

TUES
1504
A395e
1992.
p. 2..

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA



ESTUDIO DE ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE POTENCIA
UTILIZANDO TECNICAS DE CONTROL MODERNO, CASO
ESPECIFICO: EL SISTEMA DE POTENCIA DE EL SALVADOR

TRABAJO DE GRADUACION PRESENTADO POR:
WILLIAN ROLANDO ALGUERA LOPEZ

PARA OPTAR AL TITULO DE:
INGENIERO ELECTRICISTA

15101094

MARZO DE 1992.

15101094

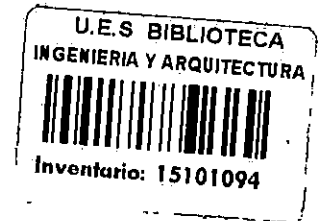


SAN SALVADOR

EL SALVADOR

CENTRO AMERICA

Alguera, Rolando 7/92



UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

RECTOR : Dr. Fabio Castillo Figueroa

SECRETARIO GENERAL : Lic. Miguel Angel Azucena

FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

DECANO : Ing. Juan Jesús Sánchez Salazar

SECRETARIO : Ing. José Rigoberto Murillo Campos

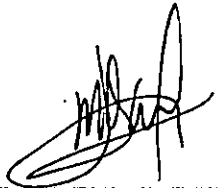
ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA

DIRECTOR : Ing. Ricardo Ernesto Cortéz

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

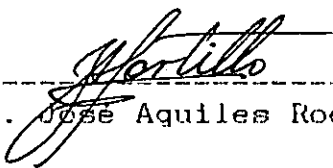
TRABAJO DE GRADUACION

COORDINADOR

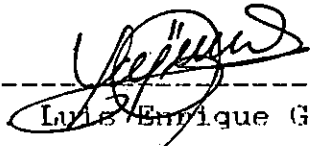

:(f)-----
Ing. José Mauricio Quiñonez

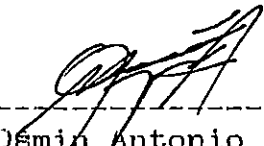
ASESORES

INTERNO


:(f)-----
Ing. José Aquiles Rodríguez

EXTERNOS


:(f)-----
Ing. Luis Enrique Gonzáles


:(f)-----
ing. Osmin Antonio Magaña

ACTA DE CONSTANCIA DE NOTA Y DEFENSA FINAL

En esta fecha, 26 de Marzo de 1992
en el local de Sala de Lectura de la Escuela de Ingeniería Eléctrica
a las 9:00 horas, con la presencia de las siguientes autoridades de la
Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de El Salvador.

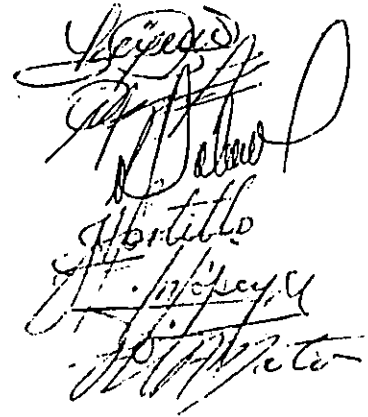
- 1- Ing. Salvador de Jesús German
Director E.I.E.
- 2- Ing. Osbaldo Adolfo Campos
Secretario E.I.E.
- 3- Ing. Ricardo Ernesto Cortez
Director de Investigaciones E.I.E.

Firma



Y con el Honorable Jurado de evaluación integrado por las personas
siguientes:

- 1- Ing. Luis Enrique González
- 2- Ing. Osmín Antonio Magaña Alemán
- 3- Ing. Nelson Mauricio Palacios
- 4- Ing. José Aquiles Rodríguez
- 5- Ing. Mario Antonio López
- 6- Ing. Antonio Buenaventura Matus



Se efectuó la defensa final reglamentaria del Trabajo de
Graduación: "ESTUDIO DE ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE POTENCIA UTILIZANDO TECNICAS DE
CONTROL MODERNO. CASO ESPECIFICO: EL SISTEMA DE POTENCIA EN EL SALVADOR"

a cargo del (los) Br(es): William Rolando Alguera López

Habiendo obtenido el presente trabajo una nota final, global de 8.4

o Celo Punto Nueve, _____)

Trabajo dedicado a:

DIOS TODOPODEROSO : Por haberme dado la oportunidad de vivir y de alcanzar esta meta.

MIS PADRES : Mabel López y Humberto Alguera por su amor, confianza y el apoyo tanto moral como material que me han dado durante toda mi vida.

MIS HERMANOS : Lorena, Humberto y Edgar, porque siempre han estado a mi lado en los momentos de gozo y en los tristes, la resignación y comprensión nos ha servido para estar unidos y seguir por siempre unidos.

MI FAMILIA : Para aquellos que con consejos, apoyo y verdadero cariño hacia mi familia, se mantienen caminando con nosotros.

MIS COMPANEROS Y AMIGOS : Para aquellos que siempre estuvieron pendientes en cuanto a la realización de mis objetivos, por los momentos que compartimos, y que de una u otra forma ayudaron e influyeron positivamente en mi vida. Por todo esto mis mas sinceros agradecimientos.

Willian Rolando Alguera López

AGRADECIMIENTOS

Centro de operaciones
del sistema COS-CBL.

: Por la colaboración y confianza que recibí por parte de su personal sin la cual no hubiese sido posible obtener la valiosa información que me permitió desarrollar con todo éxito mi trabajo. En especial a los ingenieros: Luis Gonzáles y Osmin Antonio Magaña, por sus aportes en ideas, recomendaciones y sugerencias lo cual se constituyo para mi en una valiosa orientación durante el desarrollo de mi trabajo

Centro de investigación
y aplicaciones nucleares
de la FIA.

: A su personal por haberme permitido permanecer trabajando dentro de sus instalaciones y ademas facilitarme la utilización de su equipo de computación y en especial a los ingenieros Luis Ramón Portillo Trujillo y Antonio Buenaventura Matus ellos siempre estuvieron pendientes de que mi trabajo fuera por buen camino y siempre me dieron todo su apoyo moral y académico en la medida de sus posibilidades.

Finalmente, a todas aquellas personas que de una manera desinteresada pero que con un gran compañerismo y amistad me ayudaron en el momento preciso, y con las cuales comparto el éxito logrado con mi trabajo.

Willian Rolando Alguera López

PREFACIO

La información que se obtiene al final de la ejecución de un estudio de estabilidad puede ser muy valiosa en el momento de tomar decisiones referidas al control de la generación y distribución de energía eléctrica, la confiabilidad de esta información puede ser anticipada si el estudio se realiza tomando en cuenta la mayor cantidad posible de información útil disponible del sistema, antes de realizar el estudio.

La utilización de herramientas computacionales para el desarrollo de estudios de estabilidad proporciona a las empresas encargadas de la generación transmisión y distribución de energía eléctrica la posibilidad de desarrollar estrategias de control sobre el sistema de potencia. La veracidad de los resultados del estudio y las medidas correctivas que se tomen mejorara la eficiencia del sistema y ademas disminuyen los gastos de operación ya que se reducirá la posibilidad de que se produzcan daños en los elementos del sistema los cuales en algunos casos no solamente reducen la vida útil del equipo si no que ademas pueden llegar a ser irreparables. La elaboración de estas herramientas de análisis es una tarea para la cual se deben utilizar muchos conocimientos matemáticos que integrados con un conocimiento acertado sobre el funcionamiento del sistema de potencia que se analiza generara la obtención de resultados validos, en otras palabras cada sistema de potencia tiene un comportamiento particular y esto obliga a las empresas a desarrollar y validar los modelos matemáticos que representan la dinámica del sistema debido a que son estos modelos los que constituyen la base para el desarrollo de los análisis de estabilidad.

En este trabajo se plantearon como objetivos principales la presentación de los modelos matemáticos que determinan la dinámica de operación de los sistemas de potencia y ademas la elaboración de un algoritmo computacional que facilite el desarrollo de estudios de estabilidad, en los que se utilicen las técnicas y conceptos que plantea la teoría de control moderna. Ambos objetivos fueron alcanzados casi en su totalidad ya que ademas de presentarse modelos matemáticos de los elementos involucrados en los sistemas de potencia se elaboro un programa para el calculo de los valores característicos del sistema con lo que se pueden predecir las condiciones de estabilidad.

RESUMEN DEL TRABAJO

El desarrollo de un estudio de estabilidad involucra una cantidad enorme de conceptos y complejidades matemáticas lo que hace indispensable el uso de un computador en su desarrollo. También el grado de complejidad del estudio puede ser disminuido si se utilizan las herramientas del análisis numérico aplicadas a la teoría de control moderna y a los conceptos de estabilidad. Algunos de estos conceptos sobre estabilidad son presentados en el Capítulo I de este documento, considerándose necesaria una introducción teórica a tal fenómeno, para luego presentar en el Capítulo II en una forma práctica, sencilla y detallada en la medida de lo posible, los modelos matemáticos que se pretenden utilizar en el estudio de estabilidad, así como también se presentan en este capítulo algunos criterios de análisis aplicados a los sistemas de potencia.

En el tercer capítulo se presenta el desarrollo de los pasos seguidos en la elaboración del programa STAB-D con el cual se encuentran los modos de oscilación (autovalores) del sistema de potencia que se analice. El lenguaje utilizado en la elaboración de este programa es el lenguaje C y debido a la filosofía con la que se elaboro, el programa puede ser fácilmente adaptable para realizar análisis de autovalores de cualquier sistema modelado en el espacio de estado. Algunos conceptos que se escapan del alcance de este trabajo se presentan a grandes rasgos a manera de apéndices. Este trabajo puede considerarse como un primer paso en el desarrollo de los estudios de estabilidad y da una idea de la magnitud del problema que involucra un estudio completo.

TABLA DE CONTENIDOS

Capitulo	página
I. CONCEPTOS SOBRE ESTABILIDAD EN LOS SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA (SEP).	1
1.0-Introducción a los conceptos de estabilidad.....	2
1.1-Analogías y definiciones.....	5
1.1.1-Analogías.....	5
1.1.2-Definiciones.....	6
1.2-Ubicación del problema de estabilidad en un SEP..	8
1.3-SEP robustos y débiles.....	10
1.4-Elementos involucrados en el análisis de estabilidad en un SEP.....	14
1.5-Aspectos generales del análisis de estabilidad en un SEP.....	15
1.6-Secuencia para estudios de estabilidad.....	17
1.7-Conclusiones y observaciones.....	18
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	20
II. MODELADO DE LOS ELEMENTOS DE UN SEP.....	21
2.0-Modelado de los elementos de un SEP.....	21
2.1-La ecuación de oscilación.....	22
2.2-El torque acelerante.....	27
2.2.1-El torque mecánico.....	27
2.2.2-El torque eléctrico.....	27
2.2.2.1-Torque Síncrono.....	28
2.2.2.2-Otros torques eléctricos.....	28
2.3-Modelado de cargas en estudios de estabilidad....	29
2.3.1-Modelado clásico de la carga en función del voltaje.....	29
2.3.2-Modelo para potencia constante.....	30
2.3.3-Modelo para corriente constante.....	31
2.3.4-Modelo para impedancia constante.....	32
2.3.5-Modelo general para la carga en función del voltaje.....	33
2.4-Representación de la máquina síncrona utilizando las ecuaciones de estado.....	36
2.4.1-Ecuaciones de voltaje.....	38
2.4.2-Formulación de las ecuaciones en el espacio de estado.....	41
2.4.2.1-Torque, potencia y carga eléctrica.....	46
2.4.3-Modelo lineal simplificado para una máquina síncrona.....	52
2.4.3.1-La ecuación para E'	52
2.4.3.2-Linealización de las ecuaciones de carga.....	53
2.4.3.3-Ecuación del torque eléctrico.....	56
2.4.3.4-Ecuación del voltaje terminal.....	57
2.4.4-Representación del modelo simplificado en el espacio de estado.....	58
2.4.5-Modelo que se utilizará en el estudio multimáquinas (modelo de dos ejes).....	59

2.5-Descripción funcional y modelado de sistemas de excitación.....	61
2.5.1-Descripción funcional.....	61
2.5.2-Características del modelado de reguladores de voltaje.....	64
2.5.3-Efecto del sistema de excitación en la estabilidad.....	65
2.5.3.1-Características de respuesta.....	66
2.5.3.2-Dinámica del sistema de excitación.....	69
2.5.3.3-Amortiguamiento de oscilaciones.....	70
2.5.4-Sintonización de reguladores de voltaje.....	72
2.5.5-Modelos y tipos de sistemas de excitación....	74
2.5.6-Transformación de los modelos en el espacio de estado.....	79
2.6-Descripción funcional y modelado del mecanismo gobernador de velocidad.....	82
2.6.1-Tipos de gobernadores de velocidad.....	84
2.6.2-Descripción funcional de un gobernador de velocidad.....	86
2.6.3-Características del modelado matemático.....	89
2.6.4-Respuesta dinámica de un SEP equipado con un gobernador de velocidad.....	91
2.6.5-Modelos de los sistemas turbina-gobernador en el espacio de estado.....	96
2.6.5.1-Sistemas turbina-gobernador para centrales hidroeléctricas.....	96
2.6.5.2-Sistemas turbina-gobernador para centrales geotérmicas.....	101
2.6.5.3-Modelos generalizados.....	102
2.7-Descripción funcional y modelado de los sistemas de estabilización de sistemas de potencia (PSS)..	103
2.7.1-Características del estabilizador.....	103
2.8-Conclusiones y observaciones.....	108
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	109

III DESARROLLO DEL ESTUDIO DE ESTABILIDAD DINAMICA PARA UN SISTEMA DE POTENCIA..... 110

3.1-Determinación de las condiciones iniciales de operación del sistema de potencia.....	110
3.1.1-Conversion de las máquinas a una referencia común.....	113
3.1.2-Modelo linealizado para la relación entre voltaje y corriente.....	114
3.2-formulación del modelo multimáquinas en el espacio de estado.....	116
3.2.1-Determinación de las condiciones de frontera para los generadores.....	116
3.2.2-Desarrollo del modelo multimáquinas en la forma vector-matriz.....	119
3.3-Descripción del desarrollo del algoritmo computacional elaborado para realizar el estudio de estabilidad en un sistema de potencia.....	119
3.3.1-Análisis de flujos de carga.....	120

3.3.2-Lectura de los resultados del estudio de flujos de potencia.....	120
3.3.3-Entrada de datos para cada generador.....	120
3.3.4-Procesamiento de la información para generar el modelo en el espacio de estado.....	121
3.3.5-Modulo para la determinación de la estabilidad.....	121
3.4-Generalidades del programa.....	122
3.5-Detalles sobre el archivo de entrada para el análisis de flujos.....	123
3.6-Análisis de los resultados.....	123
3.7-Conclusiones y recomendaciones.....	124
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	125
CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES GENERALES.....	126
Apéndice 1 (Transformación de Park).....	128
Apéndice 2 (Identidades trigonométricas para sistemas trifásicos).....	129
Apéndice 3 (Análisis modal).....	130
Apéndice 4	131
Anexo A -Datos típicos para generadores.....	132
Anexo B -Ejemplo de un archivo de entrada de datos para el programa de análisis de flujos.....	133

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1.1 Modelo conceptual de un SEP.....	2
1.2 Estados de operación de un SEP.....	3
1.3 Analogía mecánica de un sistema multimáquinas.....	6
1.4 Transferencia de potencia entre maquinas.....	9
1.5 Respuesta de un SEP.....	11
2.0 Lazos de control fundamentales de un generador.....	22
2.1 Movimiento y referencias para fasores en una maquina sincrónica.....	24
2.2 Distribución espacial de la onda de Fmm de armadura.....	37
2.3 Componentes de los ejes d y q en una Fmm.....	37
2.4 Representación gráfica de la maquina sincrónica.....	38
2.5 Diagrama esquemático de la maquina sincrónica.....	39
2.6 Regulador de voltaje.....	62
2.7 Control manual del AVR.....	64
2.8 Respuesta del AVR.....	68
2.9 Diagrama de bloques de un AVR estático.....	69
2.10 Voltaje de campo con diferentes AVR.....	70
2.11 Transductor de voltaje.....	75
2.12 Características de amplificadores.....	76
2.13 Tipos de excitadores.....	77
2.14 Curva de carga del generador DC.....	78
2.15 Representación de la maquina DC.....	78
2.16 Gobernador eléctrico-hidráulico.....	84
2.17 Gobernador acelerométrico.....	85
2.18 Gobernador tipo PID.....	86

2.19	Gobernador de velocidad.....	89
2.20	Transductores de velocidad.....	91
2.21	Definición de Tw.....	93
2.22	Modelo de turbinas térmicas.....	95
2.23	Objetivo de los estabilizadores.....	104
2.24	Estabilizador de potencia.....	106
2.25	Circuitos básicos de un PSS.....	107
3.1	Sistema multimáquinas.....	110
3.2	Sistema multimáquinas con reducción de la red de transmisión y carga.....	112
3.3	Conversión a una referencia común.....	112
3.4	Diagrama fasorial de la maquina síncrona.....	117

LISTA DE TABLAS

Tabla	pagina
1.1	Componentes de un SEP en el análisis de estabilidad 14

CAPITULO I

CONCEPTOS SOBRE ESTABILIDAD EN LOS SISTEMAS DE POTENCIA

Introducción

Un sistema eléctrico de potencia (SEP) está formado por centrales generadoras, líneas de transmisión, cargas eléctricas, subsistemas de control y otros equipos conectados a él mecánicamente o eléctricamente, véase la fig.1.1. En este capítulo se presentan los conceptos necesarios para determinar la estabilidad de estos elementos interconectados. Las centrales generadoras generalmente se localizan alejadas de los centros de carga, ya sea por la disponibilidad del energético primario, de agua de enfriamiento o por consideraciones ambientales. Las cargas al nivel ilustrado por la fig.1.1 son centros de distribución concentrados, de los que se les proporciona el suministro a los usuarios mediante redes eléctricas de bajo voltaje.

1.0 Introducción a los conceptos de estabilidad.

Las dimensiones de los sistemas eléctricos son muy grandes; sobre todo al considerar, como en realidad ocurre en todo el mundo, las interconexiones entre sistemas de un mismo país o de varios países. Las simulaciones de estabilidad sirven para determinar la capacidad de estos enormes sistemas para soportar contingencias.

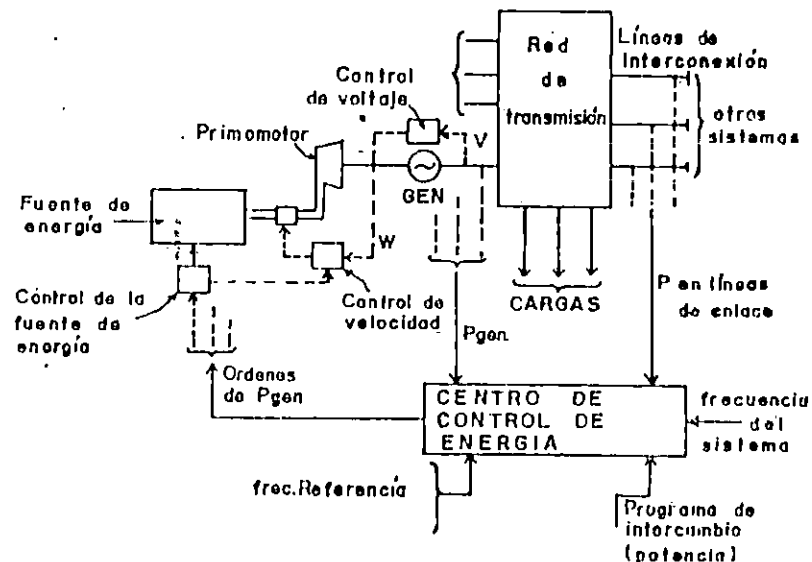


Figura 1.1. Modelo conceptual de SEP.

Un SEP, puede operar en varias condiciones o estados de acuerdo con las rutas por él seguidas, producto de

perturbaciones previstas (cambios de carga) o imprevistas (fallas).

En la fig:1.2 se muestran diferentes estados posibles de operación de un SEP.

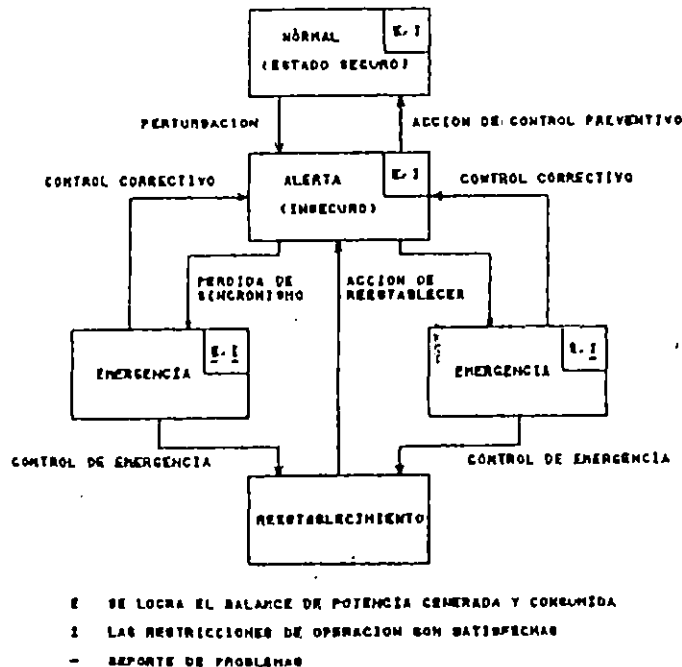


Figura 1.2. Estados de operación de un SEP.

El estado normal se refiere a la operación del sistema, dentro de rangos operativos preestablecidos (económico y de seguridad), así como por ejemplo de: frecuencia, voltaje, generación, cargabilidad de líneas, etc.

Al presentarse alguna perturbación dentro del sistema, éste puede pasar a un estado de alerta donde las restricciones operativas no han sido violadas y el control preventivo puede lograr que el sistema regrese al estado normal.

Si la perturbación es severa, tal que se presenten violaciones a las restricciones operativas, el sistema pasaría a un estado de emergencia. Si en este estado el sistema es capaz de servir la demanda de sus consumidores, la acción de control de emergencia podrá regresar el sistema al estado de alerta o normal, utilizando como medio de acción desconexión de partes falladas, reubicación de flujos de energía, etc.

Existirán condiciones en las cuales la perturbación produce además de violación en ciertos límites, un desbalance entre la generación y el consumo, lo cual se denomina estado de

emergencia externa y el sistema entra en colapso o podrá desintegrarse en islas cuando el proceso es controlado.

El estado de alerta, puede ser de poca duración dependiendo del tipo de sistema y perturbación. En sistemas robustos (sección 1.3), el estado de alerta puede ser duradero; sin embargo, en sistemas débiles, la generación del sistema pasará del estado normal al estado de emergencia, sin pasar por el estado de alerta. El período de tiempo que tarda un sistema para alcanzar el estado de emergencia es variable y puede considerarse en el orden de minutos mientras el regreso al estado normal es de horas o días.

El paso de un sistema eléctrico de un estado a otro, inclusive al operar en un estado normal y pasar a otro estado normal con diferentes condiciones de generación, carga o topología de la red, es a través de un proceso transitorio o dinámico.

Estos transitorios pueden considerarse de tres tipos, en cuanto a su tiempo de duración

- a) Transitorios ultra rápidos.
- b) Transitorios de mediana velocidad.
- c) Transitorios lentos.

Un transitorio ultra rápido es un fenómeno puramente eléctrico y de corta duración (μseg), se refiere al comportamiento de equipos y líneas de transmisión expuestos a descargas atmosféricas u operaciones de maniobra, las cuales producen ondas viajeras que pueden ocasionar daños en el aislamiento del equipo eléctrico.

Los transitorios de mediana velocidad, se refieren al comportamiento del sistema bajo condiciones de cortocircuito, considerando primordialmente los posibles daños en equipos por sobrecorrientes, esfuerzos mecánicos, etc.; el análisis se realiza considerando un período de tiempo entre 10 y 100 mseg .

Los transitorios lentos, son referidos al comportamiento del sistema después de alguna perturbación, identificándose en su análisis los estudios de estabilidad Transitoria o Dinámica, corte de carga, (fenómenos electromecánicos), etc., el análisis se realiza considerando un período de tiempo mayor de 0.1 seg.

1.1. Analogías y definiciones.

1.1.1. Analogías.

En realidad los sistemas eléctricos están integrados por muchos componentes. Una analogía mecánica, aunque bastante simple, puede dar una idea del problema de estabilidad en un sistema multimáquina. Suponiendo que un conjunto de pesadas bolas con diferentes pesos, se suspenden de un techo plano con bandas elásticas, y; además, se unen entre sí por medio de otras bandas elásticas horizontales, como se muestra en la fig. 1.3. Las bolas estiran las bandas en proporción a su peso, a su posición relativa y a la red de interconexión.

Mientras que las bolas no sean demasiado pesadas, ninguna banda se estiraría más allá de su punto de ruptura, y cuando cese el movimiento, se dice que el sistema está en estado estable.

Si ahora se corta una de las bandas más fuertes, que esté sosteniendo a una de las bolas más pesadas, todas las bolas empezarán a rebotar estirando las bandas. Si en este movimiento una bola estira algunas bandas más allá del punto de ruptura y cae al piso, se dice que el sistema es inestable, para este disturbio. Debido a que en este caso el sistema está más débil, puede resultar una reacción en cadena de rotura de bandas y caída de bolas, el sistema llegaría al colapso.

Por otra parte, si al cortar la banda y caer la bola, el sistema se estabiliza sin romperse otras bandas, se dice que el sistema es transitoriamente estable para las condiciones iniciales en que se encontraba operando (predisturbio) y ante el disturbio particular que sufrió.

Las similitudes con el sistema eléctrico: en vez de bolas son generadores, la potencia generada sería el peso de las bolas. Las bandas son las líneas de transmisión. Cuando la demanda aumenta, la potencia generada debe aumentar. Equivaldría a que las bolas aumentaran de peso. Al aumentar de peso, las bolas estirarían más a las bandas. En el sistema eléctrico equivaldría a un crecimiento del ángulo de potencia del generador que aumente su carga.

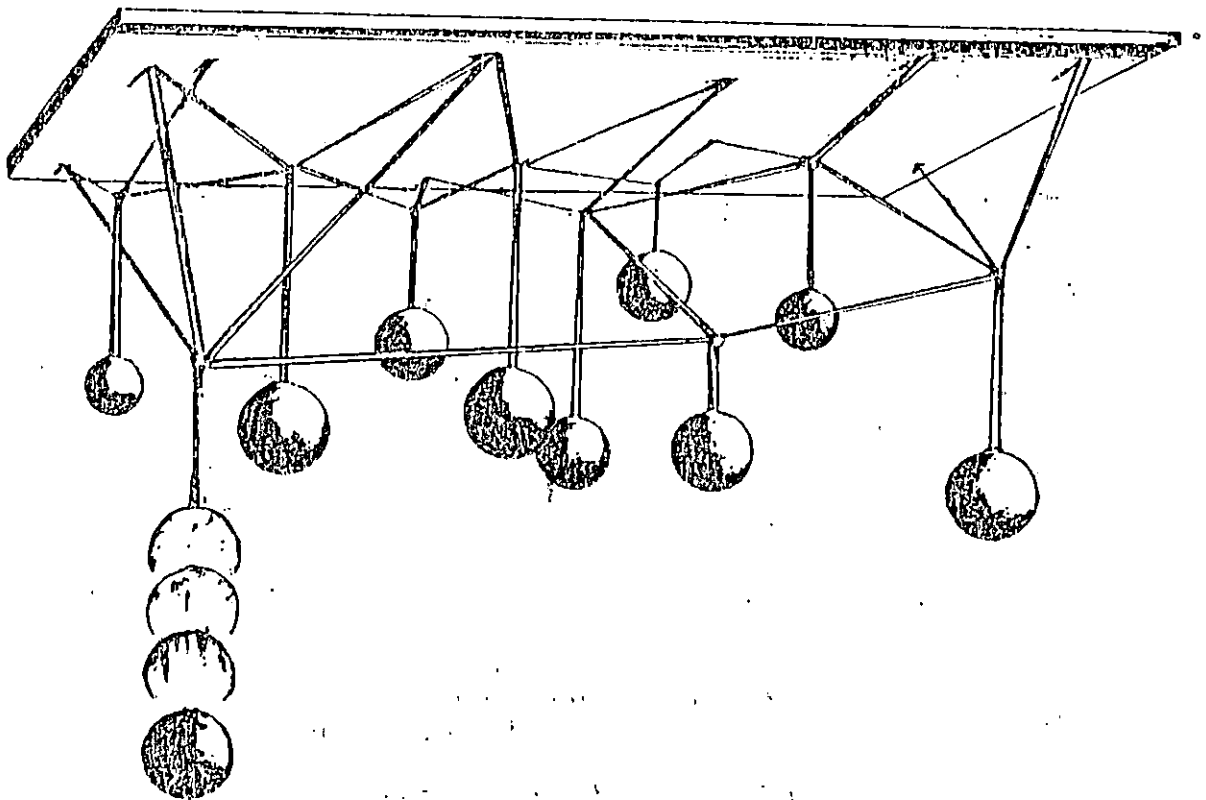


Figura 1.3. Analogía mecánica de un sistema multimáquina

1.1.2. Definiciones:

A continuación se enuncia una definición de estabilidad debida a Crary:

" La estabilidad de un sistema de potencia, es la propiedad del sistema de potencia que asegura que permanecerá en operación de equilibrio a través de condiciones normales y anormales".

En la actualidad no existe consenso sobre las definiciones referentes al tema; sin embargo, las más usuales se transcriben de una publicación del IEEE que concuerda con otra publicada por un grupo de personas entendidas en el tema.

- Operación de estado estable: Una condición de operación de un sistema eléctrico en la cual todas las cantidades de operación que la caracteriza pueden ser consideradas constantes.

- Operación síncrona o sincronismo: Una máquina síncrona conectada a otras máquinas por medio de una red, se dice que está en operación síncrona con la red (u otras máquinas), si su velocidad eléctrica (el producto de su velocidad angular por el número de pares de polos) es igual a la frecuencia angular del voltaje de la red en el punto de conexión (o a la velocidad eléctrica de otras máquinas interconectadas). Un sistema de potencia se dice que está en operación síncrona, si todas sus máquinas síncronas conectadas, están en operación síncrona con la red y con cada una de las otras. En un sentido práctico, se dice que una máquina síncrona conserva el sincronismo durante una perturbación, si no ocurre deslizamiento de polos.

- Disturbios en un sistema de potencia: Es un cambio repentino o una secuencia de cambios en uno o más de los parámetros del sistema, o en una o más de las cantidades de operación.

a) Disturbio pequeño en un sistema de potencia: es aquel para el cual las ecuaciones que describen la dinámica del sistema, pueden ser linealizadas para fines de análisis.

b) Disturbio grande en un sistema de potencia: es un disturbio para el cual las ecuaciones que describen la dinámica del sistema no pueden ser linealizadas.

- Estabilidad en estado estable: Un sistema de potencia se dice que está en una condición de estabilidad de estado estable, si después de cualquier perturbación pequeña alcanza una condición de operación en estado estable que es idéntica o parecida a su condición inicial. Esto también se conoce como estabilidad de un sistema de potencia ante pequeños disturbios.

- Estabilidad transitoria: Se dice que un sistema de potencia es transitoriamente estable para una condición de operación en estado estable específica y para un disturbio en particular, si al ocurrir ese disturbio se logra una nueva condición de operación en estado estable adecuada.

Una clasificación usual del tema de estabilidad de sistemas eléctricos consiste en separarlo en tres tipos:

- a) Estabilidad en estado estable,
- b) Estabilidad transitoria y
- c) Estabilidad dinámica.

1.2. Ubicación del problema de estabilidad en un SEP.

Para una mejor comprensión del fenómeno de estabilidad, es conveniente analizar la máquina síncrona; en la fig.1.4 se muestran sus elementos básicos.

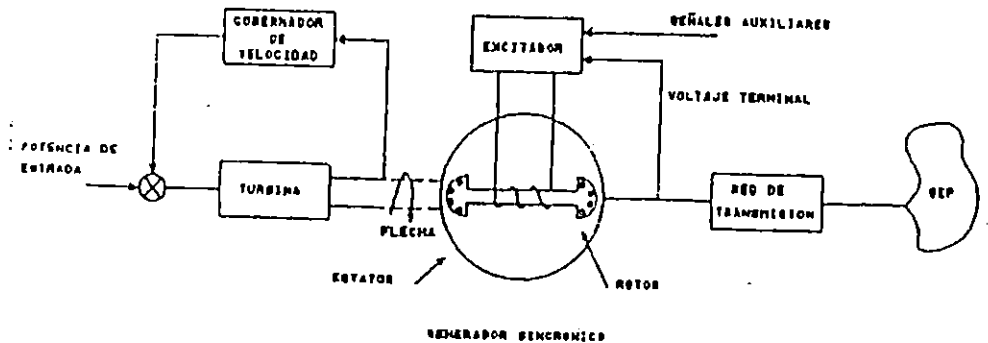


Figura 1.4. Elementos básicos de la máquina síncrona.

El generador consta de dos conjuntos de devanados principales, uno en el rotor y otro en el estator. El devanado del rotor (devanado de campo) es excitado con corriente directa y al ser girado por el primo-motor, induce voltajes alternos en los terminales del estator.

La frecuencia del voltaje del estator, depende de la velocidad del rotor, por lo cual, se dice que la frecuencia de las variables eléctricas, se encuentran sincronizadas con la velocidad del rotor, de aquí el nombre de máquina síncrona.

Con la máquina conectada a un sistema, el arreglo físico de los devanados del estator, da lugar a que las corrientes estatóricas induzcan un campo magnético en el entrehierro y girando a la velocidad del rotor.

La interacción de los campos del rotor y estator producen un par electromagnético en oposición al sentido de giro del rotor por lo cual, es necesario que el primo-motor aplique un par mecánico que mantenga la rotación. Bajo estas consideraciones de potencia eléctrica entregada por el generador cambia a medida que se modifica la potencia mecánica.

El efecto de incrementar la potencia mecánica, es avanzar el rotor a una nueva posición relativa, respecto al campo magnético giratorio del entrehierro y viceversa, por tanto se puede decir, que el ángulo del rotor respecto al campo giratorio del entrehierro ó ángulo de carga, determina la potencia eléctrica de la máquina síncrona.

a) Estabilidad transitoria(ET)

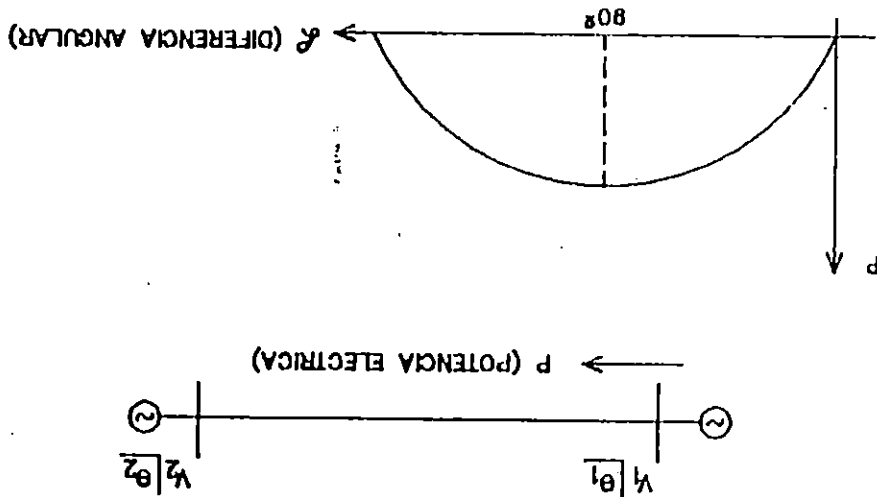
Como se dijo antes el análisis de estabilidad en SEP puede ser clasificado de acuerdo con la perturbación en:

De esta forma se puede interpretar el problema de estabilidad convencional en SEP como un fenómeno electromecánico que tiene su desarrollo en un periodo que va desde 0.1 seg principalmente.

En términos generales, en un SEP las unidades generadoras, se encuentran operando en sincronismo y en equilibrio electromecánico; al existir alguna perturbación, dicho equilibrio tiende a perderse y las unidades generadoras experimentan aceleraciones y desaceleraciones de sus rotores a fin de lograr de nuevo el equilibrio electromecánico, o estabilidad.

Para una diferencia angular de cero, la transferencia de potencia es cero y a medida que se aumenta el ángulo, esta potencia aumenta y llega a un máximo en $\delta=90^\circ$. Si aumenta el ángulo a partir de este valor angular, se reduce la potencia eléctrica y se pierde el equilibrio electromecánico, lo cual se define como la pérdida de sincronismo ya que, la velocidad del rotor tiende a aumentar indefinidamente.

Figura 1.5. Transferencia de potencia entre máquinas.



Conforme la potencia mecánica se incrementa, el ángulo de carga aumenta y así también la potencia eléctrica. Lográndose un equilibrio electromecánico. Esta característica se cumple hasta cierto punto, ya que la potencia eléctrica es una función no lineal del ángulo de carga, como se muestra en la fig.1.5.

b) Estabilidad dinámica(ED)

La ET se refiere al análisis de la respuesta de un sistema sujeto a una perturbación severa(falla, pérdida de generación, etc.), el periodo de análisis es de hasta 2 seg. y el criterio de estabilidad consiste en verificar si la diferencia angular entre generadores no crece indefinidamente.

En ED se analiza la respuesta dinámica del sistema para perturbaciones de pequeña magnitud, similar a fluctuaciones de carga. El criterio de estabilidad consiste en verificar que la diferencia angular entre generadores, no crezca indefinidamente, bien, que los modos de oscilación(autovalores), de las variables dinámicas del sistema presente parte real negativa.

Los estudios de estabilidad se aplican con objetivos basados en las condiciones de tiempo analizadas, esto es: pasado, presente y futuro.

Para un tiempo pasado, el objetivo será explicar el comportamiento de los elementos involucrados, para reproducir condiciones registradas de operación, permite evaluar el modelo de elementos así como otros parámetros(análisis de eventos). En un tiempo presente estos estudios se utilizan para definir estrategias de operación. En un tiempo futuro, permiten planear el crecimiento del sistema(planificación).

De esta forma se puede decir que la aplicación e información que proporcionan los estudios de estabilidad es amplia y de gran ayuda para la operación, planeación y diseño de un SEP.

1.3. SEP robustos y débiles.

El problema de estabilidad es SEP, surge con la oscilación de los rotores de las máquinas, producto de disturbios, los cuales imponen un desbalance entre la potencia mecánica y eléctrica en las unidades generadoras. Para visualizar dicho fenómeno, se puede considerar la relación matemática del balance de potencia en los rotores de las unidades, conocida como la ecuación de oscilación, la cual presenta la estructura siguiente:

$$2H \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e = P_a \quad (1.1)$$

en donde

P_m : potencia mecánica
 P_e : potencia eléctrica
 P_a : potencia acelerante
 H : constante de inercia

δ : diferencia angular entre los puntos de transferencia de potencia eléctrica.

En condiciones normales, la potencia P_a es cero, y la diferencia angular es constante, o bien se dice que el rotor de la unidad, gira a velocidad síncrona. Al producirse un disturbio, se altera el equilibrio electromecánico y la potencia acelerante (P_a) es diferente de cero e implica aceleración ($P_a > 0$) del rotor. Durante este proceso, se pueden considerar cuatro características de la respuesta dinámica del sistema, dependiendo de la habilidad de éste para mantener las unidades en sincronismo como se ilustra en la fig.1.6.

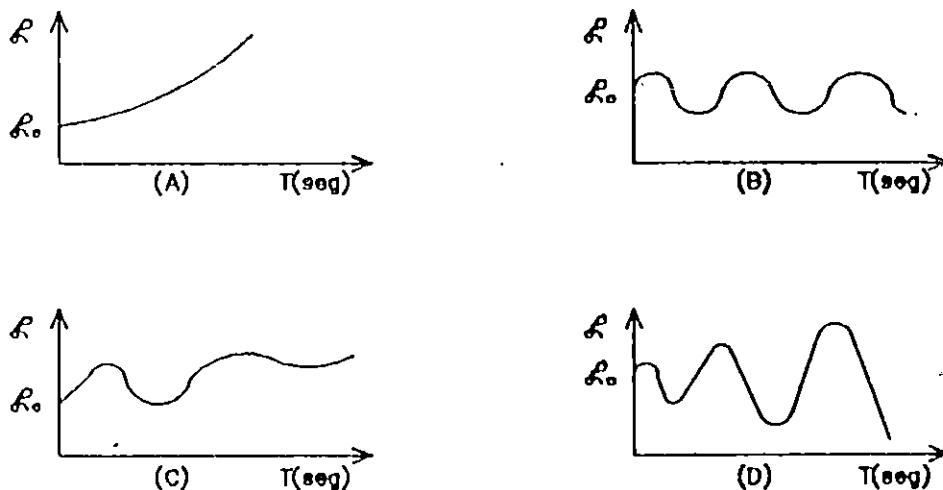


Figura 1.6. Respuesta de un SEP.

