

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA



TESIS:

INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LAS SEÑALES Y SISTEMAS DISCRETOS, UNA PROPUESTA PARA EDUCACIÓN MEDIA.

POR:

OSCAR RENÉ PORTILLO ESCOBAR

PARA OPTAR AL GRADO DE:

MASTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

ASESORES:

Msc. NELSON TOMAS HERNÁNDEZ REYES

(Asesor externo, Universidad Tecnológica de la Habana).

Msc. PEDRO ARMANDO RAMOS ALBERTO

(Asesor interno, Universidad de El Salvador).

AUTORIDADES

RECTOR:

MAESTRO ROGER ARMANDO ARIAS

VICERRECTOR ACADÉMICO:

DR. RAÚL ERNESTO AZCUNAGA

VICERRECTOR ADMINISTRATIVO:

ING. JUAN ROSA QUINTANILLA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

DECANO:

LIC. MAURICIO HERNÁN LOVO CÓRDOVA

VICEDECANA:

LIC. ZOILA GUERRERO

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible gracias a Dios Todopoderoso.

A mi Madre Ana Gladis Escobar

A mi hermano César Ricardo Bazán

Quienes en el 2018 se adelantaron a reunirse con nuestro Señor.

CONTENIDO

| | |
|---|----|
| Agradecimientos..... | 1 |
| CAPITULO I: INTRODUCCION..... | 6 |
| Objetivo General..... | 11 |
| Objetivos Específicos..... | 11 |
| Justificación..... | 12 |
| CAPITULO II: MARCO TEORICO..... | 14 |
| Antecedentes..... | 14 |
| ¿Dónde está la debilidad de nuestra educación..... | 32 |
| La Metodología..... | 34 |
| Estrategias para el mejoramiento de los aprendizajes en matemática..... | 36 |
| Propuesta metodologías por diferentes autores..... | 39 |
| Conceptos teóricos..... | 45 |
| Corrientes didácticas..... | 46 |
| Consideraciones metodológicas para la elaboración..... | 48 |
| Elaboración del sistema de actividades y tareas a resolver..... | 49 |
| Propuesta para la enseñanza de Señales y Sistemas..... | 50 |
| Ubicación de la asignatura en la malla curricular..... | 50 |
| Descripción general de Señales y Sistemas Discretos..... | 52 |
| Rúbricas..... | 54 |
| CAPITULO III: LA PROPUESTA..... | 56 |
| La propuesta..... | 56 |
| Etapas de desarrollo de la metodología..... | 59 |

| | |
|---|-----|
| Saberes, unidad 1..... | 61 |
| Saberes, unidad 2..... | 63 |
| Relación propósito contenido, unidad 1..... | 66 |
| Relación propósito contenido, unidad 2..... | 67 |
| Contenidos de las unidades didácticas..... | 68 |
| Planificación curricular de la unidad 1..... | 70 |
| Planificación curricular de la unidad 2..... | 72 |
| Actividades de formación..... | 78 |
| Modelo de evaluación..... | 78 |
| Planificación..... | 86 |
| Ruta de aprendizaje, unidad 1..... | 97 |
| Ruta de aprendizaje, unidad 2..... | 98 |
| Cronograma..... | 99 |
| Mapa conceptual unidad 1..... | 101 |
| Mapa conceptual unidad 2..... | 101 |
| Desarrollo de una clase..... | 102 |
| Guía de trabajo de los docentes en el aula..... | 105 |
| Guía de trabajo para los alumnos..... | 108 |
| Uso de las TIC'S..... | 110 |
| Actividades Lúdicas..... | 134 |
| Conclusiones..... | 156 |
| Recomendaciones..... | 157 |

| | |
|--|-----|
| CAPITULO IV: UNIDADES DIDACTICAS..... | 158 |
| Antecedentes Históricos..... | 158 |
| Campo de aplicación..... | 166 |
| Acerca de la bibliografía existente..... | 135 |
| Unidad 1..... | 169 |
| 1. Introducción, definiciones..... | 169 |
| 1.1 Señal y Sistema..... | 169 |
| 1.2 Señales continuas y señales discretas..... | 170 |
| 1.3 Representación de las señales discretas..... | 173 |
| 2. Operaciones básicas con señales..... | 177 |
| 2.1 Escalado de la amplitud..... | 177 |
| 2.2 Suma (resta) de dos señales..... | 177 |
| 2.3 Producto de dos señales..... | 177 |
| 3. Operaciones de Reflexión, Escalado de tiempo y Traslación..... | 182 |
| 3.1 Reflexión..... | 182 |
| 3.2 Escalado de tiempo..... | 184 |
| 3.3 Traslación..... | 186 |
| 4. Regla de procedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento..... | 189 |
| 5. Señales pares e impares..... | 197 |
| 6. El operador sumatoria..... | 203 |
| Unidad 2..... | 209 |
| 1. Señales en tiempo discretas elementales..... | 209 |
| 2. Señales periódicas..... | 216 |
| 2.1 Señales seno y coseno..... | 216 |

| | |
|--|-----|
| 3. Sistemas lineales..... | 222 |
| 3.1 Linealidad..... | 225 |
| 4. Sistemas invariantes en el tiempo y sistemas LTI..... | 231 |
| 4.1 Sistemas LTI..... | 236 |
| 5. Respuesta al impulso unitario y causalidad..... | 240 |
| 5.1 Respuesta al impulso unitario..... | 240 |
| 5.2 Causalidad..... | 245 |
| 6. Ecuaciones en diferencias..... | 247 |
| 6.1 Solución de las ecuaciones en diferencias por recursión..... | 252 |
| 6.2 Cómo surgen las ecuaciones en diferencias..... | 254 |
| Bibliografía..... | 255 |
| Referencias bibliográficas..... | 256 |
| Anexos..... | 257 |

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Nuestros ancestros por la lucha por la sobrevivencia llegaron a desarrollar respuestas a diferentes instintos, a diferentes tipos de comportamiento, podríamos decir impresiones, sentimientos, emociones, mímica, gritos, conductas, las señales de humo, sonidos que se producen con tambores, arboles huecos y más, que nos llevó a lo que constituyó un lenguaje de señales que podíamos identificar y percibir de forma biológica, que seguidamente, surgió la comunicación por señas, dibujos, jeroglíficos y manifestaciones pictóricas, y así sucesivamente que para identificar cada uno de estos fenómenos fue de alguna manera guardada o capturada en algún tipo de lenguaje según sea su interés.

Hemos observado hasta en nuestra cotidianidad que algunos animales tienen sistemas de comunicación que se han identificado como verdaderos lenguajes por ejemplo los sonidos que emiten las ballenas para identificarse, los delfines para conocer las rutas donde se dirigen y donde encontrar alimento, los perros cuando ladran “capturamos” dichos sonidos en nuestro cerebro y sus diferentes sonidos nos identifican sus emociones, actitudes, su conducta, la vista del águila que le permite identificar su presa, etc. que en cierta medida se puede interpretar como una forma de canalizar sus conductas, emociones y su organismo da lectura a este tipo “emisión” por medio de sus sentidos.

El hombre en la actualidad trata de buscar una forma de comunicarse, expresar e identificar las señales de las diferentes realidades, que en gran medida es capturada y transformada para proporcionar una lectura de una forma simple y sencilla, busca un lenguaje adecuado a las diferentes actividades que emiten sonidos y señales en diferentes tipos de emisiones, que a

la fecha lo ha llevado a perfeccionar diferentes tipos de escrituras y símbolos para dar lectura a los fenómenos que se ponen de manifiesto en nuestra realidad.

Actualmente se ha llegado a crear e identificar a un conjunto de lenguajes complejos, en la forma de comunicarse socialmente hasta la creación, modificación de sistemas en las que percibimos auditivamente y visualmente podríamos decir, que en el desarrollo de los lenguajes hemos llegado a comprender las emisiones en clave morse, las emisiones de sonidos que reciben los radares, el sonido que emiten los aviones, las señales que comparten los barcos en alta mar, las pulsaciones electromagnéticas, y ha abarcado una serie de áreas de las ciencias físicas, en la medicina y otras. De alguna manera se han convertido en una cotidianeidad para comunicarnos, en una acción vital para los seres humanos; para todos los tipos de interacción que se pone de manifiesto en diferentes fenómenos perceptibles al ser humano y con nuestro entorno a lo largo del día, porque en todo tiempo se tiene intercambio de información.

En síntesis, el hombre en su necesidad de comunicarse se ha enfrentado a través de su desarrollo a reducir esas distancias del conocimiento para poder expresar sus ideas y pensamientos, para lograrlo empezó a utilizar sus propios medios de comunicación, por ejemplo: códigos, transcritos, fonéticos, articulados, virtuales, el propio de alguna especialidad y otros por crear e inventar. A lo largo de la historia de la humanidad el hombre ha creado diversas formas de comunicación, las cuales han sido muy útiles para su desarrollo personal, social y científico. Con todos los avances tecnológicos se ha logrado contar con sistemas de comunicaciones más eficientes, de mayor alcance y de mayor potencia, los cuales nos han permitido alcanzar tecnologías impresionantes a las cuales tenemos acceso diariamente.

En este contexto, este documento de investigación va enfocado a hacer una propuesta de introducción al estudio de señales y diferentes sistemas en el nivel de secundaria, en la que se pretende introducir al alumno teóricamente en la comprensión, asimilación, representación de señales y sistemas, así como también caracterizar matemáticamente los sistemas para operar con señales.

