UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA

TRABAJO DE GRADUACIÓN:

"Diseño de una Metodología de Planificación para los Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica y su Aplicación en el Área Metropolitana de San Salvador"

PRESENTADO POR:

JUAN FRANCISCO FLORES SOLANO
SERGIO DAVID PÉREZ GONZÁLEZ

PARA OPTAR AL TITULO DE:

INGENIERO ELECTRICISTA

CIUDAD UNIVERSITARIA, JULIO DE 1,998

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA

Trabajo de graduación previo a la opción de:

INGENIERO ELECTRICISTA

Titulo: "Diseño de una Metodología de Planificación para los Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica y su Aplicación en el Área Metropolitana de San Salvador"

Presentado por:

Juan Francisco Flores Solano
Sergio David Pérez González

Trabajo de Graduación aprobado por:

Coordinador:

Ing. Ricardo Colorado

Asesor:

Ing. Ricardo Colorado

San Salvador, Julio de 1998

ACTA DE CONSTANCIA DE NOTA Y DEFENSA FINAL

En esta fecha, 25 de julio de 1998 en el local de la Sala de Lectura de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, a las diez horas y treinta minutos, en presencia de las siguientes autoridades de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de El Salvador:

Firma

1- Ing. José Roberto Ramos López
Director

2- Ing. Gerardo Marvin Jorge Hernández
Secretario

ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA
FACULTAD DE INGENIERIA
Y ARQUITECTURA
Universidad de El Salvador

Y con el Honorable Jurado de evaluación integrado por las personas siguientes:

Firma

1- Ing. Luis Humberto Alvarenga

2- Ing. Carlos René Pérez

Se efectuó la defensa final reglamentaria del Trabajo de Graduación:

"Diseño de una Metodología de Planificación para los Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica y su Aplicación en el Area Metropolitana de San Salvador"

A cargo de los Bachilleres:

FLORES SOLANO, JUAN FRANCISCO y
PEREZ GONZALEZ, SERGIO DAVID

Habiendo obtenido el presente trabajo una nota final, global de 9.4

(NUEVE PUNTO CUATRO)

AGRADECIMIENTOS

- Al Ing. Colorado por su apoyo y asesoria en este tema de investigación

- Al Ing. Rene Canjura de la Escuela de Matématica por las explicaciones introductorias de la programación líneal.

- A todos los docentes de la Escuela de Ingeniería Eléctrica por compartir sus conocimientos.

DEDICATORIA

Dedico el presente trabajo a Dios por haberme dado la bendición de concluir esta carrera, a Jesucristo por estar siempre a mi lado y al Espiritu Santo por su sabiduría.

A mis Padres Juan Elias y Maria Eva por su apoyo, enseñanza y amor incondicional en todo momento.

A a mis hermanos por su confianza y comprensión

A la memoria de mi hermana Eva Guadalupe

Francisco Solano

DEDICATORIA

Le doy gracias a Dios Todopoderoso, el cuál siempre estuvo presente en cada paso de esta investigación.

Le doy gracias a mis padres: Jaime y Emma por su apoyo permanente que me brindaron durante toda la carrera universitaria. Ya que sin ellos hubiera sido difícil culminar esta meta.

Dedico esta investigación a mi hija Alejandra, la cual es mi inspiración diaria y constante para seguir adelante con las metas propuestas.

Sergio Pérez

PREFACIO

En un sistema de distribución de energía eléctrica, continuamente surgen cargas nuevas o se proyectan cargas futuras, a las cuales se le debe suministrar energía por medio de líneas eléctricas que en muchos casos no existen y es necesario construirlas.

Siempre existen varias alternativas de construcción de las futuras líneas porque existen varios puntos desde donde se puede alimentar la carga, además de que se debe considerar la geografía del terreno. El problema real se presenta cuando se debe seleccionar la alternativa más económica que cumpla con los mínimos criterios técnicos.

El problema se puede solucionar evaluando cada una de las posibles alternativas y configuración eléctrica que resulte para determinar la red económicamente óptima, pero este proceso puede resultar muy costoso en tiempo.

En la investigación aquí realizada se desarrolla un método nuevo de optimización del costo de instalación por medio del uso de la programación líneal, en el cual se determina la configuración topológica que debe tener la red. con el mínimo costo de instalación y que cumpla con los requerimientos técnicos mínimos.

Como la aplicación del método se complica a medida que se incrementa la cantidad de ramas y nodos que forman la red, se hace necesario la implementación de una aplicación de software que permita resolver los problemas en corto tiempo.

RESUMEN DEL TRABAJO

El presente trabajo consiste en desarrollar un método, que permita optimizar el costo de construcción de líneas de transporte de energía eléctrica nuevas y que cumplan con caractéristicas técnicas mínimas. Para desarrollar el método se hace uso de la poderosa herramienta matemática llamada programación líneal.

En el capitulo I se realiza un estudio del fundamento matemático de la programación líneal, describiendo la forma como se debe plantear un problema de programación líneal y su solución por medio del método simplex.

En el capitulo II se presenta la formulación del método de minimización de los costos de instalación, definiendo los criterios técnicos mínimos que debe tener la red que resulte luego de aplicar el método.

En el capitulo III se realiza la comprobación del método de minimización de costos de instalación, por medio de un ejemplo de una red de 5 nodos que tiene dos futuros centros de carga y cuatro alternativas de construcción de líneas.

En el capitulo IV se desarrolla la aplicación NEPROL en visual C++ 2.0, para aplicar el método de minimización de costos automáticamente, debido a que la dificultad de solución se incrementa considerablemente conforme crece la complejidad de la red.

TABLA DE CONTENIDOS

Capítulo **Página**

IV. MARCO DE APLICACIÓN "NEPROL" PARA OPTIMIZACION DE REDES

CAPITULO I
FUNDAMENTO MATEMATICO

Introducción

En el desarrollo de toda actividad industrial, uno de los objetivos mas importantes es el de minimizar los costos, para mejorar las utilidades de una empresa determinada.

La programación lineal es una herramienta para resolver problemas de optimización. En 1947 George Dantsig creo un método eficaz, el algoritmo simplex, para resolver problemas de programación lineal. A partir del surgimiento del algoritmo simplex, la programación lineal se ha usado para resolver problemas de optimización en muchas industrias alrededor del mundo.

En este capítulo se inicia el estudio de la programación lineal describiendo los fundamentos matemáticos y características generales que tienen todos los problemas de programación lineal, así como también la formulación de modelos de programación para situaciones de la vida real.

1.1 EL PROBLEMA DE LA PROGRAMACION LINEAL

Un problema de programación lineal es un problema en el cual el objetivo es minimizar o maximizar una función lineal en la presencia de restricciones lineales del tipo desigualdad, igualdad o ambas.

Modelo de programación lineal:

$$\text{Minimizar} \quad c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \tag{1.1}$$

$$\text{Sujeta a} \quad \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots\dots a_{1n}x_n &\geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots\dots a_{2n}x_n &\geq b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \quad &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots\dots a_{mn}x_n &\geq b_m \\ x_1 \ , \ x_2 \ , \ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \ x_n &\geq 0 \end{aligned}$$

1.1.1 CONCEPTOS BASICOS EN PROGRAMACION LINEAL

Variables de decisión: en un problema de programación lineal las variables de decisión $x_1, x_2, ...x_n$ deben representar completamente las decisiones a tomar.

Función objetivo: En cualquier problema de programación lineal la persona que toma la decisión quiere maximizar (el ingreso o las ganancias) o minimizar (por lo general los costos) en función de las restricciones. La función que hay que maximizar o minimizar se llama **función objetivo**. El coeficiente de las variables en la función objetivo $c_1, c_2,....c_n$ se llama coeficientes de la función objetivo de la variable, y representa la contribución de la variable a la ganancia o ahorro del problema.

Restricciones: Las restricciones son ecuaciones que limitan la función objetivo. Los coeficientes de las variables de decisión en las restricciones $a_{11}, a_{12},....a_{mn}$, se llaman coeficientes tecnológicos. Esto se debe a que los coeficientes reflejan a menudo la tecnología utilizada para producir diferentes bienes. Él número derecho de cada restricción se llama lado derecho de la restricción y muchas veces representa la cantidad disponible de un recurso.

Restricciones de signo: También llamadas restricciones de no negatividad. Para la mayoría de los problemas prácticos las variable representan cantidades físicas y, en consecuencias deben ser variables no negativas.

Sujeto a: Significa que los valores de las variables de decisión $x_1, x_2, ...x_n$ tienen que satisfacer todas las restricciones, incluyendo las restricciones de signo o no negatividad.

De aquí en adelante programación lineal se definirá como PL y problema de programación lineal como PPL.

Antes de definir formalmente un problema de programación lineal, definimos los conceptos de función lineal y desigualdad lineal.

Definición 1: Una función $f(x_1, x_2, ... x_n)$ es una función lineal de $x_1, x_2,...x_n$ **si y sólo si** para algún conjunto de constantes $c_1, c_2,....c_n$, $f(x_1, x_2,...x_n) = c_1x_1, c_2x_2,.....c_nx_n$.

Definición 2: Para cualquier función lineal $f(x_1, x_2,...x_n)$ y cualquier número b, las desigualdades $f(x_1, x_2,...x_n) \leq b$ y $f(x_1, x_2,...x_n) \geq b$ son dos igualdades lineales.

Definición 3: Un problema de PL es un problema de optimización para el cual se hace lo siguiente:

1. Se trata de minimizar o maximizar una función lineal de variables de decisión. La función que se pretende maximizar o minimizar se llama función objetivo.

2. Los valores de las variables de decisión tienen que satisfacer un conjunto de restricciones. Cada restricción tiene que ser una igualdad lineal o una desigualdad lineal.

3. Hay una restricción de signo para cada variable. Para cualquier variable x_i, la restricción de signo especifica que xi tiene que ser no negativo.