En el primer caso el ángulo crece indefinidamente implicando una velocidad del rotor en aumento y pérdida de sincronismo, en el segundo caso, el sistema permanece oscilando a frecuencia constante sin amortiguamiento, en el tercer caso el sistema oscila y tiende a estabilizarse, el sistema permanece en sincronismo, en el cuarto caso el sistema oscila en forma inestable y perderá el sincronismo.

Analizando un sistema conceptual de una máquina-bus infinito (fig.1.5) se puede lograr una mejor interpretación del fenómeno de estabilidad y las características de respuesta. Considerando un disturbio de pequeña magnitud,

tal que la ecuación de oscilación puede ser linealizada alrededor de la condición inicial:

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 0 - \Delta P_e \quad (1.2)$$

en donde Δe es un parámetro incremental.

La razón incremental de la potencia eléctrica puede ser expresada como:

$$\Delta P_e = K\delta + KD \frac{d\delta}{dt} \quad (1.3)$$

Al resolver la ecuación de oscilación se obtiene la característica de respuesta del ángulo:

$$M\ddot{\delta} + K\dot{\delta} + K_1\delta = 0 \quad (1.4)$$

La solución es: $\delta = C_1 e^{\Omega_1 t} + C_2 e^{\Omega_2 t} \quad (1.5)$

$$\Omega_{1,2} = \frac{-KD}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{KD}{2M}\right)^2 - 4MK_1} \quad (1.6)$$

El término KD representa el amortiguamiento del sistema y el término K_1 es dominante en la raíz cuadrada y determina la frecuencia de oscilación.

Si KD es cero se tiene un modo de oscilación no amortiguado y puramente oscilatorio, si fuera menor que cero, existirá una oscilación no amortiguada. Si el factor de K_1 es cero no existe frecuencia de oscilación y la respuesta será monótonamente creciente o decreciente dependiendo del factor KD .

De esta forma se puede definir un par de sincronización que interviene en la definición de la frecuencia de oscilación, como la componente del par eléctrico en fase con cambios angulares y un par de amortiguamiento responsable del amortiguamiento de las oscilaciones del sistema, como el par en fase con los cambios de velocidad.

La producción del par de sincronización y amortiguamiento en un SEP, depende de su estructura y operación, de aquí que se puedan observar diferencias importantes en cuanto al problema de estabilidad en un sistema robusto respecto a uno longitudinal o débil.

Un sistema robusto es aquel en que la capacidad de cortocircuito es adecuada, debido a la gran conectividad de sus elementos. La capacidad de cortocircuito, puede interpretarse como la capacidad del sistema, para conservar constante el nivel de voltaje en un punto de referencia; el

caso ideal de tener un nodo con una capacidad de cortocircuito infinita. Se le conoce como bus infinito. En la práctica, no existe un bus infinito, sin embargo en sistemas denominados robustos existen capacidades de cortocircuito mayores de 30 GVA (niveles de 230 KV y mayores), indicativo de la fortaleza del nodo para mantener el voltaje constante. En un sistema longitudinal, la mayoría de los nodos poseen capacidades de cortocircuito bajos (alrededor de 1 GVA en niveles de 230 KV) siendo indicativo de la debilidad o incapacidad del sistema para mantener el nivel de voltaje constante.

La inercia del sistema es otro indicativo de robustez o debilidad y se interpreta como la capacidad para mantener la frecuencia dentro de límites estrechos. En un sistema robusto, se considera que la frecuencia no varía para una gran cantidad de perturbaciones; en un sistema débil por lo contrario, la frecuencia tenderá a variar fácilmente ante perturbaciones.

Desde el punto de vista operativo, en un sistema robusto, las diferencias angulares entre generadores son pequeñas, mientras que en sistemas débiles estas diferencias angulares son grandes, muy cercanas al límite de operación y fácilmente sobrepasan el límite teórico de estabilidad.

En un sistema débil, existe un grado elevado de utilización de la red de transmisión y de no existir un soporte de voltaje adecuado, las unidades generadoras son obligadas a operar muy cerca de sus límites operativos, lo cual generalmente no ocurre en un sistema fuerte en donde no se requieren soportes de voltaje en la red de transmisión.

La respuesta de los controles en un sistema, puede considerarse como otro índice para diferenciar un sistema fuerte de uno débil. Considerando el regulador de voltaje de un generador, en un sistema con soporte de voltaje fuerte, no tendrá que realizar un gran esfuerzo para mantener constante el nivel de voltaje; sin embargo en sistemas débiles el voltaje tiende a reducirse demasiado o variar fácilmente, con lo cual, se le exige al sistema de excitación un mayor esfuerzo, en cuanto a su velocidad de respuesta para recuperar el nivel de voltaje después de alguna perturbación, sin embargo durante la operación del sistema, se presentan variaciones de voltaje y al tratar de ser corregidas rápidamente, se aumenta el riesgo de tener inestabilidad en el sistema. Considerando los reguladores de velocidad, se puede plantear una idea análoga a la anterior considerando ahora el comportamiento de la frecuencia. Para un sistema máquina bus infinito, puede decirse que en términos generales, un sistema robusto posee pares de sincronización y amortiguamiento mayores que en un sistema débil.

1.4: Elementos involucrados en el análisis de estabilidad en SEP.

El análisis de estabilidad en un SEP, depende en términos generales de los objetivos del estudio y con base en ellos, se subdivide el proceso dinámico, de donde se definen a su vez las necesidades de modelado de los componentes del sistema.

La división del análisis de la estabilidad de un SEP, nuevamente se realiza con base en las características de la falla. Así por ejemplo para fallas severas (cortocircuitos), se hablará de estabilidad transitoria y para perturbaciones pequeñas (cambios de carga) se hablará de estabilidad de estado estable o estabilidad dinámica. Esta subdivisión conduce a una formulación matemática no lineal para estabilidad transitoria y lineal para estabilidad dinámica.

Existe otro criterio de división referido al tiempo de simulación o estudio, por ejemplo para estabilidad transitoria, si se trata de una simulación acotada a 1 seg. el análisis será de primera oscilación o análisis de sincronismo.

Es importante considerar también que el objetivo particular del estudio permite definir en primer lugar, los elementos del SEP que deben considerarse, así como el grado de detalle. En la Tabla 1.1 se muestran los elementos a representar en los estudios de estabilidad.

Componente	Tipo de estudio		
	Análisis de sincronismo	Estabilidad transitoria	Estabilidad dinámica.
Máquina sincrónica	X	X	X
Red eléctrica	X	X	X
Turbina		X	X
Gobernador		X	X
Excitador		X	X
Estabilizador		X	X
Reles de protección		D	
Reles de frecuencia		D	

X = requerido
D = deseado.

Tabla 1.1. Componentes de un SEP en el análisis de estabilidad.

El modelo de cada uno de los componentes del sistema puede representar diferente grado de detalle, sin embargo en términos genéricos, cada modelo debe reproducir las características principales del elemento, de modo que el estudio represente adecuadamente las características del sistema, ya que de otro modo, las conclusiones obtenidas de un estudio no serán válidas.

Es importante considerar, el efecto de los parámetros utilizados en los modelos para representar cada componente del sistema, sobre las conclusiones obtenidas de un análisis de estabilidad; puede decirse que los resultados de un estudio de estabilidad son un reflejo de los datos utilizados, por lo que, si estos presentan errores importantes, los resultados mostrarán un comportamiento errado del sistema y las conclusiones obtenidas no tendrán validez.

Dentro de los datos utilizados en un análisis de estabilidad existen algunos que pueden presentar mayor influencia en los resultados y serán estos los que deben ser definidos de la manera más cuidadosa. Entre estos datos pueden mencionarse los siguientes:

- a) Constante de inercia(H)
- b) Reactancias de las máquinas(X_d , X_d' , X_q)
- c) Constante de tiempo(T_{d0}')
- d) Constante de aceleración del agua(T_w)
- e) Parámetros del excitador
- f) Parámetros del gobernador de velocidad
- g) Red y carga

1.5. Aspectos generales del análisis de estabilidad en SEP

El análisis de estabilidad dinámica, se refiere al problema de oscilaciones electromecánicas entre las unidades generadoras de un sistema eléctrico y normalmente se pueden considerar dos formas de oscilación, locales y entre áreas.

Las oscilaciones locales se presentan en máquinas síncronas conectadas al sistema eléctrico a través de líneas de transmisión de gran longitud, de tal forma que la unidad oscila respecto al resto del sistema, a una frecuencia de 1 a 2 Hz aproximadamente.

Las oscilaciones entre áreas se presentan en sistemas interconectados, en donde las unidades de un área oscilan respecto a las de otra, con una frecuencia de 0.1 a 1 Hz.

Ambos casos de oscilación son a causa de:

1. Ajuste inadecuado de los controles de generadores (regulador de voltaje y velocidad).
2. Esquemas de transmisión débiles.
3. Bajos niveles de voltaje.
4. Operación del sistema muy cerca o fuera de los límites de estabilidad.

Cuando algunos de estos casos está presente al producirse alguna perturbación, se excitan los modos de oscilación (autovalores) y se puede producir la pérdida de sincronismo del sistema.

Como soluciones de emergencia, aplicadas para corregir el problema de oscilaciones inestables en SEP; la mayoría de las compañías eléctricas del mundo, han considerado y algunas veces adoptado las siguientes medidas:

- a) Reducción de potencia generada en las unidades de mayor demanda.
- b) Reducción del trasiego de potencia en líneas de interconexión.
- c) Aumento del nivel de voltaje en puntos estratégicos de la red.
- d) Desactivar la acción del regulador de voltaje (control manual de voltaje).
- e) Instalación de equipos de protección y maniobra para seccionar el sistema en forma controlada.
- f) Reducción de la velocidad de respuesta de reguladores de voltaje y velocidad.

Estas medidas no requieren de inversiones considerables. Sin embargo pueden mencionarse otras que sí lo requieren, como por ejemplo:

- a) Construcción de nuevas líneas de transmisión.
- b) Aplicación de capacitores serie.
- c) Aumento del soporte de voltaje a través de capacitores paralelos o compensadores estáticos de VARS.

d) Líneas en corriente directa.

En general las medidas correctivas no siempre resuelven el problema de oscilaciones inestables en forma eficiente, ni a largo plazo sino que, limitan la operación del sistema y además pueden no ser justificables económicamente. Existen otro tipo de medidas que han sido aplicadas y pueden resolver algunas veces problemas de estabilidad en forma eficiente y además evitarse inversiones en otro tipo de medidas. Entre estas se pueden mencionar:

a) La sintonización de los controles ya instalados en el SEP como los reguladores de voltaje y velocidad, relevadores de protección, etc.

b) Aplicación de estabilizadores de sistemas de potencia (ubicación y ajuste de PSS).

Es importante mencionar que la aplicación de estas medidas requiere de un análisis adecuado del comportamiento del sistema y con base en ello seleccionar el mejor conjunto de parámetros para sintonizar reguladores de voltaje y gobernadores de velocidad, por lo cual se requiere de un conocimiento de los parámetros y modelo real de estos equipos.

La aplicación de estabilizadores puede ser dividida en dos etapas, una la de selección de la unidad generadora a la cual se le instalará el PSS y luego la sintonización respectiva. En cuanto a la ubicación del estabilizador, puede decirse que ésta debe ser en concordancia con el modo de oscilación o corregir, ya que pueden existir lugares en donde la instalación de estos equipos, no produce un efecto importante. La sintonización o ajuste del PSS debe realizarse con base en la frecuencia de oscilación del modo oscilante a corregir y además debe asegurarse que el efecto en otros modos de oscilación sea benéfico, ya que puede ocurrir que al intentar modificar un modo de oscilación se modifiquen otros de tal forma que se produce una inestabilidad del sistema.

1.6. Secuencia para estudios de estabilidad transitoria.

De un estudio de estabilidad podemos determinar si el sistema eléctrico es transitoriamente estable, para una particular condición inicial de operación en régimen permanente, y un disturbio particular. Si cualesquiera de estas condiciones cambia, será necesario efectuar un nuevo estudio.

Esto implica que en un estudio de estabilidad, es usual hacer muchas corridas: para distintas configuraciones de la

red, diversos niveles de carga, tipos y localizaciones de disturbios, etc.

Para determinar si un sistema es estable o inestable, utilizando simuladores digitales (computadora), se emplea la siguiente secuencia:

a) Formular un modelo matemático para representar la red de transmisión y el comportamiento dinámico de los distintos elementos del sistema.

b) Simular la condición de predisturbio (flujos de potencia).

c) Aplicar la perturbación al sistema y determinar la respuesta transitoria, obteniendo la solución en el dominio del tiempo de las varias entradas del sistema.

d) Analizar la solución en el tiempo para encontrar si se alcanzará una nueva condición de estado estable (juzgar si se mantendría el sincronismo), y

e) Repetir para otras condiciones de operación y/o disturbios.

1.7 Conclusiones y observaciones.

Conclusiones

- El desarrollo de un acertado estudio de estabilidad puede dar como resultado la información necesaria para determinar las medidas correctivas a tomar cuando ocurra alguna perturbación en el sistema de potencia y así poder garantizar un margen seguro de operación del sistema.
- Para realizar un estudio de estabilidad utilizando las técnicas de control modernas en un sistema de potencia es necesario adquirir conocimientos previos en las siguientes áreas:
 1. Criterios para determinar estabilidad en un sistema desde el punto de vista de la teoría de control moderna.
 2. Desarrollo de modelos matemáticos de un sistema utilizando las técnicas del espacio de estado.
 3. Conocimientos sobre el funcionamiento del sistema de potencia integrando sus elementos principales entre los que se pueden mencionar los siguientes:
 - a) Máquina síncrona
 - b) Red eléctrica y carga Y_{bus}

- c) Sistema de control de la excitación
 - d) Sistema gobernador de velocidad de las turbinas
 - e) sistema estabilizador de potencia(PSS)
4. Evaluación de los modelos matemáticos existentes para los elementos del sistema mencionados en 3.
 5. Integrar los modelos matemáticos del sistema en un conjunto de ecuaciones diferenciales para luego llevar el modelo a la forma matricial
 6. Fijar las condiciones iniciales de operación previas al análisis de estabilidad(estudio de flujo de carga).
 7. Conocimientos sobre técnicas de programación utilizando un lenguaje de programación de propósito general(Fortran, Pascal, C, etc.).
 8. Conocimientos sobre Análisis numérico en los siguientes temas:
 - a) Linealización de modelos matemáticos
 - b) Corrección del error de redondeo introducido por el computador.
 - c) Métodos para el cálculo de valores característicos de sistemas de ecuaciones.

Observaciones.

- Son muchas las causas que pueden ser causa de inestabilidad en un sistema de potencia, la severidad de estas causas determina si el estudio debe realizarse bajo los conceptos de estabilidad transitoria o dinámica.
- Las medidas a tomar para corregir la inestabilidad en un sistema de potencia deben ser analizadas detenidamente en base a un criterio amplio sobre el fenómeno en estudio.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Anderson and Fovad, Power System Control and Stability. The Iowa State University Press. 1977.
- [2] Bierly, R. T., Kimbark, E. W.: Stability of Large Electric Power Systems. IEEE, USA, 1974.
- [3] Ogata, K.: State space analysis of control systems. N. J.: Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. 1967.

[4] Ogata, K.: Ingenieria de Control Moderna.
N.Y. Prentice-Hall. 1970.

CAPITULO II

MODELADO DE LOS ELEMENTOS DE UN SEP.

Introducción

Una característica básica de los sistemas eléctricos es que la energía eléctrica no se almacena, sino que debe producirse en el instante preciso en que esta se requiere. Con este obstáculo convive permanentemente el personal de operación, y logra afrontarlo, tanto por su experiencia y conocimiento del sistema eléctrico bajo su responsabilidad, como mediante los subsistemas de control automático con que cuentan las unidades generadoras.

Para estudiar el proceso o planta que se desea controlar, así como para diseñar los controles, es necesario desarrollar modelos. Estos pueden ser equipos prototipo hechos a escala, modelos matemáticos o similares analógicos. Del tipo que sean, es obvio que se requiere conocer su comportamiento físico para poderlos simular.

En un SEP una vez identificada la parte que interesa estudiar y su tiempo de respuesta, se obtienen modelos para cada componente, superponiendo estos modelos se obtiene información cuantitativa del proceso global. En la figura 2.0 se presenta en forma esquemática los diferentes elementos involucrados en los lazos de control fundamentales de un generador, los modelos de estos elementos se presentan en las siguientes secciones de este capítulo.

2.0 Modelado de los elementos de un SEP.

La ventaja de los modelos es que se pueden usar para efectuar simulaciones útiles con el propósito de definir estrategias de operación, mejorar diseños del sistema (planta o proceso), diseñar controladores o simplemente como herramientas de aprendizaje, todo sin poner en riesgo la operación real o incurrir en grandes costos; en otras palabras, las simulaciones permiten o facilitan el "análisis ingenieril" y evitan el enfoque de pruebas reales y de prueba y error (tanteos). Los pasos para obtener modelos son:

- a) Descripción física del componente o sistema;
- b) Ecuaciones que representan el comportamiento físico;
- c) Representación de las ecuaciones en diagramas de bloques para analizarse mediante computadora y
- d) Solución. Obtención de la respuesta en el tiempo.

2.1. La ecuación de oscilación.

La segunda ley de Newton para movimiento de traslación se expresa como:

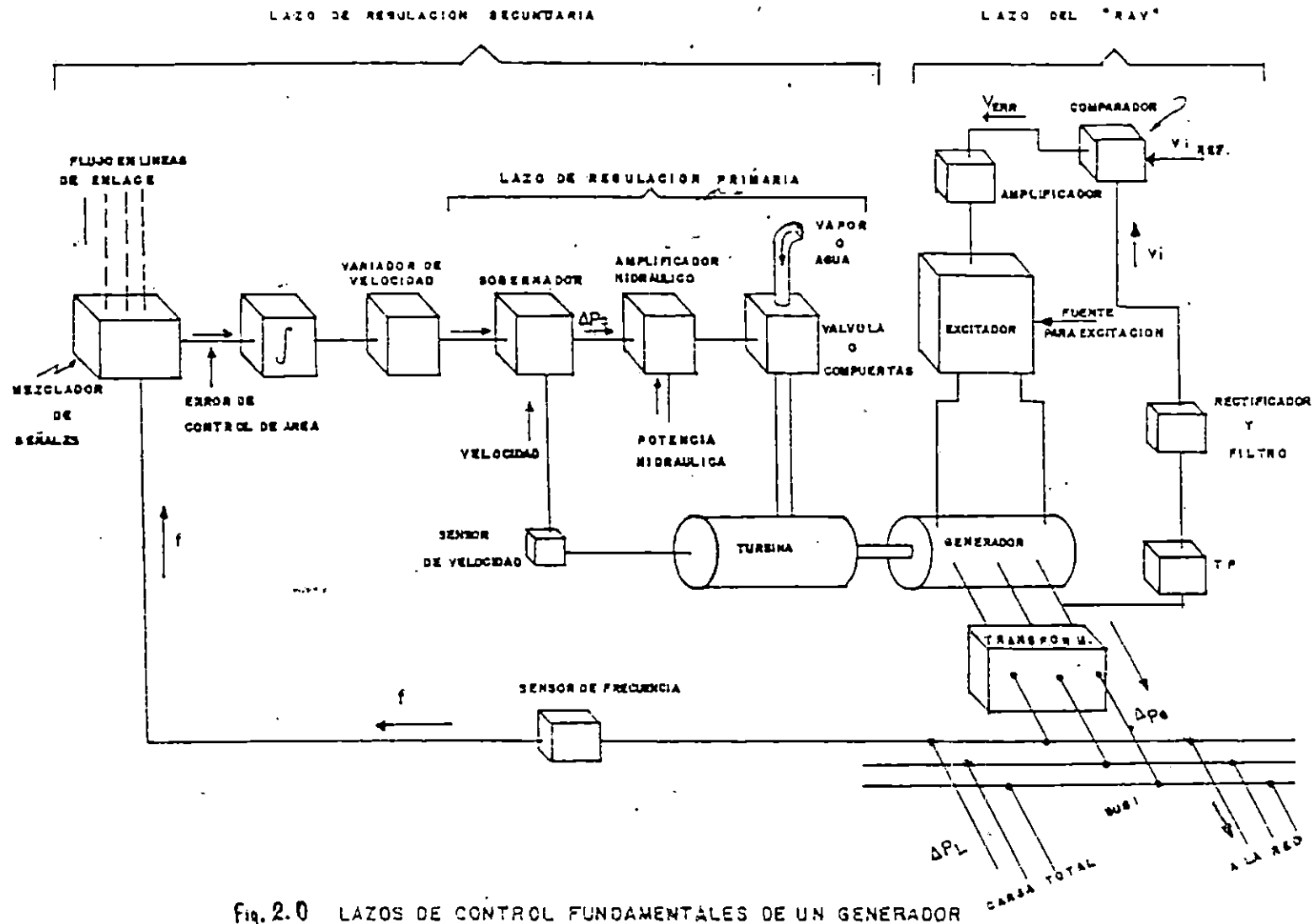


Fig. 2.0 LAZOS DE CONTROL FUNDAMENTALES DE UN GENERADOR

$$F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2} ;$$

para rotación la ecuación es la siguiente:

$$T = I \frac{d^2\theta}{dt^2} = I\alpha \quad (2.1)$$

La aplicación de la ecuación (2.1) al movimiento de rotores, resulta tan importante para determinar su estabilidad, que se le da el nombre de ecuación de oscilación. En esta ecuación T representa el torque acelerante el cual es el resultado del desequilibrio electromecánico entre el torque mecánico y el torque eléctrico, es decir que:

$$T = T_a = T_m - T_e$$

Como se explicó conceptualmente, el proceso dinámico de rotores se origina del desbalance entre el par mecánico(T_m) y el par eléctrico(T_e), por lo que (2.1) se puede reescribir como sigue:

$$I\alpha_m(t) = T_m(t) - T_e(t) = T_a(t) \quad (2.2)$$

donde

I: momento de inercia de todas las masas girando juntas(Kg-mt²).

α_m : aceleración angular(rad/seg²)

T_m : par mecánico proporcionado por el primotor menos las pérdidas mecánicas(N-mt).

T_e : par eléctrico representando la potencia trifásica de salida del generador más las pérdidas eléctricas(N-mt).

T_a : par acelerante neto(N-mt).

La aceleración angular mecánica del rotor está dada por:

$$\alpha_m(t) = \frac{dW_m(t)}{dt} = \frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} \quad (2.3)$$

$$W_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt} \quad (2.4)$$

Donde

W_m : velocidad angular del rotor(rad/seg).

θ_m : posición angular del rotor con respecto a un eje estacionario(rad).

En la figura 2.1 se ilustran las referencias angulares. Generalmente la posición angular del rotor se mide con respecto a una referencia girando a velocidad sincrónica, o sea:

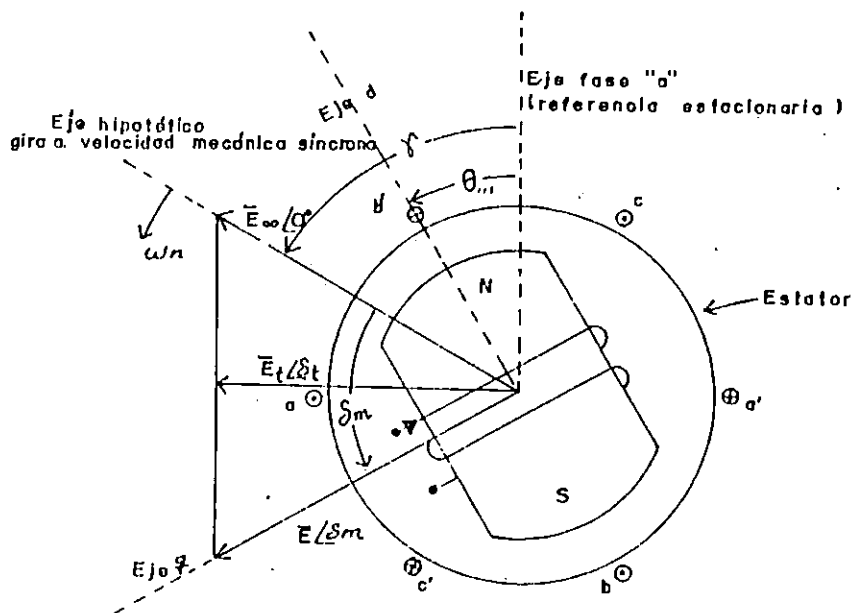


Figura 2.1 Movimiento y referencias para fasores en una máquina sincrónica.

$$\theta_m(t) = \omega_n(t) + \delta_m(t) \quad (2.5)$$

donde

ω_n : velocidad angular sincrónica del rotor (rad/seg).

θ_m : posición angular del rotor con respecto a una referencia girando a velocidad sincrónica (rad).

Utilizando (2.3) y (2.5), la ecuación (2.2) se convierte en:

$$I \frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} = I \frac{d^2\delta_m(t)}{dt^2} = T_m(t) - T_e(t) = T_a(t) \quad (2.6)$$

En algunos casos es conveniente usar potencias en lugar de pares, así como p.u. en vez de unidades convencionales. Multiplicando ambos miembros de la expresión (2.6) por $\omega_m(t)/S_n$:

$$\begin{aligned} I \frac{\omega_m(t)}{S_n} \frac{d^2\delta_m(t)}{dt^2} &= \frac{\omega_m(t) T_m(t)}{S_n} - \frac{\omega_m(t) T_e(t)}{S_n} \\ &= P_m(t) - P_e(t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Donde P_m y P_e son respectivamente la potencia mecánica del primotor menos las pérdidas mecánicas, y eléctrica de la salida del generador más las pérdidas eléctricas, en p.u. La ecuación de oscilación (2.7) generalmente se expresa en términos de la constante de inercia H , en vez del momento de

inercia I. La constante de inercia para una unidad generada se define como:

$$H = \frac{\text{Energía cinética a velocidad } W_m \cdot (Mj.)}{\text{MVA nominales} = S_n} = \frac{1}{2} \frac{I W_n^2}{S_n} \quad (2.8)$$

La constante de inercia H es un parámetro de diseño que influye en la estabilidad de manera muy relevante. El valor de H, debido a que está referido a la capacidad nominal propia de cada unidad, cae en un rango estrecho de valores, sin importar el tamaño de la unidad. Desafortunadamente la tendencia de diseños más recientes es hacia una disminución del valor de H. Se han realizado evaluaciones que demuestran que lo que se ha ganado en la mejoría de estabilidad, por los nuevos esquemas de protecciones y por la operación rápida de interruptores, se ha perdido por las H más pequeñas de las nuevas unidades.

Debido a que algunas veces no se dispone de H directamente sino de otros datos, a continuación se presenta una fórmula usual para obtener H:

$$H = \frac{2.31 \times 10^{-10} W R^2 \Omega_n^2}{\text{MVA} \phi} \quad (\text{seg}) \quad (2.9)$$

Donde W es el peso del rotor del generador y partes mecánicas acopladas en la misma flecha, expresada en libras. R es el radio de giro en pies y Ω_n es la velocidad en r.p.m.

Luego sustituyendo (2.8) en (2.7) se obtiene:

$$\frac{2H(W_m(t))}{W_n^2} \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_m(t) - P_e(t) \quad (2.10)$$

definiendo la velocidad angular del rotor en p.u.:

$$W_{p.u.}(t) = \frac{W_m(t)}{W_n} \quad (2.11)$$

la ecuación (2.10) se convierte en:

$$\frac{2H}{W_n} W_{pu} \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_m(t) - P_e(t) \quad (2.12)$$

Para una máquina síncrona con P polos, la aceleración angular eléctrica, la velocidad eléctrica en radianes W y el ángulo de potencia δ son:

$$\alpha(t) = \alpha_m(t) P/2 \quad (2.13)$$

$$\omega(t) = \omega_m(t) P/2 \quad (2.14)$$

$$\delta(t) = \delta_m(t) P/2 \quad (2.15)$$

De igual forma, la velocidad sincrona eléctrica en radianes ω_0 es:

$$\omega_0 = \frac{P}{2} \omega_n \quad (2.16)$$

La frecuencia eléctrica en p.u. se obtiene de:

$$\omega_{pu}(t) = \frac{\omega(t)}{\omega_0} = \frac{\omega_m(t) P/2}{\omega_n P/2} = \frac{\omega_m(t)}{\omega_n} \quad (2.17)$$

Usando (2.15) y (2.16), la ecuación (2.12) se convierte en:

$$\frac{2H}{\omega_0} \omega_{pu}(t) \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = P_m(t) - P_e(t) \quad \text{p.u.} \quad (2.18)$$

En un sistema multimáquinas el movimiento del rotor de cada una de las máquinas estará determinado por una ecuación de oscilación particular para cada máquina, por tal motivo es necesario presentar la ecuación de oscilación en forma normalizada en el sistema p.u. (Para una explicación detallada ver Referencia [1], pg.15.).

$$\left(\frac{2H}{\omega_0}\right) \ddot{\delta} = \left(\frac{2H}{\omega_n}\right) \ddot{\omega} = T_a \quad \text{p.u. (3}\phi) \quad (2.19)$$

La ecuación (2.19) toma un torque base trifásico para expresar esta ecuación. Para una base por fase se tiene que:

$$\left(\frac{2H}{\omega_0}\right) \ddot{\omega} = T_m - T_e \quad \text{p.u. (1}\phi)$$

donde

$$T_e = \frac{T_e \phi}{3}, \quad T_m = \frac{T_m \phi}{3}$$

La ecuación de oscilación normalizada será de la forma siguiente (Ref. [1] pag.103-105).

$$T_j \frac{d\omega_n}{dt} = T_{mu} - T_{eu} = T_{au} \quad (2.20)$$

donde:

$$\begin{aligned} \text{tiempo p.u.} &= t_u = W_B t \\ \text{velocidad p.u.} &= \omega_u = W/W_B \\ \text{inercia p.u.} &= T_j = 2HW_B \end{aligned}$$

2.2. El torque acelerante.

Como ya se mencionó anteriormente el torque acelerante es el resultado de la diferencia entre los torques mecánico y eléctrico, por tal motivo en las siguientes secciones se presentan las definiciones de estos torques como una manera mas exacta de definir el torque acelerante.

2.2.1. El torque mecánico.

Los torques mecánicos de los primotores para grandes generadores con turbinas de vapor o hidráulicas, están en función de la velocidad. Además se debe distinguir entre las máquinas no reguladas (sin mecanismo regulador de velocidad) y las reguladas.

Máquinas no reguladas.

Para una compuerta o posición de válvula fija la característica torque-velocidad es aproximadamente lineal sobre un rango limitado en proporción a la velocidad. El valor del coeficiente de torque de la turbina es igual a la carga de la máquina en p.u. (la verificación de esta afirmación se encuentra en la Ref. [1] pág. 19.).

Para las máquinas reguladas su característica torque-velocidad no es muy simple definirla y es por eso que en este capítulo se presenta una sección donde se explica el funcionamiento del mecanismo gobernador de velocidad.

2.2.2. El torque eléctrico.

En general, el torque eléctrico es producido por la interacción entre los tres circuitos del estator, el circuito de campo y otros circuitos como son los devanados de amortiguamiento. Como los tres circuitos del estator están conectados al resto del sistema, el voltaje terminal es determinado en parte por la red externa, las otras

máquinas y las cargas. El flujo ligado a cada circuito en la máquina depende del voltaje excitador de salida, saturación en el circuito magnético y de las corrientes por los diferentes devanados. Si los valores instantáneos de estos flujos ligados y corrientes son conocidos, el valor instantáneo correcto del torque eléctrico puede ser determinado. Un modelo matemático simple, el cual puede ser utilizado para estudios de estabilidad, separa el torque eléctrico en dos componentes principales, el torque sincrónico y una segunda componente que incluye todos los otros torques eléctricos.

2.2.2.1. Torque sincrónico.

El torque sincrónico es la componente más importante del torque eléctrico, este es producido por la interacción de los devanados del estator con la fundamental componente del flujo en el entrehierro. Este es dependiente del voltaje terminal de la máquina y de la llamada FEM del eje de cuadratura, la cual puede ser entendida como la FEM efectiva del rotor que depende de las corrientes en la armadura y el rotor y además está en función de la respuesta del excitador.

2.2.2.2. Otros torques eléctricos.

Durante un transitorio, otros torques eléctricos son desarrollados en una máquina sincrónica. El componente más importante está asociado con los devanados de amortiguamiento. Los efectos más importantes son los siguientes:

1. Amortiguamiento de secuencia positiva, resultado de la interacción entre el flujo en el entrehierro de secuencia positiva y los devanados del rotor, particularmente los devanados de amortiguamiento. En general este efecto es beneficioso ya que tiende a reducir la magnitud de las oscilaciones de la máquina, principalmente después de la primera oscilación. Este efecto es usualmente asumido proporcional a la frecuencia del deslizamiento, para el caso en el que el deslizamiento es pequeño.

2. Frenado de secuencia negativa, resulta de la interacción entre el flujo en el entrehierro de secuencia negativa durante un fallo asimétrico y los devanados de amortiguamiento, debido a que el deslizamiento de secuencia negativa es 2-S, el torque está siempre retardando ó frenando el rotor. Cuando la resistencia de los devanados de amortiguamiento es elevada la magnitud de este torque es insuficiente.

3. El frenado d.c., es producido por la componente d.c. de la corriente de armadura durante fallos, la cual induce corrientes de frecuencia fundamental en los devanados del rotor. Su interacción produce un torque que está siempre retardando el rotor.

En una exacta representación del torque eléctrico los parámetros que representan los efectos antes mencionados deben ser incluidos. En algunos estudios son usadas expresiones aproximadas para el torque; por ejemplo, cuando se consideran condiciones cuasi-estables, usualmente se da importancia a las componentes de los otros torques en lugar del torque sincrónico.

2.3. Modelado de cargas en estudios de estabilidad.

El comportamiento dinámico de los sistemas de potencia es muy dependiente de la respuesta de las cargas, por esta razón su adecuada representación influye en los resultados del análisis y por ende en las conclusiones de los estudios del sistema eléctrico. Por otra parte, el comportamiento de las cargas, es, en términos generales, función de la frecuencia y del voltaje. La mayor dependencia se observa al variar el voltaje, sobre todo en sistemas débiles y se acostumbra solo incluir este efecto en los estudios de estabilidad transitoria.

El comportamiento dinámico de la carga se ha observado desde hace varias décadas, y se han realizado numerosos estudios para conocer su comportamiento transitorio. Se conoce con exactitud el comportamiento de cargas individuales de bombeo, iluminación, refrigeración, etc; pero esto no es suficiente cuando se quiere representar un conjunto de ellas. Por esta razón, el ingeniero de sistemas de potencia se encuentra en un grave problema cuando desea modelar la combinación de cargas en forma adecuada. Con el fin de representar su equivalente en un transformador de subtransmisión, se deben realizar los registros necesarios para conocer con exactitud su comportamiento para diferentes condiciones de operación.

2.3.1. Modelado clásico de la carga en función del voltaje.

Los modelos en estado estable se han formulado suponiendo que las cargas permanecen constantes, y que son independientes del voltaje. Cuando se quiere hacer una representación más realista se utiliza el modelo siguiente:

$$P = P_0 \left[\frac{V}{V_0} \right]^\alpha \quad (2.21)$$

$$Q = Q_0 \left[\frac{V}{V_0} \right]^\beta \quad (2.22)$$

Donde:

V_0 : voltaje nominal

P_0 : potencia activa a voltaje nominal

Q_0 : potencia reactiva a voltaje nominal

La determinación del valor de los exponentes α y β caracterizan los modelos clásicos de carga que son:

- a) potencia constante
- b) corriente constante
- c) impedancia constante

2.3.2. Modelo para potencia constante.

Dado que la potencia no varía con el voltaje, siempre se conserva la misma potencia; el modelo de la ecuación (2.21) se modifica a:

$$P = P_0 = P_0 \left[\frac{V}{V_0} \right]^\alpha \quad (2.23)$$

$$\frac{P_0}{P_0} = 1 = \left[\frac{V}{V_0} \right]^\alpha$$

$$\implies \alpha = 0$$

En forma similar, el desarrollo matemático para la potencia reactiva queda:

$$Q = Q_0 = Q_0 \left[\frac{V}{V_0} \right]^\beta \quad (2.24)$$

$$Q_0 = 1 = \left[\frac{V}{V_0} \right]^\beta$$

$$\implies \beta = 0$$

2.3.3. Modelado para corriente constante.

Si se expresa la potencia en la forma:

$$P_0 = |V| |I_0| \cos\phi \quad (2.25)$$

$$Q_0 = |V| |I_0| \sin\phi \quad (2.26)$$

Se define en este modelo que la magnitud de la corriente permanece constante lo mismo que el factor de potencia. Por lo tanto, para cualquier valor de voltaje, la potencia se determina por:

$$P = |V| |I_0| \cos\phi \quad (2.27)$$

$$Q = |V| |I_0| \sin\phi \quad (2.28)$$

Al sustituir las ecuaciones (2.25) y (2.27) en la ecuación (2.21) se obtiene:

$$|V| |I_0| \cos\phi = |V| |I_0| \cos\phi \left[\frac{V}{V_0} \right]^\alpha \quad (2.29)$$

Esta ecuación se reduce a:

$$\frac{V}{V_0} = \left[\frac{V}{V_0} \right]^\alpha$$

$$\implies \alpha = 1$$

Siguiendo el mismo procedimiento para la potencia reactiva en donde se sustituyen las ecuaciones (2.26) y (2.28) en (2.22), resulta:

$$|V| |I_o| \operatorname{sen} \phi = |V| |I_o| \operatorname{sen} \phi \left[\frac{V}{V_o} \right]^\beta \quad (2.30)$$

Esto se reduce a:

$$\frac{V}{V_o} = \left[\frac{V}{V_o} \right]^\beta$$

$$\implies \beta = 1$$

2.3.4. Modelo para impedancia constante.

La forma común para expresar la potencia es:

$$S = VI^* \quad (2.31)$$

De la ley de OHM la corriente se expresa como $I = V/Z$, al sustituir I en (2.31) resulta:

$$S = \frac{|V|^2}{Z^*} \quad (2.32)$$

Expresando (2.32) en forma rectangular se obtiene:

$$S = \frac{e^2 + f^2}{r - jx}$$

Que se puede expresar como:

$$S = \frac{r(e^2 + f^2)}{r^2 + x^2} + j \frac{x(e^2 + f^2)}{r^2 + x^2} \quad (2.33)$$

lo cual resulta de utilizar el conjugado de Z^* . Separando (2.33) en parte real e imaginaria se obtiene:

$$P = \frac{r(e^2 + f^2)}{r^2 + x^2} \quad (2.34)$$

$$Q = \frac{x(e^2 + f^2)}{r^2 + x^2} \quad (2.35)$$

Al sustituir (2.35) en la ecuación (2.21) resulta que:

$$\frac{r(e^2 + f^2)}{r^2 + x^2} = \frac{r(e_o^2 + f_o^2)}{r^2 + x^2} \left[\frac{V}{V_o} \right]^\alpha \quad (2.36)$$

Simplificando se obtiene:

$$\frac{e^2 + f^2}{e_o^2 + f_o^2} = \frac{|V|^2}{|V_o|^2} = \left[\frac{V}{V_o} \right]^\alpha$$

$$\implies \alpha = 2$$

Al proceder en forma similar para la potencia reactiva se obtiene que $\beta = 2$.

2.3.5. Modelo general de la carga en función del voltaje.

Una representación general para la carga en función del voltaje, se puede lograr mediante la combinación de los tres modelos clásicos; la participación de cada modelo se ajusta de acuerdo con la carga que se quiere representar.

Si se define:

P_p : potencia activa de carga modelada como potencia constante

P_r : potencia activa de carga modelada como corriente constante.

P_z : Potencia activa de carga modelada como impedancia constante.

Q_p : potencia reactiva de carga modelada como potencia constante.

Q_r : potencia reactiva de carga modelada como corriente constante.

Q_z : potencia reactiva de carga modelada como impedancia constante.

U_p : factor de participación de la potencia activa modelada como potencia constante.

U_I : factor de participación de la potencia activa modelada como impedancia constante.

U_z : factor de participación de la potencia activa modelada como impedancia constante.

W_p : factor de participación de la potencia reactiva modelada como potencia constante.

W_I : factor de participación de la potencia reactiva modelada como corriente constante.

W_z : factor de participación de la potencia reactiva modelada como impedancia constante.