La razón de hacer esta propuesta es para introducirlos en esta área, por los vertiginosos avances en los recursos tecnológicos, innovaciones educativas con – que hay que aprovechar- que es el momento oportuno presentar una alternativa que le conducirán a la investigación dependiendo del área de su interés. Además, como es de todos conocidos la sociedad del conocimiento exige individuos con capacidades complejas, mejor y altamente desarrollado, paralelamente observamos los agigantados pasos en las tecnologías en la educación que abren diversas puertas para motivarlos, consolidarlos y a la vez representan retos para el cambio de aprendizajes y de innovaciones en las diferentes áreas.

También decir, que la selección de hacer esta propuesta en esta temática es por la necesidad de hacer innovaciones en la currícula de las asignaturas que se imparten en el nivel de secundaria en nuestro medio, es necesario hacer avances, la innovación educativa en esta área ya que promueve a la curiosidad, a la inquietud de los jóvenes – además por su juventud- por la informática, robótica y otras áreas que tengan que ver con la creación de tecnologías que le despiertan nuevas perspectivas, la motivación de introducirse en el área educativa, la tecnología y hacer su contribución a la sociedad, y además que el área está en su pleno apogeo del desarrollo en nuestras vidas cotidianas.

Las nuevas generaciones ambicionan en su formación la incorporación de la tecnología en la educación que implica nuevos roles tanto en docentes como estudiantes, nos proporcionará

nuevos enfoques en la educación, en la investigación, en la actitud creativa y será propositiva. El éxito en la integración educativa será por que combina la tecnología con una nueva forma de enseñanza, convirtiendo a las aulas socialmente activas, fomentando la interacción colaborativa en los protagonistas y la formación de profesionales que será tal como se plantea en los perfiles de cada una de las especialidades, competitivos, con habilidades, destrezas y capacidades desarrolladas.

Otra de las razones que me motivo a realizar la propuesta didáctica es por que poseo experiencia en el campo universitario, y la experiencia en el área educativa que por muchos años he observado la necesidad de dar salto a la innovación y las actualizaciones.

La metodología que utilizaré está basada en la enseñanza por competencias, aunque es de comentar que hay muchas metodologías propuestas tales como las de Brosseau, Piaget, Van Hiele, Ausubel y otros que claramente presentan varios caminos que apoyan y consolidan los conocimientos en esta área, pero no me inclinaré de forma especial por alguna de ellas, podría decirse que de acuerdo a la experiencias y la realidad en la que se presente pueden combinar dichas metodologías buscando las estrategias didácticas, propuestas que afirmen a la mejora de la enseñanza de este contenido.

Este proyecto de investigación está estructurado de la siguiente manera:

Cuatro capítulos, el primero es el de introducción, el segundo es el Marco Teórico, el tercero es la Propuesta Didáctica y el cuarto es el de las Unidades Didácticas, pretendo con ellas presentar la propuesta con todas las herramientas que creo son necesarias a considerar y de tomar en cuenta para efectos de realizar un estudio horizontal y vertical de los contenidos

que apoyaran, de la metodología, Jornalización, rutas de aprendizaje, de la didáctica, de los recursos necesario para su implementación. y con este presentar la propuesta es el texto guía o guion de clase donde se encuentran las unidades de aprendizaje.

Pretendo que esta propuesta sea gratificante, estimulante y útil, además aspiramos a que la orientación de los temas en el documento sea amigable, sencilla de fácil lectura y comprensión, sin olvidar la rigidez matemática ni tampoco volverlo extremadamente numérico para que el alumno comprenda mejor, asimile y haga las inferencias que vea necesarias a los fenómenos aplicables de estos contenidos, y del contexto que le rodea. Mi propuesta se enfoca en que el alumno sienta que el documento se adecua a su necesidad, a su nivel y que este, se sienta identificado con este aprendizaje, que este sea de apoyo y que se sienta bien orientado a su proceso de enseñanza aprendizaje.

Mi deseo es que el alumno sienta que el documento no lo lea, sino que el documento es quien le oriente a él. No pretendo adherirme a un método sin tener en claro que debemos estar abiertos a variantes en la manera de enseñar, por ejemplo, algunas veces se puede comenzar con una definición, un problema, una referencia, pero debe ser parte principal de este trabajo, preocuparme por diseñar estrategias didácticas que mejoren el PEA.

Creo que esto beneficiará a los estudiantes de educación media en general y le motivara a despertar la creatividad de nuevos tópicos que serán una buena base para el estudio superior, mi intención es colaborar con el sistema educativo, que se implemente el nivel de secundaria, en la especialidad, tales como, áreas técnicas de electrónica o electricidad o de otros que necesiten de este recurso, ya que he observado que tienen muchas aplicaciones que le serán de utilidad para las exigencias en su formación.

Objetivo General:

Diseño de una propuesta didáctica para los estudiantes de educación media de El Salvador, en la adquisición de conocimientos básicos de las Señales y Sistemas Discretos.

Objetivos Específicos:

- Crear una propuesta metodológica para la enseñanza en la educación media de los sistemas y señales discretos.
- Identificar el concepto de Señal y de Sistema, su representación, las operaciones básicas y especiales, así como las propiedades que las señales presentan.
- Determinar las características de un sistema discreto, sus propiedades y las ventajas que presentan esas propiedades en la resolución de ecuaciones en diferencias.
- Diseñar de las "rutas de aprendizaje" con la propuesta didáctica para el proceso de enseñanza aprendizaje para docentes y los alumnos
- Propuesta metodológica de la clase para docentes y alumnos
- Diseñar de la Jornalización y distribución de los contenidos en el periodo escolar
- Diseño de las rubricas para su evaluación considerando las diferentes actividades de trabajo a implementar con los alumnos.

Justificación

¿Por qué es necesaria esta propuesta?

El mundo moderno está lleno de avances y herramientas tecnológicas y que son de apoyo para los nuevos retos en educación; celulares de última generación, iPod, tabletas, etc. Estas herramientas son de vital importancia que nos apoyaran para nuestra propuesta del estudio de sistemas y señales discretas.

El contenido de sistemas y señales a implementar apoyara a la innovación de la currícula en el sistema educativo del país.

Es relevancia de la propuesta ya que se diseñarán los recursos necesarios para su implementación en sistema educativo, es decir, sugerir la metodología, la propuesta de clase, la ruta de aprendizaje por unidades.

Es de importancia este trabajo de investigación ya que, basándome en la bibliografía existente, sobre propuestas, metodologías, herramientas tecnológicas, TIC'S, pretendo diseñar una propuesta que coadyuve a contribuir a la actualización, a la innovación de contenidos de acuerdo a los avances tecnológicos como recursos para la educación viabilizar para que sea abordado en el nivel de secundaria, y es aquí donde entra mi trabajo de investigación como Didacta en la matemática, formular los temas de nivel avanzado en temas homólogos, con un nivel menor, de manera que sea asequible a un estudiante de bachillerato del país, pero sin perder la esencia y el rigor matemático de todos estos temas.

Importante porque la metodología a enfocar es el modelo de aprendizaje que prioriza las competencias que adquieren los alumnos, que considero cuenta con las herramientas necesarias para identificar los avances, la formación de los alumnos, se pretende generar

individuos preparados para los retos del futuro; empoderarlos con conocimientos y habilidades en diversos ámbitos y campos de estudio, en un programa educativo flexible y a la medida de cada alumno.

En resumen con esta propuesta se pretende innovar en la currícula salvadoreña con temas de modernidad y así actualizar contenidos que el mundo globalizado exige ya que esta currícula no ha cambiado sustancialmente en más de 100 años, para ello se pretende compilar una serie de recursos de carácter universitario e integrarlos de manera amigable al plan de estudios de bachillerato; es posible que en un futuro sea de vital importancia conocer estos conceptos y antes que el mundo los demande ya se contará con material para desarrollarlos por lo que espero que esta propuesta pueda ser de beneficio en la adquisición de nuevas competencias que podrán ser utilizadas para los educandos en el mundo globalizado.

CAPITULO 2

Antecedentes

Una de las mayores aportaciones de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones actualmente en la educación son sin duda los sistemas y señales, en ese sentido nos estamos refiriendo a la posibilidad de plantear a los alumnos y a los profesores un nuevo espacio para desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje que puede abonar a la innovación de los contenidos en la enseñanza del nivel de secundaria que serán de un provecho por los pasos agigantados de las innovaciones tecnológicas y de comunicación.

El documento actual es un proyecto de investigación que tuvo como objetivo plantear una propuesta para la enseñanza de sistemas y señales discretos que nace por la experiencia adquirida durante años de estos contenido y vi a bien contribuir al sistema educativo a la innovación e implementación de contenidos que vaya de acorde a las necesidad vertiginosa de prepararnos para un futuro cercano que su entorno se lleva a cabo en su mayor parte de manera virtual.

La idea principal es hacer llegar la educación a todo aquel que lo necesita, pero por como se ha venido desarrollando siempre es necesaria la existencia de un elemento mediador entre profesores y alumnos y esa es la enseñanza, la educación, que nos lleva a instruir a nuestras generaciones para que sirva de insumos para su aplicación en la vida.

Antes de configurar mi propuesta se hace necesario conocer aspectos de la metodología con la que se desarrolla actualmente los contenidos de nuestro sistema.

¿Cómo está la educación en el nivel secundario en nuestro sistema?