Definición 4. La región factible de un PPL es el conjunto de todos los puntos que satisfacen las restricciones de signo del PPL. entendiendo por punto un valor específico de cada variable de decisión.

Definición 5. La solución óptima de un problema de minimización (maximización) es un punto de la región factible con el menor (mayor) valor de la función objetivo.

Definición 6: Se obtiene una solución básica **Ax = B,** haciendo n-m variables iguales a cero y despejando las m variables que quedan. Esto supone que hacer n-m iguales a cero nos proporciona valores únicos para las m variables restantes.

Definición 7: Cualquier solución básica de un conjunto de restricciones en el cual todas las variables son no negativas, es una **solución básica factible.**

Definición 8: Un conjunto de puntos S es un conjunto convexo si el segmento rectilíneo que une cualquier par de puntos de S se encuentra completamente en S.

Definición 9: Para cualquier sistema lineal una variable que aparece un coeficiente de 1 en una sola ecuación y con un coeficiente cero en las otras ecuaciones , se llama variable básica.

Definición 10: Cualquier variable que no es básica se denomina variable no básica.

Suposiciones:

1. La contribución de cada variable de decisión a la función objetivo es proporcional al valor de la variable de decisión.

2. La contribución a la función objetivo por parte de cualquier variable es independiente de los valores de las otras variables de decisión.

3. La aportación de cada variable al lado izquierdo de cada restricción es proporcional al valor de la variable.

4. La contribución a la variable de cada restricción es independiente de los valores de las otras variables; por lo tanto la contribución a la i-esima restricción es la suma de las contribuciones individuales de cada una de las variables.

5. Requiere que cada variable de decisión pueda tomar valores fraccionarios, esto no es completamente cierto para un **problema de programación entera mixto**.

6. Tiene que conocerse con certidumbre, cada uno de los parámetros siguientes:
   - Coeficientes de la función objetivo
   - Lado derecho de las ecuaciones de restricción
   - Coeficientes tecnológicos de cada restricción

El numeral 1 y 3 se definen como suposiciones de proporcionalidad. El numeral 2 y 4 como suposiciones de aditividad. El numeral cinco como suposición de divisibilidad y el numeral seis como suposición de certidumbre.

1.1.2 LA PROGRAMACION LINEAL EN NOTACIÓN MATRICIAL

Usando notación matricial un problema de programación lineal se puede escribir en forma más conveniente. Como ejemplo considérese el siguiente problema

$$\text{Minimizar} \sum_{j=1}^{n} c_j \; x_j$$

$$\text{Sujeta a} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \; x_j = b_i \quad i = 1,2,3,\ldots,m \qquad (1.2)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1,2,3,\ldots n$$

De aquí en adelante una matriz se describirá por una letra mayúscula en negritas, un vector sea este en forma de columna o fila por una letra minúscula en negritas y un valor escalar por una letra minúscula o mayúscula en forma normal.
Denótese por **c** el vector fila $(c_1, c_2, \ldots c_n)$, y considérense los vectores columnas **x** y **b**, y la matriz **A** de m x n dados por:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} \quad (1.3) \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ . \\ b_m \end{bmatrix} \quad (1.4) \qquad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ . & . & \ldots & . \\ . & . & \ldots & . \\ . & . & \ldots & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Por tanto el problema anterior se puede escribir como sigue:

$$\text{Minimizar } \mathbf{cx} \tag{1.6}$$

$$\text{Sujeta a } \quad \mathbf{Ax = b}$$

$$\mathbf{x \geq 0}$$

El problema también se puede representar convenientemente usando las columna de **A**. Escribiendo **A** como $[\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n}]$. En donde $\mathbf{a}_j$ es la j-ésima columna de **A**, el problema se puede formular como sigue:

$$\text{Minimizar (Maximizar)} \qquad \text{Minimizar} \sum_{j=1}^{n} c_j \, x_j \tag{1.7}$$

$$\text{Sujeta a} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{a}_j \, x_j = \mathbf{b}$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1,2,3,\ldots n$$

1.1.3 PLANTEAMIENTO DE UN PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL

Una compañía distribuidora de energía eléctrica tiene m plantas generadoras. La energía eléctrica se distribuye a través de un sistema de líneas aéreas a n puntos de carga. Supóngase que la unidad de costo por transporte de la energía desde la planta i al punto de carga j es c_{ij}. Supóngase además, que la capacidad de producción de la planta i es a_i y que la demanda del punto de carga j es b_j,, se desea encontrar el flujo de carga que minimice el costo total por transporte de energía eléctrica.

$$\text{Minimizar} \qquad \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \, x_{ij} \tag{1.8}$$

$$\text{Sujeta a} \qquad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \leq a_i \qquad i = 1,2,\ldots\ldots, m$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq b_j \qquad i = 1,2,......, n$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad i = 1,2,.......,m \quad j = 1,2,.....,n$$

1.2.0 SOLUCION BASICA FACTIBLE

Geométricamente se puede describir y comprender mas fácilmente la PL. Aunque este método solo es adecuado para un número pequeño de variables, por la razón que al tener el PL tres o más variables las diferentes restricciones se vuelven planos en el espacio. Por tal razón, se considerará el siguiente problema:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} \quad \mathbf{cx} \\ &\text{Sujeta a} \quad \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \\ &\qquad\qquad\quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{1.9}$$

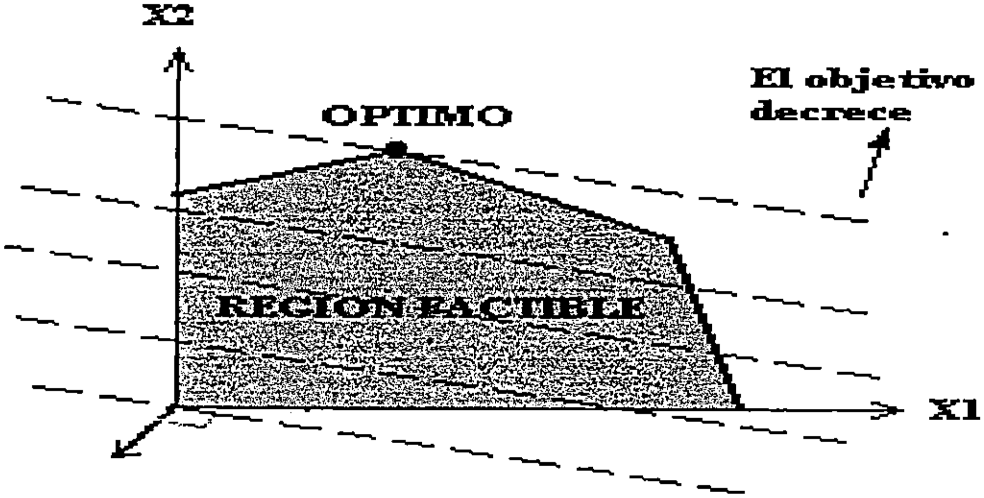
Se notará que la región factible consiste de todos los vectores **x** tales que $\mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}$ y $x \geq 0$. Todos los puntos en la región factible satisfacen la ecuación $\mathbf{cx} = z$, es decir, que $\sum^{n}_{j=1} c_j x_j = z$.

En la figura 1.1 se observa en forma oscura la región factible; al resolver el problema de programación lineal se desea encontrar el (los) punto(s) que minimicen el valor $\sum cx$ y que además cumpla con las restricciones. Puesto que se desea minimizar z, entonces el plano (la recta en el espacio de dos dimensiones) $\sum^{n}_{j=1} c_j x_j = z$ debe moverse paralelamente a si mismo en la dirección en que decrece el objetivo. Esta dirección es $-$ **c**, y por lo tanto, el plano se mueve en la dirección $-$ **c** tanto como sea posible.

En la figura 1.1 se ilustra este proceso. Nótese que al alcanzar el punto óptimo x^*, la recta $c_1x_1 + c_{2x2} = x^*$, en donde $z^* = c_1x_1 + c_2x_2$, ya no puede moverse mas en la dirección $-c = (- c_1 , c_2)$ pues esto solo daría puntos fuera de la región factible. Evidentemente, para un problema de maximización el plano $cx = z$ debe moverse tanto como sea posible en la dirección c.

Es importante observar que el punto óptimo x^* en la figura 1.1 es uno de los vértices, los cuales se llaman **puntos extremos.**

Figura 1.1 Descripción geométrica de un problema de programación lineal.



1.3.0 EL METODO SIMPLEX

Un PL puede tener restricciones en forma de igualdad o de desigualdad. Antes de poder usar el algoritmo para resolver un PPL, hay que transformar el PPL en un problema equivalente, en el cual todas las restricciones son ecuaciones y todas las variables son no negativas. Un PPL que se encuentra en esta forma esta en su **forma estándar.**

Para transformar un PPL en la forma estándar, hay que sustituir cada restricción en forma de desigualdad, por una restricción en forma de igualdad . Esto se ilustrará de la siguiente manera. Supongamos el siguiente problema de PL

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z = 4x_1 + 3x_2 \\ \text{Sujeta a} & x_1 + x_2 \leq 40 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 60 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \qquad (1.10)$$

Definimos para cada restricción $\leq$ una variable adicional de holgura llamada s_i que es la cantidad de recursos no utilizada en la i-ésima restricción. Haciendo referencia al problema de PL s_1 y s_2 como:

$$s_1 = 40 - x_1 - x_2 \quad \text{o} \quad x_1 + x_2 + s_1 = 40 \qquad (1.11)$$
$$s_2 = 60 - x_1 - 2x_2 \quad \text{o} \quad x_1 + 2x_2 + s_2 = 60 \qquad (1.12)$$

Obsérvese que un punto (x_1, x_2) satisface la i-ésima restricción si y solo si $s_i \geq 0$. Por ejemplo, si las variables de decisión :

$$x_1 = 15$$

$$x_2 = 20$$

Se observa que s_1 y s_2 satisfacen las restricciones. Finalmente obsérvese que un punto $x_1 = x_2 = 25$ no satisface las restricciones dadas.