Se definen los factores de participación en % de participación como:

$$U_i = U_i/100$$

$$W_j = W_j/100$$

Donde:

i: P, I, Z

j: P, I, Z

El modelo general, formado por una combinación de los tres modelos clásicos, se expresa para la potencia activa de la siguiente manera:

$$P = U_p P_p + U_I P_I + U_z P_z \quad (2.37)$$

y la potencia reactiva:

$$Q = W_p Q_p + W_I Q_I + W_z Q_z \quad (2.38)$$

Al representar el modelo de acuerdo con las ecuaciones (2.21) y (2.22) se obtiene lo siguiente:

Para la potencia activa:

$$P_o \left[\frac{V}{V_o} \right]^\alpha = U_p P_o \left[\frac{V}{V_o} \right]^0 + U_I P_o \left[\frac{V}{V_o} \right]^1 + U_z P_o \left[\frac{V}{V_o} \right]^2 \quad (2.39)$$

y para la potencia reactiva:

$$Q_o \left[\frac{V}{V_o} \right]^\beta = W_p Q_o \left[\frac{V}{V_o} \right]^0 + W_I Q_o \left[\frac{V}{V_o} \right]^1 + W_z Q_o \left[\frac{V}{V_o} \right]^2 \quad (2.40)$$

donde $P_p = P_o$ y $Q_p = Q_o$

Reduciendo la ecuación (2.39) se obtiene:

$$\left[\frac{V}{V_o} \right]^\alpha = U_p \left[\frac{V}{V_o} \right]^0 + U_I \left[\frac{V}{V_o} \right]^1 + U_z \left[\frac{V}{V_o} \right]^2 \quad (2.41)$$

Al aplicar logaritmos a (2.41) se puede obtener una expresión para determinar el exponente α .

$$\alpha = \frac{\mathcal{L}_{og} [U_p (V/V_o)^0 + U_I (V/V_o)^1 + U_z (V/V_o)^2]}{\mathcal{L}_{og} (V/V_o)} \quad (2.42)$$

Para la potencia reactiva se reduce la ecuación (2.40) y queda:

$$\left[\frac{V}{V_o} \right]^\beta = W_p \left[\frac{V}{V_o} \right]^0 + W_I \left[\frac{V}{V_o} \right]^1 + W_z \left[\frac{V}{V_o} \right]^2 \quad (2.43)$$

Aplicando logaritmos a (2.43) se obtiene la siguiente expresión para el exponente β :

$$\beta = \frac{\mathcal{L}_{og} [W_p (V/V_o)^0 + W_I (V/V_o)^1 + W_z (V/V_o)^2]}{\mathcal{L}_{og} (V/V_o)} \quad (2.44)$$

Las expresiones (2.42) y (2.44) sirven para determinar los valores de los exponentes α y β , que modelan la potencia activa y la potencia reactiva respectivamente, son ecuaciones no lineales cuya solución no es directa.

2.4. Representación de la máquina síncrona utilizando las ecuaciones de estado.

La máquina síncrona bajo consideración tiene tres devanados en el estator, un devanado de campo y dos devanados de amortiguamiento. Estos seis devanados están magnéticamente acoplados. Este acoplamiento magnético entre los devanados es una función de la posición del rotor. Como el flujo ligado de cada devanado es también una función de la posición del rotor. El voltaje terminal instantáneo "v" de cualquiera de los devanados es de la forma:

$$v = \pm \sum r i \pm \dot{\lambda} \quad (2.60)$$

Donde λ es el flujo ligado, r es la resistencia del devanado e i es la corriente, que tendrá sentido positivo si fluye hacia afuera por los terminales del generador. Las expresiones para los voltajes en los devanados son complicadas debido a la variación de λ con la posición del rotor.

Conceptos de eje directo y cuadratura.

La Fmm por las corrientes del estator en condiciones balanceadas es una onda viajera que gira a la misma velocidad del rotor cuando este gira a velocidad síncrona. Es decir que permanece fija respecto del rotor. La expresión para la Fmm de armadura (reacción de armadura) esta dada por la siguiente ecuación (Ref. [8] sección 3.1.4 pag.124).

$$F = \frac{3}{2} F_{max} \cos(\alpha - \omega t)$$

donde α representa el desplazamiento del eje del rotor a un punto arbitrario alrededor del entrehierro con respecto de la referencia.

Esta onda de Fmm puede ser referida al rotor y descompuesta en dos componentes giratorias, una con su valor pico alineado con el eje directo de los polos y la otra con su valor pico alineado sobre el eje en cuadratura. Las dos componentes espaciales de la onda de Fmm de armadura en la figura 2.2 se muestran en las figuras 2.3a y 2.3b. El eje en cuadratura se toma arbitrariamente adelante del eje directo en la dirección de rotación.

La Fmm cuyo valor pico coincide con el eje directo será llamada Fmm de eje directo (Fmmd), y la Fmm cuyo pico coincide con el eje en cuadratura será llamada Fmm del eje en cuadratura (Fmmq). La ventaja de analizar la máquina en componentes sobre el eje directo y en cuadratura es para evitar la dependencia del tiempo y facilitar su análisis.

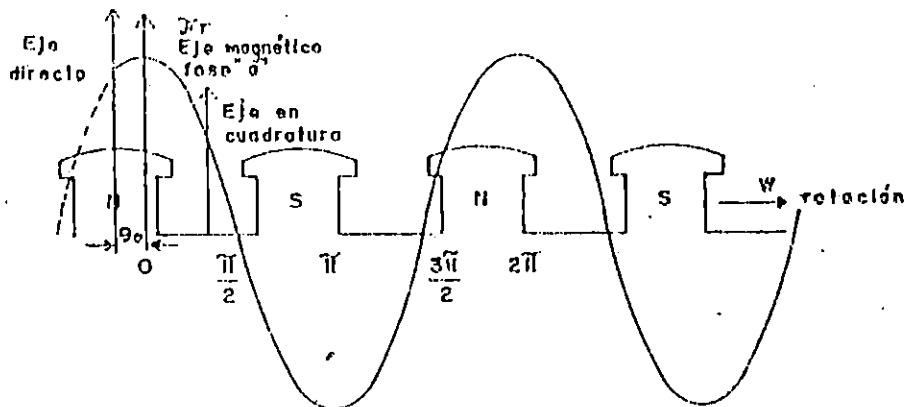
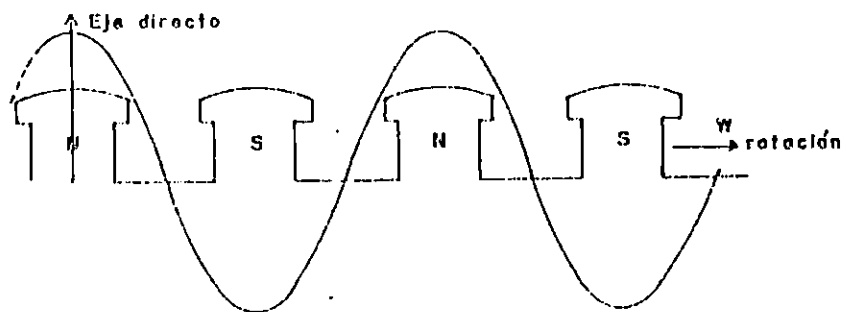
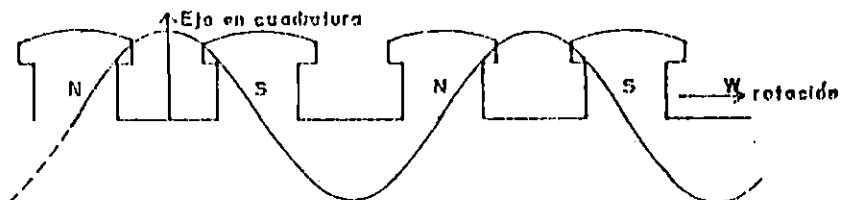


Figura 2.2 Distribución espacial de la onda de Fmm de armadura.



a) Componente del eje directo de la Fmm de armadura.



b) Componente del eje en cuadratura de la Fmm de armadura.

Figura 2.3.

Una gran simplificación en la descripción matemática de la máquina síncrona es obtenida si una cierta transformación de variables es implementada. Esta transformación es usualmente llamada transformación de Park [Apéndice 1]. Esta transformación define un nuevo grupo de variables para el estator en términos de las actuales variables de los devanados. Las nuevas cantidades son obtenidas para la proyección de las actuales variables en tres ejes: uno ubicado a lo largo del eje neutro del devanado de campo, llamado el eje de cuadratura, y el tercero que es un eje estacionario.

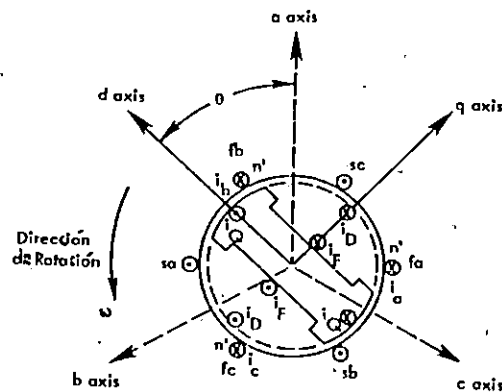


Figura 2.4 Representación gráfica de la máquina síncrona.

En la figura 2.4, i_a , i_b e i_c representan las corrientes que salen por los terminales del generador, i_q e i_d representan las corrientes a través de los devanados de amortiguamiento de la máquina y por último i_f es la representación de la corriente que circula a través del devanado de campo de la máquina.

2.4.1. Ecuaciones de voltaje.

Las ecuaciones de voltaje del generador son de la forma de (2.60). El diagrama esquemático de la máquina síncrona se presenta en la figura 2.5 donde las bobinas son identificadas de la misma forma que en la figura 2.4. Las corrientes en el estator se asumen con una dirección positiva si fluyen hacia afuera de los terminales de la máquina.

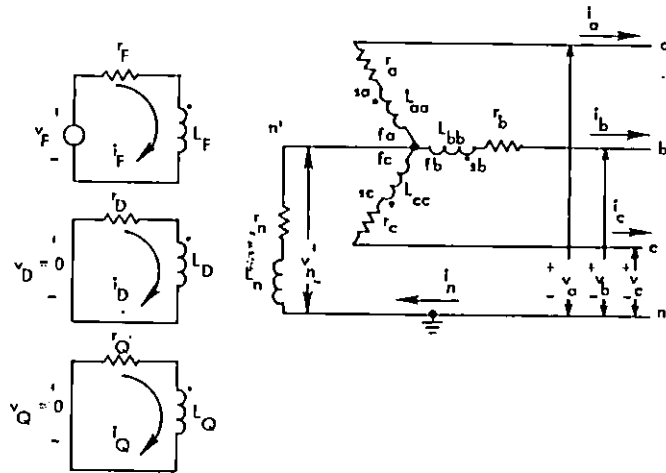


Figura 2.5 Diagrama esquemático de la máquina síncrona.

En forma matricial las ecuaciones de voltaje tendrán la forma siguiente:

$$V = -ri - \dot{\lambda} + v_n$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ -v_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_b \\ \dot{\lambda}_c \\ \dot{\lambda}_f \\ \dot{\lambda}_D \\ \dot{\lambda}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

La contribución del voltaje a neutro en V_{abc} es:

$$v_n = -r_n \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - L_n \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix}$$

$$v_n = -R_n \dot{i}_{abc} - L_n \ddot{i}_{abc} \quad (V) \quad (2.62)$$

Si $r_a = r_b = r_c = r$, lo cual es lo normal, se define entonces:

$$R_{abc} = r U_3 \quad (2.63)$$

donde U_3 es la matriz unidad de orden 3, luego se puede escribir (2.61) en forma separada así:

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{fDa} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{abc} & 0 \\ 0 & R_{fDa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_{abc} \\ \dot{i}_{fDa} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_{fDa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (V) \quad (2.64)$$

donde

$$V_{fda} = \begin{bmatrix} -v_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{i}_{fda} = \begin{bmatrix} i_f \\ i_d \\ i_a \end{bmatrix} \quad \gamma \quad \dot{\lambda}_{fda} = \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_f \\ \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_a \end{bmatrix}$$

La ecuación (2.64) es complicada por la presencia de coeficientes que varían en el tiempo en los términos $\dot{\lambda}$ pero esos términos pueden ser eliminados por la aplicación de la transformación de Park a las ecuaciones del estator. Esto requiere que ambos lados de (2.64) sean premultiplicados por:

$$\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U_s \end{bmatrix}$$

por definición

$$\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{abc} \\ v_{fda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{odq} \\ v_{fda} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

para el lado izquierdo de (2.64). Para el lado derecho se tiene en el primer término:

$$\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{abc} & 0 \\ 0 & R_{fda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{abc} & 0 \\ 0 & R_{fda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{odq} \\ i_{fda} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

para el segundo término se tiene que:

$$\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_{fda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_{fda} \end{bmatrix} \quad (v) \quad (2.67)$$

a partir de la transformación de Park se tiene que:

$$\lambda_{odq} = P \lambda_{abc}$$

al derivar se tiene:

$$\dot{\lambda}_{odq} = P \dot{\lambda}_{abc} + \dot{P} \lambda_{abc}$$

$$P \dot{\lambda}_{abc} = \dot{\lambda}_{odq} - \dot{P} \lambda_{abc} = \dot{\lambda}_{odq} - \dot{P} P^{-1} \lambda_{odq} \quad (2.68)$$

finalmente el tercer término del lado derecho de (2.64) se transforma de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P v_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{odq} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

donde por definición V_{0dq} es el voltaje entre neutro y tierra en el sistema de coordenadas o-d-q, y está presente únicamente si existe componente de secuencia cero.

Luego la ecuación (2.64) será de la forma:

$$\begin{bmatrix} V_{0dq} \\ V_{fda} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{abc} & 0 \\ 0 & R_{fda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_{fda} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_{0dq} \\ \lambda_{fda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{P}P^{-1}\lambda_{0dq} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{0dq} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Para condiciones balanceadas el voltaje de secuencia cero es cero. Para usar una notación más simple se tiene que:

$$R = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix}, \quad R_R = \begin{bmatrix} r_f & 0 & 0 \\ 0 & r_d & 0 \\ 0 & 0 & r_q \end{bmatrix}, \quad y \quad S = \begin{bmatrix} -\omega\lambda_q \\ \omega\lambda_d \end{bmatrix}$$

La matriz S es el resultado de realizar el producto $\dot{P}P^{-1}\lambda_{0dq}$. La matriz que contiene las ecuaciones de voltajes en el interior del generador tiene la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} V_{dq} \\ V_{fda} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dq} \\ i_{fda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_{dq} \\ \lambda_{fda} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

2.4.2. Formulación de las ecuaciones en el espacio de estado

El concepto de estado en sí no es nuevo ya que existe desde hace largo tiempo en el campo de la dinámica clásica y en otros campos. La teoría de control moderna también es esencialmente un método en el dominio del tiempo, mientras que la teoría de control convencional lo es en el dominio de la frecuencia compleja. Para una mejor comprensión de las ventajas que presenta la teoría de control moderna así como también para tener una idea clara de los criterios necesarios para realizar la formulación de las ecuaciones dinámicas de un sistema mediante el espacio de estado se recomienda remitirse a los siguientes textos: Ref. [3] cap 1 y Ref. [4], cap 14.

El principal objetivo es el derivar un grupo de ecuaciones que describan la dinámica de una máquina síncrona en la forma:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.72)$$

donde:

- x : vector de las variables de estado
- u : funciones que controlan el sistema(entradas)

f : grupo de funciones no lineales

Si las ecuaciones que describen la máquina síncrona son lineales la ecuación (2.72) toma la siguiente forma:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (2.73)$$

Al revisar la ecuación (2.70) puede verse que ésta representa un grupo de ecuaciones diferenciales de primer orden en las que están presentes los flujos ligados entre los devanados y las corrientes como dos grupos de variables mutuamente dependientes, por tanto se puede expresar el sistema de ecuaciones en función de uno de los dos grupos de variables. Existen numerosas posibilidades para elegir las variables de estado de este sistema, pero solo se hace mención de dos: (1) una está basada en la elección de las corrientes como las variables de estado; por ejemplo $X^t = [i_d, i_q, i_f, i_D, i_Q]$, donde se obtiene la ventaja de tener relaciones simples entre los voltajes v_a y v_b en las variables de estado (a través de la red de potencia conectada a los terminales de la máquina) y (2) un grupo tomando los flujos ligados como las variables de estado o sea

$X^t = [\lambda_d, \lambda_q, \lambda_f, \lambda_D, \lambda_Q]$. El modelo que se toma en este estudio es el que incluye las corrientes como variables de estado. Iniciando en (2.70), se pueden reemplazar los términos λ y

$\dot{\lambda}$ por los términos i e \dot{i} para esto el término $\dot{\lambda}$ debe ser calculado a partir de λ . En la figura 2.4 se presentan los devanados trifásicos sa-fa, sb-fb y sc-fc; el devanado de campo F-F', y dos devanados de amortiguamiento D-D' y Q-Q'. Las ecuaciones para los flujos ligados para estos seis circuitos son:

$$\begin{matrix} \text{estator} \\ \text{rotor} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_f \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{matrix} \right. = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{matrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{matrix} \quad \omega_b / \text{vuelta} \quad (2.74)$$

donde:

L_{jk} : inductancia propia cuando $j = k$
 L_{kj} : inductancia mutua cuando $j \neq k$

además $L_{jk} = L_{kj}$ en todos los casos y también los términos L_{jk} dependen del ángulo θ el cual representa la posición mecánica del rotor con respecto a un punto fijo, por lo que todos los términos en la matriz de inductancias (2.74) son variables en el tiempo ya que θ es una función del tiempo. Entonces el término $\dot{\lambda}$ en la ecuación de voltaje (2.60) no es simplemente $L \dot{i}$ y debe ser calculado como

$$\lambda = Li$$

$$\dot{\lambda} = Li + \dot{L}i$$

Las expresiones en función de θ para los términos L_{jk} obtenidos de la referencia [5] son:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_s + L_m \cos 2\theta \\ L_{bb} &= L_s + L_m \cos 2(\theta - 2\pi/3) \\ L_{cc} &= L_s + L_m \cos 2(\theta + 2\pi/3) \\ L_{FF} &= L_F \\ L_{DD} &= L_D \\ L_{QQ} &= L_Q \\ L_{ab} &= L_{ba} = -M_s - L_m \cos 2(\theta + \pi/6) \\ L_{bc} &= L_{cb} = -M_s - L_m \cos 2(\theta - \pi/2) \\ L_{ac} &= L_{ca} = -M_s - L_m \cos 2(\theta + 5\pi/6) \\ L_{FD} &= L_{DF} = M_R \\ L_{FQ} &= L_{QF} = 0 \\ L_{DQ} &= L_{QD} = 0 \\ L_{aF} &= L_{Fa} = M_F \cos \theta \\ L_{bF} &= L_{Fb} = M_F \cos(\theta - 2\pi/3) \\ L_{cF} &= L_{Fc} = M_F \cos(\theta + 2\pi/3) \\ L_{aD} &= L_{Da} = M_D \cos \theta \\ L_{bD} &= L_{Db} = M_D \cos(\theta - 2\pi/3) \\ L_{cD} &= L_{Dc} = M_D \cos(\theta + 2\pi/3) \\ L_{aQ} &= L_{Qa} = M_Q \sin \theta \\ L_{bQ} &= L_{Qb} = M_Q \sin(\theta - 2\pi/3) \\ L_{cQ} &= L_{Qc} = M_Q \sin(\theta + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (2.75)$$

donde L_s y L_m es el valor de inductancia propia máxima y mínima respectivamente.

En las expresiones anteriores $L_s > L_m$ y ambas L_s y L_m son constantes. L y M representan las inductancias propias y mutuas respectivamente entre los devanados. El signo presente en las expresiones depende del sentido de dirección adoptado para las corrientes y de la orientación de los devanados.

La ecuación (2.74) puede ser simplificada para así poder incluirla en el modelo, para realizar esto se utiliza la transformación de Park de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{FDB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{aA} \\ L_{aa} & L_{aA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P' & 0 \\ 0 & U_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDB} \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

donde:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= \text{inductancias estator-estator.} \\ L_{aA}, L_{AA} &= \text{inductancias estator-rotor.} \\ L_{RR} &= \text{inductancias rotor-rotor.} \end{aligned}$$

Realizando las operaciones indicadas en (2.76) y realizando las sustituciones de los elementos L_{jk} tenemos que:

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_f \\ \lambda_b \\ \lambda_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & KM_F & KM_b & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & 0 & KM_a \\ 0 & KM_F & 0 & L_F & M_R & 0 \\ 0 & KM_b & 0 & M_R & L_b & 0 \\ 0 & 0 & KM_a & 0 & 0 & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_b \\ i_a \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

donde:

$$\begin{aligned} L_d &= L_s + M_s + (3/2)L_m \\ L_0 &= L_s - 2M_s \\ L_q &= L_s + M_s - (3/2)L_m \\ K &= f(3/2) \end{aligned} \quad (2.78)$$

La ecuación (2.77) es arreglada en una forma más compacta como sigue:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{odq} \\ \lambda_{fba} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{odq} & L_m \\ L_m & L_{fba} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{odq} \\ i_{fba} \end{bmatrix}$$

donde L_m^t es la transpuesta de L_m , como después de las transformaciones aplicadas la matriz de inductancias tiene sólo términos constantes se determina que $\lambda = Li$. Sustituyendo esto en (2.70) reordenando términos y expandiendo la notación se tiene que:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ U_d \\ -v_f \\ v_b=0 \\ v_q \\ v_a=0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r + 3r_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & \omega L_q & \omega KM_a \\ 0 & 0 & r_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_b & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_d & -\omega KM_F & -\omega KM_b & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_f \\ i_b \\ i_q \\ i_a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r_0 + 3L_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & KM_F & KM_b & 0 & 0 \\ 0 & KM_F & L_F & M_R & 0 & 0 \\ 0 & KM_b & M_R & L_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_q & KM_a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & KM_a & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_f \\ i_b \\ i_q \\ i_a \end{bmatrix} \quad \text{volts.}$$

(2.79)

donde $K = \sqrt{3/2}$ como en (2.77). Debido a que w es una variable, la ecuación (2.79) es no lineal. Si la velocidad es asumida constante, lo cual es una buena aproximación se tiene que (2.79) es lineal.

La ecuación de voltaje (2.79) no está en una forma conveniente para el uso en los cálculos de ingeniería. Una dificultad es la gran diferencia que existe en los rangos de voltaje que manejan el estator y el rotor, ya que mientras en el estator se tiene un nivel de voltaje en el orden de los kilovoltios, el voltaje de campo es de un nivel mucho menor. Este problema puede ser solucionado por la normalización de las ecuaciones a un conveniente valor base y expresando todos los voltajes en por unidad (porcentaje) de la base.

Después de efectuar la conversión de todos los términos de (2.79) a sus correspondientes valores por unidad y haber realizado la normalización necesaria tenemos para condiciones balanceadas entre las corrientes i_a , i_b e i_c que:

$$\begin{bmatrix} U_d \\ -U_f \\ 0 \\ \hline U_q \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & | & \omega L_g & \omega K M_a \\ 0 & r_f & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_b & | & 0 & 0 \\ \hline -\omega L_d & -\omega K M_f & -\omega K M_b & | & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & r_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_b \\ \hline i_q \\ i_a \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} L_d & K M_f & K M_b & | & 0 & 0 \\ K M_f & L_f & M_R & | & 0 & 0 \\ K M_b & M_R & L_b & | & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & L_g & K M_a \\ 0 & 0 & 0 & | & K M_a & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_b \\ \hline i_q \\ i_a \end{bmatrix}$$

pu.

(2.80)

Es importante notar que la notación es idéntica entre (2.80) y (2.79). Esto es siempre posible si las cantidades bases son elegidas cuidadosamente (Un desarrollo completo sobre dicha elección y sobre la normalización de (2.79) se presenta en la Referencia [1], cap 4 Sec. 4.7-4.8.). En la ecuación (2.80) todos los valores deben ser expresados en por unidad, usando notación matricial, (2.80) se puede escribir como:

$$V = -(R + \omega N)\dot{i} - L\ddot{i} \quad \text{p.u.} \quad (2.81)$$

donde R es la matriz de resistencia y es una matriz diagonal de constantes, N es la matriz de los coeficientes inductivos de la velocidad de variación de voltaje y L es una matriz simétrica de inductancias constantes. Si se asume que la inversa de la matriz de inductancias existe se tiene que:

$$\ddot{i} = -L^{-1}(R + \omega N)\dot{i} - L^{-1}V \quad (2.82)$$

Esta es la ecuación de estado con la forma deseada. Pero esta ecuación no representa el funcionamiento completo de la máquina síncrona por lo que se debe agregar la ecuación que determina la mecánica involucrada en la máquina conocida como la ecuación de oscilación [sección 2.2]; además de la ecuación (2.82) las ecuaciones que representan el efecto de la carga eléctrica sobre la máquina, así como también se incluirá en una sección especial el efecto que causa sobre el funcionamiento de la máquina los mecanismos de excitación y gobernadores de velocidad.

2.4.2.1. Torque, potencia y carga eléctrica.

La potencia total trifásica en la salida de una máquina síncrona está dada por:

$$P_{sal} = v_{a1a} + v_{b1b} + v_{c1c} = V_{tabc} i_{abc} \quad \text{p.u.} \quad (2.83)$$

donde el superíndice t indica la transpuesta de V_{abc} . Pero utilizando la transformación de Park [Apéndice 1], se puede escribir:

$$i_{abc} = P^{-1} \dot{i}_{dq}$$

El vector de voltajes se puede también transformar de manera similar resultando que:

$$P_{sal} = V_{dq}^t (P^{-1})^t P^{-1} \dot{i}_{dq} \quad (2.84)$$

Tomando en cuenta la característica de ortogonalidad de P se puede decir que la potencia de salida en una máquina síncrona es invariante ante la transformación P , entonces:

$$P_{sal} = v_{a1a} + v_{a1a} + v_{c1c} \quad (2.85)$$

Para simplificar se asumen condiciones balanceadas pero no necesariamente condiciones de estado estable. Esto es $v_o = i_o = 0$ y:

$$P_{eal} = v_a i_a + v_a i_a \quad (2.86)$$

Luego sustituyendo v_a y v_a para la ecuación (2.71) tenemos que:

$$P_{sal} = -(i_d \lambda_d + i_q \lambda_q) + (i_q \lambda_d - i_d \lambda_q) \omega - r(i_d^2 + i_q^2) \quad (2.87)$$

Estos tres términos son identificables como la razón de cambio del campo de energía magnética del estator, la potencia transferida a través del entrehierro, y las pérdidas óhmicas en el estator respectivamente. El torque de la máquina es obtenido a partir del segundo término es:

$$T_{e\phi} = \frac{\partial W_{fld}}{\partial \theta} = \frac{\partial P_{fld}}{\partial \omega} = \frac{\partial [(i_q \lambda_d - i_d \lambda_q) \omega]}{\partial \omega} = i_q \lambda_d - i_d \lambda_q \quad (2.88)$$

Como los flujos ligados pueden ser expresados en términos de las corrientes a partir de la ecuación (2.77) expresada en p.u. se tiene:

$$\lambda_d = L_d i_d + \kappa M_f i_f + \kappa M_b i_b ; \quad \lambda_q = L_q i_q + \kappa M_a i_a \quad (2.89)$$

Entonces la ecuación (2.88) puede ser escrita como:

$$T_{e\phi} = \begin{bmatrix} L_d i_q & \kappa M_f i_q & \kappa M_b i_q & -L_q i_d & -\kappa M_a i_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_b \\ i_q \\ i_a \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

En la ecuación de oscilación el término del torque acelerante está dado como:

$$T_a = T_m - T_{e\phi}/3 - T_d = T_m - T_e - T_d \quad (2.91)$$

donde T_m es el torque mecánico, T_e es el torque eléctrico, y T_d es el torque de amortiguamiento el cual es conveniente expresarlo de la siguiente forma:

$$T_d = DW \quad (2.92)$$

donde D es una constante de amortiguamiento, luego sustituyendo (2.91) y (2.90) en la ecuación de oscilación (2.20) se tiene que:

$$\dot{\omega} = \frac{T_m}{\zeta_j} + \left[-\frac{L_d}{3\zeta_j} \dot{i}_q - \frac{KM_F}{3\zeta_j} \dot{i}_q - \frac{KM_b}{3\zeta_j} \dot{i}_q \quad \left| \quad \frac{L_q}{3\zeta_j} \dot{i}_d \quad \frac{KM_a}{3\zeta_j} \dot{i}_d \quad \left| \quad -\frac{D}{3\zeta_j} \right. \right] \begin{matrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_f \\ \dot{i}_b \\ \dots \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_a \\ \dots \\ \omega \end{matrix} \quad (2.93)$$

Donde $\zeta_j = 2HW_B$, depende de las unidades usadas para w y t . La expresión que determina la relación entre δ y w puede ser derivada de la relación que existe para la posición del eje d del rotor con respecto al eje de referencia sincrónico [Apéndice 1], se tiene que:

$$\theta = W_R t + \delta + \pi/2 \quad \text{rad} \quad (2.94)$$

entonces

$$\delta = W - 1 \quad (2.95)$$

Al agregar las ecuaciones (2.93) y (2.95) al set de ecuaciones (2.82) se tiene para cada máquina un set de ecuaciones de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{V}, T_m) \quad (2.96)$$

donde \mathbf{x} es el vector de séptimo orden (cinco corrientes, W y δ), y \mathbf{V} es un vector de voltajes que incluye v_d , v_a y v_f .

Asumiendo que v_f y T_m son conocidas, el set (2.96) no describe completamente la máquina síncrona debido a que v_d y v_a están presentes como variables. Para obtener ecuaciones para v_d y v_a en términos de las variables de estado, las condiciones terminales de la máquina deben ser conocidas. En otras palabras, las ecuaciones que describen la carga son requeridas.

Existen algunas formas para representar las cargas eléctricas en un generador síncrono (sección 2.3). Por

ejemplo, se puede considerar que la carga sea una impedancia constante, potencia constante, corriente constante o alguna composición de las tres. En el presente análisis se requiere una representación de carga que represente las relaciones que se producen entre los voltajes del generador, sus corrientes y su velocidad angular. Estas relaciones se encuentran a través de la solución de la red incluyendo las cargas, dados los voltajes terminales de las máquinas. Para ilustrar el efecto de la carga se presenta el problema de una máquina conectada a un bus infinito.

Considerando el sistema de la figura 2.3 donde una máquina síncrona es conectada a un bus infinito a través de una línea de transmisión que tiene resistencia R_e e inductancia L_e . El voltaje y corriente para la fase a son mostradas únicamente. Asumiendo que no existe acoplamiento mutuo entre fases (líneas separadas una distancia considerable). De la figura 2.2 se tiene que:

$$v_a = v_{\infty a} + R_e i_a + L_e \dot{i}_a$$

entonces

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\infty a} \\ v_{\infty b} \\ v_{\infty c} \end{bmatrix} + R_e U_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L_e U_s \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

En notación matricial (2.97) toma la forma siguiente:

$$V_{abc} = V_{\infty abc} + R_e U \dot{I}_{abc} + L_e U \ddot{I}_{abc} \quad (2.98)$$

Aplicando la transformación de Park [Apéndice 1] se tiene que:

$$V_{odq} = P V_{abc} = P V_{\infty abc} + R_e \dot{I}_{odq} + L_e P \ddot{I}_{abc} \quad \text{volt ó pu} \quad (2.99)$$

El primer término en el lado derecho de (2.99) puede ser llamado como $V_{\infty odq}$ y puede determinarse asumiendo que $V_{\infty abc}$ es un set de voltajes trifásicos balanceados, o sea que:

$$V_{\infty abc} = \sqrt{2} V_{\infty} \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \alpha) \\ \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

donde V_m es la magnitud del voltaje de fase rms. Usando las identidades trigonométricas para sistemas trifásicos [Apéndice 2] y la ecuación (2.94) donde $\theta = \omega t + \delta + \pi/2$.

Se tiene que:

$$V_{odq} = P V_{abc} = V_m \sqrt{3} \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(\delta - \alpha) \\ \cos(\delta - \alpha) \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

El último término en el lado derecho de (2.99) puede ser calculado de la manera siguiente; De la definición de la transformación de Park $\dot{i}_{odq} = P \dot{i}_{abc}$ al calcular su derivada se tiene que:

$$\dot{i}_{odq} = P \dot{i}_{abc} + \dot{P} i_{abc}$$

así

$$P \dot{i}_{abc} = \dot{i}_{odq} - \dot{P} i_{abc} = \dot{i}_{odq} - \dot{P} P^{-1} \dot{i}_{odq} \quad (2.102)$$

La cantidad $\dot{P} P^{-1}$ utilizando identidades trigonométricas (Apéndice 2) se puede calcular y tiene la siguiente forma:

$$\dot{P} P^{-1} = \omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

Así (2.99) puede ser escrita como:

$$V_{odq} = V_m \sqrt{3} \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(\delta - \alpha) \\ \cos(\delta - \alpha) \end{bmatrix} + R \dot{i}_{odq} + L \dot{\dot{i}}_{odq} - \omega L e \begin{bmatrix} 0 \\ -i_q \\ i_d \end{bmatrix} \text{ volt ó pu.} \quad (2.104)$$

La ecuación anterior representa las relaciones que existen entre el voltaje terminal del generador V_{odq} y las corrientes del generador i_{odq} para un ángulo de par δ dado.

Incorporando (2.104) dentro del sistema (2.81) se tiene que:

$$-L \dot{\dot{i}} = (R + \omega N) \dot{i} + \begin{bmatrix} -K \sin \delta + R i_d + L \dot{i}_d + \omega L e i_q \\ -V_e \\ 0 \\ K \cos \delta + R e i_q + L \dot{i}_q - \omega L e i_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

términos no son funciones de control pero si convierten el sistema en no lineal en función de la variable de estado δ .

Debido a que el sistema (2.108) es no lineal, la determinación de su estabilidad depende de encontrar una determinada función de Liapunov o a través de un método equivalente (Ref. [6] y [3]).

El modelo presentado anteriormente se constituye en uno de los modelos más detallados y exactos para representar la dinámica de una máquina síncrona, pero ante el inconveniente de obtener los valores de las inductancias mutuas entre los devanados de las máquinas que conforman el sistema de potencia de El Salvador, se tiene que plantear un modelo más simplificado cuidando siempre de que este modelo simplificado represente adecuadamente el funcionamiento de la máquina síncrona.

2.4.3. Modelo lineal simplificado para una máquina síncrona

Antes ya se ha mencionado el porqué de la necesidad de implementar un modelo más simplificado para representar la dinámica de una máquina síncrona. En la presente sección se presentará dicho modelo en una forma bastante detallada pero para el lector interesado en adquirir un conocimiento completo del origen del modelo se recomienda consultar la referencia [1] cap. 6.

2.4.3.1. La ecuación para E'

De las ecuaciones (2.77) y (2.80) las ecuaciones para el devanado de campo están dadas por:

$$v_F = r_F i_F + \dot{\lambda}_F \quad , \quad \lambda_F = L_F i_F + K M_F i_d \quad (2.109)$$

eliminando i_F se tiene que:

$$v_F = (r_F/L_F) \lambda_F + \dot{\lambda}_F - (r_F/L_F) K M_F i_d \quad (2.110)$$

La base para convertir una cantidad del rotor a una FEM equivalente en el estator es de que una corriente de campo i_F producirá una FEM igual a $i_F \omega_R M_F$ en el estator. Si el valor rms de esta FEM es E , entonces $i_F \omega_R M_F = \sqrt{2} E$ e $i_F \omega_R K M_F = \sqrt{3} E$ en unidades MKS. Si el valor rms de esta FEM E es denotado por E_{FD} la FEM del eje d en el estator correspondiente a un voltaje de campo v_F es:

$$(v_F/r_F) \omega_R K M_F = \sqrt{3} E_{FD} \quad (2.111)$$

Usando las definiciones anteriores se tiene para (2.110) en el dominio de S .

$$E_{FD} = (1 + \tau_{do} s) E'_q - (X_d - X'_d) I_d \quad (2.112)$$

donde:

$$\begin{aligned} I_d &= i_d / \sqrt{3} \\ \tau_{do} &= \text{constante de tiempo transitorio para el eje d} \\ \tau_{do} &= L_F / r_F \\ \sqrt{3} E'_q &= w R K_M F \quad F / L_F \\ S &= \text{variable de la transformada de Laplace} \end{aligned}$$

También usando la anterior definición para E'_q se puede arreglar el segundo término de la ecuación (2.109) como sigue:

$$E'_q = w R K_M F i_F / \sqrt{3} + (X_d - X'_d) I_d = E_{FD} + (X_d - X'_d) I_d \quad (2.113)$$

2.4.3.2. Linealización de las ecuaciones de carga.

En la ecuación (2.104) en donde se presentan las ecuaciones de voltaje afectadas por la carga los terminales que representan λ_d y λ_q pueden ser despreciados si se comparan con el efecto producido por los términos $w \lambda_q$ y $w \lambda_d$ que representan la velocidad de cambio en el voltaje. Despreciando la resistencia de los devanados del estator. Asumiendo además condiciones balanceadas y despreciando el efecto de la saturación se tiene de (2.104) y (2.80) que:

$$\begin{aligned} -w R L_{q1} i_q &= -\sqrt{3} V_m \sin(\delta - \alpha) + R e_{id} + w R L_{e1} i_q = V_d \\ v_q &= w R L_{d1} i_d + w R K_M F i_F = \sqrt{3} V_m \cos(\delta - \alpha) + R e_{iq} - w R L_{e1} i_d \end{aligned} \quad (2.114)$$

Al revisar la respuesta de un sistema de potencia ante pequeños impactos o cambios se puede comprobar que cuando el sistema está sujeto a pequeños cambios de carga, éste tiende a adquirir un nuevo estado de operación. Durante la transición entre el estado inicial y el nuevo estado el funcionamiento del sistema es oscilatorio. Si los dos estados son tales que todas las variables de estado cambian solo ligeramente (por ejemplo, la variable X_i cambia desde

X_{i0} a $X_{i0} + \Delta X_i$ donde ΔX_i es un pequeño cambio en X_i , el sistema estará funcionando cerca del estado inicial.

La respuesta dinámica de un sistema lineal es determinada por su ecuación característica. Las respuestas forzada y libre del sistema son determinadas por las raíces de esta ecuación.

En las ecuaciones planteadas hasta aquí se han presentado dos tipos de alinealidades: productos no lineales y funciones trigonométricas. Como un ejemplo de productos no lineales se considera el producto $X_i X_j$. Considerando que las variables de estado X_i y X_j tienen los valores iniciales X_{i0} y X_{j0} . Entonces los cambios en estas variables son ΔX_i y ΔX_j . El producto inicial está dado por $X_{i0} X_{j0}$. El nuevo valor será.

$$(X_{i0} + \Delta X_i)(X_{j0} + \Delta X_j) = X_{i0} X_{j0} + X_{i0} \Delta X_j + X_{j0} \Delta X_i + \Delta X_i \Delta X_j$$

El último término tendrá un valor lo suficientemente pequeño y por tanto puede ser despreciado. Si para una aproximación de primer orden el cambio en el producto $X_i X_j$ está dado por

$$(X_{i0} + \Delta X_i)(X_{j0} + \Delta X_j) - X_{i0} X_{j0} = X_{j0} \Delta X_i + X_{i0} \Delta X_j$$

(2.115)

Se debe notar que X_{j0} y X_{i0} son cantidades conocidas y son tratadas aquí como coeficientes, mientras que ΔX_i y ΔX_j son variables.

Las alinealidades trigonométricas son tratadas en una manera similar así tenemos que:

$$\cos(\delta_0 + \Delta \delta) = \cos \delta_0 \cos \Delta \delta - \sin \delta_0 \sin \Delta \delta$$

donde $\cos \approx 1$ y $\sin \Delta \delta \approx \Delta \delta$, entonces:

$$\cos(\delta_0 + \Delta \delta) - \cos \delta_0 \approx (-\sin \delta_0) \Delta \delta \quad (2.116)$$

El cambio por incrementos en $\cos \delta$ es entonces $(-\sin \delta) \Delta \delta$; la variable por incrementos es $\Delta \delta$ y el coeficiente es $-\sin \delta$. Similarmente, se puede obtener el cambio por incrementos para el término $\sin \delta$ el cual está dado por:

$$\sin(\delta_0 + \Delta \delta) - \sin \delta_0 \approx (\cos \delta_0) \Delta \delta \quad (2.117)$$

(2.125)

$$E_{ga} = K_3 E_{rda} / (1 + K_3 \tau_{do} s) - K_3 K_4 \delta_a / (1 + K_3 \tau_{do} s)$$

Luego despejando E_{ga} de (2.122) se tiene en el dominio de s que:

(2.124)

$$K_4 = V_{do} K_2 (X_d - X'_d) [(X_q + X_e) \text{sen}(\delta_o - \alpha) - R \text{ecoss}(\delta_o - \alpha)]$$

(2.123)

$$1/K_3 = 1 + K_1 (X_d - X'_d) (X_q + X_e)$$

donde se definen:

(2.122)

$$E_{rd} = (1/K_3 + \tau_{do} s) E_{ga} + K_4 \delta_a$$

que:

Si se sustituye I_{da} en la ecuación (2.112) resulta

(2.121)

$$K_1 = 1 / [R_o^2 + (X_q + X_e)(X'_d + X_e)]$$

donde

(2.120)

$$\begin{bmatrix} I_{da} \\ I_{qa} \end{bmatrix} = K_1 \begin{bmatrix} -(X_q + X_e) R_o \\ R_o \cos(\delta_o - \alpha) - (X_q + X_e) \text{sen}(\delta_o - \alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ga} \\ V_{do} \delta_a \end{bmatrix}$$

calcula que:

Solucionando la ecuación (2.119) para I_{da} e I_{qa} se

(2.119)

$$R_e I_{da} + (X_q + X_e) I_{qa} = [V_{do} \cos(\delta_o - \alpha)] \delta_a$$

$$-(X_d + X_e) I_{da} + R_e I_{qa} = E_{ga} + [V_{do} \text{sen}(\delta_o - \alpha)] \delta_a$$

Sustituyendo $WRKMr$ de la ecuación (2.113) en la ecuación (2.118) y reorganizando términos se tiene que $I_a = I_1 / \sqrt{3}$ entonces

donde: $K = \sqrt{3} V_{do}$, $K = f(\beta/2)$ y V_{do} es el voltaje del bus infinito a neutro.