Para tener una idea general del estado de la educación en secundaria, cabe mencionar que la adquisición de los fundamentos básicos en Matemática e informática de los cursos básicos de tercer ciclo son de vital importancia para la adquisición en cuanto a operatividad, aplicación, razonamiento y análisis para la implementación de un nuevo plan de trabajo en el área de la Matemática y de lo necesario para la adquisición del contenido de señales y sistemas, aunque no enfatizaremos en esto, sino que destacaremos las necesidades que debemos conocer del estado actual de la educación en secundaria para plantear lo necesario, lo que debemos tomar en cuenta para la aplicación de la propuesta en especial en las especialidades de un bachillerato. Por ello considerar la población de los estudiantes en secundaria es necesario; considero, identificar información proporcionada por el ministerio de educación en nuestro país en los aspectos siguientes como cuales son los contenidos importantes el área de las Matemáticas y que apoyo aporta mi propuesta de la introducción de señales y sistemas, con que recurso se cuenta, como está la capacidad adquirida de los docentes, de la infraestructura y sé que habrá más elementos, pero es de trascendencia ubicar los elementos mínimos para los objetivos del plan de trabajo que pretendo diseñar.

Señalar en primer lugar que el contenido que se ha desarrollado a estas alturas álgebra, aritmética, resolución de problemas, técnicas de información y comunicación, ha aportado los elementos básicos en los estudiantes que en su conjunto configuran los conocimientos mínimos para el abordaje de los contenidos de la propuesta.

Lo que actualmente se imparte en los cursos de secundaria, los cuales aportan conceptos necesarios para comprender las señales y sistemas discretos en primero y segundo año de bachillerato en Matemática son:

Relación de bloques de contenido y unidades didácticas del programa anterior y programa actual de primer año de bachillerato

| PROGRAMA ACTUAL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO |
|--|
| Unidad 1: Utilicemos las razones trigonométricas. Razones trigonométricas. |
| Unidad 2: Recopilemos, organicemos y presentemos la información. Estadística descriptiva e inferencial. Población y muestra. Variable cuantitativa, cualitativa. |
| Unidad 3: Organicemos y tabulemos variables discretas y continuas. Variables discretas y continuas. Presentación gráfica. |
| Unidad 4: Grafiquemos relaciones y funciones. Dominio, recorrido y gráfica. |
| Unidad 5: Utilicemos medidas de tendencia central. Media, mediana y moda. |
| Unidad 6: Trabajemos con medidas de posición. Cuartiles, deciles, percentiles y escala percentilar. |
| Unidad 7: Resolvamos desigualdades. Intervalos y desigualdades. |
| Unidad 8: Interpretemos la variabilidad de la información. Medidas de dispersión, desviación media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación. |
| Unidad 9: Utilicemos las funciones algebraicas. Funciones: algebraicas, polinomiales, racionales, raíz cuadrada, de proporcionalidad directa e inversa; y sus métodos. Función inversa. |

| PROGRAMA ANTERIOR DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO |
|--|
| Unidad 2: Elementos de álgebra y razones trigonométricas. Opera monomios y polinomios, factoriza, resuelve ecuaciones, desigualdades y razones trigonométricas. |
| Unidad 8: Recopilación, organización y presentación de información. Recolecta, organiza, grafica e interpreta información del entorno. |
| Unidad 3: Producto cartesiano y relaciones. Ejemplifica producto cartesiano y relaciones. |
| Unidad 4: Introducción a las funciones. Define diferentes tipos de funciones y las grafica |
| Unidad 9: Medidas de tendencia central y de dispersión. Valora la importancia de la media aritmética y destaca la representatividad de la desviación típica en la toma de decisiones. |
| Unidad 2: Elementos de álgebra y razones trigonométricas. Opera monomios y polinomios, factoriza, resuelve ecuaciones, desigualdades y razones trigonométricas. |
| Unidad 9: Medidas de tendencia central y de dispersión. Valora la importancia de la media aritmética y destaca la representatividad de la desviación típica en la toma de decisiones. |
| Unidad 4: Introducción a las funciones. Define diferentes tipos de funciones y las grafica. |
| Unidad 5: Función inversa. Define una función uno a uno y determina, a partir de ella, una función inversa. |
| Unidad 6: Función exponencial y función logarítmica. A partir de la función uno a uno, ilustra ambas funciones como, una inversa de la otra. |
| Unidad 1: Conjuntos numéricos. Concepto, expresión geométrica. Números naturales, enteros, racionales, irracionales y reales. |
| Unidad 7: Sucesiones aritméticas y geométricas. Definición, cálculo del n-ésimo término, interpolación y aplicaciones. |

| PROGRAMA ACTUAL DE PRIMERO DE BACHILLERATO | BLOQUES |
|---|------------------------|
| Unidad 1: Utilicemos las razones trigonométricas. | Trigonometría |
| Unidad 2: Recopilemos, organicemos y presentemos la información. | Estadística |
| Unidad 3: Organicemos y tabulemos variables discretas y continuas. | Estadística |
| Unidad 4: Grafiquemos relaciones y funciones. | Relaciones y funciones |
| Unidad 5: Utilicemos medidas de tendencia central. | Estadística |
| Unidad 6: Trabajemos con medidas de posición. | Estadística |
| Unidad 7: Resolvamos desigualdades. | Álgebra |
| Unidad 8: Interpretemos la variabilidad de nuestro entorno. | Estadística |
| Unidad 9: Utilicemos las funciones algebraicas. | Álgebra |

Relación de bloques de contenido y unidades didácticas del programa anterior y programa actual de segundo año de bachillerato

| PROGRAMA ACTUAL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO | PROGRAMA ANTERIOR SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO |
|--|---|
| Unidad 1: Estudiemos sucesiones aritméticas y geométricas. Características, términos. | |
| Unidad 2: Utilicemos el conteo. Técnicas de conteo. Factorial de un número. Permutaciones. Combinaciones. Diagrama de árbol. | Unidad 1: Métodos de conteo y nociones de probabilidad. Definición y aplicación de métodos de conteo a situaciones de la realidad. |
| Unidad 3: Analicemos la función exponencial y logarítmica. Características. Dominio, rango o recorrido, gráficas. | |
| Unidad 4: Estudiemos la probabilidad. Experimento aleatorio, espacio muestral, enfoques, axiomas y teoremas básicos. | Unidad 2: Distribución de probabilidad. Diferenciación de variable discreta y continua, determinación de la probabilidad de una observación. |
| Unidad 5: Utilicemos probabilidades. Variables aleatorias. Distribución binomial. Distribución normal. | |
| Unidad 6: Solucionemos triángulos oblicuángulos. Teorema del Seno y del Coseno. | Unidad 7: Solución de triángulos oblicuángulos. Resolución de triángulos aplicando los teoremas dados. |
| Unidad 7: Apliquemos elementos de geometría analítica. Distancia entre dos puntos. Área de triángulos. Punto de división de un segmento. Baricentro. Pendiente de una recta. Paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas. Ángulo entre dos rectas. Ecuaciones de la línea recta. | Unidad 9: Elementos de geometría analítica. Explicación de conceptos fundamentales y aplicación de fórmulas. |
| Unidad 8: Resolvamos con geometría analítica. Secciones cónicas. | Unidad 4: Introducción a la trigonometría. Definición de funciones trigonométricas y especificaciones cuando el signo es negativo. Unidad 5: Funciones circulares. Elaboración de gráficas de las funciones trigonométricas. Unidad 8: Identidades y ecuaciones trigonométricas. Definición y demostración de identidades fundamentales, para su aplicación. |
| Unidad 9: Utilicemos la trigonometría. Funciones, identidades básicas y ecuaciones trigonométricas. Gráficas. | Unidad 3: Elementos de geometría. Definición de ángulos, clasificación medición. Unidad 6: Solución de triángulos rectángulos. Casos de solución y procedimiento para resolver un triángulo. |

| PROGRAMA ACTUAL DE SEGUNDO DE BACHILLERATO | BLOQUES |
|---|------------------------|
| Unidad 1: Estudiemos sucesiones aritméticas y geométricas. | Álgebra |
| Unidad 2: Utilicemos el conteo. | Estadística |
| Unidad 3: Analicemos la función exponencial y logarítmica. | Relaciones y funciones |
| Unidad 4: Estudiemos la probabilidad. | Estadística |
| Unidad 5: Utilicemos probabilidades. | Estadística |
| Unidad 6: Solucionemos triángulos oblicuángulos. | Trigonometría |
| Unidad 7: Apliquemos elementos de geometría analítica. | Geometría analítica |
| Unidad 8: Resolvamos con geometría analítica. | Geometría analítica |
| Unidad 9: Utilicemos la trigonometría. | Trigonometría |

Señalamos algunos elementos importantes en Matemática que se rescatan de los Programas para el apoyo a nuestra propuesta.

El concepto de funciones y los diferentes tipos, interpretaciones, representaciones y transformaciones, es decir el desplazamiento de las curvas horizontal vertical, enfatizar que como concepto básico se enfoca bien el concepto de funciones de una variable independiente, que dicho concepto será necesario para la representación de las señales por medio de curvas continuas o bien si consideramos como señal a valores discretos, entonces su representación gráfica está dada por una sucesión de puntos; se dice que la representación es discreta. Así como también conocimiento de álgebra, de números complejos (de manera gráfica), álgebra lineal, trigonometría.

En concreto, para abordar el contenido de señales y sistemas es necesario tener habilidad en el manejo de herramientas matemáticas básicas como funciones algebraicas de variable real con una variable, representaciones, gráficas, (básicas para la enseñanza de sistemas y señales), funciones trigonométricas, operaciones con números complejo. De la asignatura de Probabilidad y Estadística nos auxiliamos de variables aleatorias y distribuciones estadísticas.

Decir que dichos contenidos representan, la información básica que apoyarán a la estructura de los contenidos de la propuesta; sistemas de señales con la robustez matemática necesaria para emprender un nivel más complejo.