Todo esto transforma el problema de PL en:

$$\text{Minimizar} \quad z = 4x_1 + 3x_2 \tag{1.13}$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeta a} \quad & x_1 + x_2 + s_1 = 40 \\ & 2x_1 + x_2 + s_2 = 60 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Después de estudiar la solución geométrica de un problema de programación lineal se puede enunciar los siguientes teoremas:

Teorema 1: La región factible para cualquier problema de programación lineal es un conjunto convexo. También, si un PPL tiene una solución óptima, tendrá que existir un punto extremo de la región factible que es óptimo.

Teorema 2: Para cualquier PPL, existe un punto extremo único de la región factible de PL que corresponde a cada solución básica factible. También existe por lo menos una solución básica factible que corresponde a cada punto extremo de la región factible.

Ahora se explica como se puede usar el algoritmo simplex para resolver los PPL's, en los cuales la meta es minimizar la función objetivo. El algoritmo es como sigue:

PASO 1: Transforme el PPL en la forma estándar.

PASO 2: Obtenga una solución básica factible (si es posible), a partir de la forma estándar.

PASO 3: Si todas las variables no básicas en el renglón cero tienen coeficientes no positivos la solución básica factible actual es óptima. Si alguna variable no básica en el renglón cero tiene coeficiente positivo, la variable con el coeficiente "mas" positivo tiene que entrar a la base.

PASO 4: Si la solución básica factible no es óptima, determine que variable no básica se tiene que convertir en una variable básica por medio de la prueba de la razón, y que variable básica se tiene que convertir en una variable no básica para encontrar una solución básica factible, con un mejor valor de la función objetivo.

PASO 5: Usando **operaciones elementales de renglones (OER)** encontrar la nueva básica factible con un mejor valor de la función objetivo, y regrese al paso 3.

Al aplicar el algoritmo simplex es necesario escribir la función objetivo como : $z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n$ de la siguiente manera $z - c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n$. A este formato se le llama renglón cero de la función objetivo.

Ejemplo : Minimizar

$$
\begin{aligned}
\text{mínimo } & z = 2x_1 - 3x_2 \\
\text{sujeta a } & x_1 + x_2 \leq 4 \\
& x_1 - x_2 \leq 6 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
\qquad (1.14)
$$

Tabla 1.1. Transformación de un PL a su forma estándar

Paso 1: Transformar el PL en la forma estándar

			VARIABLE BASICA
Renglón 0	$z - 2x_1 + 3x_2$	$= 0$	$z = 0$
Renglón 1	$x_1 + x_2 + s_1$	$= 4$	$s_1 = 4$
Renglón 2	$x_1 - x_2 + s_2$	$= 6$	$s_2 = 6$

Paso 2: Obtener una solución básica factible a partir de la forma estándar.

Por inspección vemos que tomando a x_1, x_2 igual a cero podemos obtener los valores de las variables s_1 y s_2, haciendo s_i igual al lado derecho del renglón i. De esta manera podemos obtener una solución básica factible igual:

$VB = \{z, s_1, s_2\}$ $\qquad$ $VNB = \{x_1, x_2\}$

La solución básica factible para este conjunto de variables básicas es $z=0$, $s_1=4$, $s_2=6$ cuando $x_1 = x_2 = 0$.

Paso 3: Determinar si la sbf es óptima

Se determina si la sbf que se ha encontrado es óptima, en caso contrario se busca una sbf adyacente a la sbf inicial, con un menor valor de z. Para cumplir con estas metas, se trata de determinar si existe un valor menor de z, lo cual se realiza incrementando el valor de alguna variable no básica desde su valor cero, mientras las otras variables no básicas se mantienen igual a cero. Se despeja z del renglón cero

$$z = 2x_1 - 3x_2 \qquad (1.15)$$

Usando la ecuación anterior se observa que al incrementar x_2 z se puede minimizar aún mas, por lo tanto la solución básica que se ha encontrado no es óptima.

Paso 4: Se determina cual variable no básica entra a la base y cual variable básica sale de la base.

Si se incrementa la variable no básica x_1, el valor de z en lugar de disminuir se incrementa, por lo tanto no se debe incrementar x_1; en cambio si se incrementa x_2 el valor de z disminuye, es decir que por cada unidad que se incremente x_2, z se minimizará en 3 unidades. Si se aumenta el valor de x_2, a partir de su valor actual cero, x_2 tendrá que entrar a la base, y convertirse en una variable básica, Por tal razón , se denomina a x_2 **la variable que entra**. Obsérvese que x_2 tiene el coeficiente más positivo en el renglón cero.

Al incrementar x_2 en una unidad, se disminuye z en 3 unidades, por tanto se desea hacer x_2 lo más grande posible. Es de tener claro que el valor de x_2 tiene un límite superior, por la razón que al incrementar una variable no básica desde su valor cero, las variables básicas comienzan a disminuir hasta alcanzar valores negativos, lo cual no se debe permitir porque se viola la condición de no negatividad de las variables. Del renglón 1 se observa que $s_1 = 4 - x_2$ (por la razón que $x_1 = 0$), por lo que x_2 se debe incrementar hasta $x_2 = 4/1$. Del renglón 2, $s_2 = 6 + x_2$ (siempre $x_1 = 0$), a partir de lo cual x_2 se puede incrementar infinitamente, es decir s_2 no le impone un límite al incremento de x_2.

Esto quiere decir que, para mantener todas las variables básicas no negativas, el mayor valor que puede tomar x_2 es el mínimo $\{4/1 , \alpha\} = 4$. Si se hace $x_2 \geq 4$, entonces s_1 sería negativo y ya no se tendría una solución básica factible, porque x_1 se vuelve negativa.

Resulta que para cualquier renglón en el cual la variable que tenía que un coeficiente positivo, la variable básica del renglón se volvió negativa, al exceder la variable que entra el valor correspondiente a la siguiente relación:

$$\frac{\text{Lado derecho del renglón (ld)}}{\text{coeficiente en el renglón de la variable que entra}} \qquad (1.16)$$

Al procedimiento de evaluar para cada restricción en el cual la variable que entra tiene un coeficiente positivo se llama prueba de la razón. La restricción con la razón más pequeña, se llama **ganador de la prueba de la razón.** La menor razón es el máximo valor de la variable que entra que mantendrá todas las variables básicas actuales no negativas.

Paso 5: Mediante el uso de OER encontrar la nueva sbf con un mejor valor de z.

OER 1: Se suma el renglón 1 al renglón 2.
OER 2: Se multiplica el renglón 2 por –3 y se suma al renglón 0.
Después de efectuar las dos operaciones anteriores se obtiene la siguiente forma canónica del problema:

Tabla 1.2 Operaciones elementales de renglón para un PL

	z	x_1	x_2	s_1	s_2	ld	VARIABLE BASICA
Renglón 0	1	-5	0	-3	0	-12	$z = -12$
Renglón 1	0	1	1	1	0	4	$x_1 = 4$
Renglón 2	0	2	0	1	1	10	$s2 = 10$

Como cada variable en el renglón 0 tiene coeficiente no positivo o cero, este es el cuadro óptimo. Por tanto, la solución óptima para este problema es:

$$\begin{aligned} z &= -12 \\ x_2 &= 4 \\ s_2 &= 10 \\ x_1 &= 0 \\ s_1 &= 0. \end{aligned} \tag{1.17}$$

1.4.0. EL METODO DE LAS DOS FASES

En algunos casos no es posible obtener una solución básica factible inicial (sbfi), en estos casos se utiliza el método de las dos fases. Para aplicar este método es necesario añadir a las restricciones las variables llamadas 'artificiales', para que en función de ellas tener una sbfi. Luego se tiene que modificar la función objetivo del PPL original, para asegurar que las variables artificiales sean iguales a cero. Considérese el siguiente PPL:

$$\min z = 2x_1 + 3x_2 \tag{1.18}$$
$$\text{s.a. } \tfrac{1}{2}x_1 + \tfrac{1}{4}x_2 \leq 4 \tag{1.19}$$
$$x_1 + 3x_2 \geq 20 \tag{1.20}$$
$$x_1 + x_2 = 10 \tag{1.21}$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \tag{1.22}$$

Para trasformar el PPL anterior a la forma estándar, se añade una variable de holgura s_1 a la restricción 1 (ecuación 1.19) y se resta una variable de exceso e_2 a la restricción 2 (1.20). Después de escribir la función objetivo como $z - 2x_1 - 3x_2 = 0$ se obtiene la siguiente forma estándar:

Tabla 1.3 No existe una solución básica inicial

	z	x_1	x_2	s_1	e_2	ld	VARIABLE BASICA
Renglón 0	1	-2	-3	0	0	0	$z=0$
Renglón 1	0	1/2	1/4	1	0	4	$x_1=4$
Renglón 2	0	1	3	0	-1	20	
Renglón 3	0	1	1	0	0	10	

Al buscar una sbf, se observa que se podría usar $s_1 = 4$ como una variable básica (y factible) para el renglón 1. Multiplicando el renglón 2 por –1, observamos que se podría usar $e_2 = -20$ como una variable básica para el renglón 2. Desafortunadamente, $e_2 = -20$ viola la restricción de signo $e_2 \geq 0$. Por último en el renglón 3 no aparece una variable básica obvia.