(2.118)

$$0 = -R_e I_{da} - (X_q + X_e) I_{qa} + [K \cos(\delta_o - \alpha)] \delta_a$$

$$0 = -R_e I_{qa} + (X_d + X_e) I_{da} + WRKMr + [K \text{sen}(\delta_o - \alpha)] \delta_a$$

Aplicando los principios de linealización antes mencionados se tiene para la ecuación (2.114) que:

Al revisar las expresiones anteriores para K_3 y K_4 se puede identificar que K_3 es un factor de impedancia que toma en cuenta el efecto de carga de la impedancia externa y K_4 caracterizada como el efecto desmagnetizante ante un cambio en el ángulo del rotor.

2.4.3.3. Ecuación del torque eléctrico.

El torque eléctrico T_e en p.u. es numéricamente igual a la potencia trifásica. Entonces:

$$T_e = (1/3)(v_d i_d + v_q i_q) = v_d i_d + v_q i_q \quad \text{p.u.} \quad (2.126)$$

siempre bajo las asunciones hechas para este modelo donde:

$$\begin{aligned} v_d &= -X_q i_q \\ v_q &= X'_d i_d + \omega r k M_f i_F / 3 \end{aligned} \quad (2.127)$$

Sustituyendo (2.113) en la segunda ecuación de (2.127) se tiene:

$$\begin{aligned} v_d &= -X_q i_q \\ v_q &= X'_d i_d + E'_q \end{aligned} \quad (2.128)$$

Luego de (2.126) y (2.128) se tiene que:

$$\begin{aligned} T_{ea} &= I_{q0} E'_q + [E'_{q0} - (X_q - X'_d) I_{d0}] I_{qa} - (X_q - X'_d) I_{q0} I_{da} \\ T_{ea} &= I_{q0} E'_q + E'_{q0} I_{qa} - (X_q - X'_d) I_{q0} I_{da} \end{aligned} \quad (2.130)$$

donde

$$E'_{q0} = E'_{q0} - (X_q - X'_d) I_{d0} \quad (2.131)$$

Luego sustituyendo (2.120) y (2.121) en (2.130) se tiene que:

$$\begin{aligned}
T_{eA} = & K_I V_{oo} \{ E_{qo} [R_e \sin(\delta_o - \alpha) + (X'd + X_e) \cos(\delta_o - \alpha)] \\
& + I_{qo} (X_q - X'd) [(X_q + X_e) \sin(\delta_o - \alpha) - R_e \cos(\delta_o - \alpha)] \} S_A \\
& + K_I \{ I_{qo} [R_e^2 + (X_q + X_e)^2] + E_{qo} R_e \} E'_{qA} \\
T_{eA} = & K_1 S_A + K_2 E'_{qA} \quad (2.132)
\end{aligned}$$

donde K_1 es el cambio en el torque eléctrico ante los cambios en el ángulo del rotor cuando el flujo ligado con el eje d se mantiene constante. K_1 es denominado como coeficiente sincronizante del torque, entonces:

$$\begin{aligned}
K_1 = & \frac{T_{eA}}{S_A} \Big|_{E'_q = E'_{qo}} \\
K_1 = & K_I V_{oo} \{ E_{qo} [R_e \sin(\delta_o - \alpha) + (X'd + X_e) \cos(\delta_o - \alpha)] \\
& + I_{qo} (X_q - X'd) [(X_e + X_q) \sin(\delta_o - \alpha) - R_e \cos(\delta_o - \alpha)] \} \quad (2.133)
\end{aligned}$$

y K_2 es el cambio en el torque eléctrico ante los cambios en el flujo ligado con el eje d cuando se mantiene constante el ángulo del rotor.

$$K_2 = \frac{T_{eA}}{E'_{qA}} \Big|_{S=S_o} = K_I \{ R_e E_{qo} + I_{qo} [R_e^2 + (X_q + X_e)^2] \} \quad (2.134)$$

2.4.3.4. Ecuación del voltaje terminal.

La ecuación para el voltaje terminal en una máquina sincrónica está dada por

$$V_t^2 = (1/3)(v_d^2 + v_q^2)$$

y para variables rms se tiene que:

$$V_t^2 = V_d^2 + V_q^2 \quad (2.135)$$

Al linealizar esta ecuación se tiene que:

$$V_{tA} = (V_{do}/V_{to}) V_{dA} + (V_{qo}/V_{to}) V_{qA} \quad (2.136)$$

Sustituyendo (2.128) en la ecuación (2.136) se calcula que:

$$V_{tA} = -(V_{d0}/V_{t0}) X_q I_{qa} + (V_{q0}/V_{t0})(X'_d I_{da} + E'_{qa}) \quad (2.137)$$

Sustituyendo I_{qa} e I_{da} de (2.120) en la ecuación (2.137) se tiene que:

$$\begin{aligned} V_{tA} = & \{ (K_1 V_{d0} X'_d V_{q0}/V_{t0}) [R_e \cos(\delta_0 - \alpha) - (X_q + X_e) \sin(\delta_0 - \alpha)] \\ & - (K_1 V_{d0} X_q V_{d0}/V_{t0}) [(X'_d + X_e) \cos(\delta_0 - \alpha) + R_e \sin(\delta_0 - \alpha)] \} \delta_A \\ & + \{ (V_{q0}/V_{t0}) [1 - K_1 X'_d (X_q + X_e)] - (V_{d0}/V_{t0}) K_1 X_q R_e \} E'_{qa} \end{aligned}$$

$$V_{tA} = K_5 \delta_A + K_6 E'_{qa} \quad (2.138)$$

donde K_5 es el cambio en el voltaje terminal V_t ante cambios en el ángulo del rotor cuando se mantiene constante el flujo ligado al eje d, o sea:

$$\begin{aligned} K_5 = & \frac{V_{tA}}{\delta_A} \Big|_{E'_q = E'_{q0}} \\ K_5 = & (K_1 V_{d0} X'_d V_{q0}/V_{t0}) [R_e \cos(\delta_0 - \alpha) - (X_q + X_e) \sin(\delta_0 - \alpha)] \\ & - (K_1 V_{d0} X_q V_{d0}/V_{t0}) [(X'_d + X_e) \cos(\delta_0 - \alpha) + R_e \sin(\delta_0 - \alpha)] \end{aligned} \quad (2.139)$$

y K_6 es el cambio en el voltaje terminal V_t ante cambios en el flujo ligado al eje d cuando el ángulo del rotor es constante, o sea:

$$\begin{aligned} K_6 = & \frac{V_{tA}}{E'_{qa}} \Big|_{\delta = \delta_0} \\ K_6 = & (V_{q0}/V_{t0}) [1 - K_1 X'_d (X_q + X_e)] - (V_{d0}/V_{t0}) K_1 X_q R_e \end{aligned} \quad (2.140)$$

2.4.4. Representación del modelo simplificado mediante el espacio de estado.

Las ecuaciones del modelo simplificado que se presentó en la sección anterior pueden ser resumidas como sigue:

$$\begin{aligned} K_3 \tau_{d0} \dot{E}'_{qa} + E'_{qa} &= K_3 E_{FD} - K_3 K_4 \delta_A \\ T_{eA} &= K_1 \delta_A + K_2 E'_{qa} \\ V_{tA} &= K_5 \delta_A + K_6 E'_{qa} \\ \tau_j \dot{\omega}_A &= T_{mA} - T_{eA} - D\omega \\ \dot{\delta}_A &= \omega_A \end{aligned} \quad (2.141)$$

Del set de ecuaciones (2.141) se elimina V_{d0} ya que esta ecuación será integrada al modelo cuando se introduzca el mecanismo de excitación en una sección posterior; además sustituyendo la ecuación para T_{eA} en la ecuación de oscilación se tiene (2.141) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{E}'_q &= -(1/(\kappa_3 \tau_{d0})) E'_q - (\kappa_4 / \tau_{d0}) \delta + (1/\tau_{d0}) E_{FD} \\ \dot{\omega} &= -(\kappa_2 / \tau_j) E'_q - (\kappa_1 / \tau_j) \delta + (1/\tau_j) T_m \\ \dot{\delta} &= \omega \end{aligned} \quad (2.142)$$

Luego se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \dot{E}'_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/(\kappa_3 \tau_{d0}) & 0 & -\kappa_4 / \tau_{d0} \\ -\kappa_2 / \tau_j & 0 & -\kappa_1 / \tau_j \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/\tau_{d0} & 0 \\ 0 & 1/\tau_j \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{FD} \\ T_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.143)$$

donde

$$\tau_j = 2HWR$$

En la ecuación anterior las funciones de control E_{FD} y T_m son determinadas por la descripción detallada de los sistemas de regulación de excitación y gobernador de velocidad de la turbina respectivamente.

2.4.5. Modelo que se utilizará en el estudio multimáquinas (Modelo de dos ejes)

En el modelo de dos ejes los efectos transitorios son determinados por los circuitos del rotor, los cuales son el circuito de campo en el eje d y un circuito equivalente en el eje q. Una asunción adicional hecha en este modelo es que en las ecuaciones de voltaje en el estator, los términos $\dot{\lambda}_d$ y $\dot{\lambda}_q$ son despreciables al ser comparados con los términos de cambio de voltaje $w\lambda$ y que $w \approx w_R = 1$ p.u.

La máquina así tendrá dos circuitos para el estator y dos circuitos para el rotor; además, el número de ecuaciones diferenciales que describen estos circuitos es reducido en dos ya que los términos $\dot{\lambda}_d$ y $\dot{\lambda}_q$ son despreciados en las ecuaciones de voltaje del estator.

Es importante señalar que el objeto de modelar la máquina en diferentes niveles de complejidad va enfocado al cálculo del par electromagnético durante el periodo transitorio o

dinámico. de tal forma que los flujos encadenados y corrientes que influyen sobre el pár deben ser considerados en algunos casos y no ser tomados en cuenta en otros.

El flujo ligado transitorio en el estator es definido por:

$$\lambda'_d \approx \lambda_d - L'_{d' d} i_d \quad , \quad \lambda'_q \approx \lambda_q - L'_{q' q} i_q \quad (2.144)$$

y los correspondientes voltajes en el estator están definidos por:

$$e'_d \approx -\omega \lambda'_q = -\omega \lambda'_q \quad , \quad e'_q \approx \omega \lambda'_d = \omega \lambda'_d \quad (2.145)$$

de las asunciones hechas y de la ecuación (2.71) se tiene que:

$$v_d = -r i_d - \omega \lambda_q \quad , \quad v_q = -r i_q + \omega \lambda_d \quad (2.146)$$

Luego sustituyendo (2.144) y (2.145) en (2.146) se calcula que:

$$v_d = -r i_d - \omega L'_{q' q} i_q + e'_d \quad , \quad v_q = -r i_q + \omega L'_{d' d} i_d + e'_q \quad (2.147)$$

o también

$$e'_d = v_d + r i_d + X'_{d' q} i_q + (X'_{q' d} - X'_{d' d}) i_q \quad (2.148)$$

$$e'_q = v_q + r i_q - X'_{d' d} i_d$$

ya que el término $(X'_{q' d} - X'_{d' d}) i_q$ es generalmente muy pequeño se puede escribir aproximadamente

$$e'_d \approx v_d + r i_d + X'_{d' q} i_q \quad (2.149)$$

Los voltajes e'_q y e'_d son las componentes q y d del voltaje e' atrás de la reactancia transitoria. Debido a que e'_d y e'_q son los voltajes del estator en los ejes d y q, ellos representan $\sqrt{3}$ veces el equivalente voltaje rms del estator, entonces $e'_q = \sqrt{3} E'_q$ y $e'_d = \sqrt{3} E'_d$. También en este modelo el voltaje e' , el cual corresponde al flujo ligado transitorio en la máquina no es constante sino que cambia de acuerdo a los cambios en el flujo ligado de los circuitos d y q del rotor.

A continuación únicamente se presentan las ecuaciones que definen este modelo ya que en un capítulo posterior se presentará el desarrollo de un estudio multimáquinas en el cual se profundizará en muchos más detalles en cuanto al modelo de los dos ejes presentado en esta sección, el sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$\tau_{qoi} \dot{E}'_{di} = -E'_{di} + (X_{qi} - X'_i) I_{qi}$$

$$\tau_{doi} \dot{E}'_{qi} = E_{Fdi} - E'_{qi} + (X_{di} - X'_i) I_{di}$$

$$\tau_{ji} \dot{\omega}_i = T_{mi} - D_i \omega_i - I_{dio} E'_{di} - I_{qio} E'_{qi} - E'_{dio} I_{di} - E'_{qio} I_{qi}$$

$$\dot{\delta}_i = \omega_i$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$n =$ número de generadores.

(2.150)

2.5. Descripción funcional y modelado de sistemas de excitación.

2.5.1. Descripción funcional

El regulador de voltaje es diseñado para controlar en forma automática, el voltaje en los terminales del generador ante diversas condiciones de operación similares a variaciones de carga, perturbaciones fuertes del sistema, operación aislada o paralelo, etc.

La respuesta de un regulador de voltaje, debe ser lo más rápida posible para así evitar una caída excesiva del voltaje en terminales de los generadores, después de alguna perturbación en el sistema (fallos) o bien, variaciones de voltaje que puedan producir entre otros problemas, oscilaciones de potencia reactiva dentro de la red de transmisión.

Los reguladores, estructuralmente presentan cuatro secciones:

- a) Control automático o regulador
- b) Control manual
- c) Excitador
- d) Sistema de límite o protección

La figura 2.6 muestra los componentes básicos de un AVR.

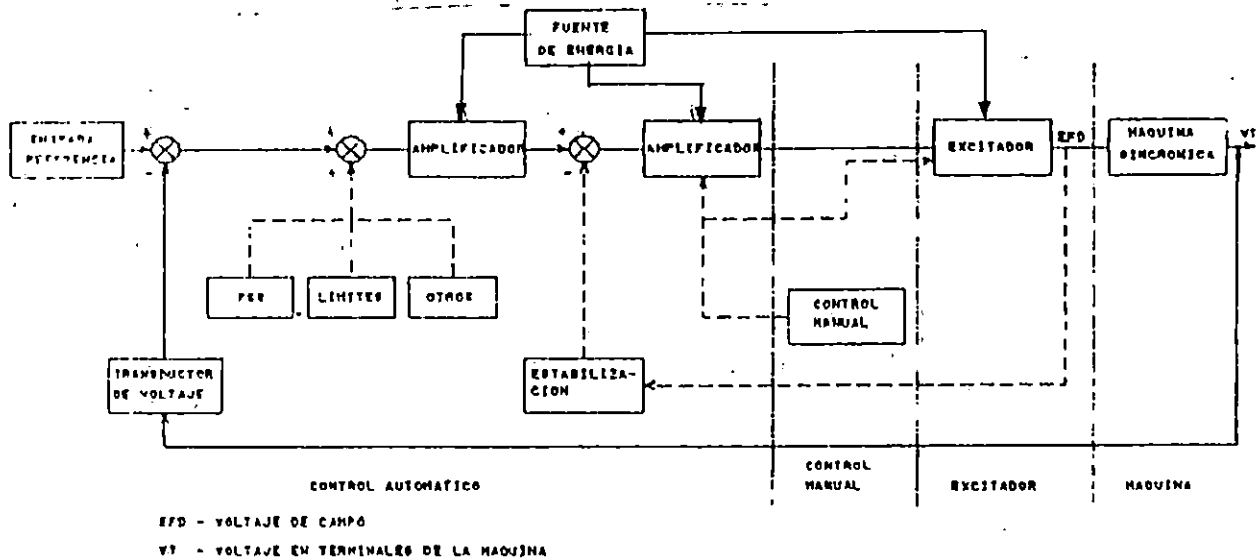


Figura 2.6 Regulador de voltaje.

El lazo de control automático, se considera el cerebro del control de voltaje, este elemento recibe información del comportamiento del voltaje en terminales del generador, procesa esta información y genera la señal para modificar el voltaje de campo y llevar el voltaje del generador al valor deseado. En este bloque, se definen las características de respuesta de control de voltaje, a través de la selección del ajuste de sus respectivos parámetros (constantes de tiempo y ganancias).

Existen funciones adicionales como los limitadores, estabilizador de sistemas de potencia y compensadores de corriente reactiva principalmente. Los limitadores protegen al generador contra sobre ó subexcitación, limitando la operación de la máquina dentro de su respectiva curva de capacidad.

El estabilizador de sistemas de potencia (PSS), es un elemento incluido al regulador, con el propósito de mejorar la característica de comportamiento del control de voltaje, aumentando la rapidez y amortiguamiento de su respuesta.

El compensador de corriente reactiva, es utilizado como una unidad opcional, con el propósito de realizar un reparto equitativo de la potencia reactiva requerida en el sistema, entre las unidades en operación. Esta característica es denominada como la regulación de voltaje y puede presentarse en dos formas:

- a) Compensador de corriente cruzada (RCC)

b) Compensador de línea XDC, RDC

El compensador RCC modifica la potencia reactiva en la unidad generadora, para lograr un reparto equitativo entre los generadores del sistema. Los compensadores XDC y RDC son aplicados para caída de voltaje, en una línea de transmisión (normalmente, la línea de salida del generador), XDC compensa la caída por inductancia y RDC por resistencia, lográndose un control de voltaje a distancia.

Existe otro elemento de compensación con características de limitador. Es denominado compensador de caída de frecuencia V/F; su función principal es evitar una sobreexcitación de la unidad para mantener el voltaje en terminales cuando la velocidad de la turbina disminuye en forma pronunciada.

Los amplificadores y el sistema de estabilización mostrados en la figura 2.6 pueden considerarse los elementos de regulación que generan el error o desviación de voltaje en terminales de la máquina y con base en ello, se define la señal de control con la dosificación de amplificación y retardo, definida por el ajuste de sus respectivos parámetros. De acuerdo a la estructura de estos elementos, se pueden considerar reguladores proporcionales, proporcional-integral y proporcional-integral-derivativo.

El transductor de voltaje, convierte el voltaje del generador (KV) en niveles de voltaje de acuerdo a los circuitos de control (voltios), luego este voltaje, es comparado con la señal de referencia generada por el equipo de entrada de referencia denominado comúnmente 90R, para obtener una señal de error representativa de la desviación del voltaje en terminales del generador.

El control manual como su nombre lo indica, permite controlar el voltaje del generador en forma manual. Estructuralmente está compuesto por un sistema seguidor del lazo automático y una referencia, con base en estas dos señales, se genera un nivel de voltaje para realizar la corrección del voltaje en terminales del generador al nivel deseado. En la figura 2.7 se muestra un diagrama de bloques esquemático del lazo de control manual.

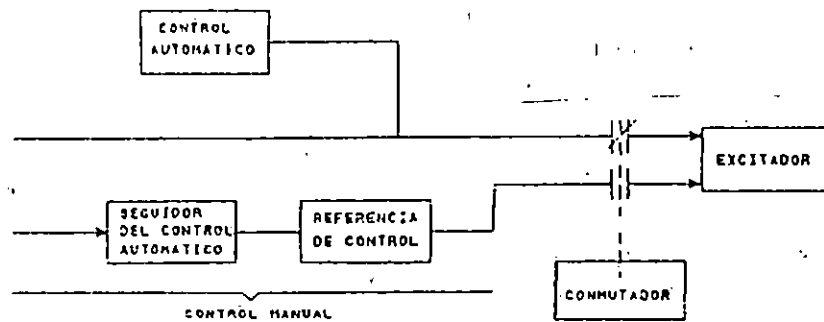


Figura 2.7 Control manual.

El bloque de seguimiento del lazo de control automático, es importante para evitar un cambio brusco en el voltaje en terminales del generador, en el instante de la conmutación del control automático al manual. Este elemento sigue continuamente el comportamiento del lazo automático y con base en éste, modifica continuamente el nivel de la señal de referencia, de esta forma la señal de referencia del control manual siempre presenta una magnitud idéntica a la señal generada por el lazo automático.

El sistema de excitación, debe generar el voltaje en corriente directa, necesario para excitar el devanado de campo del generador y de acuerdo con la señal de control (automático-manual). Los equipos utilizados para generar el voltaje de campo, han sido máquinas de corriente directa (generadores de corriente directa en sus conexiones, amplidina, etc.), y recientemente, se utiliza el puente de rectificación de tiristores.

Desde el punto de vista constructivo, los elementos descritos, inicialmente fueron de tipo electromecánico y máquinas de corriente directa. Con el desarrollo de la electrónica, cada elemento fue sustituido por circuitos electrónicos.

2.5.2. Características del modelado de reguladores de voltaje.

Para obtener el modelo matemático de un regulador, debe realizarse un análisis de todos y cada uno de sus componentes, definir cuáles de estos deben ser incluidos y formular posteriormente un diagrama de bloques genérico del regulador.

Considerando que el modelo del regulador será aplicable en el análisis de estabilidad, sus sistemas de protección y

control manual no son representados debido a que el interés, está en la regulación automática de voltaje.

La función principal de un regulador de voltaje es ajustar continuamente el nivel de excitación del devanado de campo del generador, de modo que el voltaje en los terminales de la máquina, se mantenga en un nivel preestablecido.

Dentro de los requerimientos del comportamiento de un regulador de voltaje en un sistema eléctrico pueden mencionarse:

a) Regular y mantener estable la tensión del generador en régimen permanente.

b) En caso de contingencias recuperar rápidamente el nivel de voltaje.

c) Evitar que las magnitudes eléctricas en la máquina sobrepasen los límites de operación (sub y sobreexcitación).

d) Coordinar la distribución de potencia reactiva entre las máquinas conectadas a la red.

e) Aumentar el nivel de amortiguamiento de las oscilaciones en el sistema.

Los requerimientos para un excitador desde el punto de vista de estabilidad, difieren dependiendo del estado dinámico en que se encuentre el sistema, específicamente, en los primeros ciclos después de ocurrida una perturbación fuerte, el voltaje en el sistema tiende a reducirse dramáticamente y el regulador debe actuar de acuerdo a esta condición (respuesta rápida), mientras que después de varios ciclos de ocurrida, las variaciones de voltaje son lentas, por lo cual, su respuesta debe actuar en forma lenta, de acuerdo a las condiciones de variación de voltaje. Esta característica puede ocasionar que la presencia de este control en el sistema sea de beneficio en un caso, pero en otro ocasionar inestabilidad.

2.5.3. Efecto del sistema de excitación en la estabilidad.

Al ocurrir un disturbio en un sistema se tiene una reacción natural de los generadores para contrarrestar la perturbación, de esta forma se inicia la dinámica de la máquina síncrona que en casos extremos produce la pérdida de sincronismo del sistema.

El control de las máquinas síncronas trata de mantener el voltaje en terminales y la velocidad en valores

especificados, sin embargo, los controles toman cierto tiempo en responder y en algunos casos la reacción del sistema es tan rápida que se tienen efectos indeseables antes de que éstos intervengan.

El control de la excitación de generadores ha evolucionado substancialmente a través del tiempo logrado en los últimos años, tiempos de respuesta muy pequeños. Sin embargo, su acción se manifiesta a través del generador sincrónico resultando una combinación en serie de efectos.

Adicionalmente se debe tener presente que los controles de excitación actúan bajo condiciones de operación muy diferentes, incluyendo la ocurrencia de fallas, diversos niveles de carga, tiempos de liberación de falla variables y distintos tipos de disturbios. Por esta razón es importante analizar el impacto del sistema de excitación en la estabilidad de un sistema ante diferentes perturbaciones.

2.5.3.1. Características de respuesta.

Al ocurrir un evento la máquina detectará el disturbio por los cambios en las relaciones de voltaje y corriente, activando la detección del error, el regulador de voltaje definirá la magnitud de la acción de control y el excitador realizará los cambios necesarios, en equipos y controles, para modificar el voltaje de excitación de la máquina.

Se debe señalar que el mayor obstáculo para lograr un control efectivo del voltaje terminal es la inercia electromagnética de los devanados de la máquina sincrónica. De esta manera, al ocurrir una perturbación en la red se tendrá un cambio en las corrientes de armadura de la máquina. Esto provocará a su vez una variación en todas las corrientes de los devanados del rotor, tratando de mantener los encadenamientos de flujo constantes. Las constantes de tiempo que definen esta dinámica impiden un efecto inmediato del sistema de excitación, aún cuando sea muy rápido y logre un cambio en el voltaje de campo en pocos ciclos. Al final de la sección 2.5.2 se plantean dos condiciones de funcionamiento del regulador las cuales pueden ser agrupadas en:

- a) Estabilidad transitoria
- y
- b) Estabilidad dinámica

- Desde el punto de vista de estabilidad transitoria, la máquina se ve sujeta a perturbaciones fuertes como fallas en la red de transmisión, estas ocasionan una reducción pronunciada en la magnitud de voltaje y a la vez, en la

potencia activa transmitida en el sistema (potencia de sincronización).

El comportamiento del sistema durante una perturbación y en los primeros instantes después de ocurrida, es fuertemente afectado por:

- a) Tipo de perturbación
- b) Localización y tiempo de falla
- c) Parámetros de la turbina y generador
- d) Generación de fuerzas sincronizadoras

El tipo de perturbación, localización y tiempo de falla definen la severidad del impacto sobre la máquina, mientras los parámetros de la turbina-generador y la generación de fuerzas sincronizantes, definen la capacidad del generador para mantener el sincronismo.

Los parámetros de turbina-generador principalmente son, la constante de inercia, reactancia transitoria y la constante de tiempo del campo del generador.

La inercia es importante para evitar una aceleración elevada durante alguna perturbación y por ende la pérdida de sincronismo. Desde el punto de vista de estabilidad transitoria, se requiere entonces una alta inercia y baja reactancia, sin embargo en los nuevos diseños de generadores se tiende a todo lo contrario: inercias en reducción y reactancias en aumento, por lo cual, se requiere controlar la aceleración del generador a través de otros medios. Estos en principio deben evitar movimientos bruscos en la potencia eléctrica transmitida por los generadores hacia la red; en otras palabras se generan las fuerzas sincronizantes requeridas para evitar la pérdida de sincronismo. Debido a esta característica, se requieren dos condiciones de funcionamiento del regulador, una es, muy alta velocidad de respuesta y un voltaje máximo (voltaje de techo) alto para recuperar el voltaje de la máquina y el sistema en el menor tiempo posible.

Es importante notar que si el tiempo de falla es muy prolongado, el efecto del regulador de voltaje, puede ser insignificante, debido al gran aumento experimentado en la aceleración de la máquina.

- Desde el punto de vista de estabilidad dinámica, se ha reportado en la literatura, que la rapidez en la respuesta de los reguladores para mantener el voltaje en el sistema, durante perturbaciones muy fuertes y aumentar el índice de estabilidad transitoria no necesariamente ha sido

adecuada para amortiguar las oscilaciones, y provocar inestabilidad.

La dinámica del sistema en su operación normal o después de varios segundos de ocurrida alguna perturbación, se caracteriza por pequeños cambios o perturbaciones, similares a cambios de carga que ocasionan un movimiento oscilatorio lento en las variables del sistema.

Durante el proceso dinámico de un sistema de potencia, se presentan cambios en el voltaje en terminales de los generadores, estos cambios, son advertidos en los reguladores y se tratarán de corregir buscando un nivel constante en la magnitud del voltaje y de acuerdo a una referencia preestablecida. Debido a que la constante de tiempo efectiva del campo de los generadores es del orden de los segundos (5 a 10 seg.), ocurre que desde el instante en que un cambio de voltaje es reconocido por el regulador hasta que se realiza la acción de corrección, existe un retardo de tiempo durante el cual, el estado de la oscilación de la respuesta del sistema ha cambiado, sin embargo el regulador de acuerdo a su rapidez, la orden de cambio que produjo, no necesariamente será la adecuada para amortiguar la oscilación y mas bien puede causar un nuevo movimiento en el voltaje y aumentar la amplitud de las oscilaciones. Cualitativamente se puede observar la característica del efecto del regulador en la respuesta de un sistema similar a la figura 2.8.

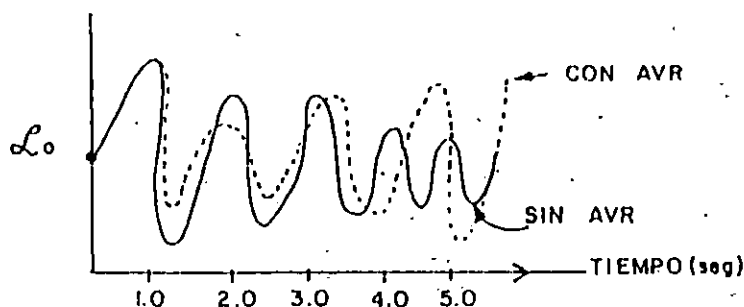


Figura 2.8 Respuesta del AVR

2.5.3.2. Dinámica del sistema de excitación.

Existen muy diversos tipos de sistemas de excitación cada uno en diferentes características de respuesta. Para presentar los conceptos se utilizará un modelo típico de un sistema de excitación estático (fig. 2.9), el que permite mostrar los aspectos relevantes de la dinámica del control de excitación.

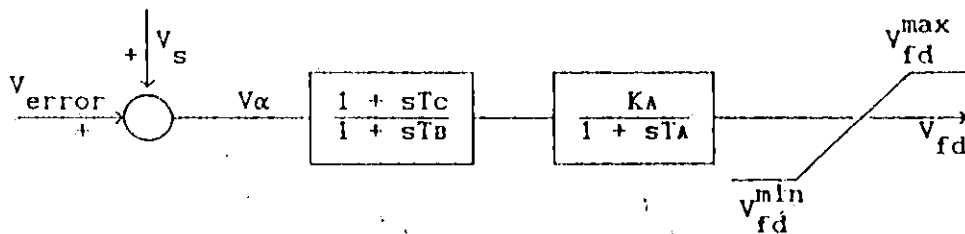


Figura 2.9 Diagrama de bloques de un sistema de excitación estático.

La respuesta del sistema se inicia en la señal de error (V_{error}) que detecta las desviaciones del voltaje terminal; el primer bloque permite lograr una reducción transitoria de la ganancia de acuerdo a la relación de constantes de tiempo (T_c/T_b). En el segundo bloque se incluye la ganancia del regulador de voltaje (K_A) y la constante de tiempo del sistema de excitación (T_A). Si se consideran valores iguales para T_c y T_b , la ecuación diferencial resultante es la siguiente:

$$\frac{dV_{fd}}{dt} = \frac{1}{T_A} (V_\alpha K_A - V_{fd}) \quad (2.151)$$

La integración de la ecuación (2.151) permite obtener el comportamiento del voltaje de campo en el tiempo. En esta ecuación se observa que la señal V_α se multiplica por la ganancia K_A , lo que amplifica el estímulo para obtener la respuesta del sistema.

También se observa que el comportamiento del V_{fd} depende de la constante de tiempo T_A . Si T_A tiene un valor pequeño (3 - 5 ciclos) se tendrá una respuesta muy rápida para modificar el voltaje de campo ante una señal de error.

En sistemas de excitación modernos lo usual es tener ganancias altas (200 - 400) y constantes de tiempo pequeñas. Son sistemas que permiten variar con rapidez el voltaje de campo y contrarrestar el efecto desmagnetizante de las fallas. Sin embargo, el efecto final se manifiesta a

través de los voltajes internos de la máquina y la contribución final dependerá de las constantes de tiempo de los devanados del generador.

La ecuación cuantitativa de casos particulares debe considerar la combinación de ganancias constantes de tiempo, la localización y tipo de falla; y la conexión de la máquina al sistema (robusto ó débil).

En la figura 2.10 se presenta la respuesta de diferentes tipos de excitación a través del voltaje de campo de la máquina.

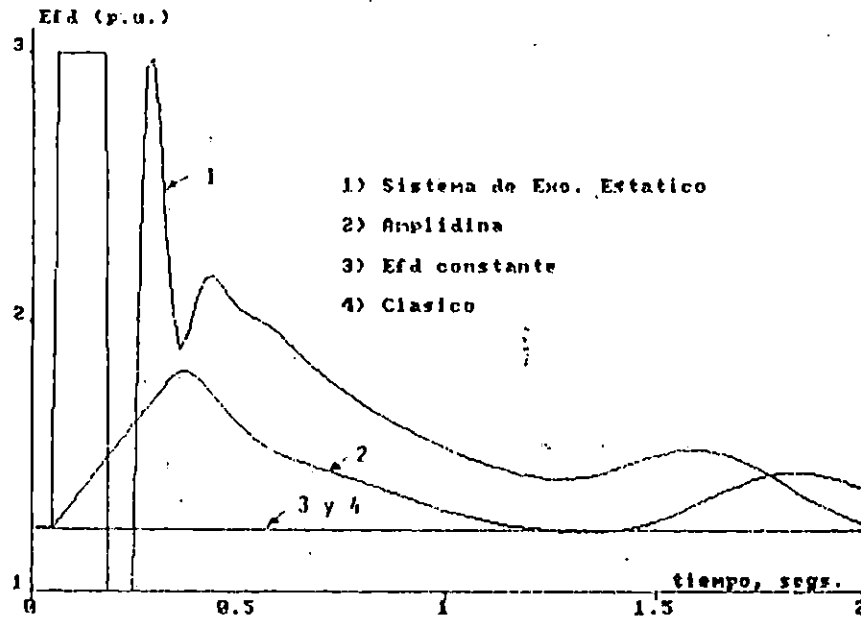


Figura 2.10 Voltaje de campo con diferentes sistemas de excitación.

2.5.7.3. Amortiguamiento de oscilaciones.

En las secciones anteriores, el interés se ha centrado en evaluar el comportamiento de las máquinas en función de los coeficientes y pares de sincronización.

Con la introducción de controles es necesario incluir en el análisis el concepto de amortiguamiento para evaluar en forma completa la estabilidad de un sistema.

Para entender mejor el efecto de los pares de amortiguamiento se representa la ecuación de oscilación de una máquina en su forma general.

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} = P_m - P_e \quad (2.152)$$

donde

H: constante de inercia
D: constante de amortiguamiento

En la constante D se incluye en forma aproximada el amortiguamiento natural del sistema. Se modela la fricción, el efecto de devanados amortiguadores y el comportamiento de cargas.

Se asume que la potencia mecánica no cambia y que sólo la potencia eléctrica reacciona ante el disturbio. Lo importante es que la dinámica de la máquina y los controles produce componentes de par electromagnético en fase con el ángulo y la velocidad angular; de esta forma se obtiene una expresión alterna para la ecuación de oscilación donde la potencia eléctrica se ha sustituido por sus componentes:

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} + K_s \Delta\delta + K_d \frac{d\delta}{dt} = 0 \quad (2.153)$$

o bien

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \left[\frac{D}{\omega_0} + K_d \right] \frac{d\delta}{dt} + K_s \Delta\delta = 0 \quad (2.154)$$

donde K_e y K_s son los coeficientes de sincronización y amortiguamiento de la máquina y sus controles.

Las ecuaciones anteriores son válidas estrictamente alrededor de un punto de operación pero permiten ilustrar el comportamiento dinámico del sistema.

Las raíces de la ecuación característica de (2.154) se determinan mediante:

$$s_{1,2} = -\left\{ \frac{D}{\omega_0} + K_d \right\} \pm j \frac{\sqrt{8HK_e/\omega_0 - (D/\omega_0 + K_d)^2}}{4H/\omega_0} \quad (2.155)$$

donde la parte real define el amortiguamiento y la parte imaginaria la frecuencia de oscilación. Se observa que el segundo término en (2.154) se utiliza directamente en la parte real de las raíces características.

El criterio de estabilidad exige que las raíces se localicen en el semiplano izquierdo del plano complejo. De

esta forma para lograr el amortiguamiento en las oscilaciones es necesario que el término $\frac{D}{w} + K_d$ sea positivo. Si este término $\frac{D}{w} + K_d$ es negativo, se tendrán oscilaciones crecientes. Este es el tipo de inestabilidad producido por los pares de amortiguamiento.

Lo importante en un estudio es determinar si la contribución de los controles de excitación (K_a) no cancela el amortiguamiento natural (D) de la máquina.

La otra forma de inestabilidad más conocida se tiene cuando el coeficiente de sincronización K_e es negativo, en este caso no se tiene oscilación sino un crecimiento sostenido en la posición angular.

La experiencia en la aplicación de sistemas de excitación con ganancias altas indica que hay una tendencia marcada hacia el amortiguamiento negativo; en las oscilaciones de la pérdida del sincronismo no ocurre en la primera oscilación sino en oscilaciones posteriores.

En resumen, la combinación de ganancias y constantes de tiempo grandes pueden crear un problema de amortiguamiento.

Para contrarrestar el problema anterior, se ha generalizado el empleo de estabilizadores de potencia cuya función principal es agregar pares de amortiguamiento positivos.

La señal de entrada al estabilizador puede ser la velocidad de la máquina, la frecuencia o la potencia de aceleración. En cualquier caso su efecto será a través del sistema de excitación, por lo que el diseño y ajuste de este dispositivo debe compensar los retrasos involucrados a las frecuencias de interés.

2.5.4. Sintonización de reguladores de voltaje.

El criterio para el ajuste de un regulador de voltaje, está fundamentado en el comportamiento del sistema durante el proceso dinámico después de ocurrida una perturbación; específicamente se refiere a los requerimientos de operación del regulador, en cuanto a estabilidad transitoria y dinámica del sistema.

Anteriormente se analizó el comportamiento del sistema después de alguna contingencia, notándose que la influencia del regulador puede ser de beneficio en estabilidad transitoria, pero que puede ocasionar pérdida de sincronismo en estabilidad dinámica (Sección 2.5.3.1). En general, el regulador de voltaje, tiende a reducir el amortiguamiento del sistema y aumentar el par de sincronización, por lo cual, el ajuste del AVR (Regulador

automático de voltaje) debe considerar el compromiso de aumento y reducción de los pares mencionados y lograr entonces, efectos positivos en estabilidad dinámica y transitoria.

Las técnicas de análisis son muy variadas, sin embargo, pueden ser agrupadas de acuerdo con la magnitud de la perturbación. Para perturbaciones de gran magnitud (Estabilidad transitoria), el modelo que describe el funcionamiento del sistema es no lineal. La solución del problema requiere la aplicación de algún método de integración numérica (Regla Trapezoidal), para resolver las respectivas ecuaciones diferenciales. También pueden aplicarse métodos de análisis para sistemas no lineales, por ejemplo el Segundo método de Liapunov (Ref. [6]).

Considerando perturbaciones de pequeña magnitud (estabilidad dinámica), el sistema no sobrepasa ninguno de sus límites de operación y su comportamiento puede ser descrito por un modelo lineal. La técnica para resolver el problema de estabilidad, puede ser utilizando los métodos clásicos similares a: Lugar de las raíces, Diagrama de Bode, Criterio de Routh, etc., o bien el método de Estados o Teoría de Control Moderna, la elección de uno y otro, en realidad queda sujeta al tipo de análisis a realizar y al volumen de ecuaciones a manejar. Desde el punto de vista de estabilidad transitoria, el ajuste de reguladores ha sido realizado mediante un análisis de sensibilidad, partiendo de un sistema máquina-bus infinito, en donde, se describe el efecto de cada parámetro sobre el comportamiento del sistema, posteriormente estos criterios son llevados al análisis del sistema multimáquina para realizar el ajuste final.

En el caso de estabilidad dinámica, la sintonización es realizada con base en el sistema máquina-bus infinito, utilizando básicamente técnicas de control clásico como punto de partida, luego en el análisis de un sistema multimáquina se realiza el ajuste final. Actualmente estos análisis se realizan en su mayoría utilizando las técnicas de control moderno.

