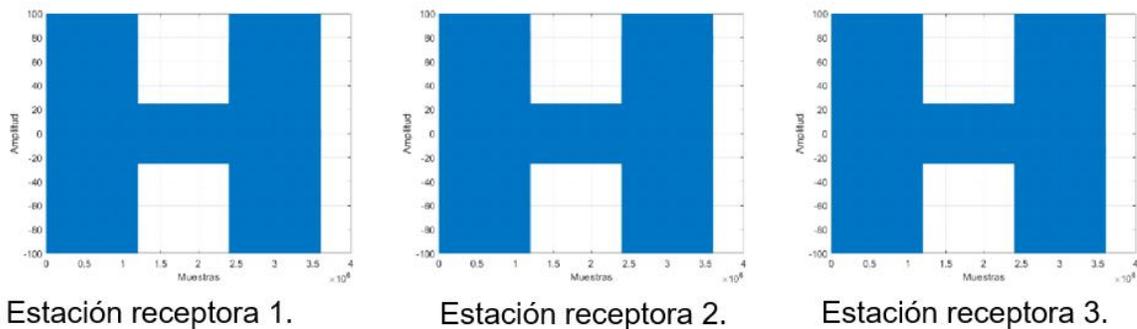


Ilustración 74: Señales capturadas por Stefan Scholl.

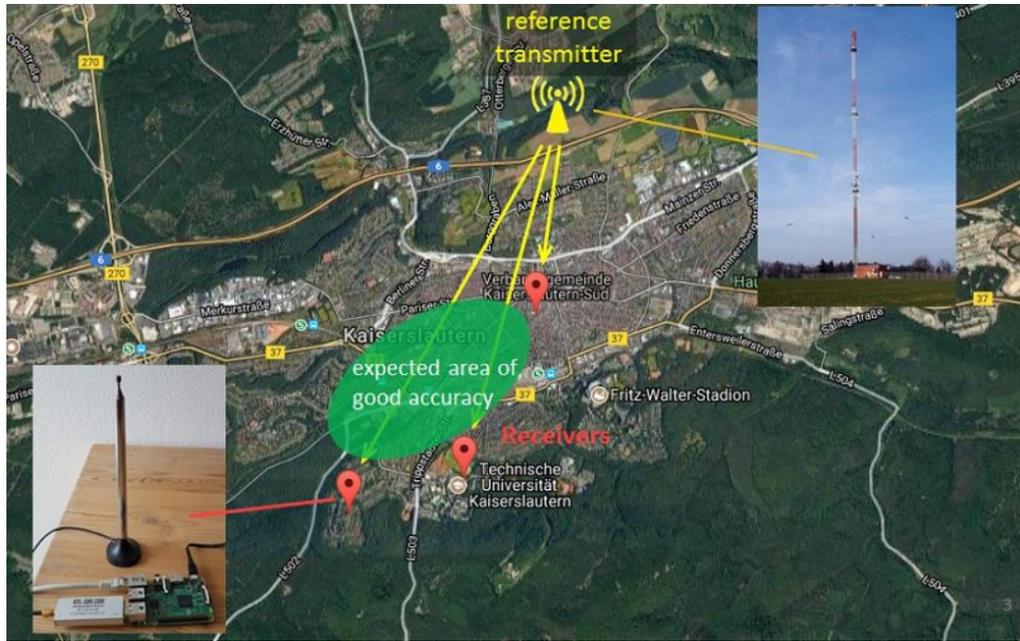


Ilustración 75: Espaciamento entre estaciones receptoras en Kaiserslautern, imagen provista por el ingeniero Stefan Scholl.

Los resultados para este espaciamento y, además, utilizando un transmisor de referencia provisto por una estación de radio digital DAB+ son los mostrados en la Ilustración 76.

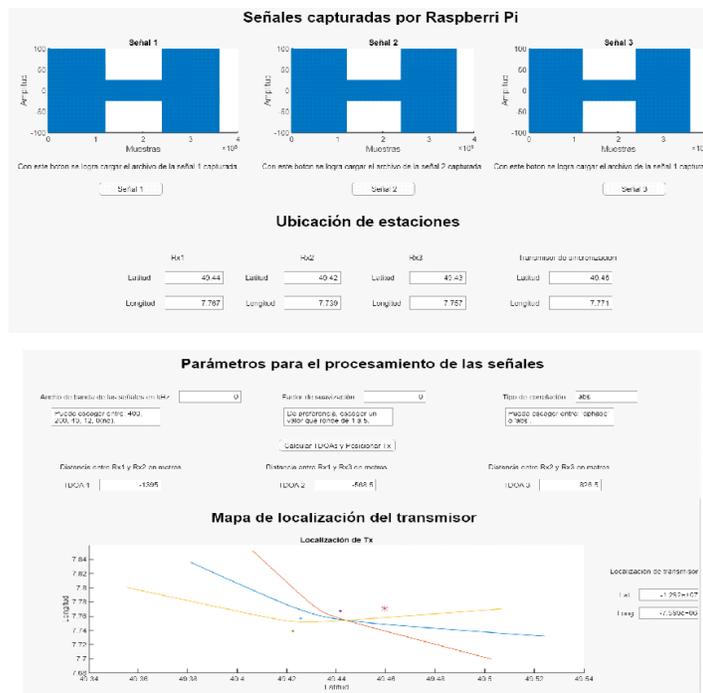


Ilustración 76: Resultados de correlación y posicionamiento para estaciones receptoras en Kaiserslautern, Alemania. Experimento provisto por el ingeniero Stefan Scholl.