Por tanto para utilizar el algoritmo simplex para resolver el PPL anterior, los renglones 2 y 3 necesitan cada uno una variable básica y factible. Para remediar este problema, simplemente se "inventa" una variable básica factible para restricción que necesite una. Ya que estas variables inventadas no son variables reales se llaman **variables artificiales.** Si añadimos una variable artificial al renglón i, este será a_i. En el problema actual, se necesita sumar una variable a_2 al renglón 2, y una variable artificial a_3 al renglón 3. El conjunto de ecuaciones resultantes es:

Tabla 1.4 El método de las dos fases

	z	x_1	x_2	s_1	e_2	a_2	a_3	ld	VARIABLE BASICA
Renglón 0	1	-2	-3	0	0	0	0	0	$z = 0$
Renglón 1	0	1/2	1/4	1	0	0	0	4	$x_1 = 4$
Renglón 2	0	1	3	0	-1	1	0	20	$a_2 = 20$
Renglón 3	0	1	1	0	0	0	1	10	$a_3 = 10$

Ahora se tiene una solución básica factible. Sin embargo no hay garantía de que esta SBF sea la misma que la SBF del problema original. Al resolver el problema se podría obtener una solución óptima en la cual una o más variables artificiales son positivas. Tal solución no es factible por la razón que las variables artificiales no forman parte del problema original. Por tanto una solución es óptima si y solo si todas las variables artificiales son iguales a cero. Es aquí donde se usa el método simplex de dos fases.

El objetivo de este método es en primer lugar llevar a cero los valores de las variables artificiales, al mismo tiempo se obtiene una nueva función objetivo; y en segundo lugar optimizar esta nueva función objetivo.

Los pasos a seguir para aplicar el método simplex de dos fases se describen a continuación:

Paso 1: Modificar las restricciones de tal manera que el lado derecho de cada una de ellas sea no negativo.

Paso 2: Transformar cada restricción que sea desigualdad a la forma estándar. Esto implica que si la restricción i es una restricción $\leq$, se añadirá una variable de holgura s_i, y si la restricción y es una restricción $\geq$, se restará una variable de exceso e_i.

Paso 3: Si después de completar el paso 2, por cada variable de exceso e_i que no se pueda ingresar a la base por ser negativa y por cada restricción que sea una igualdad, se añade una variable artificial a_i a la restricción i. También se añade la restricción $a_i \geq 0$.

Paso 4: Se ignora el PPL original y en su lugar se resuelve un PPL de minimización cuya función objetivo es la suma de todas las variables artificiales. Esto se llama el PPL de la fase 1. La solución de el PPL de la fase 1, hará necesariamente todas las variables artificiales iguales a cero.

Ya que cada $a_i \geq 0$, la solución del PPL de la fase I corresponde a uno de los tres casos siguientes:

Caso I: El valor óptimo de la función objetivo del PPL de la fase I es mayor que cero. En este caso el PPL original no tiene una solución factible.

Caso II: El valor óptimo de la función objetivo del PPL de la fase I es igual a cero. En este caso se omiten todas las columnas que corresponden a las variables artificiales, en el cuadro óptimo de la fase I. Después se combina la función objetivo original con el cuadro óptimo de la fase I. La solución óptima del PPL fase II, es la solución óptima del problema original.

Caso III: El valor óptimo del PPL de la fase I es igual a cero, y por lo menos una variable artificial está en la base óptima de la Fase I. En este caso se puede encontrar la solución óptima para el PPL original, si al final de la Fase I, se omite, del cuadro óptimo de la Fase I, todas las variables artificiales no básicas y cualquier variable del problema original con un coeficiente negativo en el renglón 0 del cuadro óptimo de la Fase I.

CONCLUSIONES DEL CAPITULO I

1. Los recursos de programación lineal son aplicables a un problema donde la función objetivo, y las restricciones del problema son lineales. Esto con el objetivo de maximizar o minimizar la función objetivo.

2. Las variables de holgura, exceso , artificiales sirven para darle el arranque a un problema de programación lineal, con este arranque se obtiene un solución factible del problema, pero probablemente no sea la óptima.

3. La restricción con la razón más pequeña, se llama ganador de la prueba de la razón. La menor razón es el máximo valor de la variable que entra la cual mantendrá todas las variables básicas actuales no negativas.

4. Cuando las restricciones de un problema de programación lineal no puede ser trasladado a su forma estándar, tendremos que usar variables que comúnmente reciben el nombre de "artificiales". La metodología de usar variables artificiales se resuelve por : El método de las dos fases y El método de la gran M. El primer método será utilizado en está investigación para resolver una red eléctrica.

BIBLIOGRAFIA

1. Programación lineal y flujo en redes.
   Bazaraa, Jarvis, Tercera reimpresión, 1,998,
   Editorial LIMUSA.

2. Investigación de operaciones,
   Wayne L. Winston, 2ª edición, 1994,
   Grupo Editorial Iberoamérica.

3. Investigación de Operaciones
   Hamdy A. Taha
   Quinta Edición, 1995
   Alfaomega Grupo Editor.

CAPITULO II

MODELO DE PLANIFICACION Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Introducción

Como se vio en el capítulo anterior se definieron los fundamentos matemáticos para hacer uso de la programación lineal. ¿ Por qué el uso de la PL ? . Simplemente por que son métodos que buscan la minimización o maximización de un objetivo, la cual para nuestro caso es minimizar los costos de instalación de una red eléctrica teniendo en cuenta las restricciones de voltaje, corriente, capacidad de los conductores, caídas de voltaje en las ramas, etc.

Un paso importante en la Programación Lineal es hacer un planteamiento adecuado del problema, con el objetivo que la solución que se obtenga luego de aplicar el algoritmo simplex sea la que se busca. En el presente capítulo se realiza la formulación del problema de planificación de una red eléctrica considerando las características eléctricas, físicas y económicas de la red. Para esto se planteará un modelo de planificación eléctrica generalizado que nos permita buscar la solución óptima, la cual esta representada por el costo mínimo de construcción de la red para servir carga nuevas o futuras, y que la configuración que resulte sea técnicamente factible.

El modelo de Problema de Programación lineal debe cumplir con todas las característica matemáticas mencionadas en el capitulo I.

2.1.0 MODELO DE PLANIFICACIÓN

El objetivo del modelo de planificación que se tiene es el de minimizar los costos de instalación de la red eléctrica para suministrar potencia a cargas nueva o futuras. Se inicia el proceso de planteamiento del modelo de planificación clasificando los costos y formulando algunas consideraciones.

Los costos de instalación en una red eléctrica de distribución se pueden dividir en dos **elementos**:

a) Costo de instalación del transformador de distribución.

b) Costo del alimentador eléctrico.

2.1.1 CONSIDERACIONES

En el desarrollo del modelo de planificación se considera que las siguientes características de la red eléctrica se conocen de antemano:

a) La demanda actual o proyectada de los nuevos o futuros centros de carga para un año

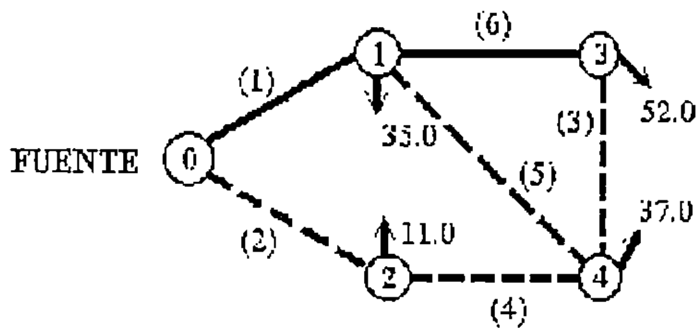
b) Las posibles alternativas de los nuevos elementos de instalación

c) El calibre de conductor o ampacidad del conductor

d) El costo de los futuros elementos de instalación

El modelo gráfico de la red eléctrica sobre el cual se basa el modelo de planificación es presentado en la figura 2.1.

Figura 2.1: Modelo gráfico sobre el cual se basa el planteamiento del modelo de planificación.



Donde las líneas punteadas indican alimentadores potenciales de suministro de potencia eléctrica a cargas nuevas o futuras y las líneas no punteadas indican los alimentadores existentes.

Los nodos representan (como se indica en la figura) subestaciones, transformadores y puntos de carga. La línea entre nodos representa la conexión eléctrica de los nodos. De aquí en adelante cada conexión entre nodos a través de una línea eléctrica se le denominará rama.

Cada rama tiene su propia capacidad de corriente y cada nodo tiene su propia demanda, si los elementos a instalarse fueran existentes es obvio que el costo de la función objetivo (la cual se explicará posteriormente) es cero colones.

2.2.0 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El modelo de planificación anterior es formulado como un "Problema lineal de programación entera mixta(PLE)", se dice que un PLE es mixta si alguna de las variables están restringidas a tomar valores solo enteros. Para nuestro caso trataremos con variables que definen si un **elemento** se ejecuta o no, esto puede representarse por una variable binaria $\mathbf{z_j}$ la cual esta definida como:

$z_j = 0\text{-}1$, **Si es igual a 1 el elemento j es construido**
Si es igual a 0 el elemento j no es construido

Antes de plantear o definir las ecuaciones del PLE usaremos las siguientes notaciones:

A = Matriz de incidencia nodo-rama de (n-1) x m elementos
B = Matriz de coeficientes básicos de las ecuaciones de restricción
b = Lado derecho de constantes de las ecuaciones de restricción
c_j = Costo de instalación de la rama j para 1 año (c_j=0 para elementos existentes)
D = Vector de demanda en el nodo i
m = Número de ramas
N = Matriz de coeficientes no básicos de las ecuaciones de restricción
n = Número de nodos incluyendo el de la fuente
Rj = Impedancia de la rama j
Sj = Variables de Holgura o Exceso
Vi = Voltaje en nodo i
Xj = Corriente en la rama j, $Xj = Xj^{+} - Xj^{-}$
Donde Xj es una variable no restringida
Zc = Costo mínimo total de instalación (Función objetivo)
σj = Variables que representan la violación de la restricción

A continuación planteamos y explicamos las ecuaciones que nos definen el sistema a analizar por medio de un PLE:

2.3.0 FUNCIÓN OBJETIVO

$$\text{Minimizar} \sum_{j=1}^{m} c_j\ z_j \qquad (2.1)$$

Nuestro objetivo es minimizar los costos del sistema de distribución modelado, para esto necesitamos limitar el problema, ¿Cómo limitamos el problema?