El modelo de un sistema multimáquina es representado a través de ecuaciones de estado de la forma:

$$\dot{x} = AX + BU$$

A través de los autovalores de la matriz A, se define el comportamiento dinámico del sistema. La sintonización de reguladores se puede realizar entonces, mediante un análisis paramétrico, en donde se describe la influencia de cada parámetro sobre la respuesta del sistema y así seleccionar el mejor conjunto de parámetros o bien, utilizando alguna técnica de control multivariable. Existen técnicas que

tienden a optimizar el proceso de selección de los parámetros del regulador, una de ellas, se refiere a la aplicación de la matriz de participación para conocer sobre cuáles modos de oscilación o autovalores de matriz A , tienen efecto los parámetros del reguladores y con base en ello, se modifica el o los parámetros indicados para mejorar las características de respuesta del sistema. Sin embargo, siempre es importante realizar un análisis de sintonización en un sistema así como llevar a cabo una caracterización de los parámetros involucrados. Posteriormente el análisis multimáquina será aplicado para coordinar la respuestas de todos los reguladores.

La sintonización final de los reguladores debe guardar el compromiso entre estabilidad transitoria y dinámica. Cuando el ajuste se realiza para estabilidad dinámica (caso general), es conveniente comprobarlo en transitoria y viceversa.

2.5.5. Modelos y tipos de sistemas de excitación.

Tomando en cuenta las características de los modelos planteados al inicio de la sección 2.5.2, se presentará una descripción funcional y matemática de cada uno de los elementos involucrados en el lazo de control automático, los cuales al unirlos de acuerdo a la estructura de control del excitador se logra la representación del conjunto.

Dentro de los elementos que toman parte en el lazo de control automático, pueden mencionarse:

- a) Transductores de voltaje y corriente.
- b) Detector de voltaje.
- c) Amplificadores y sumadores.
- d) Sistema de estabilización.
- e) Sistema de referencia.
- f) Excitadores.
- g) Convertidores AC/DC.

Estos elementos pueden identificarse fácilmente en la figura 2.6. La disposición y características de estos elementos dependen del tipo de regulador. Por ejemplo en reguladores antiguos, muchos de los elementos son electromagnéticos, utilizando también máquinas rotativas como amplificadores, similares a los generadores de corriente continua en sus diferentes conexiones, amplidinas, generadores AC, etc. En reguladores recientes, los elementos están contruidos por componentes electrónicos.

Los transductores de voltaje son referidos a los transformadores que reducen el nivel de voltaje en terminales de la máquina o en otros puntos, a niveles manejables por el sistema de control, adicionalmente se incluye también, la función de conversión de la señal AC a DC; un arreglo muy utilizado se muestra en la figura 2.11.

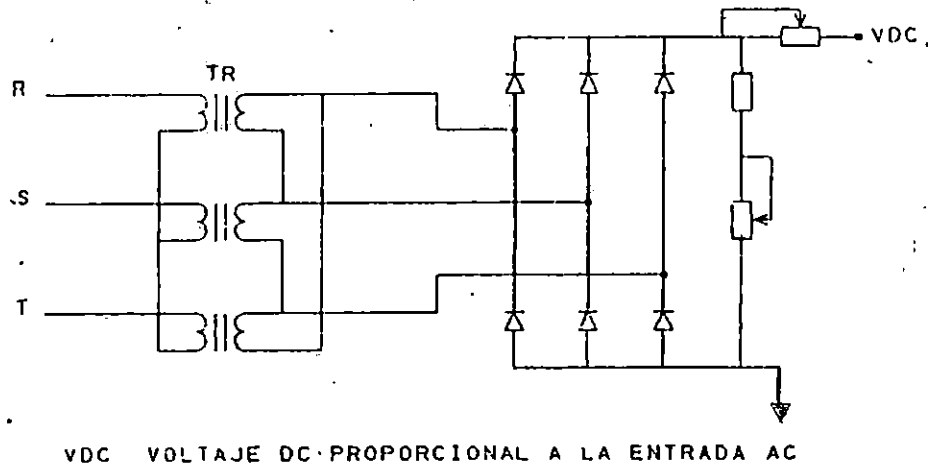


Figura 2.11 Transductor de voltaje.

El modelo de un transformador, en unidades relativas presenta una ganancia unitaria, con un tiempo de respuesta sumamente pequeño; el puente de rectificación igualmente responde rápidamente.

La representación usual de estos elementos es:

$$G(s) = 1/(1+T_R s)$$

La constante de tiempo T_R es muy pequeña y muchas veces es despreciable. En forma similar sucede con los transductores de corriente.

Los detectores de error de voltaje comparan el voltaje del generador con una referencia y generan la señal de desviación de voltaje, usualmente son elementos sin inercia (retardo) y poseen una ganancia determinada que bien puede ser modificada por el usuario. El ejemplo más práctico de un detector de error lo constituye un sumador.

Los amplificadores han sido construidos de diversas formas, entre los más usuales existen: rotativos, magnéticos y electrónicos. Su función principal, es aumentar el nivel de alguna señal a valores totales que pueden manejar funciones de gran potencia o bien aumentar la rapidez de reacción del control.

Los amplificadores rotativos se refieren al tipo amplidina. Los amplificadores magnéticos utilizan reactores (bobinas) saturables y un bloque de rectificación; los amplificadores electrónicos utilizan circuitos integrados. En la figura 2.12 se muestran algunos ejemplos de amplificadores.

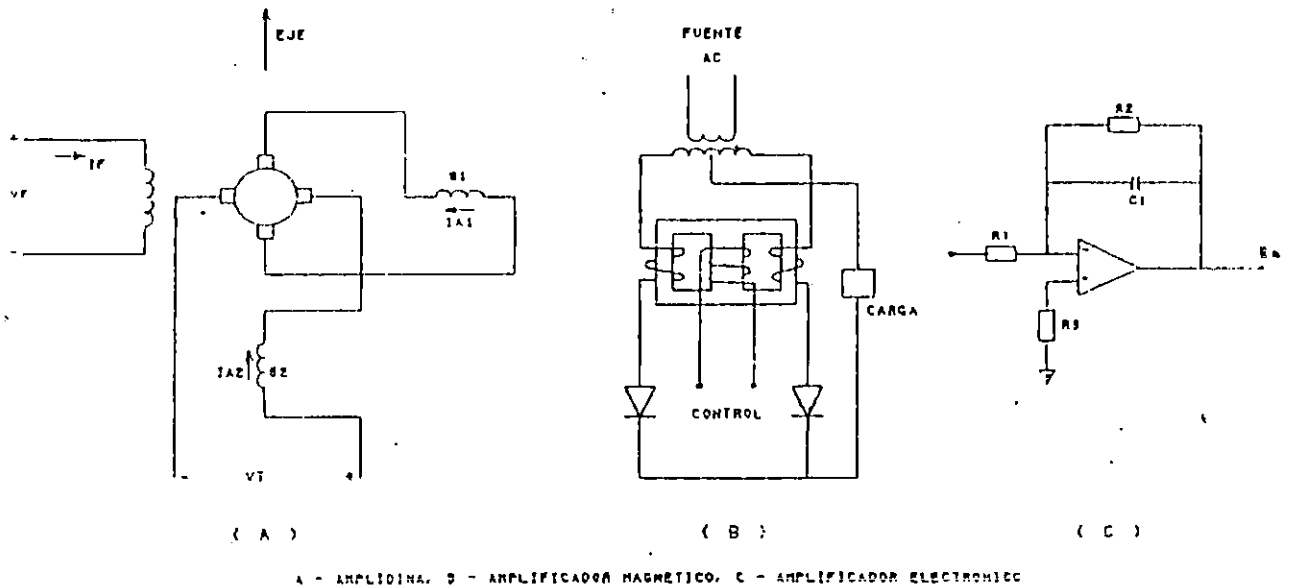


Figura 2.12 Características de amplificadores.

El comportamiento de estos elementos puede ser representado como una ganancia y un retardo de tiempo.

$$G(s) = K/(1+Ts)$$

Los sistemas de estabilización por lo general realimentan la señal de voltaje de campo, al regulador con el propósito de permitir un aumento en la ganancia de los amplificadores. De esta forma, se logra un control con alta velocidad de respuesta y en forma estable. La operación de este elemento se manifiesta durante un transitorio realizando la función de realimentación, en estado estable se bloquea esto es, su salida es cero.

Dos ejemplos de estos elementos son los transformadores de amortiguamiento (autotransformador) y un circuito electrónico con un capacitor en la entrada. La representación es entonces:

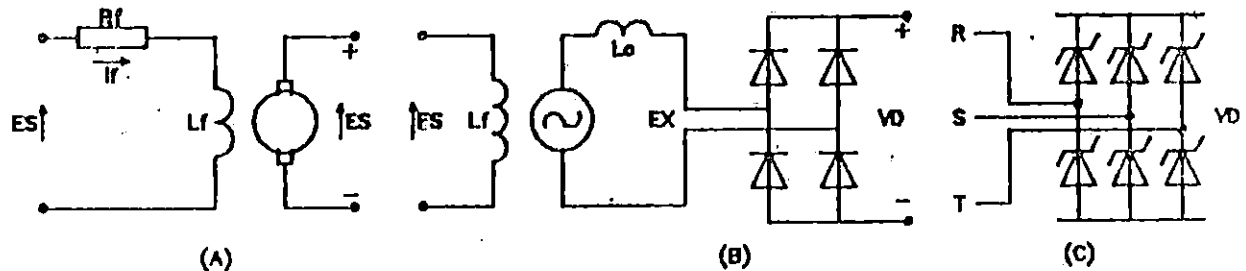
$$G(s) = K_F S / (1 + T_F S)$$



Los sistemas de referencia son básicamente resistencias variables dentro de alguna fuente de voltaje o corriente. A través de una división de tensión o corriente, se genera el nivel deseado de referencia en voltaje o corriente. En diseños recientes, estos elementos están siendo modificados e integrando la electrónica digital para generar la señal de referencia. En general estos elementos son operados por un motor de DC para facilitar su operación a distancia.

Los excitadores son los encargados de generar la corriente DC necesaria para excitar el devanado de campo del generador. Existen tres tipos fundamentales: generadores de corriente directa en sus diferentes conexiones, generadores AC con rectificadores y el puente de tiristores que toma la señal de potencia del servicio propio de la planta.

En la figura 2.13 se muestran los tipos de excitadores más utilizados en los reguladores de voltaje.



- A - GENERADOR DE CORRIENTE DIRECTA
- B - GENERADOR DE CORRIENTE ALTERNA
- C - EXCITADOR ESTÁTICO

Figura 2.13 Tipos de excitadores.

El modelo del generador de corriente directa puede ser obtenido siguiendo el procedimiento similar al descrito a continuación. Analizando el circuito de entrada se puede obtener:

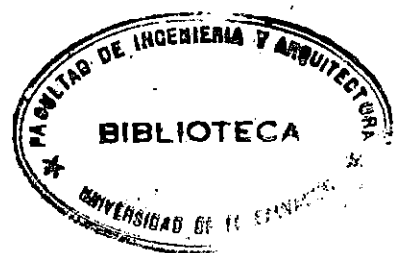
$$E_s = I_f R_f + L_f \dot{I}_f$$

El voltaje de salida se relaciona con la corriente de excitación I_f , utilizando la curva de carga y característica de saturación:

$$I_f = E_x / R_g + \Delta I_f$$

$$\Delta I_f = S_e E_x$$

$$I_f = E_x / R_g + E_x S_e$$



Donde S_a es la función de saturación del generador DC mostrada en la figura 2.14.

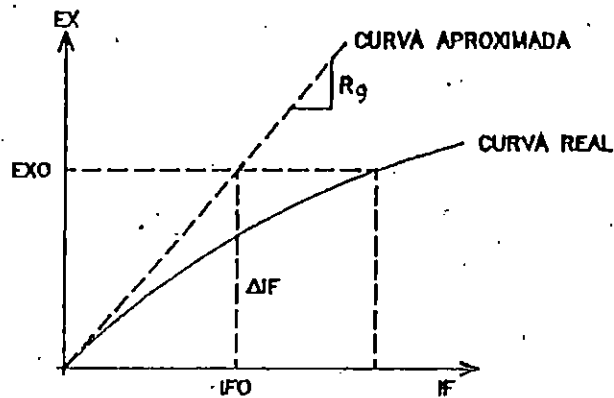


Figura 2.14 Curva de carga del generador DC.

La base de voltaje E_{xb} es el voltaje nominal en el entrehierro para circuito abierto. R_{gb} es la pendiente de la línea de entrehierro $R_{gb} = R_g$; la corriente base es $I_{fb0} = E_{xb}/R_{gb}$ y la función de saturación es $SE = R_{gb}S_a$. Utilizando estas unidades se tiene que:

$$\bar{E}_s = (R_f/R_{fb})(\bar{E}_x + se\bar{E}_x) + (L_f/R_{gb}) \frac{d\bar{I}_f}{d\bar{E}_x} \frac{d\bar{E}_x}{dt}$$

considerando: $L_{fu} = (L_f/E_x) \frac{d\bar{I}_f}{d\bar{E}_x} \Big|_{E_x = E_{x0}}$

$$\bar{E}_s = (1 + se) R_f \bar{E}_x / R_{gb} + \bar{E}_x L_{fu} / R_{gb}$$

La ecuación anterior puede ser representada como se muestra en la figura 2.15.

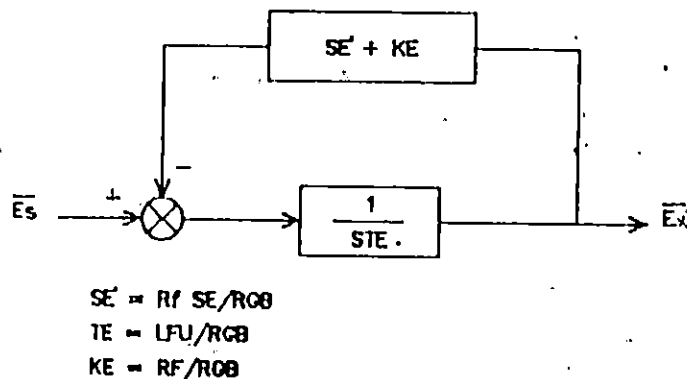


Figura 2.15 Representación de la máquina DC.

Si el generador DC es excitado por sí mismo (autoexcitación) la representación puede ser similar a la figura 2.15 con la siguiente modificación:

$$KE = R_f$$

El generador AC (máquina síncrona) puede ser representado para condiciones de operación en vacío de la forma siguiente:

$$E_x = E_s K / (1 + T'_{do} s)$$

$$T'_{do} = L_f / R_f$$

El sistema de rectificación, por lo general se considera como un sistema de primer orden, donde la ganancia en unidades relativas es unitaria y su constante de tiempo es muy pequeña (despreciable en la mayoría de los casos).

Los tipos de reguladores donde el control se ejerce en el sistema de rectificación y además, el generador AC tiene su propio control, el modelo del regulador no incluye la dinámica del generador AC debido a que no se encuentra en el lazo de control sino que se considera como la fuente de potencia para la excitación del devanado de campo del generador.

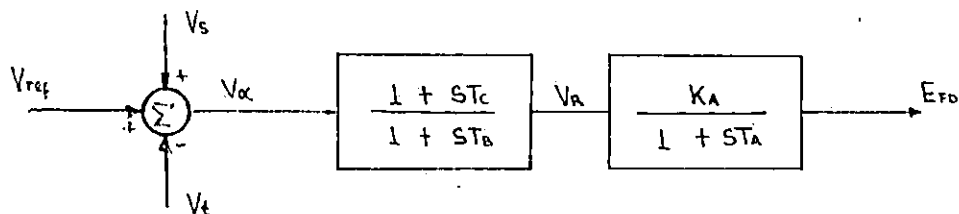
El caso de los excitadores estáticos, donde la fuente de potencia se obtiene del servicio propio de la planta y el control del voltaje de campo, se realiza directamente en el puente de rectificación de tiristores el cual, puede modelarse como un sistema de primer orden con ganancia unitaria en unidades relativas y una constante de tiempo despreciable.

2.5.6. Transformación de los modelos al espacio de estados.

Los modelos utilizando diagramas de bloques resultan de una descripción detallada de todos y cada uno de los componentes, un desarrollo de las ecuaciones de cada elemento y posteriormente realizar la interconexión de estos para finalmente obtener el modelo global del regulador.

Realizando un análisis de los reguladores existentes, la IEEE ha propuesto los diagramas de bloques respectivos, los cuales se han tomado como punto de partida para desarrollar los modelos mediante la técnica del espacio de estado. Se presentan el desarrollo de dos modelos, ya que debido a la gran cantidad de modelos existentes, es un trabajo demasiado extenso el tratar de representar todo el universo de sistemas de excitación existentes.

Un modelo típico de un sistema de excitación estático caracterizado por la IEEE como excitador tipo SEXS es el siguiente:



$$V_{\alpha} = V_{ref} + V_s - V_t$$

$$V_R/V_{\alpha} = (1 + T_c S) / (1 + T_B S)$$

$$V_R + \dot{V}_R T_B = V_{\alpha} + \dot{V}_{\alpha} T_c \quad (A)$$

$$\text{Si } V_{\alpha} = 0$$

$$\therefore \dot{V}_{\alpha} =$$

Del modelo presentado para la máquina síncrona se tiene que:

$$V_t = K_5 \delta + K_6 \dot{E}'_q$$

derivando se tiene que:

$$\dot{V}_t = K_5 \dot{\delta} + K_6 \dot{E}'_q$$

Sustituyendo $\dot{\delta}$ y \dot{E}'_q del modelo se tiene que:

$$\dot{V}_t = K_5 \omega - E'_q K_6 / (K_3 \tau'_{do}) - s K_4 K_6 / \tau'_{do} + E_{FD} K_6 / \tau'_{do}$$

$$\therefore \dot{V}_{\alpha} = -K_5 \omega + E'_q K_6 / (K_3 \tau'_{do}) + s K_4 K_6 / \tau'_{do} - E_{FD} K_6 / \tau'_{do}$$

Sustituyendo en (A) se tiene que:

$$\begin{aligned} V_R = & E'_q K_6 T_c / (T_B K_3 \tau'_{do}) - \omega K_5 T_c / T_B + s K_4 K_6 T_c / (T_B \tau'_{do}) - V_R / T_B \\ & + (V_{ref} - V_t) / T_B - E_{FD} K_6 T_c / (T_B \tau'_{do}). \end{aligned}$$

$$E_{FD}/V_R = K_A / (1 + T_A S)$$

$$\dot{E}_{FD} = V_R K_A / T_A - E_{FD} / T_A$$

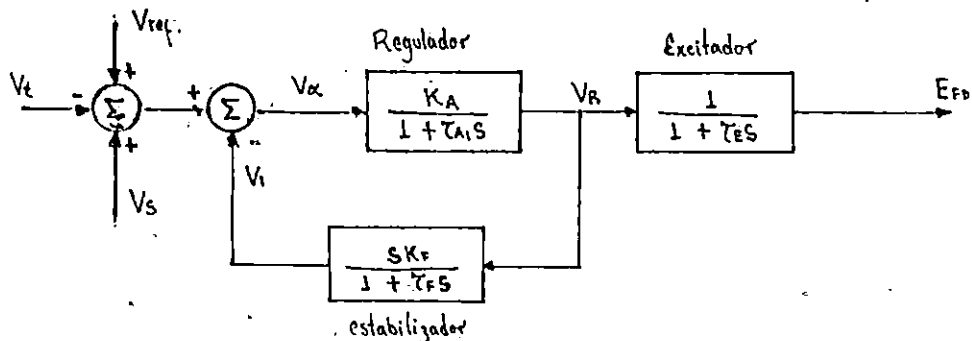
Si $V \neq 0$ se observa claramente que se debe sustituir V_a en el modelo, en secciones posteriores se presenta la forma de la ecuación de V_a .

El modelo para las condiciones fijadas es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_R \\ \dot{E}_{FD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{T_c K_6}{T_a K_3 T'_{d0}} & -\frac{T_c K_5}{T_a} & \frac{T_c K_4 K_6}{T_a T'_{d0}} & -\frac{1}{T_a} & -\frac{T_c K_6}{T_a T'_{d0}} \\ 0 & 0 & 0 & K_A / T_A & -1 / T_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_q \\ \omega \\ \delta \\ V_R \\ E_{FD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_B} (V_{ref} - V_t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Claramente se observa que es necesario sustituir las expresiones para E_q , $\dot{\omega}$, δ y V_t necesarias para completar el modelo; dichas expresiones fueron presentadas en la sección correspondiente al modelo de la máquina síncrona y su sustitución se reserva para el capítulo en el cual se presenta el modelo total del SEP para su posterior análisis de estabilidad.

En la central geotérmica de Ahuachapán el sistema de excitación es del tipo Brushless el cual se presenta en el Apéndice D en la referencia [1] como el sistema de excitación tipo B y su representación en el diagrama de bloques es la siguiente:



si $V_a = 0$

$$V_\alpha = V_{ref} - V_t - V_f$$

$$E_{FD}/V_R = 1 / (1 + T_E S)$$

$$\dot{E}_{FD} = V_R / T_E - E_{FD} / T_E$$

$$V_R/V_\alpha = K_A/(1 + \tau_{A1}S)$$

$$V_R + \tau_{A1}\dot{V}_R = K_A V_\alpha$$

sustituyendo V_α se tiene que:

$$\dot{V}_R = -V_R/\tau_{A1} - V_i K_A/\tau_{A1} + (V_{ref} - V_t) K_A/\tau_{A1}$$

$$V_i/V_R = K_F S/(1 + \tau_F S)$$

$$\dot{V}_i = -V_i/\tau_F + \dot{V}_R K_F/\tau_F$$

entonces sustituyendo \dot{V}_R se tiene que:

$$\dot{V}_i = -\frac{K_F}{\tau_F \tau_{A1}} V_R - \left(\frac{1}{\tau_F} + \frac{K_F K_A}{\tau_F \tau_{A1}} \right) V_i + \frac{K_F K_A}{\tau_F \tau_{A1}} (V_{ref} - V_t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_i \\ \dot{V}_R \\ \dot{E}_{FD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\tau_{A1} + K_F K_A}{\tau_F \tau_{A1}} & -\frac{K_F}{\tau_F \tau_{A1}} & 0 \\ -\frac{K_A}{\tau_{A1}} & -\frac{1}{\tau_{A1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_E} & -\frac{1}{\tau_E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_R \\ E_{FD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_F K_A}{\tau_F \tau_{A1}} (V_{ref} - V_t) \\ \frac{K_A}{\tau_{A1}} (V_{ref} - V_t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

En la ecuación anterior al sustituir la expresión para $V_t = f(\delta, E'q)$ se tendrán que tomar en cuenta las variables de estado adicionales que resultan de tal sustitución, pero al igual que el modelo anterior esta sustitución se deja para capítulos posteriores.

2.6. Descripción funcional y modelado del mecanismo gobernador de velocidad.

Al ocurrir un disturbio, se perturba el equilibrio entre la potencia eléctrica que se suministra a la carga y la potencia mecánica que produce el primotor. El resultado es una desviación de la frecuencia alrededor de su valor nominal. Esta variación la detecta el gobernador de velocidad y, como resultado, se produce un cambio de posición en las válvulas de admisión de la turbina. Esta acción finalmente producirá un cambio en la producción de

potencia mecánica, tratando de lograr el equilibrio entre potencias.

La función del gobernador o regulador de velocidad en un generador, es mantener constante la velocidad del rotor y asegurar por ende una frecuencia constante en el sistema eléctrico de potencia. Hasta 1940 el desarrollo de estos equipos se concentró básicamente en mejorar la característica y eficiencia de las partes mecánicas. Después de la segunda guerra mundial, el desarrollo en el análisis de los sistemas de control y equipos electrónicos, permiten un desarrollo de los gobernadores de velocidad, caracterizado por la utilización de componentes electrónicos en el censado de velocidad y procesamiento de señales adicionales, como el control de potencia de intercambio entre sistemas, etc. De esta forma se da origen al gobernador electrohidráulico.

Con el desarrollo de la electrónica, se inicia la conversión de ciertas partes del gobernador como lo son los sensores, indicadores, lazos de realimentación, etc., además se logra desarrollar sistemas de control que dan lugar a diversos tipos de gobernadores utilizados hoy en día en las centrales generadoras del mundo.

Dentro del proceso de conversión, es importante considerar las partes mecánicas y su homólogo eléctrico; por ejemplo el péndulo para el censado de velocidad es reemplazado por un generador de imanes permanentes (GIP), que produce voltaje con una frecuencia proporcional a la velocidad de la turbina, un circuito detector de error el cual convierte la frecuencia del GIP a una señal de corriente directa y la compara con el valor de referencia para generar la señal de error, la cual es utilizada para excitar una electroválvula que convierte las señales eléctricas en mecánicas. El lazo de realimentación es reemplazado por un transductor de señales mecánicas a eléctricas y un circuito electrónico que simula el efecto de la realimentación; así sucesivamente se van convirtiendo las partes mecánicas a eléctricas, quedando únicamente las válvulas y servomotores sin reemplazo debido a su eficiencia para desarrollar grandes fuerzas. En la figura 2.16 se muestra un esquema del gobernador electrohidráulico.

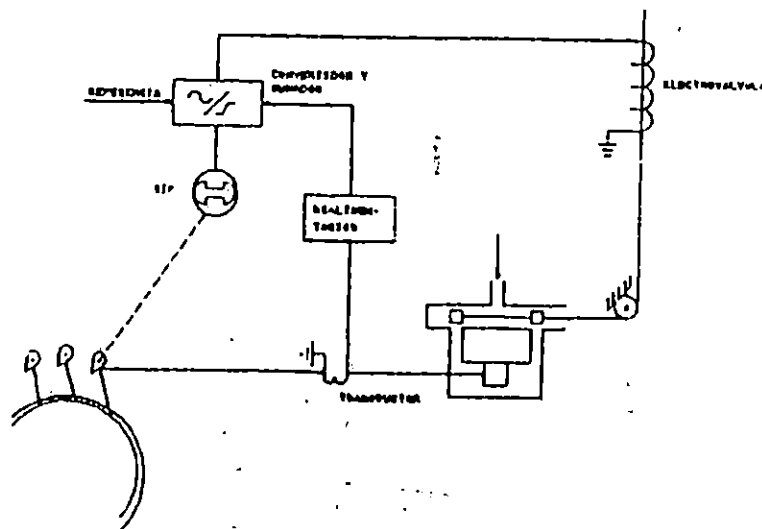


Figura 2.16 Gobernador Eléctro-hidráulico.

2.6.1. Tipos de gobernadores de velocidad.

Dentro de los principales tipos de gobernadores desarrollados se pueden considerar los siguientes:

- a) Mecánico hidráulico
- b) Electro-hidráulico
- c) Acelerométrico
- d) Proporcional-Integral y derivativo

A finales del siglo XIX se inicia la aplicación de la energía hidráulica para generar energía eléctrica, iniciándose así la era de las turbinas hidráulicas. Desde el punto de vista de control de velocidad, se requieren fuerzas considerables para actuar sobre el flujo de agua, adicionalmente la elevada inercia de las turbinas hidráulicas, requerían de un control de velocidad que fuera insensible durante un transitorio para reducir los cambios de potencia por variaciones de velocidad; se realizaron modificaciones a los antiguos sistemas, básicamente en la sección de amplificación, mejorando los esquemas de válvulas y servomotores, para evitar cambios bruscos de la potencia generada ante pequeños cambios de velocidad, se equipó el gobernador con un sistema de estabilización de tipo hidráulico lo que dio como resultado el gobernador mecánico-hidráulico el cual en la actualidad es utilizado principalmente en turbinas térmicas; sin embargo a raíz del desarrollo de la electrónica, la gran mayoría de sus componentes han sido reemplazados por circuitos electrónicos.

El gobernador electrohidráulico es aplicado a turbinas hidráulicas; muchas veces es conocido como gobernador tacométrico o proporcional-integral, debido a su

característica de respuesta, ya que censa la velocidad de la turbina y genera una señal para manejar el servomotor, el cual modifica el flujo de agua y presenta una característica de sistema integrador. Existen dos señales de realimentación denominadas estatismo permanente y estatismo transitorio, la primera define la característica de la potencia-frecuencia de la unidad y la segunda evita cambios bruscos de la potencia eléctrica durante un transitorio.

El gobernador proporcional-integral-derivativo y el tipo acelerométrico, son producto del desarrollo de la electrónica y la teoría de control, ya que se busca lograr una respuesta adecuada de la unidad, a través de la aplicación de un sistema de control, en el cual se conjugan los componentes que definen cada una de las partes de la respuesta de un sistema, por un lado el efecto derivativo y proporcional permiten una acción rápida del control y el efecto integral permite un régimen de trabajo estable.

El gobernador acelerométrico es una versión modificada del gobernador electro-hidráulico simplemente además de sensor la velocidad de la unidad, se monitorea su aceleración permitiendo la acción de un efecto derivativo, o bien, convirtiendo el gobernador proporcional-integral en proporcional-integral-derivativo. En la figura 2.17 se muestra el esquema de un gobernador acelerométrico.

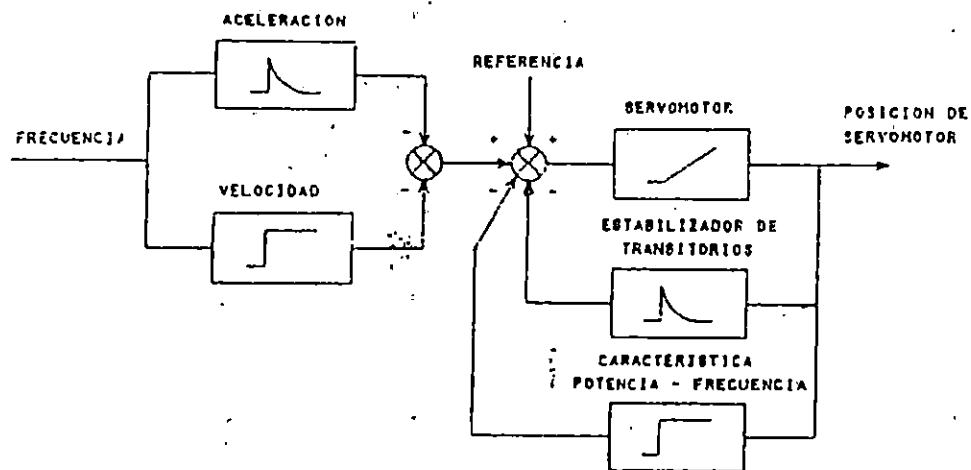


Figura 2.17 Gobernador Acelerométrico.

El gobernador proporcional-integral-derivativo es similar al anterior desde el punto de vista de la respuesta, sin embargo estructuralmente es diferente según se muestra en la figura 2.18.

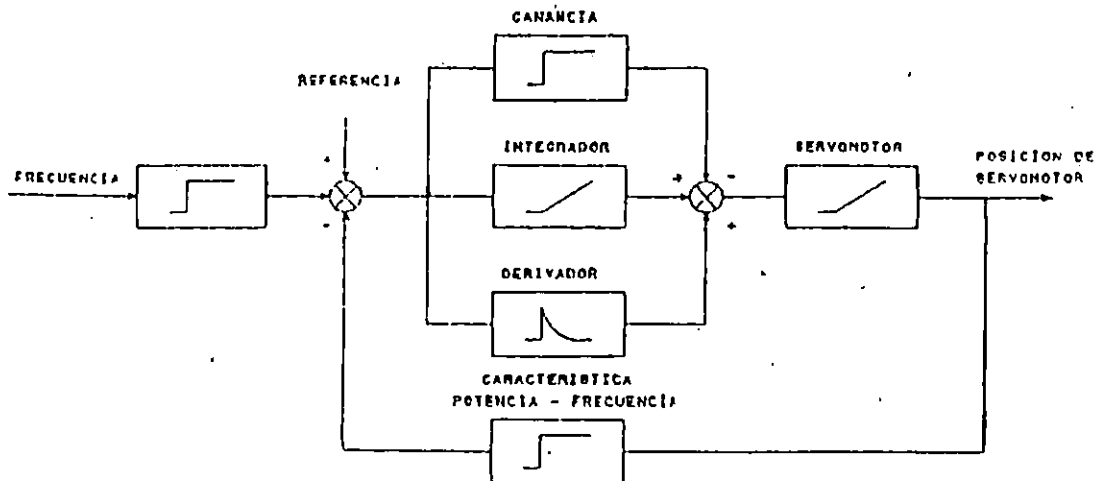


Figura 2.18. Gobernador tipo PID.

En general se puede considerar que los tipos de gobernadores expuestos, son los más utilizados en el mundo, sin embargo, existen variantes en estructura pero similares en cuanto a su respuesta o funcionamiento.

2.6.3. Descripción funcional de un gobernador de velocidad.

Las exigencias siempre crecientes de las sociedades y el excepcional desarrollo de la industria eléctrica, plantean problemas particularmente complicados y difíciles de resolver. Su solución es un sinónimo de progreso y difiere de uno u otro caso por la importancia de las unidades a regular, por la naturaleza de su función o incluso, por la situación geográfica de la central en la que se instalan los equipos de control de velocidad.

Resulta de esto que las condiciones de explotación de una central eléctrica, serán forzosamente diferentes según se trate de turbinas Pelton, Francis, Kaplan o de unidades térmicas, de unidades grandes o pequeñas, de marcha individual o en paralelo sobre redes de gran tamaño. El mismo regulador debe poder servir, según las circunstancias, para la regulación de velocidad, de potencia y en ciertos casos, para mantener el nivel de agua en una cota determinada para el caso de sistemas hidráulicas.

Dentro de las exigencias que un regulador de velocidad debe cumplir se pueden mencionar:

- a) Velocidad constante
- b) Retorno a la velocidad de referencia después de cualquier perturbación
- c) Reparto fácil de la potencia entre grupos
- d) Reparto fácil de la potencia entre áreas

De acuerdo con las características anteriores, se puede decir que dentro de las funciones fundamentales de un gobernador, se consideran el bloque de censado y control de velocidad, así como el bloque del control y límite de la apertura de admisión de vapor o agua según sea el caso. Como funciones opcionales pueden mencionarse el regular el nivel de agua en un embalse, sincronización automática, etc.

En general y de acuerdo con los requerimientos del control de velocidad en centrales eléctricas se puede decir que un gobernador está compuesto de los elementos siguientes:

- a) Fuente de alimentación AC y DC
- b) Detector de velocidad
- c) Ajustador de velocidad
- d) Ajustador de potencia
- e) Control de velocidad
- f) Control de potencia
- g) Transductoras electrohidráulicas y electromecánicas
- h) Servomecanismos de accionamiento
- i) Control manual
- j) Límites de apertura de admisión (combustible, agua, vapor)
- k) Sistemas de bloqueo y protección

La fuente de alimentación es utilizada para polarizar los circuitos electrónicos del regulador, en algunos casos también esta fuente es utilizada como un transductor de velocidad de la unidad. El detector de velocidad se encarga de generar una señal en corriente directa proporcional a la velocidad de la unidad, y en conjunto con la referencia de velocidad, obtiene la señal de desviación o error utilizada en el control de velocidad para definir las características de la señal de control y regresar la velocidad de la turbina a su valor de referencia. El ajustador de potencia, define la potencia que entrega el generador a la red y el control de potencia define la característica de potencia-frecuencia del generador. Los transductores electro-hidráulicos y electromecánicos como su nombre lo indica convierten señales eléctricas a hidráulicas o mecánicas y viceversa, estos elementos pueden definirse como las fronteras entre el control eléctrico y el control mecánico del gobernador. Los servomecanismos de accionamiento toman la señal de control eléctrico del gobernador y generan las fuerzas y movimientos

necesarios para corregir la posición del equipo de admisión (vapor, combustible o agua) y así corregir la velocidad o potencia del generador. Como equipo auxiliar se pueden considerar los límites de apertura, el sistema de bloqueo y protección, cuya función principal es asegurar que la operación del regulador principal no sobrepase ciertos límites y evitar daños en algunas de sus partes. El control manual permite maniobrar el sistema de accionamiento principalmente con propósitos de inspección.

Un gobernador de velocidad, está compuesto por los elementos antes mencionados; un esquema típico se muestra en la figura 2.19; la distribución de los elementos así como las características constructivas, dependen del fabricante.

Desde el punto de vista de modelado, los elementos que deben ser incluidos en el modelo matemático son:

- a) Detector de velocidad y potencia
- b) Control de velocidad
- c) Control de potencia
- d) Referencia de velocidad y potencia
- e) Mecanismo de accionamiento

Es importante también desarrollar un diagrama de bloques en donde se represente cada elemento, luego cada uno de los elementos mencionados debe ser descrito detalladamente de acuerdo a sus componentes ya sean estos eléctricos, mecánicos, hidráulicos o combinaciones; posteriormente deben ser obtenidas las ecuaciones de comportamiento respectivas.

Los elementos básicos de un sistema de control son principalmente:

- a) Transductores
- b) Sumadores
- c) Derivadores
- d) Integradores
- e) Amplificadores

Los transductores miden cierta cantidad y producen una salida proporcional a esta. Dentro de los transductores de velocidad se encuentran: péndulo, generador de imanes permanentes y rueda dentada, esquemáticamente se muestran en la figura 2.20.

condiciones y configuraciones del sistema, pueden provocar un problema de inestabilidad, por lo cual, el ajuste de los parámetros de un gobernador debe realizarse con base en las características de la unidad.

El esfuerzo económico para lograr una constante de inercia elevada es considerable y en general, las nuevas unidades tienden a poseer inercias de menor magnitud que las unidades antiguas, por lo cual se debe tratar de lograr el efecto de alta inercia a través del ajuste de los parámetros del gobernador de velocidad.

Con respecto a la constante de aceleración del agua T_w , utilizada para representar las características de la turbina hidráulica, se puede mencionar que cuanto T_w crece, se pierde la capacidad de regulación de la unidad por problemas en el sistema hidráulico. Esta condición se puede apreciar en la siguiente ecuación:

$$T_w = \frac{L}{g h} \sum (L/A)$$

en donde:

- g : aceleración de la gravedad
- h : caída neta
- Q : flujo de agua en la turbina
- L, A : longitud y área de la tubería de presión

En la figura 2.21 se presentan los parámetros involucrados.

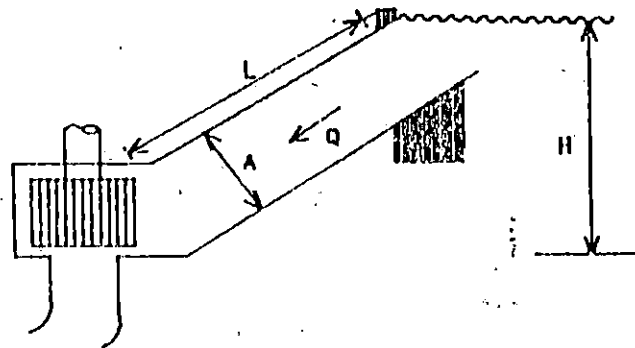


Figura 2.21 Definición de T_w

El aumento en el parámetro T_w puede obtenerse al aumentar la longitud de la tubería principalmente, lo cual reduce las propiedades de regulación de la unidad, por problemas de velocidad de respuesta y sobrepresión, en la tubería y turbina.

En la figura 2.22 se muestran los diagramas de bloque de las turbinas térmicas más utilizadas.

- a) Sin recalentamiento
- b) Uno y doble recalentamiento
- c) Estructura cruzada con uno o doble recalentamiento

Dependiendo de las características del control de la generación de vapor, la respuesta del sistema (turbina-gobernador) puede darse en dos etapas, una rápida (alrededor de un 30% de la respuesta total) considerando un flujo de vapor constante y luego una lenta (70%) de acuerdo a la recuperación de vapor. Por lo general, los modelos utilizados consideran pequeños cambios o perturbaciones los cuales no producen una descarga importante del flujo de vapor de esta forma, el modelado considera únicamente la respuesta de la turbina y una fuente de vapor constante. Los tipos de turbina más utilizados son:

Los sistemas térmicos (turbina-gobernador) presentan diferencias importantes en el comportamiento respecto a los hidráulicos, básicamente con relación al comportamiento de la potencia mecánica desarrollada para cambios en la posición de la compuerta de entrada de energía. Las turbinas térmicas por lo general pueden ser representadas a través de una serie de retardos de primer orden y su comportamiento global de acuerdo a la generación de potencia mecánica es similar a la respuesta de un sistema de primer orden, es decir, la potencia mecánica tiende a seguir el comportamiento de la posición de la compuerta de entrada de vapor a la turbina.

$\bar{g}(s)$: abertura de compuerta (álabe)

en donde:

$$F_m(s) = \left[\frac{1 + 0.5TWS}{1 - TWS} \right] \bar{g}(s)$$

De acuerdo con las características expuestas se puede considerar un modelo de la turbina hidráulica con la siguiente estructura en el dominio de Laplace.