Con lo cual observamos la formación de las hipérbolas y su intercepción, donde se ubica el transmisor que deseamos ubicar. La diferencia entre nuestro experimento y el del ingeniero Stefan Scholl no es solamente el espaciamiento entre estaciones receptoras, sino que también las frecuencias de trabajo, que en Alemania se trabajó con ese transmisor de referencia de radio digital a 200 MHz y un transmisor de la señal que deseamos ubicar a 400 MHz, libertad que se puede tener en Alemania para algunas aplicaciones de radio aficionados. En El Salvador, no podríamos realizar esto por antes mencionado, esto causaría una interferencia entre los sistemas de radionavegación de aeronaves.

Conclusiones.

Las tecnologías de multilateración representan una alternativa valiosa para fortalecer los sistemas de vigilancia en regiones como Centro América, la comprensión de los principios aplicados a esta tecnología es de suma importancia para las entidades encargadas de su implementación y para ello el presente trabajo ofrece un marco de referencia que puede ser utilizado por estas instituciones.

Se debe asegurar que la señal que se utilice para sincronizar las diferentes estaciones que conforman un sistema MLAT estén protegidas contra las interferencias electromagnéticas presentes en su entorno, ya que este fenómeno afecta significativamente la precisión de los resultados.

La precisión de los resultados de acuerdo al modelo implementado, se ve influenciado tanto por el sincronismo como por el medio de transmisión utilizado (algunos de ellos distorsionaban un poco más las señales involucradas en el sistema implementado) de las opciones exploradas, el uso de la tecnología GSM proporciono mejores resultados.

La obtención de las gráficas de HDoP y VDoP y su adecuada interpretación depende grandemente de los factores siguientes: La ubicación de las estaciones receptoras y maestra, su correcta implementación en algoritmo, los errores presentes en un sistema MLAT (sincronismo, muestreo, cuantificación).

Recomendaciones.

Profundizar en la evaluación de métodos de sincronismo que se puedan aplicar en la implementación de modelos como el trabajado en la presente tesis, lo cual podría incluir el estudio de alternativas en HF, redes de telefonía móvil o Wi-Fi en la banda de 5 GHz.

Se sugiere realizar estudios de generación y análisis de señales que incluyan el código de Barker y CHIRP LFM, que se puedan incorporar al modelo empleado en el presente trabajo ya que ellas podrían mejorar los resultados o la precisión de los TDOA entre las estaciones.

Se recomienda realizar un estudio de sincronismo con el método de "GPS common view", en el cual se utilizarían las señales GPS/GLONASS de una USB U-blox7 para disciplinar los relojes internos de las Raspberry Pi.

Bibliografía

- Scholl, S., 2017. TDOA Transmitter Localization with RTL- SDRs - Panorado SDR. [online] Panorado SDR. Available at: <https://panorado-sdr.de/tdoa-transmitter-localization-with-rtl-sdrs/>.
- Multilateration.com. 2022. Multilateration and ADS-B. [online] Available at: <http://www.multilateration.com/>.
- Potluri, S., 2002. *Hyperbolic position location estimator with TDOAs from four stations*.
- ICAO, 2007. Multilateration (MLAT) Concept of use. ICAO.
- En.wikipedia.org. 2022. Wide area multilateration - Wikipedia.
- FlightAware. 2022. Multilateration (MLAT) - FlightAware. [online] Available at: <https://flightaware.com/adsb/mlat/>.
- Rayapu, Murali Talari, Sneha Darshini, G.. (2017). Multilateration with ADS-B a boon in civil aviation application. 1-6. 10.1109/ICEEC- COT.2017.8284565.
- Vaquera Valencia, L. and Boloix Tortosa, R., n.d. *Sistemas de Navegación Aérea en el Aeropuerto Adolfo Suarez Madrid-Barajas*.
- Villacres, E., 2008. *Estudio y diseño de un sistema de Multilateración para vigilancia de la zona de Tráfico Aéreo del nuevo aeropuerto de Quito. Sangolqui*.
- Perez, P., 2013. *ESTUDIO Y SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DE VIGILANCIA AERONÁUTICA PARA EL CONTROL DE APROXIMACIÓN DE AERONAVES A EL AEROPUERTO EL DORADO, BASADO EN LA TECNOLOGÍA MLAT (MULTILATERACIÓN)*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Keefe Brian, "Finding location with time of arrival and time difference of arrival techniques," 2017 technical notes, ECE senior capstone project.
- W.H.L, N., T.J, Q., R, W. and R.A, H., 2005. *Wide Area Multilateration Wide Area Multilateration Report on EATMP TRS 131/04*. 1st ed. Eurocontrol.
- Niles, F., S. Conker, R., El-Arini, M., O'Laughlin, D. and Baraban, D., n.d. *Wide Area Multilateration for Alternate Position, Navigation, and Timing (APNT)*.
- B. Yang, "Different Sensor Placement Strategies for TDOA Based Localization," 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing - ICASSP '07, 2007, pp. II-1093-II-1096, doi: 10.1109/ICASSP.2007.366430.
- Skrypnik Nicolaevich Oleg: *Radio Navigation Systems for Airports and Airways*, Springer Aerospace Technology, 2019.
- Mantilla Gaviria, I. A.: "New strategies to improve multilateration systems in the air traffic control", *Union de editoriales españolas*, Valencia, 2013.
- Ribeiro Costa Tiago, "Analysis of aircraft accuracy location in aeronautical multilateration systems", *Tenico Lisboa*, June 2017.