El problema debe cumplir las condiciones y leyes básicas de un sistema de distribución eléctrico (sistema radial, LVK's, LCK's) y además las restricciones con que queremos limitar el modelo para cumplir el objetivo.

2.4.0 RESTRICCIONES

A continuación se describe cada una de las restricciones a tomar en cuenta para el PPLE el cual nos definirá las condiciones de minimización.

2.4.1 CONDICIÓN PARA LA CONFIGURACIÓN RADIAL

Para esto necesitamos una ecuación que este en función del número de nodos y que nos satisfaga la condición n-1.
Esta variable tiene que ser la variable binaria $\mathbf{z_j}$ ya que es la que nos indica el uso de una rama, por lo que la condición de configuración radial puede ser planteada como:

$$\sum_{j=1}^{m} z_j = n-1 \qquad (2.2)$$

2.4.2 LEY DE CORRIENTES DE KIRCHOFF

Esta forma parte de una ley básica de electricidad que debe cumplir cualquier circuito eléctrico. El planteamiento de esta restricción se hace con base a la matriz de incidencia de bus:

$$x_j A = D_i \qquad (2.3)$$

La matriz de incidencia de **bus** A, se deriva de la matriz de incidencia **rama-nodo** eliminando el nodo de referencia, seleccionando como el nodo de referencia el que nosotros elijamos. La dimensión de esta matriz es (n-1) x m. Los elementos de la matriz se definen como sigue:

$a_{ij} = 1$ si el flujo del elemento j sale del nodo i
$a_{ij} = -1$ si el flujo del elemento j entra al nodo i
$a_{ij} = 0$ si el flujo del elemento j no incide en el nodo i

La ley de corrientes de Kirchoff para que pueda formar una solución inicial básica y poder aplicar el método simplex es necesario agregar a cada ecuación una variable artificial, por tanto la ecuación 2.3 se convierte en:

$$x_j A + \sigma_i^c = D \qquad (2.4)$$

Como la variable de flujo de corriente es sin restricción de signo, porque el flujo de corriente es positivo o negativo en función del sentido que se asigne; la ecuación 2.4 se convierte en:

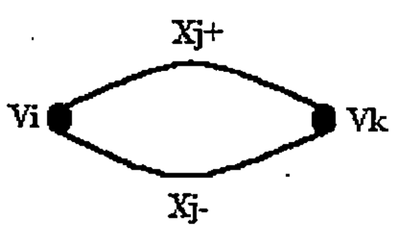
$$(x_j^+ + x_j^-)\, A + \sigma_i^c = D_i \qquad (2.6)$$

Donde: x_j^+ representa el flujo para donde se asume es positivo
x_j^- representa el flujo para donde se asume es negativo
σ_j son variables artificiales
D_j representa la demanda en el nodo i

2.4.3 LEY DE VOLTAJES DE KIRCHOFF

La otra ley que toda red eléctrica debe cumplir es la ley de voltajes de Kirchoff. En el caso del modelo de planificación que aquí se plantea, esta ley se define independientemente para cada ramal. Tomando como referencia la figura 2.2, la ley de voltajes e Kirchoff se plantea como:

Figura 2.2: Ramal entre dos nodos, a partir del cual se plantea la ley de voltaje de Kirchoff



$$(V_i - V_k) - R_j(x_j^+ - x_j^-) + S_j^v = 0 \qquad (2.7)$$

Como S_j es una variable sin restricción de signo (ya que la diferencia de voltaje entre dos nodos puede ser negativo o positivo), S_j puede expresarse en términos de dos variables no negativas mediante el uso de la sustitución:

$$S_j^{v} = S_j^{v+} - S_j^{v-} \tag{2.8}$$
$$S_j^{v+}, S_j^{v-} \geq 0$$

El PPL normalmente se resuelve en términos de $\mathbf{S_j^{v+}}$, $\mathbf{S_j^{v-}}$. Una propiedad de éstas variables que en la solución óptima del PPL, solo una puede tomar un valor positivo pero nunca ambas, por tanto debe cumplirse:

$$S_j^{v+} * S_j^{v-} = 0 \tag{2.9}$$

Por tanto si $\mathbf{S_j^{v+} \geq 0, S_j^{v-} = 0}$ y viceversa; o ambas iguales a cero. En donde $\mathbf{S_j}$ representa holgura ($\mathbf{S_j^{v+}}$) y exceso ($\mathbf{S_j^{v-}}$).

Además como x_j es también una variable sin restricción de signo se cumple $x_j^{+} * x_j^{-} = 0$ la ecuación 2.6 se puede escribir como:

$$(V_i - V_k) - R_j x_j^{+} - S_j^{++} + S_j^{+-} = 0 \tag{2.10}$$
$$(V_i - V_k) + R_j x_j^{-} - S_j^{-+} + S_j^{--} = 0 \tag{2.11}$$

Las ecuaciones anteriores tienen siempre una variable positiva que puede ser utilizada en la solución básica inicial de método simplex.

2.4.4 CAPACIDAD DE CORRIENTE DEL SISTEMA

El elemento j representa una línea de distribución, por tanto tiene una capacidad máxima de conducción de corriente, la cual esta definida por la ampacidad del conductor con el cual este construida dicha línea.

Como consecuencia de lo anterior debe cumplirse la siguiente desigualdad:

$$x' \geq x_j \tag{2.12}$$

Donde: $\mathbf{x_j}$ representa el flujo (variable sin restricción de signo)
x' representa la ampacidad del conductor.

Como xj es una variable sin restricción de signo, se puede dividir en dos ecuaciones independientes, una para cada sentido de flujo, por la razón que la ampacidad del conductor es la misma sin importar el sentido que tenga el flujo de corriente. Al aplicar este criterio la ecuación 2.12 se convierte en:

$$x' - x_j^{c+} \geq 0 \tag{2.13}$$
$$x' - x_j^{c-} \geq 0 \tag{2.14}$$

Agregando la correspondiente variable de exceso a la ecuación 2.13 y 2.14 se tiene:

$$x' - x_j^{c+} - s_j^{c+} = 0 \tag{2.15}$$
$$x' - x_j^{c-} - s_j^{c-} = 0 \tag{2.16}$$

Que al multiplicarla por (-1), se convierte en:

$$-x' + x_j^{c+} + s_j^{c+} = 0 \tag{2.17}$$
$$-x' + x_j^{c-} + s_j^{c-} = 0 \tag{2.18}$$

El valor de la ampacidad de corriente es un valor absoluto e invariable, por lo que se puede trasladar como lado derecho de la ecuaciones 2.17 y 2.18, resultando en:

$$x_j^{c+} + s_j^{c+} = x' \tag{2.19}$$
$$x_j^{c-} + s_j^{c-} = x' \tag{2.20}$$

Las ecuaciones 2.19 y 2.20 se pueden utilizar directamente en el método simplex, porque presentan una variable de holgura que se puede utilizar en la solución básica inicial.

2.4.5 MÁXIMA CAIDA DE VOLTAJE EN LA RED

El sistema de distribución debe tener una caída máxima de voltaje, la cual se define por la siguiente ecuación:

$$v_i \geq v' \tag{2.21}$$

Donde: v_i es el voltaje en el nodo i
v' es el límite inferior de voltaje en la red

Agregando la correspondiente variable de exceso se tiene la siguiente ecuación:

$$v_i - s_j^d = v' \qquad (2.22)$$

Al introducir la ecuación anterior a la tabla inicial, no se puede obtener de ella una variable básica, por lo que se le debe agregar una variable artificial σ_i.

$$v_i - s_j + \sigma_j^d = v' \qquad (2.23)$$

2.5 PROCEDIMIENTO DE SOLUCIÓN

Todas las ecuaciones que describen las características eléctricas de la red están formuladas en los ítem 2.3 y 2.4, a continuación se procede a formular el Problema de Programación con el cual se minimizaran los costos.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j=1}^{m} c_j \; z_j \qquad (2.24)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{m} z_j = n-1$$

$$(x_j^{+} + x_j^{-})\,A + \sigma_i^{c} = D_i$$

$$(V_i - V_k) - R_j x_j^{+} - S_j^{++} + S_j^{+-} = 0$$

$$(V_i - V_k) + R_j x_j^{-} - S_j^{-+} + S_j^{--} = 0$$

$$x_j^{c+} + s_j^{c+} = x'$$

$$x_j^{c-} + s_j^{c-} = x'$$

$$v_i - s_j + \sigma_j^d = v'$$

La única expresión que es entera en el problema de la ecuación 2.24 es la función objetivo, para construir un PPL equivalente es necesario plantear una nueva función objetivo en función de las variables artificiales, la función objetivo de la fase I es minimizar la suma de las variables artificiales. La función objetivo entonces es:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_j^c + \sum_{i=1}^{n} \sigma_j^d \qquad (2.25)$$

Para este nuevo PPL las variables básicas iniciales son las variables artificiales de los LCK y caída de tensión, las variables de holgura de capacidad de corriente y las variables de holgura de los LVK.

Cuando una variable de flujo entra a la base, físicamente y eléctricamente significa que la rama forma parte de la configuración de la red, por lo tanto cuando se realiza este pivoteo se debe considerar el costo de instalación del ramal. Es en este proceso de pivoteo considerando el costo de instalación del ramal, donde se cumple con la función objetivo del problema de programación entero original (ecuación 2.24), porque el ramal que entra a la solución básica, forma parte de la configuración de la red, la cumple con todos los requerimientos técnicos y además presenta el costo mínimo.