Otro tópico que es muy importante a considerar es la utilización de programas de alto rendimiento en el ámbito de la matemática, como son Derive, MathCad, Matlab, Scilab, GeoGebra etc. Para esto buscaremos en esta propuesta auxiliarnos de software básicos que presenten la idoneidad, que se adecuen al nivel de los estudiantes, se identifiquen, que sientan la familiaridad en su uso práctico, que le apoye a modelar fenómenos ya estudiados e incentivarlos a crear otros modelos prácticos con la ayuda de este recurso.

Por ejemplo, la construcción de gráficos con GeoGebra, abordar temas introductorios de cálculo usando Matlab que es un programa por excelencia poderosa en el ámbito de la ingeniería y que proporciona un entorno gráfico y es la herramienta que más funciones proporciona en su librería al estudio de señales.

Otras asignaturas que se imparten en el segundo nivel de bachillerato técnico de informática tenemos:

I. Introducción del programa de estudio de Informática para Educación Media

II. Plan de estudio de Educación Media

III. Presentación de la asignatura, enfoque y competencias por desarrollar

Omitimos la unidad 1 y 2 por razones que tratan con la familiarización del entorno de la computadora, es decir; Aplicar y describir con interés los elementos básicos de un sistema de computación, equipos periféricos y funciones de los sistemas operativos, analizar y describir críticamente las contribuciones de las TIC en las diferentes áreas, explorar y utilizar con seguridad e interés herramientas de un procesador de textos para escribir y revisar diversos documentos, utilizar el programa de hoja de cálculo en la organización, presentación, procesamiento, manejo e interpretación de información en la resolución de problemas de los proyectos de clase. Una vez revisado los programas, considero importantes que las unidades siguientes aportan los elementos básicos para mi propuesta:

UNIDAD 3, LAS TIC COMO FUENTES DE INVESTIGACIÓN Y DIFUSIÓN DE INFORMACIÓN.

Objetivo

- ✓ Utilizar Internet, gestores de correo electrónico, salas de chat, foros y bitácoras en la búsqueda, administración y difusión oportuna de información con actitud responsable y respetuosa, para el desarrollo de habilidades y destrezas en la investigación y realizar una comunicación efectiva.

UNIDAD 3

LAS TIC COMO FUENTES DE INVESTIGACIÓN Y DIFUSIÓN DE INFORMACIÓN

Tiempo probable: 15 horas clase

| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|--|---|--|---|
| CONCEPTUALES | PROCEDIMENTALES | ACTITUDINALES | |
| Internet y Correo Electrónico <ul style="list-style-type: none"> Breve historia de la Internet. Motores de búsqueda: Google, Yahoo, Ask y otros. WWW, http, html, dominios, protocolos TCP/IP y otros. | <ul style="list-style-type: none"> Análisis de línea de tiempo sobre la historia de Internet y de la Word Wide Web. Descripción de episodios del uso de Internet como herramienta tecnológica de comunicación y productividad. Identificación y navegación a través de motores de búsqueda en Internet: Google, Yahoo, Ask y otros. Aplicación de los conceptos: WWW, http, html, dominios, protocolos TCP/IP, etc. al escribir direcciones electrónicas e interpretar textos sobre la historia del Internet. | <ul style="list-style-type: none"> Valora ética y respetuosamente los avances de Internet. Valoración de opciones de búsqueda de información. Responsabilidad y precaución al consultar Internet. | <p>3.1 Menciona y describe en forma precisa episodios del uso de Internet como una herramienta tecnológica en la comunicación y productividad reflejándolos en una línea de tiempo.</p> <p>3.2 Utiliza eficazmente motores de búsqueda para la investigación, documentación, selección de información y entretenimiento en Internet.</p> <p>3.3 Aplica acertadamente los conceptos WWW, http, html, dominios y otros al escribir direcciones electrónicas e interpretar textos sobre la historia del Internet con responsabilidad y precaución.</p> |

UNIDAD 4, UTILIZACION DE OTRAS HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

Objetivo

- ✓ Utilizar eficazmente programas de administración de imágenes, fotografías y sonidos para crear y editar archivos utilizables en la elaboración de proyectos multimediales respetando los derechos de autor y citando referencias bibliográficas para comunicar sus ideas por medio de textos interesantes y motivadores.

UNIDAD 4

UTILIZACIÓN DE OTRAS HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

Tiempo probable: 15 horas clase

| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|---|--|---|--|
| CONCEPTUALES | PROCEDIMENTALES | ACTITUDINALES | |
| Medios Digitales <ul style="list-style-type: none"> Programas y herramientas de administración de imágenes y fotografías digitales. Formato de archivos de imágenes. | <ul style="list-style-type: none"> Descripción de algunos programas administradores de imágenes y fotografías. Análisis de la importancia de los derechos de autor y propiedad de los programas editores de imágenes y de las imágenes y fotografías digitales. Utilización de un programa editor para modificar la imagen de un documento. Aplicación de las funciones: recortar, girar, mover y otros al modificar imágenes y fotos digitales. Clasificación de los diferentes tipos de formatos de imágenes. | <ul style="list-style-type: none"> Interés en conocer los usos de diferentes tipos de editores de imágenes y fotografías. Respeto de derechos de autor al intercambiar imágenes y fotografías. Utiliza imágenes y fotografías digitales en forma responsable. Interés por clasificar diferentes tipos de formatos de imágenes para proceder a modificarlas. | <p>4.1 Describe en forma concisa algunos programas editores de imágenes y fotografías digitales.</p> <p>4.2 Describe correctamente la importancia de los derechos de autor de los programas editores de imágenes y de las imágenes y fotografías digitales.</p> <p>4.3 Despliega y activa en forma precisa los diferentes menús y herramientas para edición de imágenes y fotografías utilizando el ratón.</p> <p>4.4 Cambia con seguridad la apariencia de imágenes haciendo uso de un editor de imágenes previa clasificación de las mismas.</p> |

Programa de la asignatura de Informática de segundo año de bachillerato

UNIDAD 1, LA NATURALEZA DE LAS TIC Y ELABORACIÓN DE PROYECTOS.

Objetivos

- ✓ *Aplicar y describir correctamente los elementos básicos de un sistema operativo y sus funciones de instalación y configuración de Software, diagnosticando con responsabilidad problemas básicos de funcionamiento de un sistema computacional.*
- ✓ *Analizar y describir críticamente la relación de la ciencia y la tecnología en el país, discriminando correctamente algunas ventajas y desventajas del Software libre.*
- ✓ *Analizar y explicar adecuadamente los diferentes tipos de proyectos que pueden ser desarrollados en la asignatura, identificando cooperativamente y con interés criterios para valorar el aprendizaje por proyectos y sus resultados.*

UNIDAD 1

LA NATURALEZA DE LAS TIC Y ELABORACIÓN DE PROYECTOS

Tiempo probable: 10 horas clase

| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|--|---|---|--|
| CONCEPTUALES | PROCEDIMENTALES | ACTITUDINALES | |
| Principios de Informática <ul style="list-style-type: none"> ■ Procesador de texto: herramientas y partes básicas. ■ Sistema Operativo: funciones de instalar y desinstalar Software. ■ Hardware y Software: impresoras, cámaras, ratón, teclado, bocinas, controladores, proyector y otros. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Verificación del funcionamiento de los elementos de un sistema computacional. ■ Encendido y apagado de un sistema computacional y equipo periférico. ■ Instalación y desinstalación de Software desde el panel de control. ■ Instalación y configuración básica de Hardware y Software de equipo periférico. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Disposición y curiosidad por conocer los componentes y funcionamiento de un sistema computacional. ■ Responsabilidad al seguir indicaciones escritas u orales sobre la instalación y desinstalación de Software. ■ Adoptar una actitud responsable y honesta al instalar y configurar Hardware y Software de equipo periférico de la institución educativa. | <ul style="list-style-type: none"> 1.1 Diagnostica oportunamente problemas de funcionamiento básico de un sistema computacional en forma responsable. 1.2 Enciende y apaga la computadora y equipo periférico en forma apropiada. 1.3 Instala y desinstala con efectividad y precaución Software desde el panel de control siguiendo un procedimiento establecido. 1.4 Instala y configura con autonomía y seguridad diferentes periféricos de un sistema computacional siguiendo procedimientos establecidos. |

UNIDAD 2, LAS TIC COMO HERRAMIENTAS PARA LA PRODUCTIVIDAD.