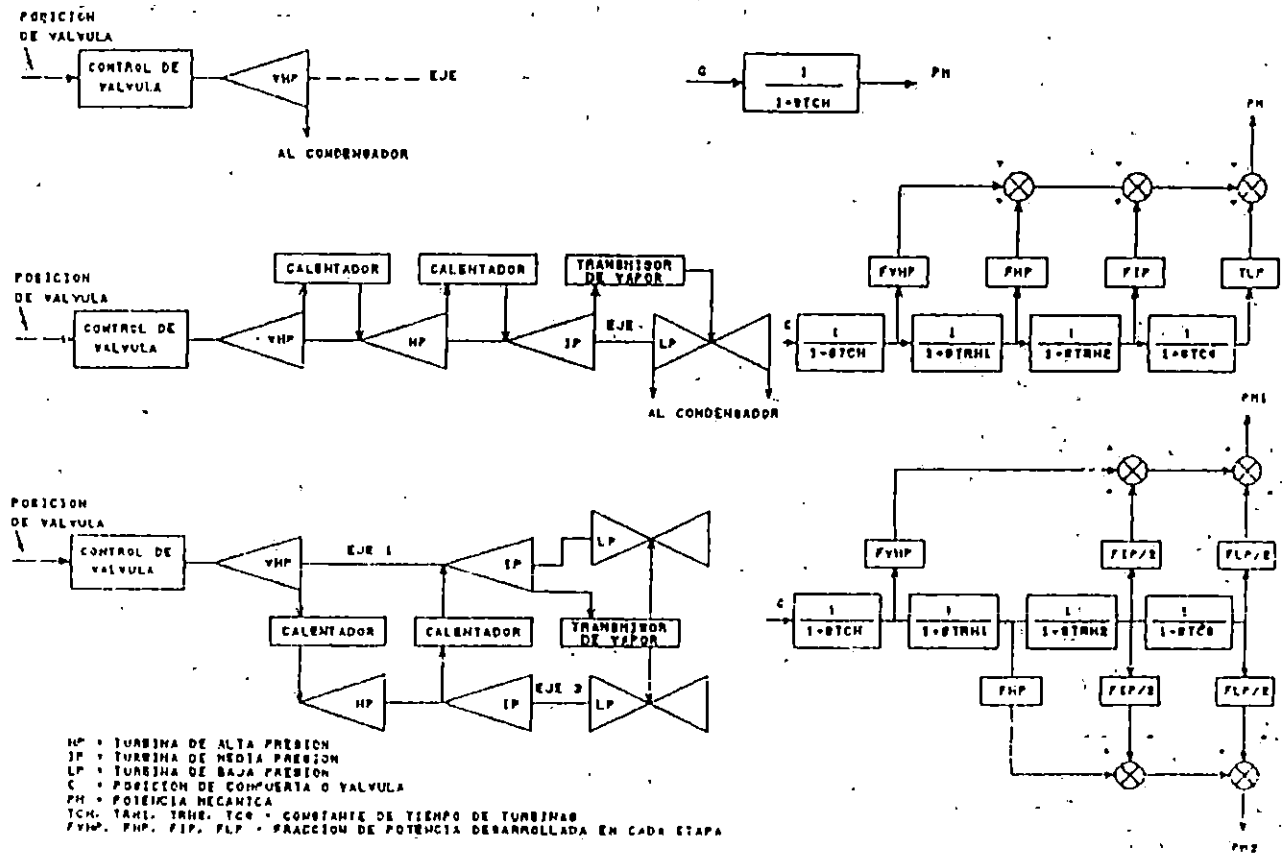


Figura 2.22 Modelo de turbinas térmicas.

Aún cuando la respuesta del sistema puede ser modificada a través de los parámetros del gobernador, se puede apreciar que la respuesta en las turbinas térmicas tiende a ser más estable que en las hidráulicas debido principalmente al efecto de la inercia de la columna de agua. Así también, la operación en paralelo de unidades con diferente característica de respuesta, trae en consecuencia flujos anormales en la red de transmisión después de alguna perturbación debido a la diferencia angular que se genera entre algunos puntos de la red.

Debido a que la respuesta del sistema turbina-generador es lenta y desde el punto de vista de estabilidad, puede decirse que su influencia en estabilidad transitoria, o segundos después de alguna perturbación no es apreciable y puede ser eliminada del análisis. Conforme el tiempo de estudio de alguna perturbación aumenta, la influencia de estos elementos es importante; como por ejemplo en el análisis de oscilaciones electromecánicas donde los tiempos de estudio pueden ubicarse alrededor de los 10 seg.

2.6.5. Modelos de los sistemas turbina-gobernador en el espacio de estado.

En respuesta al problema del análisis del comportamiento de gobernadores cuando el modelo posee un orden elevado, se ha introducido la teoría de control moderno, principalmente el modelado con variables de estado, en forma matricial:

$$\dot{X} = AX + BU$$

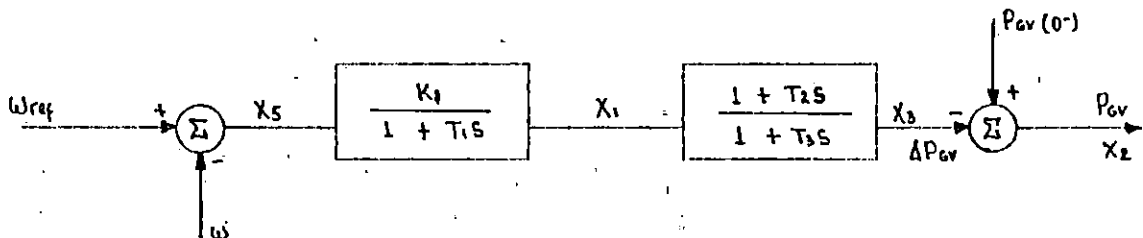
Adicionalmente, a través de los autovalores de la matriz A, se puede definir el ajuste de los parámetros del gobernador, así también, evaluar el efecto de ciertos parámetros o características de modelos.

La base fundamental de la aplicación de la teoría del modelo en variables de estado, es plantear un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden y formar con sus coeficientes la matriz característica del sistema, posteriormente, se aplica alguna técnica para el cálculo de los autovalores respectivos y/o solución en el dominio del tiempo.

2.6.5.1. Sistemas turbina-gobernador para centrales hidroeléctricas.

Se presenta en esta sección los diagramas de bloques que se han tomado como punto de partida para el modelado, estos modelos en diagramas de bloques han sido mundialmente reconocidos como representativos del comportamiento dinámico de los sistemas turbina-gobernador, el lector interesado puede consultar las referencias [9] y [10] que se presentan al final de este capítulo, en donde además se presenta un listado de los parámetros involucrados en el desarrollo del capítulo con su respectivo significado.

a)- Representación equivalente para un hidrogobernador mecánico-hidráulico y eléctrico-hidráulico.



Desarrollo del modelo

$$X_E = W_{ref} - W$$

$$X_1 = \frac{K_1}{1 + ST_1}$$

$$\dot{X}_1 = \frac{1}{T_1} X_1 - \frac{K_1}{T_1} W + \frac{K_1}{T_1} W_{ref}$$

$$X_2 = P_{ev}(0^-) - X_3$$

$$X_2 = \frac{1 + ST_2}{1 + ST_3} X_1$$

$$T_3 \dot{X}_2 = -X_2 + X_1 + T_2 (X_1 + K_1 W_{ref} - W)$$

$$\dot{X}_2 = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1 T_3} X_1 - \frac{1}{T_3} X_2 - \frac{T_2 K_1}{T_1 T_3} W + \frac{T_2 K_1}{T_1 T_3} W_{ref}$$

$$\dot{X}_2 = -\dot{X}_3$$

$$T_1 = T_a + \frac{Tr(\alpha + \delta)}{\sigma}$$

$$K_1 = \frac{1}{R} = \frac{1}{\sigma}$$

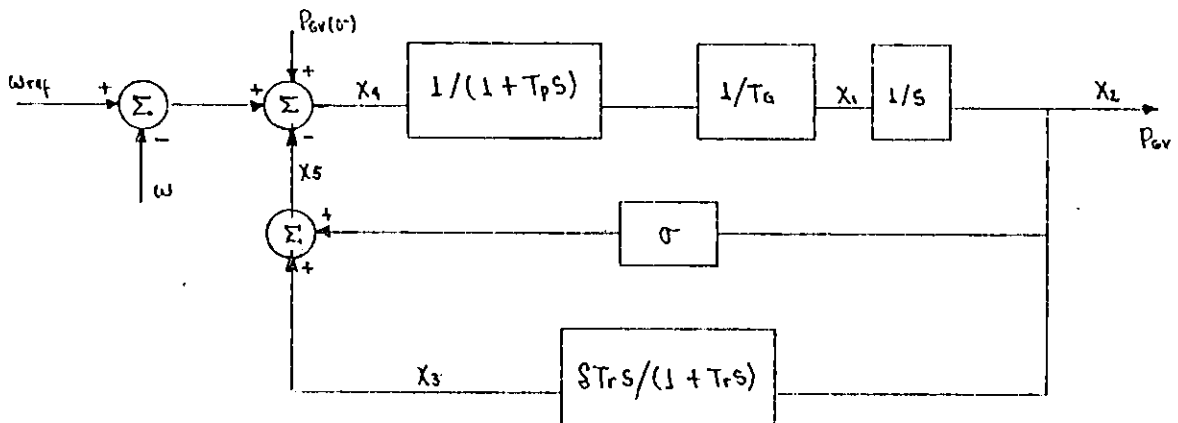
$$T_2 = Tr \approx 5Tw$$

$$T_p \approx 0$$

$$\sigma = 2.5 \frac{Tw}{2H}$$

Los valores de los parámetros determinan si el sistema es electro ó mecánico-hidráulico.

b)-Representación equivalente para un hidrogovernador electro-hidraulico con control integral(acelerométrico).



δ = variación de velocidad transitoria.
 σ = variación de velocidad de estado estable.

$$X_4 = W_{ref} - W - X_5 + P_{ev}(0^-)$$

$$X_5 = \sigma X_2 + X_3$$

$$X_4 = \frac{1}{T_d(1 + T_p S)}$$

$$\dot{X}_4 = -\frac{1}{T_p} X_4 - \frac{\sigma}{T_d T_p} X_2 - \frac{1}{T_d T_p} X_3 - \frac{1}{T_d T_p} W + \frac{1}{T_d T_p} (W_{ref} + P_{ev}(0^-))$$

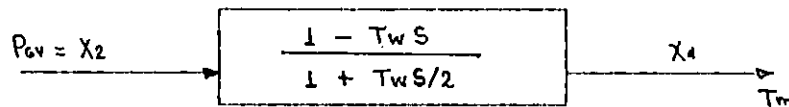
$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{1}{S}$$

$$\dot{X}_2 = X_1$$

$$\frac{X_3}{X_2} = \frac{\delta Tr S}{1 + Tr S}$$

$$\dot{X}_3 = \delta X_1 - \frac{1}{Tr} X_3$$

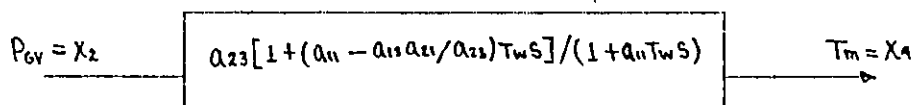
c) - Representación equivalente simplificada de una hidroturbina.



$$\frac{T_m}{P_{ev}} = \frac{X_4}{X_2} = \frac{1 - TwS}{1 + \frac{1}{2} TwS}$$

$$\dot{X}_4 = \frac{2}{Tw} X_2 - \frac{2}{Tw} X_4 - 2\dot{X}_2$$

d) - Representación equivalente detallada de una hidroturbina.



$$\frac{\dot{X}_4}{X_2} = \frac{a_{23} + (a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21})T_w S}{1 + a_{11}T_w S}$$

$$\dot{X}_4 = \frac{a_{23}}{a_{11}T_w} X_2 - \frac{1}{a_{11}T_w} X_4 + \left[a_{23} - \frac{a_{13}a_{21}}{a_{11}} \right] \dot{X}_2$$

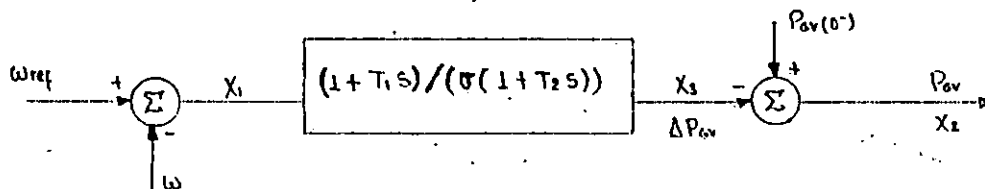
Generalizando para ambos tipos de turbinas y gobernadores tenemos que:

$$\dot{X}_4 = BX_2 + CX_4 + AX_2$$

En donde A, B y C se deben sustituir de acuerdo al modelo de hidroturbina utilizado en el modelo y X₂ de acuerdo al tipo de gobernador.

$$\dot{X}_2 = \begin{cases} X_1 & \text{Gobernador mecánico-hidráulico con control} \\ & \text{integral.} \\ -X_3 & \text{Gobernador mecánico-hidráulico.} \end{cases}$$

e)- Representación equivalente para un hidrogovernador electro-hidráulico tipo PID.



$$\frac{X_3}{W_{ref} - W} = \frac{1 + T_1 S}{\sigma(1 + T_2 S)}$$

$$T_2 \dot{X}_3 = \frac{1}{\sigma} W_{ref} - \frac{1}{\sigma} W - X_3 + \frac{T_1}{\sigma} \dot{W}$$

$$P_{gw} = X_2 = P_{gw}(0^-) - X_3$$

$$\dot{X}_2 = -\dot{X}_3$$

Si $K_d = 0$

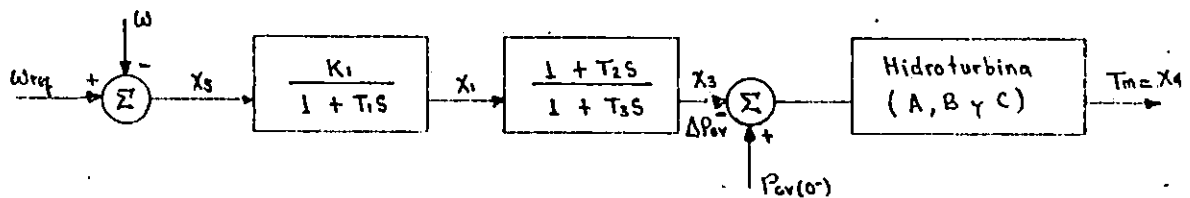
$$T_1 = \frac{K_p}{K_i}$$

$$T_2 = \frac{K_p \sigma + 1}{K_i \sigma}$$

A partir del modelo para la máquina síncrona presentado en la sección 2.6.4 se tiene que:

$$\dot{\omega} = -E_q K_2 / \tau_j - \delta K_1 / \tau_j - \omega D / \tau_j + T_m / \tau_j$$

Con las ecuaciones planteadas hasta aquí se puede formar el modelo en el espacio de estados para cualquier tipo de sistemas turbina-gobernador utilizado en centrales hidroeléctricas, el tipo de turbina, Pelton, Francis o Kaplan no tiene influencia en el modelado ya que sus diferencias de diseño serán representadas en las variaciones de los parámetros del modelo que se utilice. Como ejemplo se presentará el modelo para un sistema que utiliza un gobernador mecánico-hidráulico y que además presenta la flexibilidad para elegir el tipo de hidroturbina.



$$X_2 = P_{ov}(0) - X_3$$

$$\therefore \dot{X}_2 = -\dot{X}_3$$

$$\dot{X}_1 = B X_2 + C X_4 + A \dot{X}_2$$

$$K_1 = K_G = \frac{1}{\sigma}$$

$$\dot{X}_4 = B(P_{ov}(0) - X_3) + C X_4 - A \dot{X}_3$$

$$\dot{X}_1 = -B X_3 + C X_4 + B P_{ov}(0) - A \left[\frac{T_1 - T_2}{T_1 T_3} X_1 - \frac{1}{T_3} X_3 - \frac{T_2 K_G}{T_1 T_3} \omega + \frac{T_2 K_G}{T_1 T_3} \omega_{ref} \right]$$

$$\dot{X}_4 = -\frac{A(T_1 - T_2)}{T_1 T_3} X_1 + \left(\frac{A}{T_3} - B \right) X_3 + C X_4 + \frac{A T_2 K_G}{T_1 T_3} \omega + \left[B P_{ov}(0) - \frac{A T_2 K_G}{T_1 T_3} \omega_{ref} \right]$$

haciendo $K_G = 1/\sigma$ y sustituyendo \dot{X}_1 , \dot{X}_3 y $\dot{\omega}$ se obtiene:

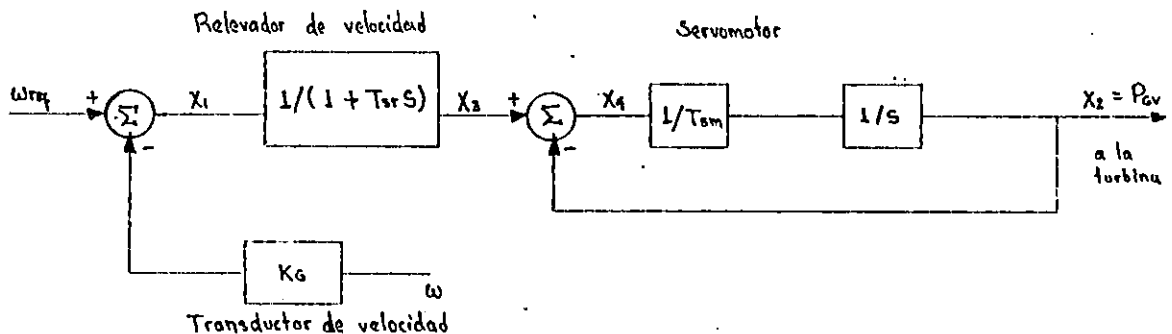
$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{\sigma T_1} & 0 & 0 \\ \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_3} & -\frac{1}{T_3} & 0 & \frac{-T_2}{\sigma T_1 T_3} & 0 & 0 \\ -\frac{A(T_1 - T_2)}{T_1 T_3} & \left(\frac{A}{T_3} - B \right) & C & \frac{A T_2}{\sigma T_1 T_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\tau_j} & -\frac{D}{\tau_j} & -\frac{K_2}{\tau_j} & -\frac{K_1}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_3 \\ X_4 \\ \omega \\ E_q \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma T_1} \omega_{ref} \\ \frac{T_2}{T_1 T_3 \sigma} \omega_{ref} \\ B P_{ov}(0) - \frac{A T_2}{\sigma T_1 T_3} \omega_{ref} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por definición la matriz característica del sistema A debe ser del orden $n \times n$ en la ecuación anterior; para cumplir con esta condición es necesario sustituir \dot{E}_q y δ en el modelo pero debido a que en el capítulo donde se desarrolla el estudio de estabilidad se integraran: la máquina síncrona, el gobernador de velocidad y el mecanismo de control de la excitación en un único modelo, se considera innecesaria tal sustitución.

2.6.5.2. Sistemas turbina-gobernador para centrales geotérmicas.

De igual forma como se desarrollaron los modelos para las centrales hidroeléctricas en esta sección también se tomarán como punto de partida modelos de los sistemas representados mediante diagramas de bloques, estos modelos son reconocidos mundialmente como acertadas representaciones del comportamiento dinámico de los sistemas (Ref [10]).

a) - Sistema gobernador de velocidad mecánico-hidráulico para turbinas de vapor.



$$X_1 = \omega_{ref} - K_G \omega$$

$$X_3 / X_1 = 1 / (1 + T_{sr} s)$$

$$\dot{X}_3 = -X_3 / T_{sr} - \omega K_G / T_{sr} + \omega_{ref} / T_{sr}$$

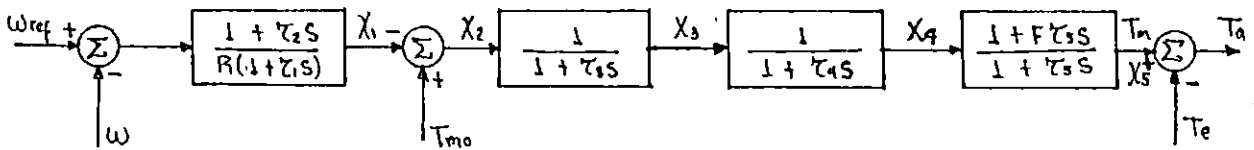
$$X_4 = X_3 - X_2$$

$$X_2 / (X_3 - X_2) = 1 / (T_{sm} s)$$

$$\dot{X}_2 = X_3 / T_{sm} - X_2 / T_{sm}$$

2.6.5.3. Modelos generalizados.

El modelo de gobernador que se presenta en la figura siguiente puede ser usado para representar sistemas mecánico-hidráulicos como también para representar sistemas electro-hidráulicos, además también se puede aplicar a sistemas de centrales hidroeléctricas como también a sistemas de centrales eléctricas con turbinas térmicas. El diagrama de bloques de este modelo es presentado en el Apéndice D de la referencia [11].



$$X_5 = T_m$$

$$X_1 / (\omega_{ref} - \omega) = (1 + \tau_2 s) / [R(1 + \tau_1 s)]$$

$$\dot{X}_1 = -X_1 / \tau_1 - \omega / (R\tau_1) + \omega_{ref} / (R\tau_1) - \dot{\omega} \tau_2 / (R\tau_1)$$

Sustituyendo $\dot{\omega}$ tenemos:

$$\dot{X}_1 = \frac{\tau_2 K_t E_f}{R \tau_1 \tau_f} - \frac{1}{R \tau_1} \omega + \frac{\tau_2 K_t s}{R \tau_1 \tau_f} = \frac{1}{\tau_1} X_1 - \frac{\tau_2}{R \tau_1 \tau_f} X_5 + \frac{1}{R \tau_1} \omega_{ref}$$

$$X_2 = T_{m0} - X_1$$

$$X_3 / (T_{m0} - X_1) = 1 / (1 + \tau_3 s)$$

$$\dot{X}_3 = -X_1 / \tau_3 - X_3 / \tau_3 + T_{m0} / \tau_3$$

$$X_4 / X_3 = 1 / (1 + \tau_4 s)$$

$$\dot{X}_4 = X_3 / \tau_4 - X_4 / \tau_4$$

$$X_5 / X_4 = (1 + F\tau_5 s) / (1 + \tau_5 s)$$

$$\dot{X}_5 = X_4 / \tau_5 - X_5 / \tau_5 + F\dot{X}_4$$

Sustituyendo \dot{X}_4 tenemos que:

$$\dot{\chi}_s = \chi_3 F / \tau_4 + \chi_4 (\tau_4 - F \tau_5) / (\tau_4 \tau_5) - \chi_5 / \tau_5$$

El tipo y características del sistema queda determinado por los valores que se asignan a los parámetros involucrados en el modelo.

2.7. Descripción funcional y modelado de los estabilizadores de sistemas de potencia.

2.7.1. Características del estabilizador.

El estabilizador de sistemas de potencia (PSS) tiene como objetivo principal, aumentar el límite de estabilidad del sistema eléctrico, mejorando las características de amortiguamiento de las oscilaciones electromecánicas del sistema (genera un par eléctrico de amortiguamiento adicional).

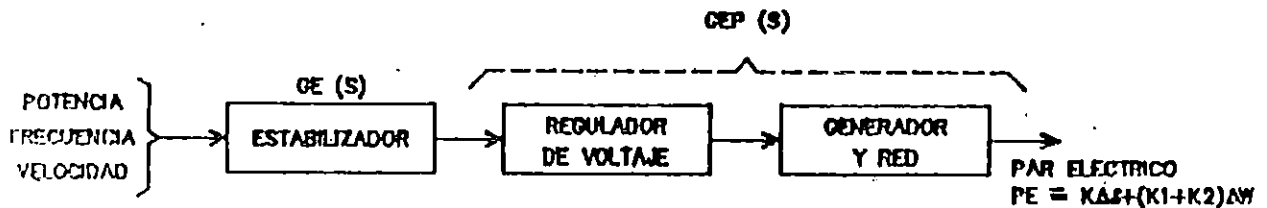
Este elemento puede ser considerado como una función adicional del regulador de voltaje, cuyo objetivo es generar una señal suplementaria actuando a través del regulador, para producir un par eléctrico adicional en el sentido de los cambios de velocidad del rotor del generador, y así aumentar el nivel de amortiguamiento del sistema.

La señal generada por el estabilizador, debe ser tal que el par eléctrico adicional producido por el grupo generador-regulador de voltaje-estabilizador, se encuentre en fase con las variaciones de velocidad (par de amortiguamiento). Este objetivo implica que la característica de la función de transferencia del estabilizador, debe ser diseñada para realizar una compensación adecuada de la característica de ganancia y fase del regulador de voltaje-generador y red de transmisión, de modo que la señal de entrada al estabilizador, genere un par eléctrico de amortiguamiento adicional y efectivo en el sistema.

La señal de entrada al estabilizador puede ser:

- a) velocidad del rotor
- b) frecuencia del sistema
- c) potencia eléctrica
- d) potencia acelerante

Inclusive combinación de éstas. En la figura (2.23) se muestra en forma esquemática el objetivo de la aplicación de estabilizadores.



K REPRESENTA EL PAR DE SINCRONIZACION SIN PSS
 K1 REPRESENTA EL PAR DE AMORTIGUAMIENTO SIN PSS
 K2 PAR DE AMORTIGUAMIENTO ADICIONAL PRODUCIDO POR EL PSS

Figura 2.23 Objetivo de los estabilizadores.

Si la función de transferencia del estabilizador es $GE(s)$ y la del sistema es $GEP(s)$, se puede observar que la estructura del PSS para cualquier entrada seleccionada debe ser:

$$GE(s) = K_2 / GEP(s)$$

Esta relación muestra que un estabilizador presenta una estructura de filtro de frecuencia con etapas en atraso y adelanto de fase, mediante las cuales realiza la compensación necesaria de magnitud y ángulo de la función de transferencia del regulador-generador-red de transmisión, representada por $GEP(s)$.

Es importante considerar que en forma práctica, la compensación de fase no es completa sino parcial, esto implica que además de modificar el nivel de amortiguamiento del sistema, también se modifica la frecuencia de oscilación, debido al nuevo par eléctrico de sincronización generado. De acuerdo al ajuste del estabilizador (etapas de adelanto-atraso y ganancia), se podrá producir además del aumento en el par de amortiguamiento, un aumento o reducción del par de sincronización.

Desde el punto de vista de operación, el estabilizador debe actuar durante un proceso oscilatorio y desactivarse en caso contrario. Esto implica la necesidad de una etapa dentro del estabilizador que analice constantemente la señal de entrada y tome la decisión de activar o no el equipo, y evitar que en estado estable se esté generando una señal en el estabilizador, y por ende en el regulador de voltaje, que modifique la magnitud del voltaje de la máquina. Esta etapa es básicamente un filtro derivador que responde únicamente ante variaciones.

Comúnmente esta etapa es conocida como "washout" o desactivador.

La operación de la máquina, ha sido considerada como una condición adicional para activar al estabilizador. Se refiere al nivel de generación debido a que si la unidad se encuentra operando en niveles muy bajos de su potencia nominal, las condiciones son tales, que la sola presencia del regulador de voltaje aumenta el amortiguamiento de las oscilaciones del sistema, y es en alta demanda, en donde se presenta un efecto negativo por parte del regulador, necesitando de una señal suplementaria a través del control de voltaje, para corregir el nivel de amortiguamiento del sistema. La referencia de nivel de generación de potencia activa, para la cual debe entrar en operación el estabilizador, varía con las características de los parámetros del generador básicamente. Sin embargo, puede ser considerado el 60 a 80% de generación como el punto en el cual se requiere la presencia del estabilizador. Este límite se define en forma adecuada, realizando un análisis de estabilidad dinámica multimáquina, o bien utilizando un sistema conceptual similar al máquina-bus infinito determinado para la máquina síncrona en secciones anteriores.

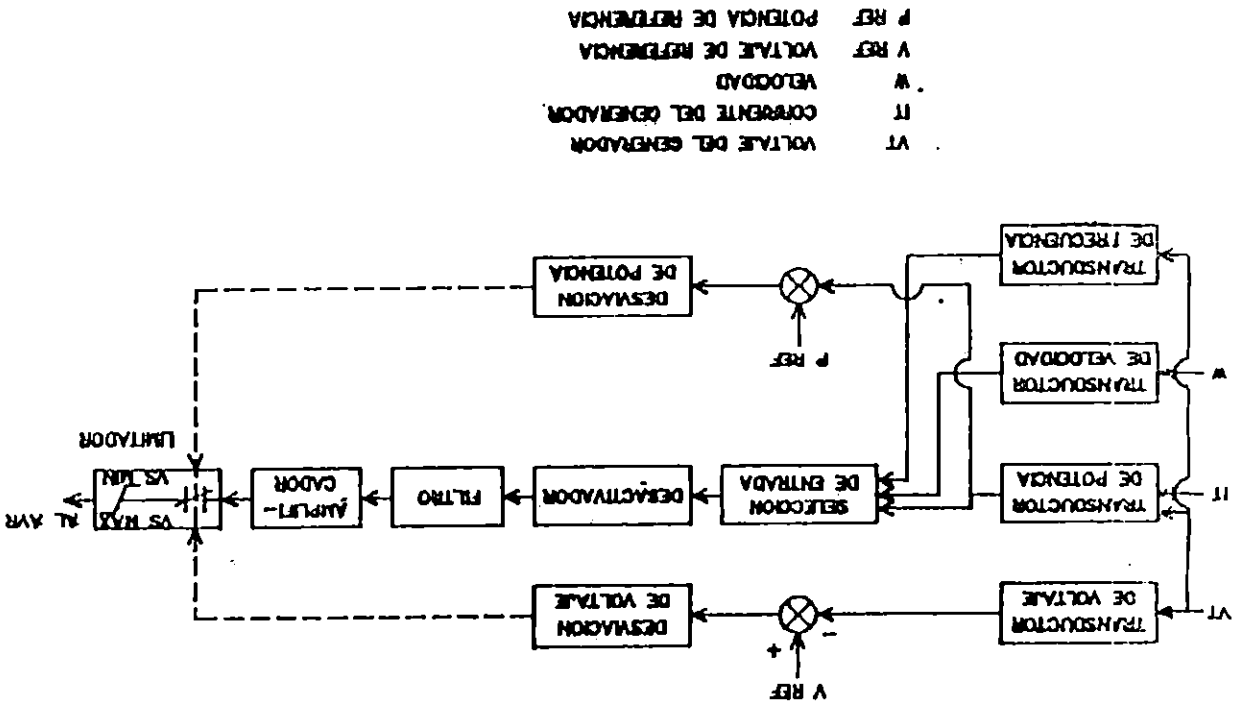
Durante alguna perturbación fuerte (fallas en la red de transmisión), la magnitud de voltaje de los generadores del sistema así como otras cantidades, pueden variar dramáticamente (proceso transitorio durante los primeros segundos), y pueden ocasionar que el estabilizador genere una señal de salida, en perjuicio de la acción del regulador de voltaje debido fundamentalmente a su tiempo de reacción. Considerando esta característica se ha fijado la acción del estabilizador, en un ámbito en donde las oscilaciones son de baja velocidad (oscilaciones electromecánicas), alrededor de un 5% a 10% arriba y abajo del valor nominal de la magnitud de voltaje de los generadores.

Un límite adicional, se refiere al efecto de la señal generada por el estabilizador, sobre la magnitud del voltaje en terminales del generador. Este límite se utiliza para evitar que la señal de salida del estabilizador, tienda a forzar en forma prolongada el voltaje del generador (subir o bajar), durante alguna perturbación en el sistema, o bien falla en alguno de sus componentes. Normalmente, este límite puede variar de 2% a 10% de cambio en el voltaje del generador.

En términos generales, un estabilizador de sistemas de potencia presenta los siguientes elementos:

- a) Transductores (potencia, voltaje, velocidad, frecuencia)

Figura 2.24 Estabilizador de potencia.



En forma esquemática puede observarse su ubicación en el diagrama de bloques de la figura (2.24).

Los transductores de voltaje, potencia, velocidad o frecuencia, presentan característica lineal y generan una señal DC proporcional a la señal de entrada y acondicionada a una magnitud que puede variar de -10 a 10 Voltios DC (existen casos en donde la magnitud puede ser menor dependiendo del fabricante).

Desde el punto de vista constructivo, cada bloque es una tarjeta electrónica y poseen cada uno de sus ajustes en forma accesible así como señalización y puntos de prueba para verificar su operación fuera o no lineal.

e) Fuente de poder AC/DC para la polarización de circuitos.

d) Limitadores de potencia, voltaje y cambio en el voltaje en terminales del generador.

c) Filtro con etapas de adelanto-atraso.

b) Desactivador ("washout").

Los circuitos desactivador, filtro, amplificador y limitador están compuestos por amplificadores operacionales dispuestos de acuerdo con la estructura mostrada en la figura (2.25) en donde adicionalmente, se presentan las relaciones matemáticas que describen su respectivo comportamiento.

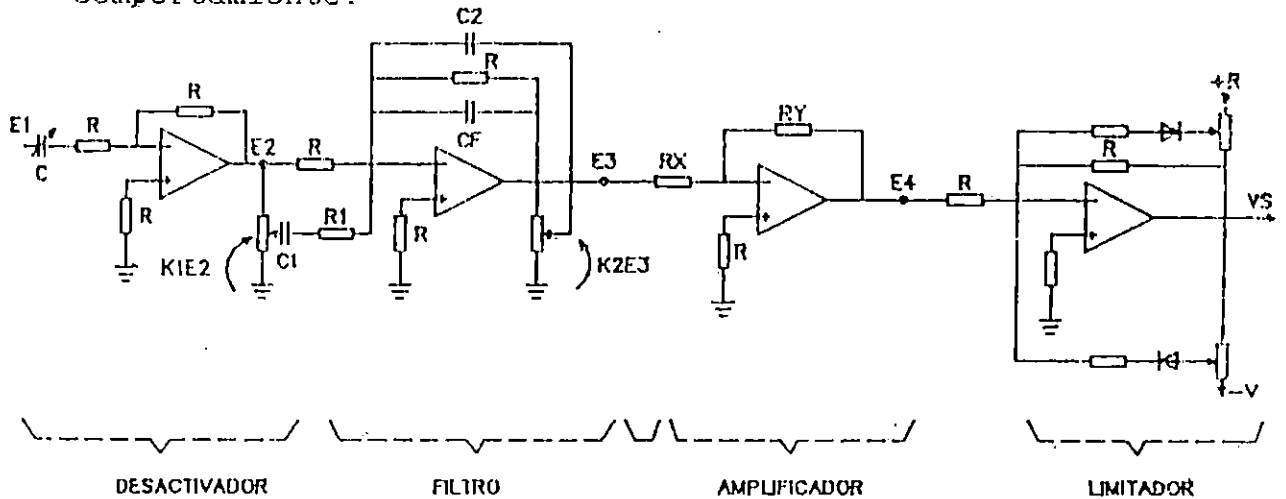
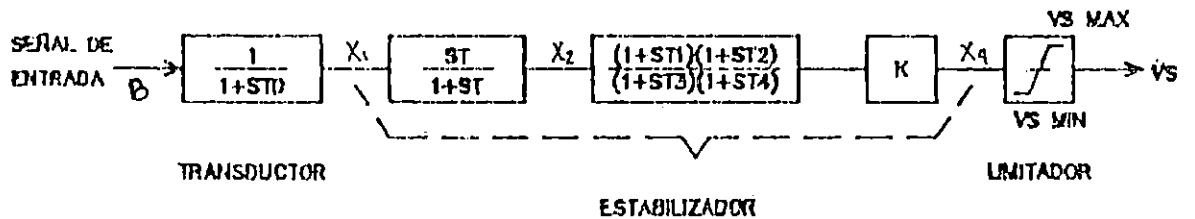


Figura 2.25 Circuitos básicos de un PSS.
La función de transferencia de los estabilizadores con propósitos de simulación presenta la estructura siguiente (Ref. [11]):



- $T_D < 0.04 \text{ seg}$
- $0.1 < T < 10 \text{ seg}$
- $0.2 < T_1, T_2 < 1.5 \text{ seg}$
- $0.02 < T_3, T_4 < 0.1 \text{ seg}$

El modelo en el espacio de estado se determina de la manera siguiente:

$$X_4 = V_s$$

$$B = \text{Señal de entrada } (f, \omega, p)$$

$$X_1/B = K/(1 + T_D s)$$

$$\dot{X}_1 = -X_1/T_D + KB/T_D$$

$$X_2/X_1 = TS/(1 + TS)$$

$$\dot{X}_2 = -X_2/T + \dot{X}_1$$

$$\dot{X}_2 = -X_1/T_D - X_2/T + KB/T_D$$

$$X_3/X_2 = (1+T_1S)/(1+T_2S)$$

$$\dot{X}_3 = -\frac{T_1}{T_D T_2} X_1 + \frac{(T-T_1)}{T T_2} X_2 - \frac{1}{T_2} X_3 + \frac{KT_1 B}{T_D T_2}$$

$$X_4/X_3 = (1+T_2S)/(1+T_4S)$$

$$\dot{X}_4 = X_3/T_4 - X_4/T_4 + T_2 \dot{X}_3/T_4$$

∴

$$\dot{X}_4 = -\frac{T_1 T_2}{T_D T_3 T_4} X_1 + \frac{T_2(T-T_1)}{T T_3 T_4} X_2 + \frac{(T_3-T_2)}{T_3 T_4} X_3 - \frac{1}{T_4} X_4 + \frac{KT_1 T_2 B}{T_D T_3 T_4}$$

2.8. Conclusiones y Observaciones.

Conclusiones.

- Para el desarrollo de cualquier estudio de estabilidad en un sistema eléctrico de potencia (SEP) es de primordial importancia el desarrollo y validación de modelos matemáticos que reflejen el funcionamiento del sistema.
- Resulta de mucha utilidad el realizar análisis paramétricos (sintonización de sistemas) de los sistemas involucrados en un SEP como un recurso para corregir la inestabilidad.
- En un estudio de estabilidad completo partiendo del modelo del SEP a través de la notación del espacio de estados ($\dot{X} = AX + BU$) pueden considerarse los siguientes pasos:
 - i) Encontrar los autovalores (eigenvalues) del sistema y determinar su ubicación en el plano complejo.
 - ii) Encontrar los autovectores derechos e izquierdos para cada autovalor.
 - iii) A partir de los autovectores encontrados en el numeral anterior encontrar la matriz de participación del sistema con lo cual se puede determinar específicamente cuál variable de estado es la que tiene más influencia sobre la inestabilidad del sistema para luego tomar las medidas correctivas necesarias.

Los tres pasos anteriores son considerados en la mayoría de textos como un "análisis espectral", "análisis

de sensibilidad" y en otros como "análisis modal", ya que cada autovalor representa un modo de oscilación, en el cual se puede determinar fácilmente la magnitud de las oscilaciones así como también la frecuencia de estas oscilaciones conociendo el valor numérico de su parte real e imaginaria respectivamente.

Este tipo de análisis ha sido ampliamente desarrollado en países que cuentan con un adelanto tecnológico considerable. En nuestro país nunca se ha desarrollado un estudio de esta naturaleza en el sistema de potencia; los motivos por los cuales no se han efectuado son muchos, entre ellos se puede mencionar el más importante, el cual es que, la CEL en los últimos años ha estado trabajando en función de mantener operando el sistema de potencia, y casi todos los recursos técnicos son dedicados a esta tarea que se vuelve mucho más difícil si se toma en cuenta la situación política existente en El Salvador.

Observaciones.

- Para desarrollar el modelo matemático de un sistema físico, no basta con conocer las técnicas para modelar sistemas, debe darse mucha importancia al conocimiento sobre el funcionamiento y características físicas del sistema que se quiere modelar.
- Uno de los principales inconvenientes encontrados para el desarrollo de un estudio de estabilidad del sistema de potencia de nuestro país, es que la CEL no cuenta con un archivo de actualización de datos para los parámetros involucrados en los modelos del SEP. Para solventar este problema se utilizarán los datos de parámetros típicos encontrados en algunos textos unidos éstos a los datos proporcionados por CEL.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [5] Prentice, B. R.: Fundamental concepts of synchronous machine reactances. AIEE Trans. 56 (Suppl.1) 716-20, 1929.
- [6] Herbert, E. C., William, A. L.: Proyecto de Ingeniería Eléctrica. "Análisis dinámico de los sistemas de potencia utilizando técnicas de control moderno". UES, Escuela de Ingeniería Eléctrica, 1990.
- [7] Quezada T., R. A.: Seminario/Taller sobre determinación de parámetros de reguladores de voltaje y velocidad. PARSEICA, CEPAL, 1990.
- [8] Arroyo A., G.: Estabilidad transitoria de sistemas de potencia. PARSEICA, CEPAL, 1990.

- [9] Detailed Hydrogovernor representation for system stability studies. IEEE Committee Report(IEEE Transactions. Power App. Syst. January 1970).
- [10] Dynamic Modeling for steam and hidroturbines in power system studies.
(IEEE Transactions on power. App. Syst., Nov/Dec 1973)/

CAPITULO III

DESARROLLO DEL ESTUDIO DE ESTABILIDAD. DINAMICA PARA UN SISTEMA MULTIMAQUINAS.