Cuando la red resultante no es técnicamente factible la solución de la primera fase resultará en un valor mayor que cero para la función objetivo y algunas variables artificiales tendrán un valor en el renglón cero o será imposible la minimización de la función objetivo (que tiene un valor mayor que cero) con al menos una variable artificial dentro de la base, tal como se vio en el capitulo I[1].

Al proceso de aplicar el método simplex usando el procedimiento anterior y la expresión 2.26 le llamará método simplex modificado.

[1] Caso I, método de las dos fases, Capitulo I

CONCLUSIONES DEL CAPITULO II

1. El Problema de Programación Entero que describe la minimización del costo de instalación se puede resolver solucionando un PPL de minimización de la suma de las variables artificiales y la aplicación del método simplex modificado, es decir en la solución de la fase I a través de la operación de pivoteo de las ramas que entran a la base se considera el costo de instalación de cada una de ellas.

2. Para que la configuración de red resultante sea técnicamente factible, luego de aplicar el método simplex para minimizar el costo de instalación, el PPL formulado debe cumplir con la fase I del método de las dos fases.

3. En el método de solución de programación lineal de minimización de costos de instalación, no es necesario realizar la fase II del método de las dos fases, pues la configuración de red que se obtiene de la fase I es la más económica.

4. Un ramal, vuelve infactible la solución del PPL de minimización de costos de instalación de la red cuando su valor de corriente es sobrepasado.

BIBLIOGRAFÍA

1. Programación lineal y flujo en redes.
Bazaraa, Jarvis, Tercera reimpresión, 1,998,
Editorial LIMUSA.

2. Investigación de operaciones,
Wayne L. Winston, 2ª edición, 1994,
Grupo Editorial Iberoamérica.

3. Investigación de Operaciones
Hamdy A. Taha
Quinta Edición, 1995
Alfaomega Grupo Editor.

CAPITULO III
SOLUCIÓN SIMPLEX AL MODELO DE PLANIFICACION

Introducción

Para demostrar la validez del método propuesto y tomar las bases para desarrollar el software que permita aplicar el método automáticamente, se desarrolla la solución a un problema de baja escala como es el de un circuito de cinco nodos.

La solución se hace utilizando el programa de computación MATHCAD 4.0®, a través del cual se ejecuta paso a paso la solución del problema, comenzando con su planteamiento a través de las ecuaciones que describen el circuito, posteriormente se configura la tabla inicial y por ultimo se aplica el método simplex hasta alcanzar la configuración radial económicamente optima.

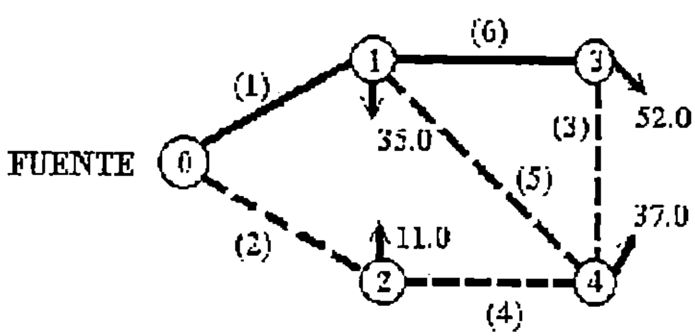
3.1.0 MATHCAD 4.0®

El programa MATHCAD 4.0® es una aplicación que se ejecuta bajo el sistema operativo windows®. Se decidió utilizar MATHCAD 4.0® porque realiza operaciones matemáticas relativamente grandes y permite verificar gráficamente sus resultado con gran facilidad sin necesidad de indicarle comandos especiales para ello, simplemente se necesita digitar la operación que se desea realizar. Por lo cual el operador no necesita tener conocimientos especiales de programación.

3.2.0 FORMULACION DE LAS ECUACIONES CARACTERÍSTICAS DE LA RED

La configuración de la red que se desea optimizar, es la siguiente:

Figura 3.1: Configuración eléctrica de una red de 5 nodos



La características que la red tiene, se presentan a continuación:

Tabla 3.1: Característica físicas de la red de cinco nodos

ELEMENTO	CANTIDAD	NUMERO
Nodos de carga futura	2	2 y 4
Ramas posibles	4	2, 3, 4 y 5
Nodos de carga actuales	2	1 y 3
Ramas actuales	2	1 y 6

Donde una rama representa un segmento de línea de transporte de energía eléctrica. Las ramas actuales se representan en la figura 3.1 con líneas sólidas, como ya están construidas su costo es cero. Las ramas posibles son todas las trayectorias técnicamente factibles, a través de las cuales se puede suministras energía a los nodos de carga.

El objetivo del algoritmo es definir cuales de las ramas posibles se deben construir, con el objetivo de minimizar los costos de construcción y la configuración radial de la red resultante sea técnicamente factible. Lo cual se logra aplicando el procedimiento de pivoteo a través del algoritmo simplex. En la tabla 3.2 se presentan las característica eléctricas y económicas para la red de 5 nodos.

Tabla 3.2: Datos económicos y eléctricos para red de cinco nodos

No de rama	Costo de instalación (M¢)	Impedancia de la rama (Ω)	Capacidad de corriente (A)
1	0.0	0.0473	150.0
2	19.2	0.0142	150.0
3	30.5	0.0384	100.0
4	8.7	0.0113	100.0
5	9.1	0.0127	35.0
6	0.0	0.0949	100.0

No de nodo	Demanda del nodo (A)
0	- α
1	35.0
2	11.0
3	52.0
4	37.0

3.3.0 PLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES PARA LA RED DE 5 NODOS

Las ecuaciones que describen la red de cinco nodos se plantean tal como se explico en el capitulo II. Cuando se tienen todas las ecuaciones, se forma la tabla inicial para aplicar el método simplex modificado, hasta llegar a obtener la configuración radial mas económica.

3.3.1 CONDICIÓN PARA LA CONFIGURACIÓN RADIAL

$$\sum_{j=1}^{m} z_j = n\text{-}1 = 4 \qquad (3.1)$$

3.3.2 LEY DE CORRIENTES DE KIRCHOFF

Para obtener estas ecuaciones se plantea la matriz de bus de la red y el vector de demanda de la red. Los sentidos de los flujos se toman como se describe en la figura 3.2

Figura 3.2: Sentido de los flujos de corrientes en una red de cinco nodos de la figura 3.1

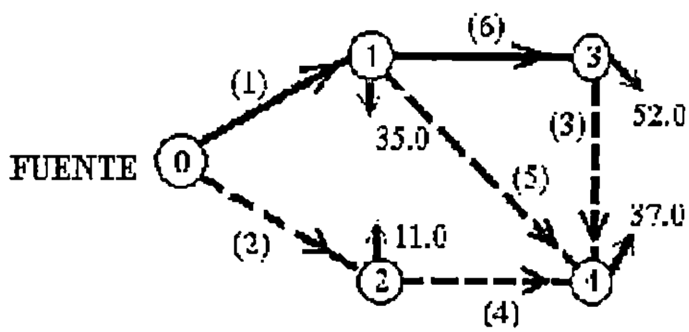


Tabla 3.3: Matriz de incidencia bus-nodo para la red de la figura 3.1

NODO / RAMA	1	2	3	4
1	-1	0	0	0
2	0	-1	0	0
3	0	0	1	-1
4	0	1	0	-1
5	1	0	0	-1
6	1	0	-1	0

Tabla 3.4: Vector demanda de la red de la figura 3.1

NODO	DEMANDA
1	35.0
2	11.0
3	52.0
4	37.0

Operando la matriz y vector anteriores según la ecuación 2.6 se obtiene el grupo de ecuaciones 3.2, que describen la ley de corrientes de Kirchoff para la red de la figura 3.1.

$$-x_{j1}^{+} + x_{j1}^{-} + x_{j2}^{+} - x_{j2}^{-} + x_{j5}^{+} - x_{j5}^{-} + \sigma_{jI1} = 35 \qquad (3.2)$$

$$-x_{j2}^{+} + x_{j2}^{-} + x_{j4}^{+} - x_{j4}^{-} + \sigma_{jI2} = 11$$

$$-x_{j6}^{+} + x_{j6}^{-} + x_{j3}^{+} - x_{j3}^{-} + \sigma_{jI3} = 52$$

$$-x_{j3}^{+} + x_{j3}^{-} - x_{j4}^{+} + x_{j4}^{-} - x_{j5}^{+} + x_{j5}^{-} + \sigma_{jI4} = 37$$

3.3.3 LEY DE VOLTAJES DE KIRCHOFF

La ley de voltajes de Kirchoff se aplica a cada rama existente o futura en la red de cinco nodos, tal como lo indican las ecuaciones 2.10 y 2.11.

$$V_0 - V_1 - 0.0473\, x_{j1}^{+} + S_{j1}^{++} - S_{j1}^{+-} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 + 0.0473\, x_{j1}^{+} - S_{j1}^{++} + S_{j1}^{+-} = V_0$$

$$V_0 - V_1 + 0.0473\, x_{j1}^{-} + S_{j1}^{-+} - S_{j1}^{--} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 - 0.0473\, x_{j1}^{+} - S_{j1}^{-+} + S_{j1}^{--} = V_0$$

$$V_0 - V_2 - 0.0142\, x_{j2}^{+} + S_{j2}^{++} - S_{j2}^{+-} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_2 + 0.0142\, x_{j2}^{+} - S_{j2}^{++} + S_{j2}^{+-} = V_0$$

$$V_0 - V_2 + 0.0142\, x_{j2}^{-} + S_{j2}^{-+} - S_{j2}^{--} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_2 - 0.0142\, x_{j2}^{+} - S_{i2}^{-+} + S_{j2}^{--} = V_0$$

$$V_3 - V_4 - 0.0384\, x_{j3}^{+} + S_{j3}^{++} - S_{j3}^{+-} = 0$$

$$V_3 - V_4 + 0.0384\, x_{j3}^{-} + S_{j3}^{-+} - S_{j3}^{--} = 0$$

$$V_2 - V_4 - 0.0113\, x_{j4}^{+} + S_{j4}^{++} - S_{j4}^{+-} = 0$$

$$V_2 - V_4 + 0.0113\, x_{j4}^{-} + S_{j4}^{-+} - S_{j4}^{--} = 0 \qquad (3.3)$$

$V_1 - V_4 - 0.0127\, x_{j5}^{+} + S_{j5}^{++} - S_{j5}^{+-} = 0$

$V_1 - V_4 + 0.0127\, x_{j5}^{-} + S_{j5}^{-+} - S_{j5}^{--} = 0$

$V_1 - V_3 - 0.0949\, x_{j6}^{+} + S_{j6}^{++} - S_{j6}^{+-} = 0$

$V_1 - V_3 + 0.0949\, x_{j6}^{-} + S_{j6}^{-+} - S_{j6}^{--} = 0$

En el caso de las ecuaciones de LVK para las ramas 1 y 2, el voltaje V_0 se pasa al lado derecho de la ecuación, porque ya es un valor conocido, el valor del voltaje de la fuente.