- Naganawa Junichi, Miyazaki Hiromi, Tajima Hirohisa, "Localization accuracy model incorporating signal detection performance for wide area multilateration", IEEE transactions on aerospace and electronic systems, vol. 55, No. 4, august 2019.
- El-Ghoboushi M., Ghuniem A., Hamid Gaafar A., Abou-Bakr El-Din H., "Geometry effect on a multilateration air traffic surveillance system performance", Japan-Africa Conference on Electronics, Communications and Computers (JAC-ECC), 2017.
- 2019. Automatic Dependent Surveillance – Broadcast OUT Implementation Meeting for the NAM/CAR Regions (ADS-B/OUT/M). ICAO.
- Levanon, N. and Mozeson, E., 2004. Radar signals. Hoboken: IEEE/John Wiley Sons.
- Gaspare, G., Mauro, L. and Bellipanni, L., 2022. Synchronization of wide area multilateration systems by GNSS common view techniques.
- H. Nabila, J. Suryana and A. Izzuddin, "A 3D Multilateration Using RF Burst," 2020 6th International Conference on Wireless and Telematics (ICWT), 2020, pp. 1-4, doi: 10.1109/ICWT50448.2020.9243630.
- S. Bottigliero, D. Milanesio, M. Sacconi and R. Maggiore, "A Low-Cost Indoor Real-Time Locating System Based on TDOA Estimation of UWB Pulse Sequences," in IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 70, pp. 1-11, 2021, Art no. 5502211, doi: 10.1109/TIM.2021.3069486.
- N. El Gemayel, S. Koslowski, F. K. Jondral and J. Tschan, "A low cost TDOA localization system: Setup, challenges and results," 2013 10th Workshop on Positioning, Navigation and Communication (WPNC), 2013, pp. 1-4, doi: 10.1109/WPNC.2013.6533293.
- CRFS - Spectrum Monitoring and Geolocation. 2022. *3D TDOA - CRFS - Spectrum Monitoring and Geolocation*. [online] Available at: <<https://www.crfs.com/3d-tdoa/#:~:text=TDOA%20stands%20for%20Time%20Difference,difference%20in%20signal%20arrival%20times.>> .
- Rtl-sdr.com. 2022. *time difference of arrival*. [online] Available at: <<https://www.rtl-sdr.com/tag/time-difference-of-arrival/>> .
- GitHub. 2022. *GitHub - steve-m/librtlsdr: Software to turn the RTL2832U into an SDR*. [online] Available at: <https://github.com/steve-m/librtlsdr>.
- GitHub. 2022. *GitHub - DC9ST/librtlsdr-2freq: Modified librtlsdr with switch between two receive frequencies*. [online] Available at: <https://github.com/DC9ST/librtlsdr-2freq>.
- Gist. 2022. *Install rtl-sdr on Raspbian on Raspberry Pi*. [online] Available at: <<https://gist.github.com/floehopper/99a0c8931f9d779b0998>>.
- SearchSecurity. 2022. *Use ssh-keygen to create SSH key pairs and more*. [online] Available at: <https://www.techtarget.com/searchsecurity/tutorial/Use-ssh-keygen-to-create-SSH-key-pairs-and-more>.

Anexos

Código para posicionamiento en tres dimensiones (el requisito es obtener los TDOA entre las cuatro estaciones) en Python. Cabe mencionar que este código junto con el de HDoP y VDoP están sujetos a realizar cambios para hacerlos mas compactos, esta es una solución que hice, pero por su puesto, estas soluciones se pueden mejorar más.

```
#Stations in El Salvador's airport
Rx1=[-89.057169,13.444556,0]
Rx2=[-89.045258,13.442333,0]
Rx3=[-89.059690,13.437274,0]
Rx4=[-89.071459,13.437595,0]
Rx5=[-89.050419,13.445951,0]
Rx6=[-89.068052,13.434987,0]
Rx7=[-89.044583,13.446234,0]
#Rx8=[-89.175879,13.464184,0]
#Rx9=[-89.094670,13.403451,0]
#Rx10=[-89.072895,13.462972,0]
#Rx11=[-88.982836,13.371740,0]
#Rx12=[-88.914682,13.437059,0]
#Rx13=[-89.001870,13.467043,0]

#For stations inside airport only
x1=np.arange(13.41,13.47,0.001)
y1=np.arange(-89.03,-89.08,-0.001)
x,y=np.meshgrid(y1,x1)

#Height
#Z=0.005---->2540 ft
z=0.000197

R1=np.sqrt((Rx1[0]-x)**2+(Rx1[1]-y)**2+(Rx1[2]-z)**2)
R2=np.sqrt((Rx2[0]-x)**2+(Rx2[1]-y)**2+(Rx2[2]-z)**2)
R3=np.sqrt((Rx3[0]-x)**2+(Rx3[1]-y)**2+(Rx3[2]-z)**2)
R4=np.sqrt((Rx4[0]-x)**2+(Rx4[1]-y)**2+(Rx4[2]-z)**2)
R5=np.sqrt((Rx5[0]-x)**2+(Rx5[1]-y)**2+(Rx5[2]-z)**2)
R6=np.sqrt((Rx6[0]-x)**2+(Rx6[1]-y)**2+(Rx6[2]-z)**2)
R7=np.sqrt((Rx7[0]-x)**2+(Rx7[1]-y)**2+(Rx7[2]-z)**2)
#R8=np.sqrt((Rx8[0]-x)**2+(Rx8[1]-y)**2+(Rx8[2]-z)**2)
#R9=np.sqrt((Rx9[0]-x)**2+(Rx9[1]-y)**2+(Rx9[2]-z)**2)
#R10=np.sqrt((Rx10[0]-x)**2+(Rx10[1]-y)**2+(Rx10[2]-z)**2)
#R11=np.sqrt((Rx11[0]-x)**2+(Rx11[1]-y)**2+(Rx11[2]-z)**2)
```

```
#R12=np.sqrt((Rx12[0]-x)**2+(Rx12[1]-y)**2+(Rx12[2]-z)**2)
#R13=np.sqrt((Rx13[0]-x)**2+(Rx13[1]-y)**2+(Rx13[2]-z)**2)
```

```
#Directional derivatives
```

```
Wx1=- (Rx1 [0] -x) /R1
```

```
Wx2=- (Rx2 [0] -x) /R2
```

```
Wx3=- (Rx3 [0] -x) /R3
```

```
Wx4=- (Rx4 [0] -x) /R4
```

```
Wx5=- (Rx5 [0] -x) /R5
```

```
Wx6=- (Rx6 [0] -x) /R6
```

```
Wx7=- (Rx7 [0] -x) /R7
```

```
#Wx8=- (Rx8 [0] -x) /R8
```

```
#Wx9=- (Rx9 [0] -x) /R9
```

```
#Wx10=- (Rx10 [0] -x) /R10
```

```
#Wx11=- (Rx11 [0] -x) /R11
```

```
#Wx12=- (Rx12 [0] -x) /R12
```

```
#Wx13=- (Rx13 [0] -x) /R13
```

```
Wy1=- (Rx1 [1] -y) /R1
```

```
Wy2=- (Rx2 [1] -y) /R2
```

```
Wy3=- (Rx3 [1] -y) /R3
```

```
Wy4=- (Rx4 [1] -y) /R4
```

```
Wy5=- (Rx5 [1] -y) /R5
```

```
Wy6=- (Rx6 [1] -y) /R6
```

```
Wy7=- (Rx7 [1] -y) /R7
```

```
#Wy8=- (Rx8 [1] -y) /R8
```

```
#Wy9=- (Rx9 [1] -y) /R9
```

```
#Wy10=- (Rx10 [1] -y) /R10
```

```
#Wy11=- (Rx11 [1] -y) /R11
```

```
#Wy12=- (Rx12 [1] -y) /R12
```

```
#Wy13=- (Rx13 [1] -y) /R13
```

```
Wz1=- (Rx1 [2] -z) /R1
```

```
Wz2=- (Rx2 [2] -z) /R2
```

```
Wz3=- (Rx3 [2] -z) /R3
```

```
Wz4=- (Rx4 [2] -z) /R4
```

```
Wz5=- (Rx5 [2] -z) /R5
```

```
Wz6=- (Rx6 [2] -z) /R6
```

```
Wz7=- (Rx7 [2] -z) /R7
```

```
#Wz8=- (Rx8 [2] -z) /R8
```

```
#Wz9=- (Rx9 [2] -z) /R9
```

```
#Wz10=- (Rx10 [2] -z) /R10
```

```
#Wz11=- (Rx11 [2] -z) /R11
```

```
#Wz12=- (Rx12 [2] -z) /R12
```

```
#Wz13=- (Rx13 [2] -z) /R13
```