Introducción.

El desarrollo de un algoritmo computacional es una tarea imprescindible en cualquier estudio de estabilidad que se efectue en un SEP. En este capítulo se presentan los pasos y transformaciones efectuadas en un SEP para elaborar este algoritmo. Para lo cual se utilizarán los modelos matemáticos presentados en el capítulo anterior además se presenta una aplicación de la teoría de estados en un SEP esta aplicación consiste en la elaboración de un modelo multimáquinas en el espacio de estados.

3.1. Determinación de las condiciones iniciales de operación del sistema.

Al considerar el sistema multimáquinas mostrado en la figura 3.1. La red de transmisión es alimentada por n máquinas generadoras y r cargas. Debido a que las cargas son representadas por impedancias constantes, el sistema tiene únicamente n fuentes activas, además las impedancias equivalentes de las cargas pueden ser determinadas de las condiciones pretransitorias en el sistema. Por lo que resulta imprescindible la obtención de un análisis de flujos de carga como primer paso para el estudio de estabilidad de dicho análisis se obtendrá el voltaje y la potencia generada o consumida en cada nodo del sistema para una determinada condición de operación, entonces para un nodo de carga L se puede decir que su respectiva admitancia de carga puede calcularse de la siguiente forma:

$$Y_L = P_L/V_L^2 - j Q_L/V_L^2 \quad (3.1)$$

Donde V_L es la magnitud del voltaje en el nodo de carga. P_L y Q_L representan la potencia real y reactiva respectivamente en dicho nodo.

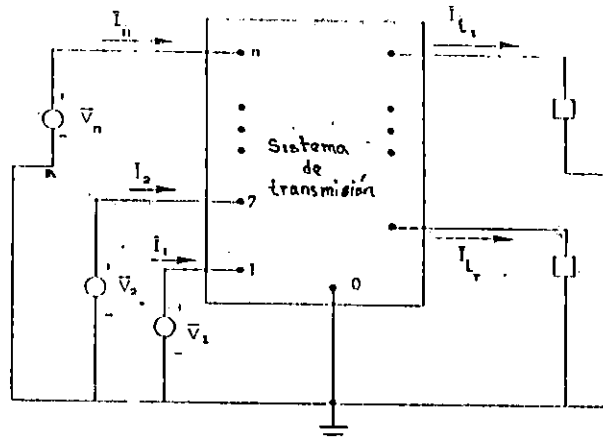


Figura 3.1 Sistema multimáquinas.

Aplicando reducciones de redes el sistema mostrado en la figura anterior se llega al sistema representado en la figura 3.2. En este sistema reducido las corrientes y voltajes en los nodos expresados en notación fasorial son: $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \dots, \bar{I}_n$ y $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_n$ respectivamente. La técnica de reducción aplicada es conocida como la reducción de Kron en la cual como primer paso se debe obtener la matriz de admitancias (Y_{bus}) del sistema de potencia que se analiza. Para la generación de Y_{bus} se encuentran las impedancias propias y mutuas tomando en cuenta las impedancias de carga, los parámetros de las líneas, los compensadores de VARS y los transformadores existentes en el sistema respectivamente.

Además en los nodos de generación se agrega al valor de reactancia del transformador el valor de la reactancia transitoria de eje directo para el respectivo generador con lo que se obtiene a partir del análisis de flujos el voltaje a través de la reactancia transitoria para cada generador. A partir de Y_{bus} se tiene que:

$$I = YV \quad (3.2)$$

$$I = \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{nn} & Y_{nr} \\ Y_{rn} & Y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ V_r \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

donde:

- n: nodos de generación
- r: nodos restantes
- I: corrientes en los nodos
- V: voltajes en los nodos

Entonces de la ecuación (3.4) se tiene que:

$$I_n = Y_{nn} V_n + Y_{nr} V_r \quad (3.5)$$

y

$$0 = Y_{rn} V_n + Y_{rr} V_r$$

$$\therefore V_r = -Y_{rr}^{-1} Y_{rn} V_n \quad (3.6)$$

Sustituyendo la ecuación (3.6) en la ecuación (3.5) se tiene que:

$$\begin{aligned} I_n &= Y_{nn} V_n - Y_{nr} Y_{rr}^{-1} Y_{rn} V_n \\ I_n &= (Y_{nn} - Y_{nr} Y_{rr}^{-1} Y_{rn}) V_n \end{aligned} \quad (3.7)$$

luego:

$$I_n = Y_{eq} V_n \quad (3.8)$$

donde:

- I_n : corriente en los nodos de generación
- Y_{eq} : matriz que resulta de la transformación
- V_n : voltaje en los nodos de generación

$$Y_{eq} = Y_{nn} - Y_{nr} Y_{rr}^{-1} Y_{rn} \quad (3.9)$$

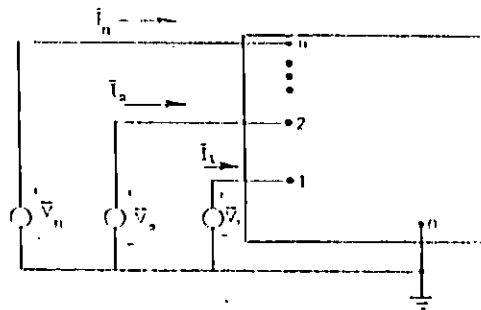


Figura 3.2 Sistema multimaquinas con reducción de la red de transmisión y carga.

Para obtener relaciones generales entre los elementos de la red es necesario expresar los parámetros de la ecuación (3.8) a una referencia común. Por ejemplo si el voltaje en el nodo de generación i es expresado en forma fasorial como $\bar{V}_i = V_{qi} + jV_{di}$ con respecto a un eje de referencia que gira a velocidad síncrona ($\omega = 2\pi f$). Este mismo voltaje expresado en la nueva notación será $\hat{V}_i = V_{qi} + jV_{di}$ como se muestra en la figura 3.3.

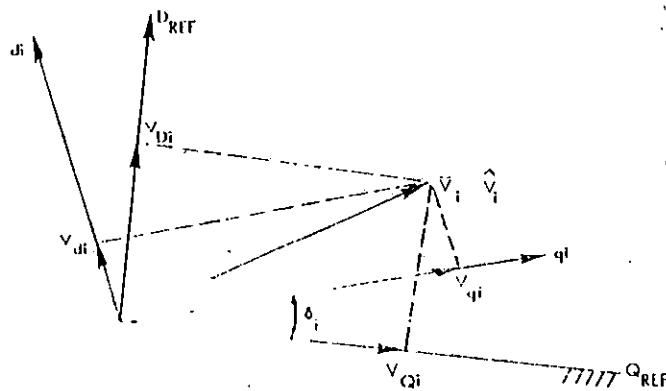


Figura 3.3 Conversión a una referencia común.

De la figura 3.3 se observa que:

$$\hat{V}_i = V_{qi} + jV_{di} = (V_{qi} \cos \delta_i - V_{di} \sin \delta_i) + j(V_{qi} \sin \delta_i + V_{di} \cos \delta_i) \quad (3.10)$$

o sea que:

$$\hat{V}_i = \bar{V}_i e^{j\beta_i} \quad (3.11)$$

3.1.1. Conversión de las máquinas a una referencia común.

Al considerar un voltaje V_{abci} en el nodo i . Se puede aplicar la transformación de Parks (Apéndice 1) a este voltaje para obtener V_{dqi} . Además este voltaje puede ser expresado en notación fasorial como \hat{V}_i , usando el rotor de la máquina i como referencia.

Esto puede además ser expresado con respecto a una referencia síncrona como \bar{V}_i usando la transformación (3.11). Además la ecuación (3.11) puede ser generalizada para incluir todos los nodos. Así:

$$T = \begin{bmatrix} e^{j\beta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\beta_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\beta_n} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} V_{a1} + jV_{b1} \\ V_{a2} + jV_{b2} \\ \dots \\ V_{an} + jV_{bn} \end{bmatrix} \quad \bar{V} = \begin{bmatrix} V_{q1} + jV_{d1} \\ V_{q2} + jV_{d2} \\ \dots \\ V_{qn} + jV_{dn} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

entonces: $\hat{V} = T\bar{V} \quad (3.14)$

Al observar la ecuación (3.12) se deduce que T es ortogonal, es decir que su inversa es igual a su conjugada transpuesta. O sea:

$$T^{-1} = T^* \quad (3.15)$$

Por lo tanto de (3.14) y (3.15) se tiene que:

$$\bar{V} = T^* \hat{V} \quad (3.16)$$

En forma similar para las corrientes en los nodos se tiene que:

$$\hat{I} = T\bar{I} \quad ; \quad \bar{I} = T^* \hat{I} \quad (3.17)$$

Las corrientes en los nodos de la figura 3.2 con respecto a una referencia común son dadas entonces por:

$$\hat{I} = Y_{eq} \hat{V} \quad (3.18)$$

y utilizando (3.14) y (3.17) en (3.18) se tiene que:

$$T\bar{I} = Y_{eq}T\bar{V} \quad (3.19)$$

premultiplicando (3.19) por T^{-1} se llega a:

$$\bar{I} = (T^{-1}Y_{eq}T)\bar{V} = \bar{M}\bar{V} \quad (3.20)$$

donde:

$$\bar{M} = T^{-1}Y_{eq}T = T^*Y_{eq}T \quad (3.21)$$

La ecuación (3.20) presenta la relación existente entre los voltajes terminales y las corrientes de las máquinas, expresada en notación fasorial. Si la ecuación (3.20) se expresa en notación algebraica se tiene un grupo de $2n$ voltajes reales $V_{q1}, V_{d1}, \dots, V_{qn}, V_{dn}$, relacionados con $2n$ corrientes reales, $I_{q1}, I_{d1}, \dots, I_{qn}, I_{dn}$, donde n es el número de generadores.

Para un sistema de n generadores el desarrollo para el cálculo de M es el siguiente:

$$Y_{eq} = \begin{bmatrix} Y_{11} e^{j\theta_{11}} & Y_{12} e^{j\theta_{12}} & \dots & Y_{1n} e^{j\theta_{1n}} \\ Y_{21} e^{j\theta_{21}} & Y_{22} e^{j\theta_{22}} & \dots & Y_{2n} e^{j\theta_{2n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} e^{j\theta_{n1}} & Y_{n2} e^{j\theta_{n2}} & \dots & Y_{nn} e^{j\theta_{nn}} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$T = \begin{bmatrix} e^{j\delta_1} & & & \\ & \dots & & \\ & & \dots & \\ & & & e^{j\delta_n} \end{bmatrix} \quad T^{-1} = T^* = \begin{bmatrix} e^{-j\delta_1} & & & \\ & \dots & & \\ & & \dots & \\ & & & e^{-j\delta_n} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\bar{M} = T^{-1}Y_{eq}T = \begin{bmatrix} Y_{11} e^{j(\theta_{11} - \delta_{11})} & Y_{12} e^{j(\theta_{12} - \delta_{12})} & \dots & Y_{1n} e^{j(\theta_{1n} - \delta_{1n})} \\ Y_{21} e^{j(\theta_{21} - \delta_{21})} & Y_{22} e^{j\theta_{22}} & \dots & Y_{2n} e^{j(\theta_{2n} - \delta_{2n})} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} e^{j(\theta_{n1} - \delta_{n1})} & Y_{n2} e^{j(\theta_{n2} - \delta_{n2})} & \dots & Y_{nn} e^{j\theta_{nn}} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$

3.1.2. Modelo linealizado para la relación voltaje-corriente.

La relación entre voltajes y corrientes entre los nodos de generación está determinada por la ecuación (3.20). Linealizando (3.20) de acuerdo a las técnicas presentadas en el Capítulo 2 Sección 6.3.2 se tiene que:

$$\bar{I}_\Delta = \bar{M}_0 \bar{V}_\Delta + \bar{M}_\Delta \bar{V}_0 \quad (3.25)$$

donde \bar{M}_0 es la matriz \bar{M} evaluada en los ángulos δ_{i0} , $i=1,2,\dots,n$, y \bar{V}_0 son los valores iniciales del vector \bar{V} . Haciendo $\delta_i = \delta_{i0} + \delta_{i\Delta}$, la matriz \bar{M} es luego:

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} Y_{11} e^{j\theta_{11}} & Y_{12} e^{j(\theta_{12} - \delta_{110} - \delta_{12\Delta})} & \dots & Y_{1n} e^{j(\theta_{1n} - \delta_{110} - \delta_{1n\Delta})} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} e^{j(\theta_{n1} - \delta_{n10} - \delta_{n1\Delta})} & Y_{n2} e^{j(\theta_{n2} - \delta_{n20} - \delta_{n2\Delta})} & \dots & Y_{nn} e^{j\theta_{nn}} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Los términos mas generales de la matriz \bar{M} denotados por \bar{m}_{ij} son de la forma: $Y_{ij} e^{j(\theta_{ij} - \delta_{ij0} - \delta_{ij\Delta})}$

asi se tiene que:

$$\bar{m}_{ij} = Y_{ij} e^{j(\theta_{ij} - \delta_{ij0})} e^{j\delta_{ij\Delta}} \quad (3.27)$$

en (3.27) se pueden usar las relaciones siguientes:

$$\cos \delta_{ij\Delta} \approx 1, \quad \sin \delta_{ij\Delta} \approx \delta_{ij\Delta}$$

llegando a que:

$$\bar{m}_{ij} \approx Y_{ij} e^{j(\theta_{ij} - \delta_{ij0})} (1 - j\delta_{ij\Delta}) \quad (3.28)$$

$$\bar{m}_{ij} = \bar{m}_{ij0} + \bar{m}_{ij\Delta} \quad (3.29)$$

$$\bar{m}_{ij0} = Y_{ij} e^{j(\theta_{ij} - \delta_{ij0})} \quad (3.30)$$

$$\bar{m}_{ij\Delta} = -j Y_{ij} e^{j(\theta_{ij} - \delta_{ij0})} \delta_{ij\Delta} \quad (3.31)$$

y la ecuación (3.25) será:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1a} \\ \bar{I}_{2a} \\ \vdots \\ \bar{I}_{na} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} e^{j\theta_{11}} & \dots & Y_{1n} e^{j(\theta_{1n} - \delta_{1n0})} \\ Y_{21} e^{j(\theta_{21} - \delta_{210})} & \dots & Y_{2n} e^{j(\theta_{2n} - \delta_{2n0})} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} e^{j(\theta_{n1} - \delta_{n10})} & \dots & Y_{nn} e^{j\theta_{nn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{1a} \\ \bar{V}_{2a} \\ \vdots \\ \bar{V}_{na} \end{bmatrix} - j \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \bar{V}_{k0} Y_{1k} e^{j(\theta_{1k} - \delta_{1k0})} \delta_{1k\Delta} \\ \sum_{k=1}^n \bar{V}_{k0} Y_{2k} e^{j(\theta_{2k} - \delta_{2k0})} \delta_{2k\Delta} \\ \dots \\ \sum_{k=1}^n \bar{V}_{k0} Y_{nk} e^{j(\theta_{nk} - \delta_{nk0})} \delta_{nk\Delta} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

3.2. Formulación del modelo multimáquinas en el espacio de estados.

En el Capítulo 2 Sección 2.6.2 de este documento se presentan algunos aspectos sobre la técnica para representar sistemas físicos utilizando la teoría de estados. Aquí se presentan los pasos seguidos para poder obtener la representación de un sistema de potencia multimáquinas en el espacio de estados.

3.2.1. Determinación de las condiciones de frontera para los generadores.

La información obtenida del análisis de flujos en los nodos de generación consiste en el voltaje terminal \bar{V}_a y la potencia real y reactiva, P y Q respectivamente, con esta información se puede calcular la corriente en los nodos I_a , utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\bar{V}_a = |V_a| \angle \beta \quad (3.33)$$

$$S = P + jQ \quad (3.34)$$

$$\bar{I}_a = I_r + jI_x = S^*/|V_a| = I_a \angle \phi \quad (3.35)$$

donde I_r es la componente de \bar{I}_a en fase con \bar{V}_a , I_x es la componente en cuadratura con \bar{V}_a , como el factor de potencia el cual se está generando es $f.p. = \cos \phi$, ϕ es el ángulo que \bar{I}_a atrasa o adelanta a \bar{V}_a como se visualiza en la figura 3.4. El fasor \bar{E}_{ga} en la figura 3.4 está dado por:

$$\bar{E}_{ga} \approx \bar{V}_a + (r + jX_q)\bar{I}_a = V_a + (r + jX_q)(I_r + jI_x) \quad (3.36)$$

$$\bar{E}_{ga} \approx (V_a - X_q I_x + r I_r) + j(X_q I_r + r I_x) \quad (3.37)$$

El ángulo entre el eje en cuadratura y el voltaje terminal \bar{V}_a está dado de la figura 3.4 por:

$$\delta - \beta = \tan^{-1} [(X_q I_r + r I_x) / (V_a + r I_r - X_q I_x)] \quad (3.38)$$

Las siguientes relaciones son obtenidas a partir de la figura 3.4.

$$V_d = -V_a \sin(\delta - \beta) \quad , \quad V_q = V_a \cos(\delta - \beta) \quad (3.39)$$

Las corrientes son obtenidas por:

$$I_d = -I_a \sin(\delta - \beta + \phi) \quad (3.40)$$

$$I_q = I_a \cos(\delta - \beta + \phi) \quad (3.41)$$

En la figura 3.4 claramente se puede observar que V_q , V_d , I_q e I_d , son las proyecciones en los ejes q y d de \bar{V}_a e \bar{I}_a respectivamente.

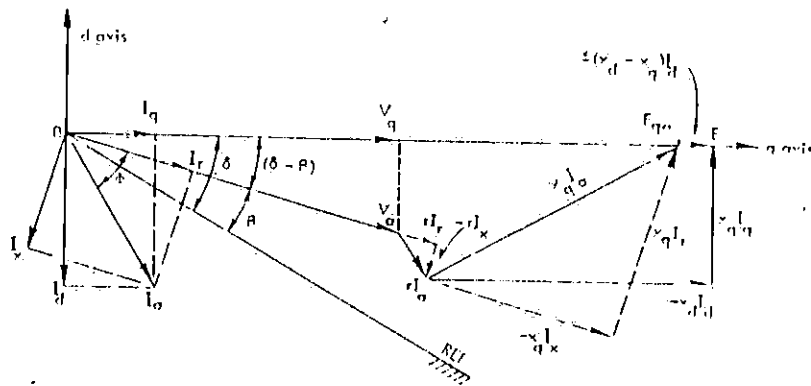


Figura 3.4 Diagrama fasorial que ilustra (3.36) y (3.38).

Como en el modelo de dos ejes para los generadores el efecto de la saliencia (fenómeno íntimamente relacionado con la reacción de armadura) no es tomado en cuenta, los valores de las variaciones del flujo tanto para los ejes q y d son cero ($\dot{\lambda}_d = \dot{\lambda}_q = 0$) y las ecuaciones de voltaje en el estator serán ecuaciones algebraicas.

El flujo ligado transitorio en el estator estará definido por:

$$\lambda'_d \approx \lambda_d - L'_{ad} i_d, \quad \lambda'_q \approx \lambda_q - L'_{aq} i_q \quad (3.42)$$

y los correspondientes voltajes del estator son definidos por* :

$$e'_d \approx -\omega \lambda'_q = -\omega_R \lambda'_q, \quad e'_q = \omega \lambda'_d = \omega_R \lambda'_d \quad (3.43)$$

Utilizando la ecuación (2.71) las ecuaciones de voltaje en el estator bajo las asunciones establecidas están dadas por:

$$v_d = -r i_d - \omega_R L'_{aq} i_q + e'_d, \quad v_q = -r i_q + \omega_R L'_{ad} i_d + e'_q \quad (3.44)$$

sustituyendo $X = \omega_R L$ se tiene:

$$e'_d = v_d + r i_d + X'_{aq} i_q + (X'_q - X'_d) i_q \quad (3.45)$$

$$e'_q = v_q + r i_q - X'_d i_d \quad (3.46)$$

* Un completo desarrollo sobre este tópico se encuentra en el texto Analysis of Faulted Systems. Iowa State University Press. Ames 1973.

Debido a que el término $(X'q - X'd)Iq$ es usualmente pequeño, la ecuación (3.46) se reduce a:

$$e_d \approx v_d + r i_d + x_d i_q \quad (3.48)$$

Los voltajes e'_q y e'_d son los componentes de voltaje atrás de la reactancia transitoria. Las ecuaciones (3.46) y (3.47) indican que durante un transitorio la máquina sincrona puede ser representada por el diagrama de circuito mostrado en la figura 3.5.

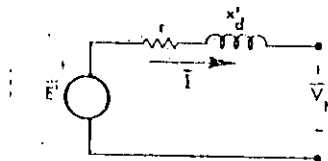


Figura 3.5 Circuito equivalente del generador en regimen transitorio.

En el modelo de dos ejes el voltaje e' el cual corresponde al flujo ligado transitorio en la máquina no es constante y por lo tanto su variación será de acuerdo a los cambios en los flujos ligados de los circuitos para los ejes d y q del rotor. Además e'_q y e'_d representan $\sqrt{3}$ veces el voltaje rms equivalente en el estator E.

Entonces:

$$e'_q = \sqrt{3} E'_q \quad , \quad e'_d = \sqrt{3} E'_d \quad (3.49)$$

Similarmente como (3.43) y (3.44) y despreciando r se obtiene para E'_q y E'_d que:

$$E_q + x_d I_d = E'_q + x'_d I_d \quad ; \quad E_d + x_q I_q = E'_d + x'_q I_q \quad (3.49)$$

Entonces sustituyendo E' , E'_q y E'_d en lugar de e' , e'_q y e'_d en las ecuaciones (3.46) y (3.47) respectivamente y además despreciando r se tiene que:

$$E'_q = V_q - x'_d I_d \quad (3.50)$$

$$E'_d = V_d + x'_q I_q \quad (3.51)$$

Para encontrar los valores iniciales de E'_q y E'_d se debe hacer la sustitución de las ecuaciones (3.39), (3.40) y (3.41) en (3.50) y (3.51). Una vez calculados los valores iniciales hasta aquí presentados se pasa a la formulación de las ecuaciones que representan la relación existente entre las corrientes y voltajes de los generadores presentada en este documento como ecuación (3.32).

3.2.2. Desarrollo del modelo multimáquinas en la forma vector-matriz.

En la sección del Capítulo 2 y en la sección anterior de este capítulo, se presentó el modelo de dos ejes, el cual se utilizará para representar la dinámica de la máquina síncrona ante disturbios. Las ecuaciones diferenciales que forman este modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 \tau_{qo} \dot{E}'_{di} &= -E'_{di} - (X_{qi} - X'_{qi}) I_{qi} \\
 \tau_{do} \dot{E}'_{qi} &= E_{FDi} - E'_{qi} + (X_{di} - X'_{di}) I_{di} \\
 \tau_j \dot{\omega}_i &= T_{me} - (I_{di} E'_{di} + I_{qi} E'_{qi}) - D_i \omega_i \\
 \dot{\delta}_i &= \omega_i - 1
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

$i = 1, 2, \dots, n$

Aplicando las técnicas de linealización que se plantearon en la sección 6.3.2 del Capítulo 2 a la ecuación (3.52) se tiene que:

$$\begin{aligned}
 \tau_{qo} \dot{E}'_{d\Delta} &= -E'_{d\Delta} - (X_q - X'_q) I_{q\Delta} \\
 \tau_{do} \dot{E}'_{q\Delta} &= E_{FD\Delta} - E'_{q\Delta} + (X_d - X'_d) I_{d\Delta} \\
 \tau_j \dot{\omega}_\Delta &= T_{m\Delta} - D \omega_\Delta - (I_{d0} E'_{d\Delta} + I_{q0} E'_{q\Delta} + E'_{d0} I_{d\Delta} + E'_{q0} I_{q\Delta}) \\
 \dot{\delta}_\Delta &= \omega_\Delta
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

El sistema de ecuaciones (3.53) debe ser aplicado a cada uno de los generadores simulados en el estudio de estabilidad. Al observar detenidamente la ecuación (3.53) se determina que I_q e I_d no constituyen variables de estado del sistema, por tal motivo deben sustituirse sus respectivas expresiones en función de las variables de estado E'_d , E'_q , ω y δ . Las expresiones para I_q e I_d fueron determinadas en la ecuación (3.32). Al realizar las sustituciones antes mencionadas, se tendrá entonces un sistema de ecuaciones diferenciales que fácilmente puede ser llevado a la forma:

$$\dot{\chi} = A\chi + BU \tag{3.54}$$

3.3. Descripción del desarrollo del algoritmo computacional elaborado para realizar el estudio de estabilidad en un sistema de potencia.

En esta sección se presenta una descripción breve y detallada de la función que cumple cada uno de los módulos del programa STAB-D para encontrar como fin principal los autovalores del sistema de potencia modelado en el espacio

de estados. El desarrollo del programa puede separarse en los siguientes pasos o módulos:

1. Análisis de flujos de carga
2. Lectura de los resultados del análisis de flujos
3. Entrada de datos de parámetros para cada generador
4. Procesamiento de toda la información para formular las ecuaciones de estado del sistema de potencia.
5. Análisis de las ecuaciones de estado para poder determinar la estabilidad del sistema.

3.3.1. Análisis de flujos de carga.

Anteriormente en este capítulo se aclaró que es necesario realizar un análisis de flujos de potencia antes del desarrollo de un estudio de estabilidad. Este módulo está constituido por dos submódulos. El primero de estos es introducido al programa para poder efectuar cambios en el diagrama unifilar que se está analizando y así poder efectuar modificaciones en el sistema de potencia que se analizará. Los resultados del estudio de flujos son generados por este submódulo en los archivos PARAM.SAL y RESUME.SAL.

3.3.2. Lectura de los resultados del estudio de flujos de potencia.

En esta etapa del programa se realiza la lectura de los archivos PARAM.SAL y RESUME.SAL generados por el estudio de flujos de potencia. En dichos archivos se encuentra especificado el voltaje y potencia tanto activa P como reactiva Q en cada uno de los nodos que conforman el sistema de potencia.

3.3.3. Entrada de datos de parámetros para cada generador.

Los parámetros que se deben introducir para cada uno de los generadores simulados son los siguientes:

- Energía cinética del rotor de la máquina en MW.s W_r
- Reactancia sincrónica del eje directo en p.u. X_d
- Reactancia transitoria del eje directo en p.u. X'_d
- Reactancia sincrónica del eje en cuadratura en p.u. X_q
- Reactancia transitoria del eje en cuadratura en p.u. X'_q

- Constante de tiempo transitoria de circuito abierto para el eje en cuadratura en seg. τ'_q .
- Constante de tiempo transitoria de circuito abierto para el eje directo en seg. τ'_d .
- Constante de amortiguamiento relativo para el generador D

Se recomienda elaborar un listado de parámetros reales antes de efectuar el desarrollo de este módulo. Si Usted no está preparado para el desarrollo de esta parte de la ejecución del programa presione las teclas CONTROL + BREAK y saldrá del problema.

3.3.4. Procesamiento de información para generar el modelo en el espacio de estados.

Es acá donde se realizan todas las operaciones y transformaciones expuestas a partir de la Sección 3.1 hasta la Sección 3.2.2 y es en esta etapa del programa que la parte de modelización y simulación ha terminado.

3.3.5. Módulo para la determinación de la estabilidad.

Como se aclaró al inicio de este capítulo el fin que se persigue es el de determinar los valores característicos de la matriz característica A del modelo del sistema en el espacio de estado¹. Para modelos con un grado n menor que 3, esto puede considerarse una tarea sencilla ya que la definición dice que los autovalores de una matriz A de $n \times n$ son las raíces de la ecuación característica.

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (3.52)$$

donde:

- A : es la matriz que caracteriza la dinámica del sistema
- I : es la matriz identidad de orden $n \times n$
- λ : representa las raíces de la ecuación característica o autovalores.

Resulta fácil darse cuenta que para un sistema de un orden n mayor que 3 si se aplican las técnicas tradicionales para resolver determinantes (método de los menores y cofactores) para luego mediante métodos iterativos encontrar las raíces de la ecuación característica es una tarea complicada. Por esta razón para la construcción de este módulo se desarrollaron las técnicas del análisis numérico

1. Ver Referencia [3] si se desea conocer más acerca de los modelos en el espacio de estados.

que persiguen el mismo fin. En el Apéndice 4 se presentan algunos detalles sobre dichas técnicas.

Este módulo se divide en cuatro submódulos los cuales cumplen las siguientes funciones. El primero puede considerarse como el módulo de control el cual tiene como funciones principales primero, la lectura del archivo en el que se escribe la matriz A, este archivo se le denomina con el nombre de MATRIZ-A.DAT y como segunda función de este submódulo elimina cualquier posible error de redondeo provocado por el computador, el tercer submódulo realiza las transformaciones necesarias para llevar la matriz A a una matriz de la forma de Hessenberg(ver el Apéndice 4 para mas detalles) y el último submódulo realiza el cálculo de los autovalores utilizando para esto el método QR(ver el Apéndice 4 para más detalles sobre este método). Una vez encontrados los autovalores el programa tiene incorporada una opción para poder obtener una copia impresa de los resultados.

3.4. Generalidades del programa.

El lenguaje utilizado para el desarrollo del programa es el lenguaje C. Son muchas las razones que propiciaron la elección de este lenguaje y entre las mas determinantes se pueden mencionar las siguientes:

- El lenguaje C realiza optimizaciones en cuanto a los tipos de datos que se utilizan. Por ejemplo, si una variable es declarada float(de punto flotante) en algún momento de la ejecución toma un valor que rebasa el rango establecido para este tipo de datos, C en forma inmediata aumenta la extensión de palabra para esta variable pasando de una longitud de 16 a una de 32 bits, evitando posibles errores.

- Existen en C cuatro modelos de memoria para poder realizar la compilación de un programa y si cuando se realiza la compilación con uno de los modelos inferiores de memoria se rebasa el tamaño de la pila asignada(stack), al compilar presentará error correspondiente, entonces, como solución a este problema únicamente se debe realizar la compilación utilizando el tamaño de memoria adecuado.

- La utilización del lenguaje C permite incluir al programa módulos que originalmente fueron editados y compilados con otro lenguaje(FORTRAN, PASCAL, BASIC, etc).

- Existen además en el lenguaje C librerías con rutinas matemáticas específicas las cuales se pueden enlazar con el programa que se esté realizando mejorando la portabilidad del programa. ejemplo de esto lo constituyen las librerías conocidas como "Numerical Recipes in C" utilizadas en este estudio.

Para poder tener una idea de las ventajas de utilizar este lenguaje no basta con lo expuesto anteriormente ya que son muchísimas sus características que lo convierten en un lenguaje con el cual se puede programar lo que resulte improgramable con otro tipo de lenguaje.

3.5. Detalles sobre el archivo de entrada para el análisis de flujos.

En este archivo se debe introducir el diagrama unifilar del sistema que se está analizando. Para el desarrollo del estudio es imprescindible colocar los nodos de generación como los primeros nodos del sistema ya que esta ubicación está íntimamente relacionada con los archivos de salida PARAM.SAL y RESUME.SAL y de no realizar esta clasificación como se especifica el programa realizará cálculos errados en la generación de la matriz Y_{bus} (matriz de admitancias del sistema), estos errores serán provocados por fallas en la lectura de los formatos de los archivos PARAM.SAL y RESUME.SAL. Además en la edición o cambios que se realicen sobre este archivo de entrada o archivo fuente debe tomarse nota del número de generadores, líneas, nodos y compensadores de VARS existentes en el sistema ya que deben ser introducidos durante la ejecución del análisis de estabilidad.

3.6. Análisis de los resultados (autovalores).

Dentro de la teoría de control moderna existe un área conocida como análisis modal (en el Apéndice 3 se presentan algunos detalles sobre este tipo de análisis), el punto de partida para el desarrollo de este análisis los constituyen los modos de oscilación del sistema, el cual previamente debió haberse modelado en el espacio de estados, estos modos de oscilación son los autovalores que caracterizan la respuesta exponencial respecto al tiempo de su respectiva variable de estado a partir de una condición inicial de operación.

Tomando como referencia toda la literatura existente sobre el tema se puede decir que es la parte real de los autovalores la que determina la estabilidad o no del sistema. Entonces si la parte real de un autovalor λ_i es < 0 , la respuesta en el tiempo de la variable de estado X_i correspondiente a λ_i será amortiguada, es decir tiende a su condición inicial al aumentar el tiempo ó en otras palabras, será asintóticamente estable. Si la parte real de λ_i es > 0 la respuesta en el tiempo de X_i será de carácter sobreamortiguada, es decir no se tendrá control sobre su aumento con respecto al tiempo y en consecuencia se presenta una condición de inestabilidad. En el caso de la parte imaginaria de λ_i , su existencia o no, determinará que las

respuestas en el tiempo tanto para la condición amortiguada como para la sobreamortiguada tendrán un comportamiento oscilatorio o no oscilatorio. Existe además dos condiciones particulares, la primera se da cuando el valor real de λ es nulo pero sí tiene parte imaginaria ($\lambda = 0 \pm j\omega$), la respuesta en el tiempo de X_i en este caso será de carácter oscilatorio pero las oscilaciones se mantendrán en el tiempo de manera constante hasta que se tome alguna medida para corregir tal situación. La otra condición particular se refiere a la existencia de valores nulos tanto para la parte real como para la parte imaginaria de λ . Ante la presencia de esta condición se debe revisar el modelo en el espacio de estado ya que se puede estar ante la presencia de un sistema de ecuaciones diferenciales que no es linealmente independiente.

3.7 Conclusiones y observaciones.

- Los resultados obtenidos de la ejecución del programa STAB-D pueden no estar de acuerdo con la dinámica que presenta el sistema de potencia analizado el error puede ser a causa de:

i) El programa utilizado para el análisis de flujos utiliza el método de desacoplado rápido, que esta basado en consideraciones practicas de redes de potencia para convertir las ecuaciones de flujos linealizados en dos modelos independientes uno para potencia real y otro para potencia reactiva es importante señalar que el desacoplamiento depende de parámetros de la red y del punto de operación, por lo que en algunos casos este desacoplamiento puede no existir ocasionando esto la introducción de datos alejados de la realidad en la generación de los archivos PARAM.SAL y RESUME.SAL que determinan las condiciones iniciales de operación.

ii) Los modelos matemáticos utilizados para representar el sistema de potencia pueden no reflejar adecuadamente la dinámica de operación de este, en este caso es necesario realizar un análisis paramétrico para poder determinar cuales de los parámetros existentes en el modelo tienen mayor influencia en los resultados y luego hacer una comparación con la dinámica real del sistema.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

[12] Stewart, G.W. Matrix Computations. Computer Science and applied mathematics.:Prentice-Hall,1978.

[13] William H. Press, Brian P. Flannery, Saul A. Teukolsky William T. Vetterling 1988. Numerical Recipes in C, the Art of Scientific Computing.:Cambridge University Press.Chapter 1).

[14] Wilkinson, J. H. 1965. The Algebraic Eigenvalue Problem (New York: Oxford University Press).

[15] Ceballos Fco. Javier :Curso de programación con C.
: Macrobis, USA..1990.

[16] Quick C Compiler Programmer's guide, Microsoftt U.S and
Canada. 1987.

CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES GENERALES.

- Tener un modelo matemático representativo del sistema de potencia de El Salvador debe ser considerado como un primer paso en el desarrollo de estudios con los cuales se puedan predecir el comportamiento dinámico del sistema cuando sea sometido a posibles modificaciones o perturbaciones en su operación.
- Al calculo de los parámetros involucrados en los modelos matemáticos debe dársele mucha importancia ya que estos determinan las características propias que tiene el sistema de potencia de EL Salvador. Un estudio de estabilidad puede realizarse utilizando valores típicos de los parámetros involucrados en los modelos matemáticos utilizados pero esto no garantiza que los resultados obtenidos sean representativos del fenómeno real que puede ocurrir en el sistema que se pretende simular.
- Los resultados que se obtienen con la ejecución del programa STAB-D son los modos de oscilación de la respuesta en el tiempo de cada una de las variables de estado que constituyen el modelo. Analizando estos modos de oscilación puede predecirse si la respuesta en el tiempo de cualquiera de las variables de estado sera amortiguada o sobreamortiguada con lo que se puede predecir si la respuesta natural en el tiempo de cualquiera de las variables sera estable o inestable respectivamente.
- El desarrollo completo de los métodos que existen para realizar un análisis modal escapa de los alcances de este trabajo, pero es necesario concluir que la elección y desarrollo de estos métodos es parte fundamental en la elaboración del algoritmo computacional y que debido a la complejidad de estas técnicas, se deben integrar en un grupo de trabajo estudiantes egresados en la carrera de Licenciatura en Matemáticas con estudiantes egresados en la carrera de Ingeniería Eléctrica para realizar futuras investigaciones en esta disciplina del Control Automático.
- El desarrollo industrial y tecnológico de un país esta directamente relacionado con la modernización y desarrollo de los sistemas de potencia por tal motivo es necesario en nuestro país desarrollar análisis que permitan al ingeniero predecir las condiciones de operación en las que se encuentra operando el sistema de potencia para después poder efectuar la sintonización necesaria de los parámetros determinantes en la operación del mismo. Por tal se considera necesario que en nuestro país CEL capacite

personal que desarrolle las tareas que involucren el análisis del sistema de potencia. El análisis del sistema involucra muchos conocimientos teóricos que unidos a las experiencias prácticas con las que cuentan los ingenieros de planta dan la posibilidad de elaborar estudios con un alto grado de validez en sus resultados

APENDICE 1.

Transformaciones de Park

APENDICE 1

Flujos encadenados del estator.

De acuerdo con las expresiones determinadas para las inductancias, éstas dependen de la posición del rotor. Dado que las corrientes instantáneas del estator varían con el tiempo, el flujo encadenado mutuo de cualquier devanado depende de dos variables: la posición del rotor θ y el tiempo t . Trabajar el desarrollo matemático de las expresiones de voltaje en función de estas dos variables conduciría a un problema sumamente complejo. La solución a esta complejidad es resolver las ecuaciones de voltaje en términos de componentes, que no dependan del ángulo θ y del tiempo t . Esto es posible aplicando la llamada transformación de Park, o bien la inversa de Park. Las componentes de la transformación de Park son: una componente en el eje directo (f_d), una componente en el eje en cuadratura (f_q) y una componente en secuencia cero (f_0).

Para condiciones balanceadas, la transformación de Park aplicada a cualquiera de las variables del estator (flujos, voltajes, corrientes, etc.) se representa con la siguiente expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} F_0 \\ F_d \\ F_q \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = P [f_a \ f_b \ f_c]^T$$

Donde las variables f_a , f_b y f_c son cantidades de fase del estator. La inversa de la transformación de Park está dada por:

$$P^{-1} = \frac{\sqrt{2}}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \theta & \sin \theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$F_{abc} = P^{-1} F_{dq0}$$

APENDICE 2

Identidades trigonométricas para sistemas trifásicos.