3.3.4 CAPACIDAD DE CORRIENTE DEL SISTEMA

La capacidad de corriente que cada ramal puede soportar se establece según las ecuaciones 2.19 y 2.20, tal como se muestra a continuación:

$$x_1^{c+} + s_1^{c+} = 150 \qquad (3.4)$$

$$x_1^{c-} + s_1^{c-} = 150$$

$$x_2^{c+} + s_2^{c+} = 150$$

$$x_2^{c-} + s_2^{c-} = 150$$

$$x_3^{c+} + s_3^{c+} = 100$$

$$x_3^{c-} + s_3^{c-} = 100$$

$$x_4^{c+} + s_4^{c+} = 100$$

$$x_4^{-} + s_4^{c-} = 100$$

$$x_5^{c+} + s_5^{c+} = 35$$

$$x_5 + s_5^{-} = 35$$

$$x_6^{+} + s_6^{+} = 100$$

$$x_6 + s_6^{-} = 100$$

El lado derecho de las ecuaciones es el máximo valor de corriente que puede soportar la rama relacionada, este valor es obtenido de la tabla 3.2.

3.3.5 MÁXIMA CAÍDA DE VOLTAJE EN LA RED

El nivel de voltaje del sistema es 23000 voltios y la máxima acumulada permitida en las ramas debe de ser de 15 voltios. Por lo que la solución que se obtenga después de aplicar el algoritmo simplex modificado, en este caso debe ser menor que el valor indicado por las siguientes ecuaciones:

$$V_1 \geq 22985 \tag{3.5}$$

$$V_2 \geq 22985$$

$$V_3 \geq 22985$$

$$V_4 \geq 22985$$

$$V_0 = 23000$$

Aplicando la expresión 2.23 a las ecuaciones anteriores con el fin de adecuarlas como el método simplex modificado las requiere, se tiene:

$$V_1 + \sigma_{jv1} - S_{v1} = 22985 \tag{3.6}$$

$$V_2 + \sigma_{jv2} - S_{v2} = 22985$$

$$V_3 + \sigma_{jv3} - S_{v3} = 22985$$

$$V_4 + \sigma_{jv4} - S_{v4} = 22985$$

$$V_0 + \sigma_{jv0} = 23000$$

El caso del nodo cero es especial, porque la ecuación que describe su caída de voltaje no tiene variable de exceso, la razón es que este nodo no tiene caída de tensión, pues representa la fuente.

3.3.6 PLANTEAMIENTO DE LA FUNCION OBJETIVO

La función objetivo es la siguiente:

$$\text{Minimizar} \sum_{j=1}^{m} c_j z_j = \text{minimizar } 0.0{*}Z_1+30.5{*}Z_2+19.2{*}Z_3+8.7{*}Z_4+9.1{*}Z_5+0.0{*}Z_6 \tag{3.7}$$

Como las restricciones son lineales y las variables Z_i es entera, no se puede aplicar el método simplex directamente, por lo cual se transforma la función objetivo en la siguiente ecuación, la cual es la función objetivo de la primera fase del método simplex de dos fases:

$$\text{minimizar: } \sigma_{j0v} + \sigma_{j1v} + \sigma_{j2v} + \sigma_{j3v} + \sigma_{j4v} + \sigma_{jI1} + \sigma_{jI2} + \sigma_{jI3} + \sigma_{jI4} \quad (3.8)$$

Para aplicar el método simplex es necesario eliminar de la función objetivo, las variables artificiales, para lo cual se le suma a la función objetivo las ecuaciones de la LCK y las ecuaciones de caída de voltaje.
La función objetivo que se coloca en la tabla inicial del método simplex modificado es la siguiente:

$$+V_0+V_1+V_2+V_3+V_4 - x_{j1}^{+}+x_{j1}^{-} - x_{j2}^{+} + x_{j2}^{-} - S_{jv1} - S_{jv2} - S_{jv3} - S_{jv4} = 1.151*10^5 \quad (3.9)$$

3.4.0 SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE CINCO NODOS

Con todas las ecuaciones que describen la red, planteadas, se debe construir la tabla inicial, utilizando MATHCAD 4.0®.

El proceso de pivoteo se inicia introduciendo a la base las variables de voltaje de cada nodo, hasta que se eliminan las variables artificiales de las ecuaciones de caida de tensión. Se continua colocando como variables básicas las variables de corriente, para lo cual se considera el costo de cada rama usando el método simplex modificado.

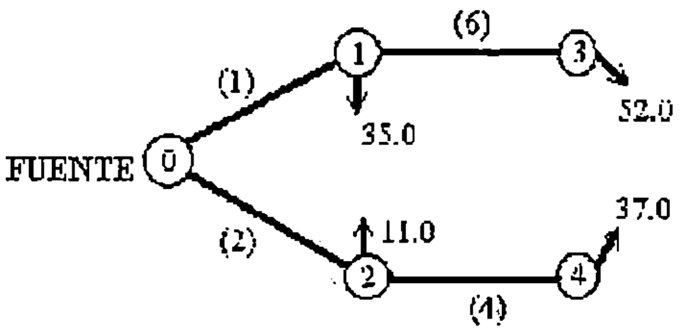
Las primeras tres variables de corriente que se vuelven básicas son x_1, x_2 y x_4.

Por tener x_5 el costo mas pequeño de las restantes variables no basicas, es la opción para hacerla básica, pero cuando se introduce a la base vuelve infactible el problema por ser su ampacidad menor del valor de flujo de corriente que circula a traves de ella. La unica manera de seguir disminuyendo la función objetivo es eliminarla de la base e introducir otra variable de flujo; donde la opción para el pivoteo es x_2, por tener el costo menor y cumplir con los requerimientos necesarios del metodo simplex.

Después de que se introduce a la base la variables de flujo x_2 se obtiene tabla 3.5 la cual es óptima, porque el valor de la función objetivo es cero y todas las variables artificiales salieron de la base. Se observa que forman parte de la base las variables de flujo x_1, x_2, x_4 y x_6, que significa que el valor de corriente en los ramales 1, 2, 4 y 6 es mayor que cero y forman parte de la red mas económica, en cambio las variables de flujo x_5 y x_3 no son básicas por lo cual su valor es cero y no forman parte de la red.

Entonces la configuración para la red de la figura 3.1, que presenta el costo de instalación más bajo y que además cumple con los requerimientos eléctricos y topológicos impuestos por las restricciones esta formado por los ramales 1, 2, 4 y 6. En la figura 3.4 se muestra la red optima.

Figura 3.3: Configuración de red óptima para la red de la figura 3.1



El costo que presenta la red óptima es de: M¢ 27.9

Tabla 3.5: Tabla óptima luego de aplicar el método simplex modificado a la red de la figura 3.1.

M=

1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0. 0 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1	-1-1-1-1-1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$-1.776\cdot10^{-15}$	$1.776\cdot10^{-15}$	$1.776\cdot10^{-15}$	$-1.776\cdot10^{-15}$	$-7.105\cdot10^{-15}$
0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 1 -1 0 0 1 -1 0 0 1 0 1 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$1.776\cdot10^{-15}$	$-1.776\cdot10^{-15}$	$-1.776\cdot10^{-15}$	$1.776\cdot10^{-15}$	87
0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 -1 1 0 0 -1 1 0 0 0 1 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	48
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.0950.0950 0 0 0 -0.190 0 0 0.0950	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1		-1	-1	1	4.935
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.010.010.010 -0.010.010 0 0 0 0 0.010	1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0 0 0		0	0	0	0.418
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.010 0.0950 0 0 0 0	0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 -1		1	0	0	2.290
0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	2.290
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.010 0 0 0 0 0 0	-1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 0		0	0	0	0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.010 0.0950 0 0 0 0	0 0 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 -1		1	0	0	0
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	2.310
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	150
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 -1 1 0 0 -1 1 0 0 -1 0 -1 0	0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$-1.776\cdot10^{-15}$	$1.776\cdot10^{-15}$	$1.776\cdot10^{-15}$	$-1.776\cdot10^{-15}$	63
0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	150
0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 -1 0 0 1 -1 0 0 0 -1 0 -1	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	102
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	100
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	100
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	100
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 1 0 1 -1 0 0 0 0 0 -1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	63
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	35
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	35
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	100
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 -1 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$-1.776\cdot10^{-15}$	$1.776\cdot10^{-15}$	$1.776\cdot10^{-15}$	$-1.776\cdot10^{-15}$	48
0 0 0 0 0 0 0.0470 0 0 0 0 0 0 0.0130 0 0 0 0 0 0	0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0		0	0	0	15
0 0 0 0 0 0 -0.0470 0 0 0.0470.0470 0 0.06-0.0470 0 0.0470 0.0470	0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0		0	0	0	19.115
0 0 0 0 0 0 0 0 0.0140 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	-1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	15
0 0 0 0 0 0 0 0 -0.0140 -0.0140.0140 0 -0.0140.0140 0 0 0.0140 0.0140	-1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	15.682
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.0310 0 0 0.0130 -0.0950 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 1		-1	0	0	0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.0380 0 0.0130 -0.0950 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 1		-1	0	0	0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.010 0 0 0 0 0 0 0 0	-1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 -1 1 -1 1 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	37
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.010 0 0 0 0 0 0	0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 0		0	0	0	2.290
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.0130.0130 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 1 -1 0		0	0	0	0
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0	0	0	2.290
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 0 0 -1 1 0 0 1 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$1.776\cdot10^{-15}$	$-1.776\cdot10^{-15}$	$-1.776\cdot10^{-15}$	$1.776\cdot10^{-15}$	52

CONCLUSIONES DEL CAPITULO III

1. Se comprobó la efectividad del método de planificación propuesto en el capitulo II, pero es necesario desarrollar una aplicación de software para desarrollarlo, por la complejidad que presenta al incrementarse la cantidad de nodos y ramas actuales o futuras que forman la red.