$A_{x12} = W_{x1} - W_{x2}$
 $A_{x21} = -A_{x12}$
 $A_{x23} = W_{x2} - W_{x3}$
 $A_{x13} = W_{x1} - W_{x3}$
 $A_{x31} = -A_{x13}$
 $A_{x41} = W_{x4} - W_{x1}$
 $A_{x51} = W_{x5} - W_{x1}$
 $A_{x15} = -A_{x51}$
 $A_{x52} = W_{x5} - W_{x2}$
 $A_{x53} = W_{x5} - W_{x3}$
 $A_{x54} = W_{x5} - W_{x4}$
 $A_{x61} = W_{x6} - W_{x1}$
 $A_{x71} = W_{x7} - W_{x1}$
 $\#A_{x81} = W_{x8} - W_{x1}$
 $\#A_{x91} = W_{x9} - W_{x1}$
 $\#A_{x101} = W_{x10} - W_{x1}$
 $\#A_{x111} = W_{x11} - W_{x1}$
 $\#A_{x121} = W_{x12} - W_{x1}$
 $\#A_{x131} = W_{x13} - W_{x1}$

$A_{y12} = W_{y1} - W_{y2}$
 $A_{y21} = -A_{y12}$
 $A_{y23} = W_{y2} - W_{y3}$
 $A_{y13} = W_{y1} - W_{y3}$
 $A_{y31} = -A_{y13}$
 $A_{y41} = W_{y4} - W_{y1}$
 $A_{y51} = W_{y5} - W_{y1}$
 $A_{y15} = -A_{y51}$
 $A_{y52} = W_{y5} - W_{y2}$
 $A_{y53} = W_{y5} - W_{y3}$
 $A_{y54} = W_{y5} - W_{y4}$
 $A_{y61} = W_{y6} - W_{y1}$
 $A_{y71} = W_{y7} - W_{y1}$
 $\#A_{y81} = W_{y8} - W_{y1}$
 $\#A_{y91} = W_{y9} - W_{y1}$
 $\#A_{y101} = W_{y10} - W_{y1}$
 $\#A_{y111} = W_{y11} - W_{y1}$
 $\#A_{y121} = W_{y12} - W_{y1}$
 $\#A_{y131} = W_{y13} - W_{y1}$

$A_{z12} = W_{z1} - W_{z2}$
 $A_{z21} = -A_{z12}$
 $A_{z23} = W_{z2} - W_{z3}$

$Az13=Wz1-Wz3$
 $Az31=-Az13$
 $Az41=Wz4-Wz1$
 $Az51=Wz5-Wz1$
 $Az15=-Az51$
 $Az52=Wz5-Wz2$
 $Az53=Wz5-Wz3$
 $Az54=Wz5-Wz4$
 $Az61=Wz6-Wz1$
 $Az71=Wz7-Wz1$
 $\#Az81=Wz8-Wz1$
 $\#Az91=Wz9-Wz1$
 $\#Az101=Wz10-Wz1$
 $\#Az111=Wz11-Wz1$
 $\#Az121=Wz12-Wz1$
 $\#Az131=Wz13-Wz1$