Objetivos

- ✓ *Analizar y aplicar eficazmente los pasos para elaborar una base de datos, generando además informes basados en consultas y relaciones entre tablas, con iniciativa e interés.*
- ✓ *Describir y aplicar correctamente los procedimientos para crear una página Web basada en especificaciones técnicas y principios de diseño gráfico, con responsabilidad y creatividad.*
- ✓ *Gestionar exitosamente un sitio para albergar una página Web creada en equipos, logrando establecer y aplicar procedimientos para su mantenimiento, con responsabilidad e iniciativa.*

UNIDAD 2

LAS TIC COMO HERRAMIENTAS PARA LA PRODUCTIVIDAD

Tiempo probable: 50 horas clase

| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|---|---|---|--|
| CONCEPTUALES | PROCEDIMENTALES | ACTITUDINALES | |
| Bases de Datos <ul style="list-style-type: none"> ■ Base de Datos y sistema de gestión de bases relacionales (SGBR). ■ Software para elaborar Base de Datos. ■ Procedimientos para elaborar una Base de Datos. ■ Los objetos de una Base de Datos. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Análisis de las características de una Base de Datos. Definición de SGBR (Sistema de gestión de bases relacionales). ■ Búsqueda y análisis de Software dedicado a la elaboración de Base de Datos, como Access, Oracle, MS-SQL Server; o de Licencia libre: PostgreSQL, MySQL o Firebird. ■ Identificación, descripción y análisis de los pasos para elaborar una Base de Datos. ■ Diseño, elaboración y mantenimiento de una base de datos utilizando información de la institución educativa. ■ Identificación y caracterización de los objetos de una Base de Datos: tablas, consultas, formularios, informes, macros y módulos. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Valora la importancia de caracterizar las Bases de Datos y los SGBR. ■ Disposición para investigar y compartir información acerca de Software para elaborar Bases de Datos. ■ Colaboración activa en el trabajo en equipo al elaborar una Base de Datos. ■ Disposición e interés para caracterizar los objetos de una Base de Datos. | <ul style="list-style-type: none"> 2.1 Analiza y describe en forma precisa las características de una Base de Datos y un SGBR. 2.2 Describe con interés las características de Software dedicado a la elaboración de Base de Datos en forma escrita argumentando además sobre las diferencias más significativas entre ellos. 2.3 Explica correctamente los pasos para elaborar una Base de Datos con un Software específico. 2.4 Diseña y elabora adecuadamente una Base de Datos utilizando un Software específico. 2.5 Determina oportunamente las acciones de mantenimiento de una Base de Datos. 2.6 Define con precisión e interés los objetos de una Base de Datos. |

UNIDAD 3, LAS TIC COMO FUENTES DE INVESTIGACIÓN Y DIFUSIÓN DE INFORMACIÓN

Objetivo

- ✓ Conocer y aplicar adecuadamente los principios básicos de estructura y funcionamiento de los sistemas de redes informáticas más comunes para identificar el Hardware y Software necesario en su configuración y financiamiento, tomando en cuenta para ello la red tecnológica del aula informática, con responsabilidad e iniciativa.

UNIDAD 3

LAS TIC COMO FUENTES DE INVESTIGACIÓN Y DIFUSIÓN DE INFORMACIÓN

Tiempo probable: 15 horas clase

| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|---|--|--|--|
| CONCEPTUALES | PROCEDIMENTALES | ACTITUDINALES | |
| Principios Básicos de Redes Informáticas <ul style="list-style-type: none"> ■ Red Informática: sus características y tipos. ■ Configuración y elementos de Hardware y Software de una red informática. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Definición y descripción de una red informática y sus características. ■ Clasificación y análisis de los diferentes tipos de redes informáticas por su topología, configuración y por líneas de transmisión utilizadas. ■ Identificación y descripción de los equipos de Hardware y Software para instalar una red informática. ■ Identificación de los dispositivos básicos de transmisión utilizados en una red, como los adaptadores, Hubs, puentes, pasarelas, repetidores y otros. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Valora la importancia de un sistema de red y sus diferentes aplicaciones. ■ Disposición y curiosidad por conocer los dispositivos de Hardware y Software asociados a una red informática. | <p>3.1 Aplica correctamente la definición de red informática y sus características al clasificar redes por su topología, configuración y por líneas de transmisión utilizadas, con responsabilidad e interés.</p> <p>3.2 Aplica el conocimiento sobre Hardware y Software de redes informáticas al elaborar en pequeños grupos un diagrama de la red informática de su aula tecnológica, con iniciativa y participación.</p> |

UNIDAD 4, INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA COMPUTACIONAL

Objetivos

- ✓ Analizar y escribir correctamente rutinas de funciones bucle, sub función y función considerando las variables y tipos de operadores de lenguaje de programación Visual Basic.NET u otro, con responsabilidad e interés.
- ✓ Interpretar y aplicar adecuadamente los fundamentos básicos de la estructura y funcionamiento de un lenguaje de programación para el diseño de aplicaciones en las áreas administrativa y académica, en forma participativa y con iniciativa.

UNIDAD 4

INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA COMPUTACIONAL

Tiempo probable: 30 horas clase

| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|---|--|---|---|
| CONCEPTUALES | PROCEDIMENTALES | ACTITUDINALES | |
| Principios Básicos de Programación <ul style="list-style-type: none"> ■ Principios básicos de Programación. ■ Visual Basic.Net u otro lenguaje. ■ Reglas básicas del Programa o Script: mayúscula, minúscula, variables, saltos y comentarios. ■ Botón de ejecución de Script. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Investigación en Internet de opciones de lenguajes de programación. ■ Reconocimiento de herramientas y entorno de Visual Basic.Net u otro. ■ Identificación de los elementos para iniciar "proyecto nuevo". ■ Identificación y aplicación de reglas comunes del lenguaje básico de Visual Basic.NET ■ Creación de un botón que ejecute un Script en funciones agrupadas. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Interés por la búsqueda y exploración de lenguajes de programación. ■ Interés por conocer entorno del programa Visual Basic.NET u otro. ■ Participación y curiosidad por identificar las reglas del lenguaje básico Visual Basic.NET ■ Interés por la creación de botones para ejecutar Scripts. | <p>4.1 Elabora con autonomía una presentación explicando al menos dos tipos de lenguaje de programación.</p> <p>4.2 Despliega e identifica con seguridad el entorno de trabajo con Visual Basic.NET u otro programa.</p> <p>4.3 Muestra con certeza procedimientos de aplicación de reglas comunes de lenguaje Visual Basic.NET</p> <p>4.4 Crea adecuadamente un botón que ejecutará un Script.</p> |

UNIDAD 5, UTILIZACIÓN DE OTRAS HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

Objetivos

✓ Identificar oportunamente sus fortalezas y debilidades en las áreas asociadas a competencias tecnológicas y Grado Digital, para reforzar los contenidos a través de la resolución y análisis de los resultados de pruebas, con iniciativa y puntualidad.

✓ Resolver correctamente una prueba de certificación tecnológica siguiendo las indicaciones del proceso en línea y respetando el protocolo establecido.

UNIDAD 5

UTILIZACIÓN DE OTRAS HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

Tiempo probable: 15 horas clase

| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|--|---|--|---|
| CONCEPTUALES | PROCEDIMENTALES | ACTITUDINALES | |
| <ul style="list-style-type: none"> ■ Principios básicos de Informática y procesadores de texto. ■ Hojas de cálculo y presentaciones multimedia. ■ Internet, correo electrónico y Medios digitales. ■ Refuerzo académico. ■ Certificación de Competencias Tecnológicas, Grado Digital. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Resolución de preguntas en refuerzo de principios básicos de informática y procesadores de texto. ■ Análisis de estructura y contenido de preguntas de prueba de acreditación tecnológica: hoja de cálculo y presentaciones multimedia. ■ Análisis de estructura y contenido de preguntas de prueba de acreditación tecnológica: Internet y medios digitales. ■ Resolver preguntas sobre temáticas en las que se necesita refuerzo académico. ■ Resolver prueba de Certificación de estudiantes de Bachillerato en Grado Digital. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Interés por la lectura comprensiva y adecuada selección de respuestas al contestar preguntas de refuerzo. ■ Interés por conocer y analizar la estructura de preguntas de prueba de acreditación. ■ Disposición por la lectura comprensiva y adecuada selección de respuestas sobre Internet y medios digitales. ■ Reconoce la importancia de reforzar contenidos con mayor grado de dificultad. ■ Demuestra confianza al completar la prueba de Grado Digital. | <ul style="list-style-type: none"> 5.1 Resuelve adecuadamente preguntas en refuerzo a las temáticas: principios de informática y procesadores de texto. 5.2 Analiza acertadamente la estructura y contenido de las preguntas sobre hojas de cálculo y presentaciones multimedia. 5.3 Analiza correctamente la estructura y contenido de las preguntas sobre Internet y medios digitales. 5.4 Resuelve oportunamente preguntas sobre temática que requieren refuerzo académico. 5.5 Resuelve con eficacia prueba de conocimientos en línea "Grado Digital". |

Algunos comentarios que se destacan de esta signatura, que apoyaran y son imprescindibles en mi propuesta son:

Que cuenta con los requisitos mínimos para los conocimientos introductorios de representaciones de las señales y sistemas usando los recursos tecnológicos.

Cuenta con el recurso de tecnología, aunque sea mínima para el aprendizaje de la Matemáticas, y como está dirigido a estudiantes de secundaria, será de beneficio ya que le presentan los conceptos de forma más visual e interactiva, y le permiten relacionar las Matemáticas con otros aspectos de la vida.

En este apartado es de destacar y no hay que olvidar que actualmente se cuenta con recursos virtuales que hacen que el aprendizaje sea más significativo ya que por las características de los estudiantes son atrevidos al manejo de recursos informáticos y que apoyara su proceso aprendizaje y lo que estructurara su aprendizaje para que sea efectivo,

que el uso de la tecnología ha generado cambios radicales en la forma del aprendizaje de las matemáticas, en la que existen software sencillos y amigables para su uso y esto le permite al educando aprender matemáticas de forma significativa, le proporciona las condiciones para que los estudiantes en su proceso de aprendizaje; identifiquen, examinen y comuniquen distintas ideas matemáticas.

El uso de las TIC's en este siglo es parte primordial del aprendizaje en nuestras escuelas para esto se han diseñado una serie de guías de trabajo elaboradas en Matlab, las cuales proporcionarán un recurso muy importante en el aprendizaje, estas no pretenden crear una especialización en el uso del programa sino en el uso del programa para resolver situaciones relacionadas a los señales y sistemas, estas guías se han organizado en forma que el alumno paso a paso pueda ir comprendiendo y resolviendo por medio del programa algunos problemas que en la temática se presentan y de cómo la herramienta hace las cosas más sencillas para el usuario.