Trigonometric Identities for Three-Phase Systems

In solving problems involving three-phase systems, the engineer encounters a large number of trigonometric functions involving the angles $\pm 120^\circ$. Some of these are listed here to save the time and effort of computing these same quantities over and over. Although the symbol ($^\circ$) has been omitted from angles $\pm 120^\circ$, it is always implied.

$$\sin(\theta \pm 120) = -1/2 \sin \theta \pm \sqrt{3}/2 \cos \theta \quad (\text{A.1})$$

$$\cos(\theta \pm 120) = -1/2 \cos \theta \pm \sqrt{3}/2 \sin \theta \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \sin^2(\theta \pm 120) &= 1/4 \sin^2 \theta \mp 3/4 \cos^2 \theta \pm \sqrt{3}/2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 1/2 \mp 1/4 \cos 2\theta \pm \sqrt{3}/4 \sin 2\theta \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} \cos^2(\theta \pm 120) &= 1/4 \cos^2 \theta \mp 3/4 \sin^2 \theta \pm \sqrt{3}/2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 1/2 \mp 1/4 \cos 2\theta \mp \sqrt{3}/4 \sin 2\theta \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \sin \theta \sin(\theta \pm 120) &= -1/2 \sin^2 \theta \pm \sqrt{3}/2 \sin \theta \cos \theta \\ &= -1/4 \mp 1/4 \cos 2\theta \pm \sqrt{3}/4 \sin 2\theta \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \cos \theta \cos(\theta \pm 120) &= -1/2 \cos^2 \theta \pm \sqrt{3}/2 \sin \theta \cos \theta \\ &= -1/4 \mp 1/4 \cos 2\theta \mp \sqrt{3}/4 \sin 2\theta \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \sin \theta \cos(\theta \pm 120) &= -1/2 \sin \theta \cos \theta \pm \sqrt{3}/2 \sin^2 \theta \\ &= -1/4 \sin 2\theta \pm \sqrt{3}/4 \cos 2\theta \pm \sqrt{3}/4 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \cos \theta \sin(\theta \pm 120) &= -1/2 \sin \theta \cos \theta \pm \sqrt{3}/2 \cos^2 \theta \\ &= -1/4 \sin 2\theta \mp \sqrt{3}/4 \cos 2\theta \pm \sqrt{3}/4 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \sin(\theta \pm 120) \cos(\theta \pm 120) &= -1/2 \sin \theta \cos \theta \mp \sqrt{3}/4 \cos^2 \theta \pm \sqrt{3}/4 \sin^2 \theta \\ &= -1/4 \sin 2\theta \mp \sqrt{3}/4 \cos 2\theta \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\sin(\theta \pm 120) \cos(\theta \mp 120) = \sin \theta \cos \theta - \sqrt{3}/4 - 1/2 \sin 2\theta - \sqrt{3}/4 \quad (\text{A.10})$$

$$\sin(\theta \mp 120) \cos(\theta \pm 120) = \sin \theta \cos \theta + \sqrt{3}/4 - 1/2 \sin 2\theta + \sqrt{3}/4 \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \sin(\theta - 120) \cos(\theta - 120) &= -1/2 \sin \theta \cos \theta + \sqrt{3}/4 \cos^2 \theta - \sqrt{3}/4 \sin^2 \theta \\ &= -1/4 \sin 2\theta + \sqrt{3}/4 \cos 2\theta \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\sin(\theta + 120) \sin(\theta - 120) = 1/4 \sin^2 \theta - 3/4 \cos^2 \theta - \sqrt{3}/4 - 1/2 \cos 2\theta \quad (\text{A.13})$$

$$\cos(\theta + 120)\cos(\theta - 120) = 1/4 \cos^2 \theta - 3/4 \sin^2 \theta = -1/4 + 1/2 \cos 2\theta \quad (\text{A.14})$$

$$\sin(2\theta + 120) = -1/2 \sin 2\theta + \sqrt{3}/2 \cos 2\theta \quad (\text{A.15})$$

$$\cos(2\theta + 120) = -1/2 \cos 2\theta + \sqrt{3}/2 \sin 2\theta \quad (\text{A.16})$$

$$\sin \theta + \sin(\theta - 120) + \sin(\theta + 120) = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\cos \theta + \cos(\theta - 120) + \cos(\theta + 120) = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\sin^2 \theta + \sin^2(\theta - 120) + \sin^2(\theta + 120) = 3/2 \quad (\text{A.19})$$

$$\cos^2 \theta + \cos^2(\theta - 120) + \cos^2(\theta + 120) = 3/2 \quad (\text{A.20})$$

$$\sin \theta \cos \theta + \sin(\theta - 120)\cos(\theta - 120) + \sin(\theta + 120)\cos(\theta + 120) = 0 \quad (\text{A.21})$$

In addition to the above, the following commonly used identities are often required:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin \theta \cos \theta = 1/2 \sin 2\theta$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos 2\theta$$

$$\cos^2 \theta = (1 + \cos 2\theta)/2$$

$$\sin^2 \theta = (1 - \cos 2\theta)/2$$

ge
ed
er.

.1)

.2)

.3)

.4)

.5)

.6)

.7)

.8)

A.9)

.10)

.11)

A.12)

A.13)

APENDICE 3
Análisis modal.

APENDICE 3

Como resultado del análisis de los sistemas de control durante las últimas décadas ha quedado demostrado que los métodos del lugar de la raíz y de respuesta en frecuencia son bastante útiles para tratar sistemas de una sola entrada y una sola salida. Por ejemplo, por medio de las pruebas de respuesta de frecuencia se puede predecir el comportamiento dinámico de un sistema complejo. Las técnicas de la teoría de control convencional son conceptualmente simples y sólo requieren una cantidad razonable de cálculos.

En la teoría de control convencional sólo se consideran importantes las señales de entrada, salida y error; se lleva adelante el análisis y diseño de sistemas de control utilizando funciones de transferencia juntamente con una variedad de técnicas gráficas, como los diagramas del lugar de la raíz y los diagramas de Nyquist. La característica única de la teoría convencional de control es que esta basada en la relación entrada-salida del sistema, o función de transferencia.

La desventaja principal de la teoría de control convencional es que, dicho en términos generales, sólo es aplicable a sistemas lineales invariantes en el tiempo, que tienen una única entrada y una única salida. En los sistemas variables en el tiempo, no lineales (excepto las más simples) y en los sistemas de múltiples entradas y salidas, es totalmente inútil su aplicación.

Análisis Modal.

Anteriormente se hizo un breve comentario sobre la aplicación de la teoría de control convencional o control clásico para el estudio de la respuesta de sistemas de control; se aclara que esta teoría es de gran utilidad para sistemas lineales de una entrada una salida y bajo orden.

Cuando un sistema presenta un orden elevado, varias entradas y salidas, se debe aplicar la teoría de control moderno cuyo campo de acción es bastante más amplio y puede ser aplicado entre otros casos a sistemas lineales, no lineales, invariantes o variantes en el tiempo, múltiples entradas y salidas, optimización de funciones de control, etc.

La aplicación de la teoría de control moderna al análisis de un sistema, requiere que éste sea modelado en variables de estado o en el espacio de estados. En donde el estado de un sistema es el conjunto más pequeño de variables (variables de estado) tales que, el conocimiento de estas en $T = T_0$ conjuntamente con la entrada en $T \geq T_0$, determina totalmente el comportamiento dinámico del sistema para cualquier instante de tiempo $T \geq T_0$.

Las variables de estado de un sistema, son el conjunto más pequeño de variables que determinan totalmente el estado dinámico del sistema. Se puede considerar a este conjunto de variables de estado como componentes de un vector al cual se le denomina vector de estado.

La representación genérica de un sistema en el espacio de estados es de la forma:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (3.1)$$

$$Y = CX \quad (3.2)$$

X : vector de estados

Y : vector de salidas

u : vector de entradas

A : Matriz característica del sistema

B : Matriz de relación de entradas

C : Matriz de relación de salidas

La solución de este tipo de ecuaciones se realiza con base en el siguiente procedimiento. Supóngase inicialmente el caso escalar:

$$\frac{dx(t)}{dt} = ax(t) \quad (3.3)$$

separando variables y tomando la integral:

$$\int_{t_0}^t \frac{dx(t)}{dt} = \int_{t_0}^t a dt$$

resulta:

$$\ln \frac{x(t)}{x(t_0)} = a(t - t_0)$$

o bien para $t_0 = 0$

$$x(t) = x(0)e^{at} \quad (3.4)$$

Para el caso matricial se procede de la forma siguiente. Se define un factor integrante F(t) de dimensión n x n (igual a la dimensión de la matriz A) tal que:

$$F'(t) = -F(t)A \quad (3.5)$$

cuya solución según (3.4) es:

$$F(t) = F(0)e^{-At} \quad (3.6)$$

premultiplicando la ecuación matricial (3.2) por F(t):

$$F(t)X'(t) = F(t)AX(t) + F(t)BU(t)$$

empleando la ecuación (3.5):

$$F(t)X'(t) + F'(t)X(t) = F(t)BU(t)$$

$$\frac{dF(t)X(t)}{dt} = F(t)BU(t)$$

tomando la integral de 0 a t:

$$\int_0^t \frac{dF(\tau)X(\tau)}{d\tau} d\tau = \int_0^t F(\tau)BU(\tau) d\tau$$

$$F(t)X(t) - F(0)X(0) = \int_0^t F(\tau)BU(\tau) d\tau$$

$$X(t) = F^{-1}(t)F(0)X(0) + \int_0^t F^{-1}(t)F(\tau)BU(\tau) d\tau$$

tomando la inversa de (3.6):

$$F^{-1}(t) = e^{-At} F(0)^{-1}$$

resulta:

$$X(t) = e^{-At} X(0) + \int_0^t e^{-A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau \quad (3.7)$$

El término $e^{-At} X(0)$ se le llama Solución de la ecuación diferencial matricial para entrada cero y el término restante se denomina integral de convolución, la cual representa la respuesta forzada.

Si se considera un sistema con entrada cero, se puede obtener su respuesta natural y con base en ella, se realiza el análisis de estabilidad respectivo, ya que el comportamiento de un sistema depende de sus parámetros y no de las entradas.

Un Sistema Eléctrico de Potencia, presenta una característica en su modelo similar a un sistema con entrada cero, lo cual permite realizar su respectivo estudio de estabilidad, aplicando los conceptos mencionados anteriormente respecto a la solución de sistemas diferenciales de primer orden.

La solución del sistema de ecuaciones para entrada cero, también puede ser obtenida con facilidad a través de la transformada de Laplace de la forma siguiente:



$$\dot{X}(t) = AX(t)$$

aplicando la transformada de Laplace:

$$sX(s) - X(0) = AX(s)$$

$$X(s) = (sI - A)^{-1}X(0)$$

la expresión entre paréntesis puede expresarse como:

$$(sI - A)^{-1} = I + \frac{A}{s^2} + \frac{A^2}{s^3} + \dots$$

Tomando la transformada inversa:

$$\mathcal{L}^{-1}(sI - A)^{-1} = I + At + A^2\left(\frac{t^2}{2!}\right) + \dots + A^k\left(\frac{t^k}{k!}\right)$$

o bien:

$$\mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\} = e^{At}$$

Este método es aplicable a sistemas de orden moderado, ya que para sistemas grandes se vuelve demasiado complicado.

Esta matriz exponencial suele ser denominada matriz de transición de estados ya que traslada un estado inicial $X(0)$ a un estado final $X(t)$ o sea:

$$X(t) = \phi(t)X(0) \quad (3.8)$$

La matriz de transición puede ser expresada en función de los valores y vectores propios de la matriz de coeficientes o característica A . Así la solución puede ser obtenida a través de la técnica de análisis modal.

Supóngase que se aplica una transformación lineal.

$$X = VY$$

así que:

$$\dot{X} = V\dot{Y}$$

aplicando esta transformación a la ecuación matricial del sistema con entrada cero:

$$\dot{Y} = (V^{-1}AV)Y = DY$$

D es una matriz diagonal cuyos coeficientes son los valores propios de la matriz característica A .

La solución será entonces:

$$Y = e^{Dt} Y(0)$$

$$Y(0) = V^{-1} X(0)$$

La solución para X es:

$$X(t) = V e^{Dt} V^{-1} X(0) \quad (3.9)$$

V es la matriz de vectores característicos derecho y V^{-1} es la matriz de vectores característicos izquierdos, ambos asociados a los autovalores o modos de oscilación del sistema.

En general, para solucionar la ecuación de estados (3.1) para entrada cero, es necesario determinar los autovalores y autovectores de la matriz característica del sistema, los cuales deben cumplir con:

$$\det(\lambda I - A) X = 0 \quad (3.10)$$

Este sistema de N ecuaciones lineales homogéneas con N incógnitas, tiene N soluciones no triviales cuando el determinante de la matriz de coeficientes se anula (3.10). El desarrollo de este determinante produce un polinomio de grado N en λ , denominado polinomio característico de A y sus raíces o soluciones, son los N autovalores.

Para cada autovalor existe un autovector V_i asociado, el cual se determina al resolver la siguiente ecuación evaluada en el autovalor deseado

$$(A - \lambda_i I) V_i = 0 \quad (3.11)$$

o bien:

$$V_i = \text{Adj}(A - \lambda_i I) \Big|_{\lambda = \lambda_i}$$

Para autovalores λ_i de multiplicidad unitaria.

La matriz de autovectores izquierdos W, se determina tomando la inversa de la matriz de autovectores derechos V obtenida de (3.11).

- a) Los autovalores están relacionados a los modos naturales de oscilación, asociados a la dinámica del sistema.
- b) Un autovalor real corresponde a un modo no oscilatorio, si es negativo, decae con el tiempo a una velocidad que depende de su magnitud, de lo contrario crece monótonamente.

- c) Los autovalores complejos ($\sigma + jw$) se presentan en pares conjugados y cada par corresponde a un modo oscilatorio. La parte real σ representa el grado de amortiguamiento, mientras la parte imaginaria w ; la frecuencia de oscilación. Si la parte real es positiva implicará oscilaciones crecientes o no amortiguadas.
- d) Para un sistema de orden N existen autovalores correspondientes a N modos de oscilación y cada variable de estado tiene una componente en cada uno de los modos.
- e) Para cada autovalor existe asociado un autovector de orden N , este autovector representa la medida de una contribución de cada modo en la respuesta natural de cada variable de estado. Esto es, los autovectores son indicadores de las magnitudes y desplazamientos de fase relativas entre los diferentes modos existentes en cualquier variable de estado.

Matriz de Participación.

La matriz de participación, es la matriz que contiene información de la interacción de las variables de estado de un sistema y sus respectivos autovalores. Es de gran importancia durante el proceso de definición de procedimientos para mejorar el nivel de estabilidad del sistema ya sea a través del ajuste de parámetros, inclusión de nuevos elementos, etc., ya que esta matriz a través de su información permite ubicar la zona donde se produce la fuente de oscilación así como el factor causante. La estructura de la matriz se definirá a continuación con base en un ejemplo demostrativo.

Sea un sistema lineal homogéneo cuya matriz característica A , los autovalores λ , autovectores derechos V e izquierdos W son:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -24 & -26 & -9 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & -4 \\ 4 & 9 & 16 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 6 & 7/2 & 1/2 \\ -8 & -6 & -1 \\ 3 & 5/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

La solución del sistema de ecuaciones, se obtiene al evaluar la ecuación (3.9):

$$\chi(t) = V e^{\lambda t} W \chi(0)$$

analizando el vector solución $\chi_i(t)$:

$$\begin{aligned} \chi_i(t) = & (6e^{-2t} - 8e^{-3t} + 3e^{-4t}) \chi_1(0) + \\ & (7/2 e^{-2t} - 6e^{-3t} + 5/2 e^{-4t}) \chi_2(0) + \\ & (1/2 e^{-2t} - e^{-3t} + 1/2 e^{-4t}) \chi_3(0). \end{aligned}$$

en forma genérica, la solución es de la forma

$$\begin{aligned} \chi_k(t) = & (P_{k11} e^{\lambda_1 t} + P_{k12} e^{\lambda_2 t} + P_{k13} e^{\lambda_3 t}) \chi_1(0) + \\ & (P_{k21} e^{\lambda_1 t} + P_{k22} e^{\lambda_2 t} + P_{k23} e^{\lambda_3 t}) \chi_2(0) + \\ & (P_{k31} e^{\lambda_1 t} + P_{k32} e^{\lambda_2 t} + P_{k33} e^{\lambda_3 t}) \chi_3(0) \end{aligned}$$

donde en el elemento P_{kij} :

k : designa la variable de estado

i : designa la condición inicial

j : designa el autovalor asociado.

Los factores P_{kij} , contienen información del efecto de cada autovalor en la definición de cada variable de estado y viceversa, por lo cual son denominados factores de participación.

Para calcular los factores P_{kij} se realiza la multiplicación de la matriz de autovectores izquierdo transpuesto y derecho de una forma determinada.

$$P_{kij} = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{bmatrix}^t \begin{matrix} \text{multiplicar en} \\ \text{forma} \\ \text{determinada} \end{matrix} \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix}$$

Cuando se trata de la condición inicial i se toma la fila i de V^t y se multiplica por la fila i de W, cada producto son los factores P_{kij} . Por ejemplo:

$$P_{111} = V_{11} * W_{11}$$

$$P_{112} = V_{21} * W_{22}$$

$$P_{113} = V_{31} * W_{33}$$

Así los autovectores izquierdos determinan la participación de la condición inicial en la variable de estado y los autovectores derechos la participación de los autovalores en la variable de estado.

APENDICE 4

Generalidades del programa STAB-D.

APENDICE 4

La complejidad de los métodos o algoritmos que se utilizan para calcular los autovalores y los autovectores de una matriz, mantiene una relación de proporción directa con respecto a las características de la matriz que se debe analizar, es decir que se utilizarán métodos menos complejos para el análisis de matrices simétricas que los métodos que se deben aplicar para el análisis de matrices no simétricas. Por lo tanto la elección del algoritmo que se debe utilizar está determinada por las características que tiene la matriz en estudio.

El desarrollo de estos algoritmos puede fácilmente ser encontrado en muchos de los textos que realizan los estudios del "Análisis Numérico". Es necesario aclarar que en ningún momento se recomienda realizar análisis de autovalores y autovectores si no se cuenta con herramientas computacionales adecuadas para el desarrollo de los algoritmos.

Debido a que en el cálculo de los autovalores de un sistema de ecuaciones diferenciales, se introduce un error de redondeo que es generalmente proporcional a la norma euclidiana de la matriz que se forma en el espacio de estados, esta norma es igual a la raíz cuadrada de la sumatoria de los cuadrados de los elementos de la matriz. Se introduce por tal motivo una rutina que elimina la posibilidad de obtener resultados en el cálculo de los autovalores que estén influenciados por el error de redondeo que introduce el computador. Esta rutina al igual que la mayoría del desarrollo del programa fue escrita utilizando el lenguaje "C".

Después de la ejecución de la rutina que reduce el posible error de redondeo se realiza la ejecución de dos rutinas mas las cuales en conjunto realizan el cálculo de los autovalores de una matriz. La primera de estas dos rutinas transforma la matriz original a la forma Hessenberg la cual es una matriz que debido a la invarianza que poseen los autovalores toma la forma de una matriz casi triangular superior, la segunda rutina realiza el cálculo de los autovalores de una matriz que ha sido llevada a la forma de Hessenberg, utilizando el método o algoritmo QR.

Las tres rutinas se integran en un programa ejecutable llamado AUTOVAL.EXE el cual se constituye en un módulo del programa total. La elaboración del AUTOVAL.EXE implica la elaboración de cuatro módulos objeto llamados BALANC.OBJ, ELMHES.OBJ, HQR.OBJ y AUTOVAL.OBJ estos cuatro módulos objeto son enlazados para generar el programa módulo AUTOVAL.EXE utilizando en la compilación un modelo de memoria compacta.

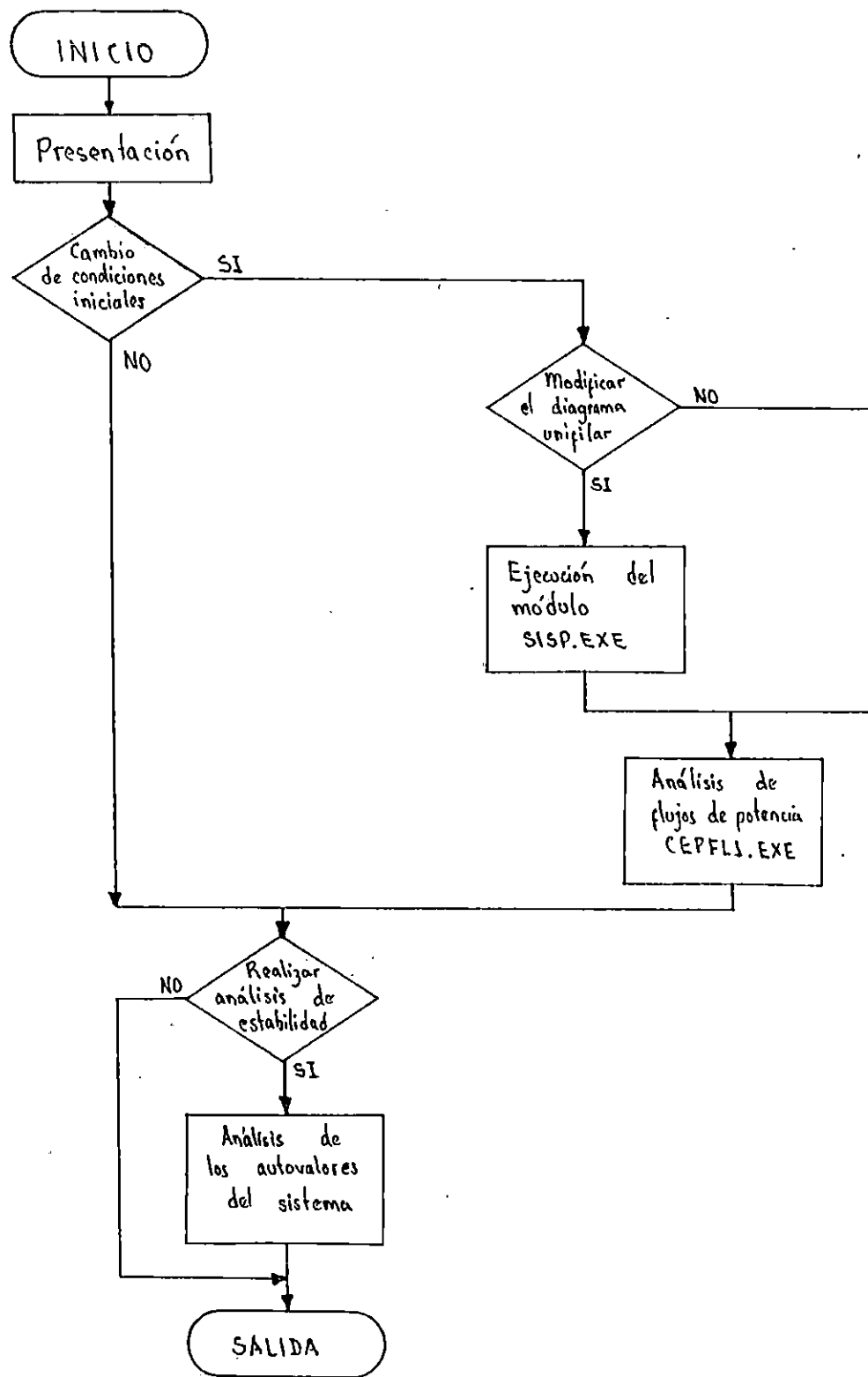
Está de más decir que en este apéndice no se presentarán los algoritmos en detalle, esto es porque la cantidad de conceptos involucrados en su desarrollo es grande y para el lector interesado en la interpretación de éstos se presentan las siguientes referencias bibliográficas, las cuales se consideran suficiente ayuda, ya que un desarrollo de estos algoritmos se escapa de los alcances de este Trabajo de Graduación, las referencias antes mencionadas son las siguientes:

Stewart, G.W. 1978 Matrix Computations. Computer Science and applied mathematics.

William H. Press, Brian P. Flannery, Saul A. Teukolsky
William T. Vetterling 1988. Numerical Recipes in C, the Art of Scientific Computing. (Cambridge University Press)
Chapter 11.

Wilkinson, J. H. 1965. The Algebraic Eigenvalue Problem
(New York: Oxford University Press).

Flujograma general del programa STAB-D.



ANEXO A

Datos típicos para generadores.

Table D.1. Definitions of Tabulated Generator Unit Data

GENERATOR		EXCITER (continued)	
Unit no	Arbitrary reference number	I_{Rmax}	pu (4) Maximum regulator output, starting at full load field voltage
Rated MVA	Machine-rated MVA; base MVA for impedances	I_{Rmin}	pu (4) Minimum regulator output, starting at full load field voltage
Rated KV	Machine-rated terminal voltage in KV, base KV for impedances	K_E	pu Exciter self-excitation at full load field voltage
Rated PF	Machine-rated power factor	τ_E	s Exciter time constant
SCR (1)	Machine short circuit ratio	$S_{E,75max}$	(5) Rotating exciter saturation at 0.75 ceiling voltage, or K_f for SC PF exciter
X_d	pu Unsaturated <i>d</i> axis subtransient reactance	S_{Emax}	(5) Rotating exciter saturation at ceiling voltage, or K_p for SC PF exciter
X_d'	pu Unsaturated <i>d</i> axis transient reactance	A_{EX}	(5) Derived saturation constant for rotating exciters
X_d''	pu Unsaturated <i>d</i> axis synchronous reactance	B_{EX}	(5) Derived saturation constant for rotating exciters
X_q	pu Unsaturated <i>q</i> axis subtransient reactance	E_{FDmax}	pu (5) Maximum field voltage or ceiling voltage, pu
X_q'	pu Unsaturated <i>q</i> axis transient reactance	E_{FDmin}	pu Minimum field voltage
X_q''	pu Unsaturated <i>q</i> axis synchronous reactance	K_f	pu Regulator stabilizing circuit gain
r_a	pu Armature resistance	τ_F or τ_{F1}	s Regulator stabilizing circuit time constant (#1)
X_L or X_p	pu Leakage or Potier reactance	τ_{F2}	s Regulator stabilizing circuit time constant (#2)
r_2	pu Negative sequence resistance	TURBINE-GOVERNOR	
X_2	pu Negative sequence reactance	GOV	(6) Governor type: G - general, C - cross compound, H - hydraulic
X_0	pu Zero sequence reactance	R	(6) Turbine steady state regulation setting or droop
τ_d'	s <i>d</i> axis subtransient short circuit time constant	P_{max}	MW Maximum turbine output in MW
τ_d	s <i>d</i> axis transient short circuit time constant	τ_1	s Control time constant (governor delay) or governor response time (type H)
τ_{do}'	s <i>d</i> axis subtransient open circuit time constant	τ_2	s Hydro reset time constant (type G) or pilot valve time (type H)
τ_{do}	s <i>d</i> axis transient open circuit time constant	τ_3	s Servo time constant (type G or C), or hydraulic time constant (type G) or dashpot time constant (type H)
τ_q'	s <i>q</i> axis subtransient short circuit time constant	τ_4	s Steam valve bowl time constant (zero for type G hydrogovernor) or $(\tau_{p2}/2)$ for type H
τ_q	s <i>q</i> axis transient short circuit time constant	τ_5	s Steam reheat time constant or 1/2 hydro water starting time constant (type C or G) or minimum gate velocity in MW/s (type H)
τ_{qo}'	s <i>q</i> axis subtransient open circuit time constant	F	(6) pu shaft output ahead of reheat or 2.0 for hydro units (types C or G), or maximum gate velocity in MW/s (type H)
τ_{qo}	s <i>q</i> axis transient open circuit time constant	STABILIZER	
τ_a	s Armature time constant	PSS	(7) PSS feedback: $F =$ frequency, $S =$ speed, $P =$ accelerating power
H_R	MW s Kinetic energy of turbine + generator at rated speed in MJ or MW-s	K_{Q1P}	(7) PSS voltage gain, pu
r_f	Ω Machine field resistance in Ω	K_{QSP}	(7) PSS speed gain, pu
$S_{G1.0}$	(2) Machine saturation at 1.0 pu voltage in pu	τ_Q	s PSS reset time constant
$S_{G1.2}$	(2) Machine saturation at 1.2 pu voltage in pu	τ_{Q1}	s First lead time constant
I_{FLD}	(2) Machine full load excitation in pu	τ_{Q1}	s First lag time constant
D	(3) Machine load damping coefficient	τ_{Q2}	s Second lead time constant
EXCITER		τ_{Q2}	s Second lag time constant
VR Type (1)	Excitation system type	τ_{Q3}	s Third lead time constant
VR name	Excitation system name	τ_{Q3}	s Third lag time constant
RR (1)	Exciter pole ratio (formerly ASA response)	τ_{Q1}	s
τ_R	s Regulator input filter time constant	τ_{lim}	pu PSS output limit setting, pu
τ_{FL}	pu Regulator gain (continuous acting regulator) or fast raise lower contact setting (rheostatic regulator)		
τ_{F1} or τ_{F1}	s Regulator time constant (#1)		
τ_{F2}	s Regulator time constant (#2)		

Table D.2 (continued)

TURBINE GOVERNOR										
GVN	(b)	G	G	G	G	G	G	G	G	G
<i>k</i>	(b)	0.050	0.050	0.050	0.050	0.056	0.050	0.050	0.050	0.050
<i>P_{max}</i>	MW	8.60	14.00	23.80	40.00	40.00	52.50	65.50	90.00	86.00
<i>t₁</i>	s	48.440	16.000	16.000	16.000	0.000	0.000	0.000	25.600	20.000
<i>t₂</i>	s	4.634	2.400	2.400	2.400	0.000	0.000	0.000	2.800	4.000
<i>t₃</i>	s	0.000	0.920	0.920	0.920	0.500	0.000	0.000	0.500	0.500
<i>t₄</i>	s	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
<i>t₅</i>	s	0.879	0.300	0.300	0.300	0.430	0.785	0.350	0.850	1.545
<i>T</i>	(b)	2.000	2.000	-2.000	2.000	-2.000	-2.000	-2.000	-2.000	-2.000
STABILIZER										
PSS	(1)	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>
<i>k_{Q1}</i>	(1)	0.000	0.000	0.000
<i>k_{Q5}</i>	(1)	1.000	4.000	3.150
<i>q</i>	s	30.000	30.000	10.000
<i>t_{Q1}</i>	s	0.200	0.700	0.758
<i>t_{Q1}</i>	s	0.030	0.100	0.020
<i>t_{Q2}</i>	s	0.500	0.700	0.758
<i>t_{Q2}</i>	s	0.030	0.050	0.020
<i>t_{Q3}</i>	s	0.000	0.000	0.000
<i>t_{Q3}</i>	s	0.000	0.000	0.000
<i>t_{dm}</i>	pu	0.100	0.100	0.025

Table D.2. Cont.

Table D.2 (continued)

TURBINE-GOVERNOR										
GOV	(6)	<i>G</i>	<i>G</i>	<i>G</i>	<i>G</i>	<i>G</i>	<i>G</i>	<i>G</i>	<i>G</i> ¹	<i>G</i>
<i>R</i>	(6)	0.030	0.051	0.050	0.050	0.038	0.050	0.050	0.050	0.050
<i>P</i> _{max}	MW	133.00	115.00	171.00	120.00	160.00	155.00	267.00	250.00	603.30
<i>τ</i> ₁	s	52.100	...	31.00	27.500	65.300	...	124.470	30.000	36.000
<i>τ</i> ₂	s	4.800	...	4.120	3.240	6.200	...	8.590	3.500	6.000
<i>τ</i> ₃	s	0.500	...	0.393	0.500	0.500	...	0.250	0.520	0.000
<i>τ</i> ₄	s	0.000	...	0.000	0.000	0.000	...	0.000	0.000	0.000
<i>τ</i> ₅	s	0.498	...	0.515	0.520	0.650	...	0.740	0.415	0.900
<i>F</i>	(6)	-2.000	-2.000	-2.000	-2.000	-2.000	-2.000	-2.000	-2.000	-2.000
STABILIZER										
PSS	(7)	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>
<i>A</i> _{Q1}	(7)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
<i>A</i> _{QS}	(7)	1.000	0.300	8.000	4.000	10.000	5.000
<i>τ</i> _Q	s	10.000	10.000	30.000	55.000	15.000	10.000
<i>τ</i> _{Q1}	s	0.700	0.431	0.600	1.000	0.000	0.380
<i>τ</i> _{Q1}	s	0.020	0.020	0.100	0.020	0.053	0.020
<i>τ</i> _{Q2}	s	0.700	0.431	0.600	1.000	0.000	0.380
<i>τ</i> _{Q2}	s	0.020	0.020	0.040	0.020	0.053	0.020
<i>τ</i> _{Q3}	s	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
<i>τ</i> _{Q3}	s	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
<i>F</i> _{stim}	pu	0.050	0.100	0.100	0.090	0.050	0.050

Table D.3 (continued)

GENERATOR		F12	F13	F14	F15	F16	F17	F18	F19	F20	F21
Unit no.		330.00	384.00	410.00	448.00	512.00	552.00	590.00	835.00	896.00	911.00
Rated MVA		20.00	24.00	24.00	22.00	24.00	24.00	22.00	20.00	26.00	26.00
Rated kV		0.90	0.85	0.90	0.85	0.90	0.90	0.95	0.90	0.90	0.90
Rated PF		0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
SCR	(1)	...	0.580	0.580	0.580	0.580	0.580	0.580	0.580	0.580	0.580
X_d'	pu	...	0.260	0.2294	0.205	0.200	0.198	0.215	0.339	0.180	0.193
X_d	pu	0.317	0.324	0.2738	0.265	0.270	0.258	0.280	0.413	0.220	0.266
X_q	pu	1.950	1.798	1.7668	1.670	1.700	1.730	2.110	2.183	1.790	2.040
X_q'	pu	...	0.255	0.2239	0.205	0.172	0.215	0.332	0.332	...	0.191
X_q''	pu	...	1.051	1.0104	0.460	0.470	0.247	0.480	1.285	0.400	0.262
X_d''	pu	1.920	1.778	1.7469	1.600	1.630	1.770	2.020	2.157	1.715	1.960
T_d	pu	...	0.0014	0.0019	0.0043	0.004	0.0047	0.0046	0.0019	0.001	0.001
X_d or X_q	pu	0.199	0.1930	0.1834	0.150	0.160	...	0.155	0.246	0.135	0.154
R_a	pu	...	0.0054	...	0.023	...	0.013	0.026	...	0.019	...
R_f	pu	...	0.2374	0.2261	0.175	...	0.167	0.215	0.309	0.135	0.192
X_0	pu	...	0.1320	0.1346	0.140	...	0.112	0.150	0.174	0.130	0.105
R_0	pu	...	0.035	...	0.023	...	0.030	0.0225	...	0.035	...
T_d'	s	...	0.159	...	1.070	...	0.550	0.596	...
T_d''	s	...	0.042	0.042	0.032	0.032	0.041	0.032	...
T_d'''	s	...	5.210	5.432	3.700	3.800	3.650	4.200	5.690	4.300	6.000
T_d''''	s	...	0.035	0.0225	...	0.035	...
T_d'''''	s	...	0.531	0.298	...
T_d''''''	s	...	0.042	0.158	0.060	0.062	0.144
T_d'''''''	s	...	1.500	1.500	0.470	0.480	1.230	0.565	1.500	...	0.900
T_d''''''''	s	...	0.450	...	0.150	0.140	...	0.160	...
W/R	MW.s	992.00	1006.50	1518.70	1190.00	1347.20	3010.00	1368.00	2206.40	2625.00	2265.00
T_F	s	...	0.1245	...	0.1357	...	0.0711	0.1094
$S_{G1.0}$	(2)	0.082	0.162	0.2632	0.0910	0.090	0.111	0.079	0.134	0.090	0.340
$S_{G1.2}$	(2)	0.290	0.508	0.5351	0.400	0.349	0.518	0.349	0.617	0.402	1.120
E_{FDL}	(2)	...	3.053	2.7895	2.870	2.700	3.000	2.890	3.670	3.330	3.670
D	(3)	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000

EXCITER		A	C	A	G	A	G	C	A	G	A
VR type		WMA	BRLS	BRLS	NAI43A	ALTHYREX	ALTHYREX	WTA	ALTHYREX	ALTHYREX	BBC
Name	(4)	WMA	BRLS	BRLS	NAI43A	ALTHYREX	ALTHYREX	WTA	ALTHYREX	ALTHYREX	BBC
RR	(4)	0.50	0.50	0.50	0.50	1.50	1.50	2.00	2.50	2.50	0.50
T_R	s	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
K_A	pu	290.000	400.000	400.000	50.000	200.000	200.000	400.000	350.000	350.000	50.000
T_d or T_{d1}	s	0.050	0.020	0.020	0.060	0.150	0.150	0.200	0.200	0.200	0.060
T_{d2}	s	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

I_{Rmax}	3.810	8.120	5.270	1.000	3.840	5.990	5.230	18.300	5.150	1.000
I_{Rmin}	-3.810	-8.120	-5.270	-1.000	-3.840	-5.990	-5.230	-18.300	-5.150	-1.000
K_{m1}	-0.170	1.000	1.000	-0.0065	1.000	-0.020	1.000	1.000	1.000	-0.0393
A_E	0.950	0.812	0.920	0.520	0.000	0.000	0.000	0.942	0.000	0.440
T_E	0.220	0.489	0.535	0.871	0.000	0.730	0.000	0.813	0.000	0.064
S_{E75max}	0.950	0.656	0.600	0.278	0.000	0.000	0.000	2.670	0.000	0.235
S_{E75min}	0.002	0.1572	0.1658	0.0012	0.000	0.1154	0.000	0.023	0.000	0.0013
A_{EX}	0.3857	0.2909	0.3910	1.2636	0.000	0.5465	0.000	0.942	0.000	1.1562
B_{EX}	-4.890	-4.910	3.290	4.230	3.840	-4.500	5.730	5.020	5.150	4.500
E_{FDmax}	-4.890	0.000	0.000	-4.230	-3.840	-4.500	-5.730	0.000	-4.500	0.070
E_{FDmin}	0.040	0.060	0.050	0.0532	0.050	0.050	0.0529	0.030	0.036	1.000
K_F	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
T_{ForTFI}	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
T_{F2}	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

TURBINE GOVERNOR

GOV	(6)	G	G	G	G	G	G	G	G	G
R	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
P_{max}	347.00	360.00	367.00	390.00	-460.00	-497.00	553.00	766.29	810.00	820.00
r_1	0.100	0.220	0.180	0.100	0.150	0.100	0.080	0.180	0.100	0.100
r_2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.050	0.000	0.000	0.030	0.000	0.000
r_3	0.400	0.200	0.040	0.300	-0.300	0.300	0.150	0.200	0.200	0.200
r_4	0.050	0.250	0.250	0.050	0.260	0.100	0.050	0.000	0.100	0.100
r_5	8.000	8.000	8.000	10.000	8.000	10.000	10.000	8.000	8.720	8.720
F	0.250	0.270	0.267	0.250	0.270	0.300	0.280	0.300	0.300	0.300

STABILIZER

PSS	(7)	S	S	S	S	S	S	S	S	S
K_{QV}	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
K_{QS}	-4.000	26.000	0.000	-4.000	26.000	0.000	24.400	0.400	24.000	0.000
T_Q	10.000	3.000	0.000	10.000	3.000	0.000	3.000	10.000	10.000	0.000
T_{Q1}	0.270	0.150	0.000	0.270	0.150	0.000	0.150	0.650	0.200	0.000
T_{Q2}	0.050	0.050	0.000	0.050	0.050	0.000	0.050	0.070	0.060	0.000
T_{Q3}	0.270	0.150	0.000	0.270	0.150	0.000	0.150	0.650	0.150	0.000
T_{Q4}	0.050	0.050	0.000	0.050	0.050	0.000	0.050	0.070	0.020	0.000
T_{Q5}	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
T_{Q6}	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
T_{Q7}	0.100	0.050	0.000	0.100	0.050	0.000	0.050	0.100	0.050	0.000

ANEXO B

Ejemplo de un archivo de entrada de datos para el programa
de análisis de flujos.

Ejemplo de un archivo de datos.

A continuación se muestra un archivo de datos del sistema de prueba de IEEE de 14 nodos a fin de ilustrar el aspecto de un archivo de datos para el estudio de flujos de potencia convencional.

```

***** SISTEMA DE PRUEBA DE 14 NODOS DEL IEEE *****
***** JULIO 20 DE 1982. R. MOTA *****
NOD-1      00.0      00.0
NOD-2      81.7      82.7
NOD-3      94.2      19.0
NOD-4      47.8      -3.9
NOD-5       7.6       1.6
NOD-6      11.2       7.5
NOD-7       0.0       0.0
NOD-8       0.0       0.0
NOD-9      29.5      16.6
NOD-10     9.0       5.8
NOD-11     3.5       1.8
NOD-12     6.1       1.6
NOD-13     13.5      5.8
NOD-14     14.9      5.0
0
NOD-1      NOD-1      1000.0      100.0      -100.0      1.060
NOD-2      NOD-2       40.0       50.0       -40.0      1.045
NOD-3      NOD-3       00.0       40.0        00.0      1.010
NOD-6      NOD-6       00.0       24.0        -6.0      1.070
NOD-8      NOD-8       00.0       24.0        -6.0      1.090
0
NOD-1      NOD-2      0.01938  0.0592  0.0264  0.0
NOD-1      NOD-5      0.05403  0.2230  0.0246  0.0
NOD-2      NOD-3      0.04699  0.1979  0.0219  0.0
NOD-2      NOD-4      0.05811  0.1763  0.0187  0.0
NOD-2      NOD-5      0.05695  0.1738  0.0170  0.0
NOD-3      NOD-4      0.06701  0.1710  0.0173  0.0
NOD-4      NOD-5      0.01335  0.0421  0.0064  0.0
NOD-4      NOD-7      0.00000  0.2091  0.0000  00.9780
NOD-4      NOD-9      0.00000  0.5562  0.0000  0.9690
NOD-5      NOD-6      0.00000  0.2520  0.0000  0.9320
NOD-6      NOD-11     0.09498  0.1989  0.0000  0.0
NOD-6      NOD-12     0.12291  0.2558  0.0000  0.0
NOD-6      NOD-13     0.06615  0.1303  0.0000  0.0
NOD-7      NOD-8      0.0000  0.1762  0.0000  0.0
NOD-7      NOD-9      0.0000  0.1100  0.0000  0.0
NOD-9      NOD-10     0.03181  0.0845  0.0000  0.0
NOD-9      NOD-14     0.12711  0.2704  0.0000  0.0
NOD-10     NOD-11     0.08205  0.1921  0.0000  0.0
NOD-12     NOD-13     0.22090  0.1998  0.0000  0.0
NOD-13     NOD-14     0.17093  0.3480  0.0000  0.0
0
NOD-9      0.190
0

```