#diagonal de matriz inversa para 12 estaciones y una estación central:

$$\begin{aligned}
 dig11 = & ((Ay21^{**2} + Ay31^{**2} + Ay41^{**2} + Ay51^{**2} + Ay61^{**2} + Ay71^{**2} + Ay81^{**2} + \\
 & Ay91^{**2} + Ay101^{**2} + Ay111^{**2} + Ay121^{**2} + Ay131^{**2} \\
 &) * (Az21^{**2} + Az31^{**2} + Az41^{**2} + Az51^{**2} + Az61^{**2} + Az71^{**2} + Az81^{**2} + \\
 & Az91^{**2} + Az101^{**2} + Az111^{**2} + Az121^{**2} + Az131^{**2} \\
 &) - \\
 & (Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 + Ay51 * Az51 + Ay61 * Az61 + Ay71 * Az71 + Ay81 * \\
 & Az81 + Ay91 * Az91 + Ay101 * Az101 + Ay111 * Az111 + Ay121 * Az121 + Ay131 * Az131 \\
 &) * (Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 + Ay51 * Az51 + Ay61 * Az61 + Ay71 * Az71 + \\
 & Ay81 * Az81 + Ay91 * Az91 + Ay101 * Az101 + Ay111 * Az111 + Ay121 * Az121 + \\
 & Ay131 * Az131 \\
 &) / ((Ax21^{**2} + Ax31^{**2} + Ax41^{**2} + Ax51^{**2} + Ax61^{**2} + Ax71^{**2} + Ax81^{**2} + Ax91^{**2} + \\
 & Ax101^{**2} + Ax111^{**2} + Ax121^{**2} + Ax131^{**2} \\
 &) * (Ay21^{**2} + Ay31^{**2} + Ay41^{**2} + Ay51^{**2} + Ay61^{**2} + Ay71^{**2} + Ay81^{**2} + Ay91^{**2} + \\
 & Ay101^{**2} + Ay111^{**2} + Ay121^{**2} + Ay131^{**2} \\
 &) * (Az21^{**2} + Az31^{**2} + Az41^{**2} + Az51^{**2} + Az61^{**2} + Az71^{**2} + Az81^{**2} + Az91^{**2} + \\
 & Az101^{**2} + Az111^{**2} + Az121^{**2} + Az131^{**2} \\
 &) - \\
 & (Ax21^{**2} + Ax31^{**2} + Ax41^{**2} + Ax51^{**2} + Ax61^{**2} + Ax71^{**2} + Ax81^{**2} + Ax91^{**2} + \\
 & Ax101^{**2} + Ax111^{**2} + Ax121^{**2} + Ax131^{**2} \\
 &) * (Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 + \\
 & Ay51 * Az51 + Ay61 * Az61 + Ay71 * Az71 + Ay81 * Az81 + Ay91 * Az91 + Ay101 * Az101 + Ay111 * Az111 + \\
 & Ay121 * Az121 + Ay131 * Az131 \\
 &) * (Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 \\
 & + Ay51 * Az51 + Ay61 * Az61 + Ay71 * Az71 + Ay81 * Az81 + Ay91 * Az91 + Ay101 * Az101 + Ay111 * \\
 & Az111 + Ay121 * Az121 + Ay131 * Az131
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&) - \\
& (Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51+Ax61*Ay61+Ax71*Ay71+Ax81*Ay81+Ax91*Ay91+Ax101*Ay101+Ax111*Ay111+Ax121*Ay121+Ax131*Ay131 \\
&) * (Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51+Ax61*Ay61+Ax71*Ay71+Ax81*Ay81+Ax91*Ay91+Ax101*Ay101+Ax111*Ay111+Ax121*Ay121+Ax131*Ay131 \\
&) * (Az21**2 + Az31**2 + Az41**2 + Az51**2+Az61**2+Az71**2+Az81**2+Az91**2+Az101**2+Az111**2+Az121**2+Az131**2 \\
&) + (Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51+Ax61*Ay61+Ax71*Ay71+Ax81*Ay81+Ax91*Ay91+Ax101*Ay101+Ax111*Ay111+Ax121*Ay121+Ax131*Ay131 \\
&) * (Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + Ay41*Az41 + Ay51*Az51+Ay61*Az61+Ay71*Az71+Ay81*Az81+Ay91*Az91+Ay101*Az101+Ay111*Az111+Ay121*Az121+Ay131*Az131 \\
&) * (Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51+Ax61*Az61+Ax71*Az71+Ax81*Az81+Ax91*Az91+Ax101*Az101+Ax111*Az111+Ax121*Az121+Ax131*Az131 \\
&) + (Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51+Ax61*Az61+Ax71*Az71+Ax81*Az81+Ax91*Az91+Ax101*Az101+Ax111*Az111+Ax121*Az121+Ax131*Az131 \\
&) * (Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51+Ax61*Ay61+Ax71*Ay71+Ax81*Ay81+Ax91*Ay91+Ax101*Ay101+Ax111*Ay111+Ax121*Ay121+Ax131*Ay131 \\
&) * (Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + Ay41*Az41 + Ay51*Az51+Ay61*Az61+Ay71*Az71+Ay81*Az81+Ay91*Az91+Ay101*Az101+Ay111*Az111+Ay121*Az121+Ay131*Az131 \\
&) - \\
& (Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51+Ax61*Az61+Ax71*Az71+Ax81*Az81+Ax91*Az91+Ax101*Az101+Ax111*Az111+Ax121*Az121+Ax131*Az131 \\
&) * (\\
& Ay21**2 + Ay31**2 + Ay41**2 + Ay51**2+Ay61**2+Ay71**2+Ay81**2+Ay91**2+Ay101**2+Ay111**2+Ay121**2+Ay131**2 \\
&) * (Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51+Ax61*Az61+Ax71*Az71+Ax81*Az81+Ax91*Az91+Ax101*Az101+Ax111*Az111+Ax121*Az121+Ax131*Az131 \\
&) \\
&))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dig22 = & ((Ax21**2 + Ax31**2 + Ax41**2 + Ax51**2+Ax61**2+Ax71**2+Ax81**2+Ax91**2+Ax101**2+Ax111**2+Ax121**2+Ax131**2 \\
&) * (Az21**2 + Az31**2 + Az41**2 + Az51**2+Az61**2+Az71**2+Az81**2+Az91**2+Az101**2+Az111**2+Az121**2+Az131**2 \\
&) \\
&)
\end{aligned}$$


```

) * (Az21**2 + Az31**2 + Az41
**2 + Az51**2+Az61**2+Az71**2+Az81**2+Az91**2+Az101**2+Az111**2+Az121*
*2+Az131**2
) + (Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31
+ Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51+Ax61*Ay61+Ax71*Ay71+Ax81*Ay81+Ax91*Ay91+Ax101
*Ay101+Ax111*Ay111+Ax121*Ay121+Ax131*Ay131
) * (Ay21*Az21 + Ay31*A
z31 + Ay41*Az41 + Ay51*Az51+Ay61*Az61+Ay71*Az71+Ay81*Az81+Ay91*Az91+Ay
101*Az101+Ay111*Az111+Ay121*Az121+Ay131*Az131
) * (Ax21*Az21 + Ax3
1*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51+Ax61*Az61+Ax71*Az71+Ax81*Az81+Ax91*Az91
+Ax101*Az101+Ax111*Az111+Ax121*Az121+Ax131*Az131
) + (Ax21*Az21 +
Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51+Ax61*Az61+Ax71*Az71+Ax81*Az81+Ax91*A
z91+Ax101*Az101+Ax111*Az111+Ax121*Az121+Ax131*Az131
) * (Ax21*Ay21
+ Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51+Ax61*Ay61+Ax71*Ay71+Ax81*Ay81+Ax9
1*Ay91+Ax101*Ay101+Ax111*Ay111+Ax121*Ay121+Ax131*Ay131
) * (Ay21*A
z21 + Ay31*Az31 + Ay41*Az41 + Ay51*Az51+Ay61*Az61+Ay71*Az71+Ay81*Az81+
Ay91*Az91+Ay101*Az101+Ay111*Az111+Ay121*Az121+Ay131*Az131
) -
(Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51+Ax61*Az61+Ax71*Az71+Ax8
1*Az81+Ax91*Az91+Ax101*Az101+Ax111*Az111+Ax121*Az121+Ax131*Az131
) * (
Ay21**2 + Ay31**2 + Ay41**2 + Ay51**2+Ay61**2+Ay71**2+Ay81**2+Ay91**2+
Ay101**2+Ay111**2+Ay121**2+Ay131**2
) * (Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51+Ax61*Az61+Ax71*Az71+A
x81*Az81+Ax91*Az91+Ax101*Az101+Ax111*Az111+Ax121*Az121+Ax131*Az131
))