También es de referirse:

Actualmente el ministerio presenta cambios en todas las áreas a raíz de la incorporación de las recientes tecnologías y de la asignatura de informática se observó como una necesidad urgente por los cambios en nuestras aulas en las tareas cotidianas, debido a esto, surgen nuevas demandas para que los educandos sean más creativos, innovadoras y eficaces.

Es relevante actualmente saber manejar entornos informáticos que apoyen nuestra propuesta para la visualización y el procesado de señales, incluyendo el desarrollo y utilización de programas utilizando software libre como Linux, Geogebra y otros para sus respectivas representaciones.

Nuestro sistema educativo tiene que cambiar debiendo replantear el rol profesional a jugar en esta dinámica de tiempos actuales, de grandes cambios sociales y desafíos complejos, por ello nuestros jóvenes necesitan herramientas educativas, tecnológica que le apoyen en su profesionalización para desenvolverse de la mejor manera en una sociedad globalizada.

En los bachilleratos técnicos de nuestro país se observan algunas debilidades en el sentido que no se enfoca un análisis matemático que luego en una carrera universitaria será vital conocerlos, en el caso de electrotecnia y electrónica. En el caso del bachillerato en computación está más enfocada al estilo de las bases de datos, dejando de lado el estudio de software de aplicación a las ciencias y a la ingeniería, que serán armas relevantes en el estudio de pregrado que aspiran cursar.

Es de destacar que actualmente los jóvenes en esa edad y nivel educativo han adquirido habilidades y destrezas en el manejo de aplicaciones por medio de sus dispositivos móviles que contribuyen desarrollar su creatividad, visualización, socialización y mejor comprensión de los contenidos

En conclusión, decir

a) Los docentes, desde su posición, tienen el objetivo de lograr manifestaciones creativas en la solución de los problemas de su práctica pedagógica, como garantía de atención de parte de los estudiantes, ya que los estudiantes no desconocen de las herramientas tecnológicas usuales como lo son los teléfonos inteligentes, computadoras navegar en internet y otros usos razonables que se pueden aprovechar. Es precisamente desde esta perspectiva en donde los recursos didácticos y tecnológicos se convierten en herramientas de apoyos, ayudas, estrategias, vías, acciones didácticas para que se efectúe esta enseñanza-aprendizaje, involucrándose de esta manera aspectos motivacionales en los

procesos de atención para el manejo eficiente de la información. Por lo que la calidad de la enseñanza exige introducir este tipo de recursos de manera justificada y adecuada dentro del proceso educativo, con la finalidad que la clase sea más receptiva, participativa, práctica y amena.

En cuanto al PEA en los estudiantes tiende a desarrollarse de forma eficaz ya que éstos cuentan con dispositivos que manejan muy fácilmente, y son individuos que más socializan la información por una serie de vías, eso permite que en el alumno el trabajo colaborativo se vuelva más significativo en su aprendizaje. Por ello el docente tiene que buscar los recursos necesarios y si es posible- que es lo ideal- software, aplicaciones gratuitas que en la actualidad se presentan en todos sus ámbitos

b) Se cuentan con los recursos didácticos es decir materiales didácticos o educativos todo con el fin de robustecer el desarrollo y enriquecimiento del alumno, beneficiando el proceso de enseñanza y aprendizaje y facilitando con todos estos recursos la interpretación de contenido que el docente ha de enseñar. Y tener en cuenta que estos recursos son el eje fundamental en el proceso de entregar los conocimientos, socializar el conocimiento entre el alumno y el profesor porque generan necesidad y motivan a la participación de adquirir, ampliar más conocimiento y forjar el camino a la investigación, destacar que esta actividad de la información es fundamental para la asimilación del educando, pues su adecuada utilización consolidará la eficacia de su proceso formativo.

c) Como es conocido por todos, que los docentes en el nivel de secundaria tienen la capacidad de crear los materiales didácticos – ya sean creados o bien, elaborados por el docente- que los incorporan en sus aulas y que es una estrategia de enseñanza que contribuye al aprendizaje significativo del mismo educando y del educador, en la construcción de su conocimiento donde aportan significativos resultados y ampliación del conocimiento. Decimos didáctico porque como docentes comprometidos en el

aprendizaje significativo buscamos, constantemente técnicas y métodos de enseñanza, esto nos hace adquirir el compromiso de estar siempre actualizados, renovados y presentar siempre una situación de aprendizaje distinta, para transmitir la información de forma interactiva con la idea de capturar la atención del estudiante, a motivarlo en su emprendimiento, de manera que debemos potenciar sus cualidades, habilidades destrezas con el fin de elevar la calidad y eficiencia de las acciones que impulse al educando.

Una vez examinado el estado actual de la educación en secundaria de las asignaturas de matemática e informática que son indispensables para la formulación de mi propuesta, debo examinar:

¿A quién va dirigida la propuesta?

¿Cuál es la población a quién va dirigida?

Las actividades que desarrollan los docentes en el aula para todos los estudiantes normalmente pensamos e idealizamos que todos asimilan, todos tienen el mismo nivel de aprendizaje, es decir como si todos aprendieran de la misma manera. Esto es lo que se debe tener en cuenta al implementar una nueva área de conocimientos que abordar, debemos conocer los diferentes ritmos, estilos, niveles de aprendizaje que presentan los estudiantes. Es claro que cada individuo tiene un proceso diferente en la adquisición del conocimiento. Es aquí, donde el profesor debe comprometerse, responsabilizarse jugar un papel relevante, juega un papel importante para conseguir el éxito académico de los estudiantes: de allí el reto que cada docente debe poseer una clara visión de lo que quiere, como, que enseñar y a quienes, hay factores que debemos analizar en los diferentes niveles de aprendizaje, de asimilación y por otro lado el del docente, que debe crear, ajustar, preparar actividades a realizar ya sea individuales o en grupo para que su aprendizaje sea más eficaz.

Por lo expuesto, me pareció una importante razón de este tema en el área de la matemática, mencionar que la propuesta que expongo se debió en primer lugar porque he estado desarrollando mis actividades en este apartado y he impartido este contenido a los estudiantes de secundario por unos años y he observado y detectado las fortalezas y oportunidades, las necesidades, los recursos, de la preparación que debemos poseer para brindar este contenido.

Por ello, esta propuesta está dirigida a estudiantes de la educación secundaria en El Salvador, en primer lugar, contar con un nivel de conocimiento que se adecue a su edad y nivel de asimilación, por su flexibilidad y capacidad de adaptación de cara a que los estudiantes puedan seguir ritmos distintos en su aprendizaje. En segundo lugar, por la amplia gama de aplicaciones que encontramos en el Internet que permitirán el aprendizaje de los contenidos con mayor motivación y mayor interés, que provoca en el estudiante la inquietud por la adquisición de beneficios que le ayudan a imaginar, mejorar la eficiencia, la productividad académica y la investigación, así como también aumentar el interés en las actividades académicas, que le permitirá crear un espacio para el uso de herramientas tecnológicas, que mantienen la atención de los estudiantes con una mayor facilidad.

Para fortalecer a quien va dirigido es necesario conocer de las características de los estudiantes en secundaria

1- Como encargados del proceso de enseñanza conocemos y como conocedores de la realidad en nuestros centros educativos de muchos años de experiencia en las aulas, sabemos que los estudiantes de secundaria son individuos en una etapa intermedia entre la infancia y la adultez, es una de las principales características en los alumnos que se encuentran. Los alumnos son difíciles en esta etapa, pero no es imposible trabajar con

ellos. Podemos observar la diversificación de estereotipos de educando en el aula; a esta edad son muy rebeldes, asisten a la secundaria por obligación, no ve que es interesante la educación, no tienen visión de futuro, desean desarrollarse físicamente, las relaciones entre alumnos y maestros no es buena, no le parecen favorables las reglas, es más a veces están en contra de las ellas, pero con una buena “dosis” de estrategias educativas y creatividad en la actividad académica, didáctica, pedagógica, que integradas apoyarán a orientarlos a una visión de lo que quieren ser, de su profesión, una orientación que puede robustecerlos repensando cómo realizar los mejores cambios que apoyen y visualicen a consolidar con madurez cada uno de los contenidos que quiera avistar, que le ayudarán a una especialización en un futuro.

2.- La edad, está en su pleno apogeo de la curiosidad, socialización, del descubrimiento de la rebeldía, etc. Diremos la adolescencia es una gran experiencia de aprendizaje, tanto en el mundo escolar como social, adquisición de nuevas formas de relaciones con otros, apertura a nuevas actividades académicas y sociales, de valores más amplios y diferentes que los de su reducido marco familiar. Como hemos visto hasta ahora, el adolescente se enfrenta a un mundo de nuevas y más complejas necesidades, retos y obstáculos sin que desde las etapas tempranas y en especial a lo largo de estas edades se les haya preparado, armándolos de las capacidades, los saberes, habilidades, en fin, las competencias que le posibiliten integrarse de forma satisfactorias al universo académico, científico y el de socializar sus ideas para su profesionalización.

3- Otro elemento que pude observar en mis años de experiencia es que el aprendizaje colaborativo favorece a que los estudiantes trabajen juntos, se acompañan entre sí, socializan las dificultades y buscan soluciones a estas, que actualmente la tecnología ofrece para que desarrollen, es una de las habilidades y destrezas adquiridas en el manejo de dispositivos móviles. Además, es de considerar que a esta edad se potencian o mejoran

sus habilidades y ponerlos en perspectiva, darles una orientación a que logren las metas que se proponen todo bajo un marco de respeto, tolerancia y comunicación asertiva.