2. El método de planificación de costo de instalación siempre incluye en la red más económica los ramales existentes, porque el proceso de pivoteo siempre los intenta incluir en la red en cada pivoteo por que tienen un costo cero .

3. La tabla óptima del método simplex modificado se determina cuando se tiene una configuración de red radial, las variables artificiales tienen un valor negativo en el renglón cero y el valor de la función objetivo es cero.

4. La configuración de red óptima se determina en la tabla optima de la fase I del PPL de minimización de costos de instalación ubicando las variables de flujo que sean básicas.

BIBLIOGRAFÍA

1. Programación lineal y flujo en redes.
   Bazaraa, Jarvis, Tercera reimpresión, 1,998,
   Editorial LIMUSA.

2. Investigación de operaciones,
   Wayne L. Winston, 2ª edición, 1994,
   Grupo Editorial Iberoamérica.

3. Investigación de Operaciones
   Hamdy A. Taha
   Quinta Edición, 1995
   Alfaomega Grupo Editor.

CAPITULO IV
MARCO DE APLICACIÓN "NEPROL" PARA LA OPTIMIZACION DE REDES

INTRODUCCIÓN

Es indiscutilbe la necesidad de crear un marco de aplicación para resolver el problema de optimización de redes, se vió en el capítulo anterior que para una red relativamente pequeña de 5 Nodos y 6 Ramas con una matriz de 67x33 elementos el tiempo total de solución será como mínimo 60 minutos. Ya si se analiza un problema mayor (por ejemplo una matriz de 155x77 elementos, 11 nodos) será casi imposible y tedioso resolverlo como el de 5 nodos.

4.1.0 ALGORITMO DE SOLUCION PARA LA OPTIMIZACION DE REDES

Este algoritmo es muy diferente al que se utilizó al resolver en el capítulo 3 el problema de 5 Nodos, no por la forma de solucionar sino por la forma de tomar decisiones a la hora de resolver el problema.Las diferencias esenciales se describen a continuación :

1. El constante rastreo de la convergencia del renglón 0

2. La Comprobación de capacidad colectiva de la red

3. La Comprobación de circuitos "loops" en la red

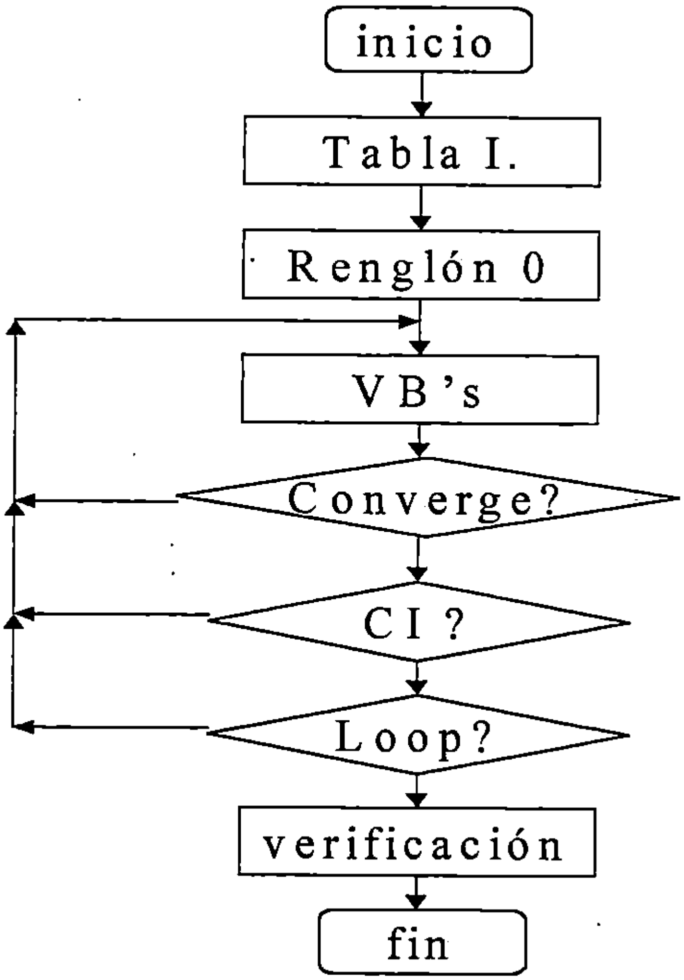
A medida que el algoritmo selecciona la variable no básica entrante que converge con la red el factor de penalización de la red es calculado inmediatamente, el factor de penalización se define de la siguiente manera :

factor penalización = lado derecho renglón 0 / lado derecho renglón 0 nuevo

Este factor de penalización da la variación en función del número de iteraciones del problema, este factor no necesariamente disminuye con el pivoteo.

El flujograma de solución del programa NEPROL se detalla en la siguiente figura :

Figura 4.1 Flujo de solución para la aplicación NEPROL

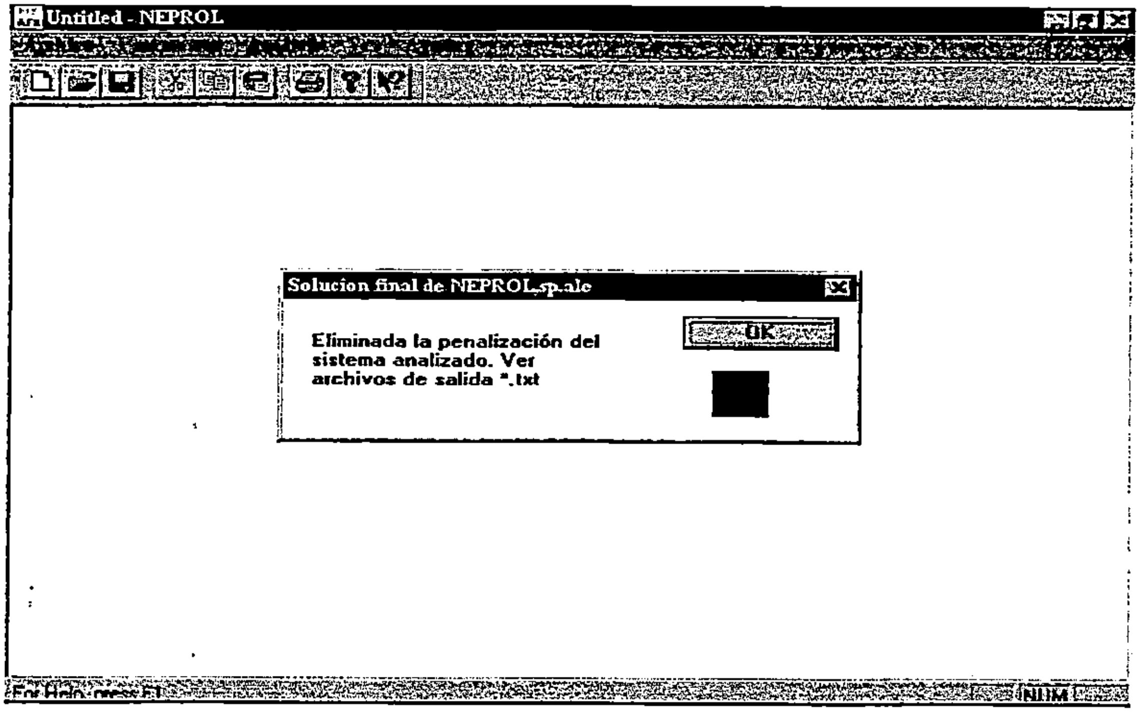


4.2.0 ALGORITMO DE CONVERGENCIA DE LA RED

Este algoritmo se encarga de que el renglón 0 converga con el problema. Constantemente se está rastreando el renglón cero para definir una convergencia o una no convergencia.

Al final del análisis la aplicación se encarga de comprobar la convergencia de la siguiente manera :

Figura 4.2 Indicación de convergencia de NEPROL



4.2.1 ARCHIVO DE RESULTADOS NEPROL

La aplicación NEPROL genera dos archivos tipo texto:

1. resultsp.txt

2. neprolsp.txt

Estos archivos almacenan los resultados de la aplicación NEPROL, el primero almacena la tabla óptima de la red que se está analizando y el otro los resultados de aplicación: la carga transportada por cada ramal, el costo total directo de instalación de los candidatos, datos básicos de referencia, el número de iteraciones que realizó la aplicación NEPROL.

4.3.0 SOLUCION OPTIMA A UN PROBLEMA DE 5 NODOS

Los datos fueron introducidos y se obtuvieron los siguientes resultados en el archivo "resultsp.txt":