```

```
##HDoP without Error
```

```
HDoP1=np.sqrt(dig11+dig22)
```

```
#With error of synchronization
```

```
HDoP1=(np.sqrt(dig11+dig22)) * (np.sqrt((3*10**8) * (500*10**-
9)/np.sqrt(12)))
```

```
fig=plt.figure()
```

```

fig.set_size_inches(12,8)
levels=np.linspace(1,25,300)
plt.contourf(x,y,HDoP1,levels=levels,cmap='jet',extend='min')

plt.plot(Rx1[0],Rx1[1],color='red',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx2[0],Rx2[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx3[0],Rx3[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx4[0],Rx4[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx5[0],Rx5[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx6[0],Rx6[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx7[0],Rx7[1],color='green',marker="*",markersize=9)
#plt.plot(Rx8[0],Rx8[1],color='green',marker="*",markersize=9)
#plt.plot(Rx9[0],Rx9[1],color='green',marker="*",markersize=9)
#plt.plot(Rx10[0],Rx10[1],color='green',marker="*",markersize=9)
#plt.plot(Rx11[0],Rx11[1],color='green',marker="*",markersize=9)
#plt.plot(Rx12[0],Rx12[1],color='green',marker="*",markersize=9)
#plt.plot(Rx13[0],Rx13[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.ylabel('Latitud',fontsize=13)
plt.xlabel('Longitud',fontsize=13)
plt.title('HDoP con error por muestreo',fontsize=13)
cbar=plt.colorbar()

## VDoP without error
VDoP1=np.sqrt(dig33)

##VDoP with error of sync

VDoP1=(np.sqrt(dig33))*(np.sqrt((3*10**8)*(500*10**-9)/np.sqrt(12)))

fig=plt.figure()
fig.set_size_inches(12,8)
levels=np.linspace(1,25,300)
plt.contourf(x,y,VDoP1,levels=levels,cmap='jet',extend='min')

plt.plot(Rx1[0],Rx1[1],color='red',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx2[0],Rx2[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx3[0],Rx3[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx4[0],Rx4[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx5[0],Rx5[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx6[0],Rx6[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx7[0],Rx7[1],color='green',marker="*",markersize=9)
#plt.plot(Rx8[0],Rx8[1],color='green',marker="*",markersize=9)
#plt.plot(Rx9[0],Rx9[1],color='green',marker="*",markersize=9)

```

```

plt.plot(Rx10[0],Rx10[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx11[0],Rx11[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx12[0],Rx12[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot(Rx13[0],Rx13[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.ylabel('Latitud',fontsize=13)
plt.xlabel('Longitud',fontsize=13)
plt.title('VDOP con error por muestreo',fontsize=13)
cbar=plt.colorbar()