Por ello me parece importante este proceso de socialización en el aula porque fortalece sus procesos cognitivos, socioafectivo y la integración de las TIC'S en el aula mejora la comunicación entre ellos, en general es un proceso de participación activa y constructiva, el diálogo inherente a este tipo de aprendizaje es también un elemento fundamental, para desarrollar la comunicación entre profesores y estudiantes, lo que les permite compartir fluidamente los conocimientos y las experiencias.

Desde esta perspectiva enriquece la comprensión de los contenidos del aprendizaje, por lo que es un requisito esencial para lograr un aprendizaje eficiente-duradero generalizable y transferible a nuevas situaciones, es decir que el aprendizaje le sea significativo.

Por lo tanto, del educando actual señalamos las siguientes características; es interactivo, espontáneo, inquieto, resuelto, crítico, hábil en el uso de tecnologías, colaborativo, ávido de experiencias y sensaciones nuevas, estas características son de aprovechar para implementar nuevas investigaciones, descubrimientos que mejoren en su conocimiento, por estas faces es importante la implementación de esta propuesta, en la que será necesario de todas ellas para inducirlo a su profesionalización.

Finalizo este resumen de características citando:

De la escuela se espera

Que constituya una importante experiencia socializadora para los niños y los jóvenes, conformándolos de acuerdo con las normas y las convenciones de la sociedad adulta;

Que les enseñe formas particulares de conocimiento capaces de generar en ellos una visión racional y realista del mundo, que garantice la correspondencia de su pensamiento con lo que es real y verdadero en el mundo.

Que contribuya desarrollar el potencial singular que encierra cada niño.

Kieran Egan,(2005).

Identificación de problemas relevantes que se observan y presentan en los centros educativos actualmente en nuestro país

Profesores

- Proceso de enseñanza aprendizaje con carácter esencialmente instructivo, cognitivo, en el cual se centran las acciones en el docente y en menor medida en el estudiante.
- No se aprovechan las posibilidades que brindan, tanto el contenido como el proceso en sí. Esto se manifiesta en la forma en que se orienta y controla el PEA.
- Estudio estrecho del contenido, limitado a la materia de la ciencia que imparte o en la que va a ejercer y a elementos de pedagogía y didáctica.
- Poco uso del diagnóstico y de las situaciones del contexto.

Estudiantes

- Poca motivación y participación en las clases de forma activa e independiente.
- Tienden a aprender de forma reproductiva.
- Se observa muy afectado el desarrollo de habilidades para la reflexión crítica y autocrítica de los conocimientos que aprende, de ahí que su inclusión consciente en el proceso se vea limitada.
- Existen limitaciones de tipo económico en algunas zonas de nuestro país a veces limitando la disponibilidad del alumno a aprender, pero esto puede solventarse proporcionando todas las herramientas necesarias en la escuela.

- Debe de hacerse énfasis en el uso de ejemplos o situaciones que los alumnos puedan identificar en su entorno para que el aprendizaje sea más significativo, ya que de lo contrario no identifican algunos conceptos que se les enseñan.

¿Dónde está la debilidad en nuestra educación?

Produce satisfacción observar el apoyo que se recibe en la preparación, capacitación e implementación de herramientas que contribuyan a la educación en nuestros maestros, esto se refiere a que no es de extrañar estos cambios, por que se debe a las ausencias de los enfoques tradicionales sobre desarrollo educativo, y que hoy en día se están haciendo progresivamente evidentes el movimiento creciente hacia el cambio.

En nuestro país se ha ensayado en las últimas décadas varias reformas educativas y como tal algunas han mantenido a lo largo de los años a pesar de los cambios en las estructuras sociales, económicas y políticas, y que no fueron completadas y su implementación resultó problemática. Sin embargo, cada una de las reformas no consideraban el contexto de las características de nuestro entorno cultural, lo que sí podría destacarse la importante modificación que sufrió el andamiaje en las últimas décadas. Las reformas educativas de alguna manera han modificado los planes de nuestro sistema escolar. Dicho esto, no es desconocido que enfrentamos como cualquier otro, desafíos en la educación y hay artículos de investigación que existe una serie de problemas en esta área en otros países al igual que los nuestros, eso nos lleva a considerar que existen fallas en nuestro sistema educativo.

A parte de esto existen una serie de debilidades en nuestro sistema educativo, las cuales voy a enumerar para tener una idea de los obstáculos que esta tiene:

- Hay poca capacitación docente.
- Se usan libros de texto sin que el maestro tenga una capacitación sobre ellos.

- Existe poco acceso a un computador por parte de los alumnos.
- Los alumnos presentan cierto rechazo a la Matemática.
- Resulta difícil cubrir el total del plan de estudio cada año.
- Abandono escolar.
- Cambios en los planes de estudios por razones políticas.
- No se individualiza el aprendizaje en nuestras escuelas.
- La educación actual no fomenta la curiosidad ni la creatividad.
- Los contenidos no presentan una secuencia estructurada.
- Algunos docentes imparten materias para las cuales no son especialistas.
- Falta más cobertura en la educación del país.
- Falta de recursos y ambientes adecuados.
- La infraestructura en algunos centros escolares es deficiente.
- No se respetan las horas de clases por realizar otras actividades.
- No hay estímulos para que los estudiantes estudien matemática.
- Son pocos los centros educativos que participan en las Olimpiadas de Matemática.
- Debería de asignar docentes de matemática en la materia desde primer ciclo.
- A veces el alumno siente que el campo de estudio de la matemática no representa su entorno social.

Podría haber más, ya que cada docente conoce cuáles son sus debilidades en el medio que se encuentra.

La Metodología

Desde hace varias décadas, el sector educativo se encuentra a la vanguardia de grandes reformas curriculares orientadas a obtener visiones integrales en los programas de formación. A nivel de educación superior, un tema trascendental dentro de estas reformas es la propuesta de un nuevo modelo pedagógico de formación y evaluación por competencias.

A partir del año 2004, al tipo de enseñanza tradicional presencial practicada en las aulas se incorpora el complemento de la educación a distancia como nuevas modalidades de trabajo académico asistidos por computadoras, con la idea de complementar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos.

Nuevas formas de pensar el proceso de enseñanza que implica la combinación de la reflexión tecnológica y pedagógica para el desarrollo de una acción didáctica en escenarios virtuales, con nuevas formas de entender el aprendizaje, y que influye en el desarrollo de materiales a partir del planteo de otras relaciones entre los sujetos, los espacios y los tiempos, en pos de la realización de una acción formativa pensada, desarrollada y diseñada para destinatarios específicos.

El entorno virtual de enseñanza es un espacio de comunicación que integra un extenso grupo de materiales y recursos diseñados y desarrollados para facilitar y optimizar el proceso de enseñanza y, por ende el aprendizaje de los alumnos mediados ambos por TIC's Integra diversos soportes (textual, audiovisual, digital.....), plantea nuevas interacciones entre los sujetos de la relación pedagógica (tutores-alumnos), favorece la comunicación inter e intra-áreas, crea nuevos formatos de interacción y nuevas relaciones entre el contenido y la tarea correspondiente. Es un facilitador en tareas de evaluación y seguimiento.

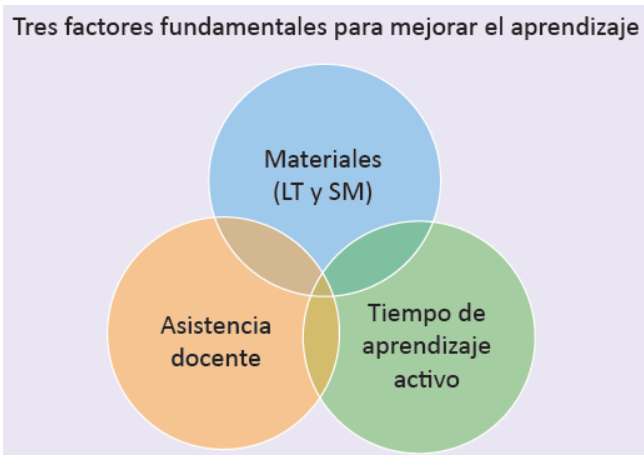
Los entornos virtuales varían según “sus niveles, su grado de accesibilidad, opciones y recursos disponibles”, con el propósito de aumentar el nivel de eficiencia del curso o los cursos que se realicen en él, y dirigiendo su mirada hacia una mayor calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Por lo tanto, la elección de un Aula Virtual debe corresponderse también con las intenciones educativas, las finalidades curriculares y los objetivos docentes; así mismo, estará condicionada por la intención del curso, sus contenidos, participantes y actividades planificadas, y todo ello en base a las herramientas existentes (foros de debate, chat, agendas...) en los entornos o a su posibilidad real de incorporar nuevas herramientas que faciliten la comunicación educativa.

El Ministerio de Educación presenta la siguiente metodología

El ministerio de educación lo aborda con el nombre de sugerencias metodológicas en cuya estructura para el nivel de Bachillerato tanto de los primeros años como el del segundo lo plantea así:

Estrategia para el mejoramiento de los aprendizajes en matemática (MINED, Sugerencias metodológicas, ESMATE, 2019)

La meta con el uso de estos materiales educativos es el mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes, quienes asumirán la responsabilidad del futuro del país; y como parte de la estrategia que se propone, a continuación se presentan los factores relacionados con dicha finalidad:



Estrategias para el mejoramiento de los aprendizajes en matemática

Tres factores fundamentales para mejorar el aprendizaje

Materiales

LT y SM (LT=Libro de Texto y SM=Sugerencia Metodológica)

Tiempo de aprendizaje activo

Asistencia

Docente

Materiales, como el Libro de texto y la Sugerencia metodológica, el **Tiempo de aprendizaje activo** dentro de la clase y en el hogar y la **Asistencia** o **Facilitación** del docente para propiciar el aprendizaje.