```

Código para generar los mapas de calor de precisión (HDOP y VDOP) en Python para 5 estaciones (4 estaciones receptoras y 1 estación central de procesamiento).

```

x1=np.arange(13.0,14.5,0.001)
y1=np.arange(-86.60,-92.0,-0.001)
x,y=np.meshgrid(y1,x1)
z=0.009677

Rx1=[-89.115209,13.695512,0.004000]
Rx2=[-89.062247,13.622990,0.006387]
Rx3=[-89.256415,13.744065,0.012594]
Rx4=[-88.847245,13.592912,0.013439]
Rx5=[-89.114906,13.899911,0.008768]

R1=np.sqrt((Rx1[0]-x)**2+(Rx1[1]-y)**2+(Rx1[2]-z)**2)
R2=np.sqrt((Rx2[0]-x)**2+(Rx2[1]-y)**2+(Rx2[2]-z)**2)
R3=np.sqrt((Rx3[0]-x)**2+(Rx3[1]-y)**2+(Rx3[2]-z)**2)
R4=np.sqrt((Rx4[0]-x)**2+(Rx4[1]-y)**2+(Rx4[2]-z)**2)
R5=np.sqrt((Rx5[0]-x)**2+(Rx5[1]-y)**2+(Rx5[2]-z)**2)

Wx1=- (Rx1[0]-x)/R1
Wx2=- (Rx2[0]-x)/R2
Wx3=- (Rx3[0]-x)/R3
Wx4=- (Rx4[0]-x)/R4
Wx5=- (Rx5[0]-x)/R5
Wy1=- (Rx1[1]-y)/R1
Wy2=- (Rx2[1]-y)/R2
Wy3=- (Rx3[1]-y)/R3
Wy4=- (Rx4[1]-y)/R4
Wy5=- (Rx5[1]-y)/R5
Wz1=- (Rx1[2]-z)/R1
Wz2=- (Rx2[2]-z)/R2
Wz3=- (Rx3[2]-z)/R3
Wz4=- (Rx4[2]-z)/R4
Wz5=- (Rx5[2]-z)/R5

```

$Ax12=Wx1-Wx2$
 $Ax21=-Ax12$
 $Ax23=Wx2-Wx3$
 $Ax13=Wx1-Wx3$
 $Ax31=-Ax13$
 $Ax41=Wx4-Wx1$
 $Ax51=Wx5-Wx1$
 $Ay12=Wy1-Wy2$
 $Ay21=-Ay12$
 $Ay23=Wy2-Wy3$
 $Ay13=Wy1-Wy3$
 $Ay31=-Ay13$
 $Ay41=Wy4-Wy1$
 $Ay51=Wy5-Wy1$
 $Az12=Wz1-Wz2$
 $Az21=-Az12$
 $Az23=Wz2-Wz3$
 $Az13=Wz1-Wz3$
 $Az31=-Az13$
 $Az41=Wz4-Wz1$
 $Az51=Wz5-Wz1$

$dig11=((Ay21^{**2} + Ay31^{**2} + Ay41^{**2} + Ay51^{**2}) * (Az21^{**2} + Az31^{**2} + Az41^{**2} + Az51^{**2}) -$
 $(Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 + Ay51 * Az51) * (Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 + Ay51 * Az51)) / ((Ax21^{**2} + Ax31^{**2} + Ax41^{**2} + Ax51^{**2}) * ($
 $Ay21^{**2} + Ay31^{**2} + Ay41^{**2} + Ay51^{**2}) * (Az21^{**2} + Az31^{**2} + Az41^{**2} + Az51^{**2}) -$
 $(Ax21^{**2} + Ax31^{**2} + Ax41^{**2} + Ax51^{**2}) * (Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 + Ay51 * Az51) * (Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 + Ay51 * Az51) -$
 $(Ax21 * Ay21 + Ax31 * Ay31 + Ax41 * Ay41 + Ax51 * Ay51) * (Ax21 * Ay21 + Ax31 * Ay31 + Ax41 * Ay41 + Ax51 * Ay51) * (Az21^{**2} + Az31^{**2} + Az41^{**2} + Az51^{**2}) + (Ax21 * Ay21 + Ax31 * Ay31 + Ax41 * Ay41 + Ax51 * Ay51) * (Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 + Ay51 * Az51) * (Ax21 * Az21 + Ax31 * Az31 + Ax41 * Az41 + Ax51 * Az51) + (Ax21 * Az21 + Ax31 * Az31 + Ax41 * Az41 + Ax51 * Az51) * (Ax21 * Ay21 + Ax31 * Ay31 + Ax41 * Ay41 + Ax51 * Ay51) * (Ay21 * Az21 + Ay31 * Az31 + Ay41 * Az41 + Ay51 * Az51) -$
 $(Ax21 * Az21 + Ax31 * Az31 + Ax41 * Az41 + Ax51 * Az51) * (Ay21^{**2} + Ay31^{**2} + Ay41^{**2} + Ay51^{**2}) * (Ax21 * Az21 + Ax31 * Az31 + Ax41 * Az41 + Ax51 * Az51))$
 $dig22=((Ax21^{**2} + Ax31^{**2} + Ax41^{**2} + Ax51^{**2}) * (Az21^{**2} + Az31^{**2} + Az41^{**2} + Az51^{**2}) -$
 $(Ax21 * Az21 + Ax31 * Az31 + Ax41 * Az41 + Ax51 * Az51) * (Ax21 * Az21 + Ax31 * Az31 + Ax41 * Az41 + Ax51 * Az51)) / ((Ax21^{**2} + Ax31^{**2} + Ax41^{**2} + Ax51^{**2}) * ($
 $Ay21^{**2} + Ay31^{**2} + Ay41^{**2} + Ay51^{**2}) * (Az21^{**2} + Az31^{**2} + Az41^{**2} + Az51^{**2}) -$

```

(Ax21**2 + Ax31**2 + Ax41**2 + Ax51**2)*(Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + Ay41*
Az41 + Ay51*Az51)*(Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + Ay41*Az41 + Ay51*Az51)-
(Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51)*(Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31
+ Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51)*(Az21**2 + Az31**2 + Az41**2 + Az51**2)+(Ax2
1*Ay21 + Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51)*(Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + A
y41*Az41 + Ay51*Az51)*(Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51)+
(Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51)*(Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31
+ Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51)*(Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + Ay41*Az41 + Ay51*Az
51)-
(Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51)*(Ay21**2 + Ay31**2 + A
y41**2 + Ay51**2)*(Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51))
dig33=((Ax21**2 + Ax31**2 + Ax41**2 + Ax51**2)*(Ay21**2 + Ay31**2 + Ay
41**2 + Ay51**2)-
(Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51)*(Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31
+ Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51))/((Ax21**2 + Ax31**2 + Ax41**2 + Ax51**2)*(
Ay21**2 + Ay31**2 + Ay41**2 + Ay51**2)*(Az21**2 + Az31**2 + Az41**2 +
Az51**2))-
(Ax21**2 + Ax31**2 + Ax41**2 + Ax51**2)*(Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + Ay41*
Az41 + Ay51*Az51)*(Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + Ay41*Az41 + Ay51*Az51)-
(Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51)*(Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31
+ Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51)*(Az21**2 + Az31**2 + Az41**2 + Az51**2)+(Ax2
1*Ay21 + Ax31*Ay31 + Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51)*(Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + A
y41*Az41 + Ay51*Az51)*(Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51)+
(Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51)*(Ax21*Ay21 + Ax31*Ay31
+ Ax41*Ay41 + Ax51*Ay51)*(Ay21*Az21 + Ay31*Az31 + Ay41*Az41 + Ay51*Az
51)-
(Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51)*(Ay21**2 + Ay31**2 + A
y41**2 + Ay51**2)*(Ax21*Az21 + Ax31*Az31 + Ax41*Az41 + Ax51*Az51))

```

```

#Without error of synch

```

```

HDoP=np.sqrt(dig11+dig22)

```

```

VDoP=np.sqrt(dig33)

```

```

#With error of synch

```

```

HDoPe=(np.sqrt(dig11+dig22))*(np.sqrt((3*10**8)*(1*10**-
9)/np.sqrt(12)))

```

```

VDoPe=(np.sqrt(dig33))*(np.sqrt((3*10**8)*(1*10**-9)/np.sqrt(12)))

```

```

#Plots without error of synch

```

```

fig=plt.figure()

```

```

fig.set_size_inches(12,8)

```

```

levels=np.linspace(1,1000,200)

```

```

plt.contourf(x,y,HDoP,levels=levels,cmap='jet',extend='min')

```

```

plt.plot(Rx1[0],Rx1[1],color='red',marker="*",markersize=9)

```

```

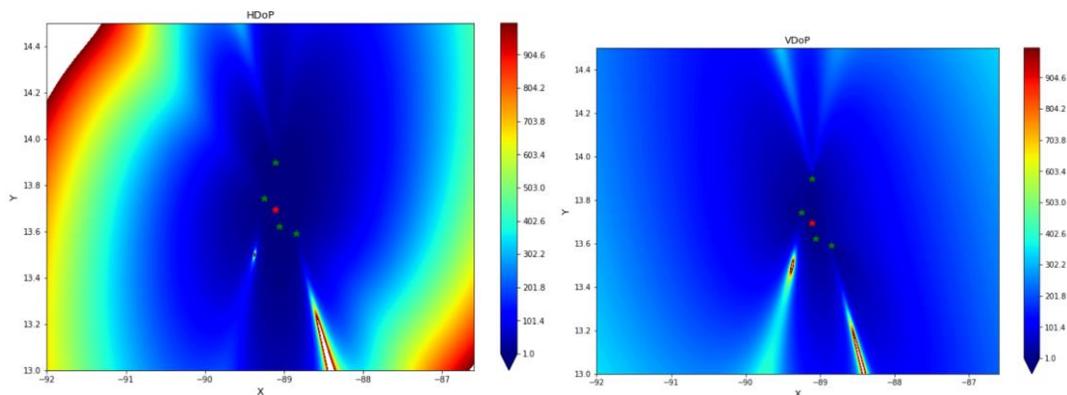
plt.plot (Rx2[0],Rx2[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot (Rx3[0],Rx3[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot (Rx4[0],Rx4[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot (Rx5[0],Rx5[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.ylabel('Y',fontsize=13)
plt.xlabel('X',fontsize=13)
plt.title('HDoP',fontsize=13)
cbar=plt.colorbar()

fig=plt.figure()
fig.set_size_inches(12,8)
levels=np.linspace(1,1000,200)
plt.contourf(x,y,VDoP,levels=levels,cmap='jet',extend='min')

plt.plot (Rx1[0],Rx1[1],color='red',marker="*",markersize=9)
plt.plot (Rx2[0],Rx2[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot (Rx3[0],Rx3[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot (Rx4[0],Rx4[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.plot (Rx5[0],Rx5[1],color='green',marker="*",markersize=9)
plt.ylabel('Y',fontsize=13)
plt.xlabel('X',fontsize=13)
plt.title('VDoP',fontsize=13)
cbar=plt.colorbar()

```

Resultados de HDoP y VDoP obtenidos con este código:



Para una serie de estaciones ubicadas en El Salvador.