Materiales

Para garantizar la efectividad y eficiencia del aprendizaje se necesita un material que tenga la secuencia didáctica apropiada y el nivel de complejidad razonable, basado en el nivel de comprensión de los estudiantes, es decir, los contenidos de dicho material tienen que ser académica y didácticamente adecuados y al mismo tiempo ser más amigables para el aprendizaje.

Para satisfacer la primera necesidad mencionada, en los dominios cognitivos que se desarrollarán en la asignatura de Matemática deben estar estrictamente reflejadas las competencias establecidas por el MINEDUCYT. Para cumplir la segunda necesidad, el contenido del LT debe corresponder lo más cercanamente posible a las necesidades académicas que tienen los estudiantes salvadoreños.

Tiempo de aprendizaje activo

Es importante destacar que como un paso previo a la elaboración de estos materiales de texto, el MINEDUCYT realizó una investigación en las aulas y detectó una característica no favorable: que el tiempo que se dispone en cada aula para el aprendizaje activo es insuficiente; en consecuencia, se ha limitado el desarrollo de las capacidades de los estudiantes, es así que en el LT que se ha elaborado, se recomienda a los docentes que aseguren un espacio de al menos 20 minutos para que cada uno de los estudiantes aprenda activamente por sí mismo o interactivamente con sus compañeros.

1. Elementos de una clase del Libro de texto

La siguiente página corresponde a la clase 2.4 de la unidad 5.

Indica el número de la lección. Hace referencia al número de la clase.

En el primer momento de la clase, el estudiante debe pensar una solución a partir de una situación problemática, la cual permite introducir el contenido que se desarrollará.

En este segundo momento de la clase, el libro de texto propone una o varias formas de resolver el problema planteado.

Se consolida el contenido, aquí se relaciona el problema inicial y la solución, para explicar con lenguaje matemático la finalidad del contenido.

En algunas clases se propone un problema más, para mejorar la comprensión del contenido.

Se presentan problemas y ejercicios para que el estudiante practique lo aprendido.

Cuando aparezca este icono, significa que los estudiantes pueden utilizar la calculadora para resolver el problema.

Indica la unidad a la que corresponde la clase.

2.4 Cambio de base de un logaritmo*

Problema Inicial
 ¿Puedes calcular el valor de $\log_5 5$ utilizando el logaritmo base 10?

Solución
 Sea $x = \log_5 5$. Entonces:
 $2^x = 5$ por la definición de logaritmo.
 $\log 2^x = \log 5$ se aplica logaritmo a ambos lados de la igualdad.
 $x \log 2 = \log 5$ utilizando propiedades de logaritmo.
 $x = \frac{\log 5}{\log 2}$

Se utiliza la calculadora para determinar el cociente:
 $\log 5 = 2.321928095...$

Definición
 Sean a, b y c números positivos tales que $a \neq 1$ y $c \neq 1$. Se determina cambio de base a la igualdad:
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Ejemplo
 1. Demuestra la propiedad del cambio de base para $c = 10$.
 Se tiene que $x = \log_a b \Rightarrow a^x = b$.
 Se aplica logaritmo base 10: $\log a^x = \log b$.
 Se aplica la propiedad del logaritmo de una potencia: $x \log a = \log b$.
 Se despeja x : $x = \frac{\log b}{\log a}$, $\log a \neq 0$ ya que $a \neq 1$.
 Por lo tanto, se tiene que $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$.

2. Calcula el valor de $\log_8 8$.
 Se utiliza $c = 2$.
 $\log_8 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 8} = \frac{3}{3} = 1$.
 Por lo tanto, $\log_8 8 = 1$.
 Se puede utilizar cualquier base.
 $\log_8 8 = \frac{\log_4 8}{\log_4 8} = \frac{\log_4 2^3}{\log_4 2^2} = \frac{3 \log_4 2}{2 \log_4 2} = \frac{3}{2}$.

Problemas
 1. Simplifica los siguientes logaritmos con la propiedad de cambio de base.
 a) $\log_8 32$ b) $\log_4 \frac{1}{9}$ c) $\log_9 \sqrt{3}$ d) $\log_4 \frac{1}{\sqrt{2}}$
 e) $\log_2 27$ f) $\log_3 3$ g) $\log_2 \sqrt{8}$ h) $\log_2 \frac{1}{\sqrt{4}}$

2. Calcula el valor de los siguientes logaritmos.
 a) $\log_8 24$ b) $\log_8 \frac{1}{2}$ c) $\log_2 5$ d) $\log_2 \sqrt{2}$ Véase $c = 10$.

Aprendizaje activo

1. En forma individual

¿En qué momento se fortalecen los aprendizajes? Cuando un estudiante está trabajando individualmente, leyendo el LT, resolviendo problemas en su cuaderno de apuntes, etc., se aprende activamente. Por el contrario, cuando el estudiante solo está escuchando lo que está explicando el docente, se aprende menos porque su actitud de aprendizaje será pasiva en forma general.

Por esta razón, se recomienda al docente que garantice un espacio de tiempo donde cada uno de sus estudiantes aprenda activamente de forma individual.

2. En forma interactiva

En la práctica docente, muchas veces se provee asistencia a uno o dos alumnos en forma particular, dejando sin atención al resto de estudiantes. Es un hecho que es

difícil brindar asistencia a cada estudiante, aunque todos tienen la necesidad de aprender.

¿Existe otra alternativa para que todos los alumnos reciban asistencia oportuna?

Se debe generar aprendizaje interactivo entre alumnos (o aprendizaje mutuo), ya que este tiene varias ventajas, primero, en el trabajo en parejas, si un estudiante no entiende un contenido, puede consultar a su compañero sin perder el tiempo (sin esperar la asistencia de parte del docente); segundo, el estudiante que explica a sus compañeros, profundiza su comprensión a través de la explicación en forma verbal; tercero, los alumnos a quienes no se puede dar asistencia en forma individual tendrán más oportunidad de aprender, y cuarto, se genera un ambiente de convivencia en el aula.

Con todos estos insumos estructuraremos la metodología que proponemos para nuestra propuesta.

Propuesta metodológicas por diferentes autores

Con respecto a propuestas didácticas en la rama de la matemática existen muchos estudios realizados, cada uno con un diferente enfoque; el artículo titulado: “DIDÁCTICA DE LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS A NIVEL PREUNIVERSITARIO”, de los autores: Andrés Hernández y Yolanda Serres Voisin (Revista ALME, volumen 27, año 2014), hace una observación del desempeño de los alumnos en la resolución de problemas, para ello se auxilia de 4 pasos que los autores definen así: 1) la comprensión del problema; 2) los conocimientos matemáticos necesarios para la resolución del problema; 3) el uso de estrategias para la resolución del problema y 4) el papel del docente como mediador del proceso de solución de problemas. Pero como base de la investigación plantean primeramente el modelo de los cuatro pasos para la resolución de un problema propuesto por Polya en 1965 el cual es:

1) Comprender el problema: Aquí se resume toda la información dada y que se desea determinar. En este paso a los estudiantes se le pueden hacer las siguientes preguntas, ¿Entiendes lo que se dice?, ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?, ¿Distingues cuáles son los datos?, ¿Sabes a qué quieres llegar?, ¿Hay suficiente información?, ¿Hay información extraña?, ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

2) Concebir un plan: En este paso se expresa la relación entre los datos y la incógnita a través de una ecuación o fórmula. Aquí es en donde el estudiante diseña una estrategia, entre las cuales tenemos: ensayo y error, usar una variable, buscar un patrón, hacer una lista, resolver un problema similar más simple, hacer una figura, hacer un diagrama, usar razonamiento directo, usar razonamiento indirecto, resolver un problema equivalente, trabajar hacia atrás, resolver una ecuación, usar casos, buscar una fórmula.

3) Ejecución del plan: en esta fase se implementa la o las estrategias que se escogieron para solucionar completamente el problema o hasta que la misma sugiera utilizar otra estrategia.

4) Examinar la solución obtenida o mirar hacia atrás: consiste en examinar a fondo cálculos y razonamientos matemáticos utilizados, y que la solución corresponda al problema propuesto originalmente. Schoenfeld incluye en su protocolo una etapa exploratoria previa a la concepción del plan, donde el estudiante explora con algunas estrategias antes de concebir un plan definitivo.

Algunas observaciones de la investigación son que: el docente tenga un rol de observador participante, que permita a las y los estudiantes desarrollar su pensamiento matemático, probar, hacer inferencia, identificar conceptos, procesos y resultados de la matemática del bachillerato necesarios para resolver el problema, sacar cuentas con casos sencillos, y, en caso de que el estudiante no avance en el proceso, entonces el docente hace preguntas

abiertas que estimulen la explicación, el ordenamiento de las ideas, el razonamiento, en fin, desarrollar la actitud científica.

Con esta base teórica se procede en la investigación a plantearle a los alumnos un problema, el cual es: ¿Qué número tienen las páginas de un libro si al abrirlo, el producto de las páginas es 992?

Luego de aplicarlo a los alumnos se analizan las diferentes maneras de solucionarlo, cabe mencionar que algunos los resolvieron por un método que se catalogó como aritmético ya que consistía en prueba y error y el otro consistió en descomponerlo en factores primos (estos dos métodos obtuvieron la solución correcta, también hubieron algunos que plantearon la ecuación y la resolvieron por métodos de factorización o ecuación cuadrática, cabe destacar que se debía de tener claro que los números debían ser consecutivos, otros por otra parte no plantearon bien la ecuación o no tuvieron en cuenta que los números que se buscan debían ser consecutivos; lo más importante de esta investigación se resume en: En la planificación de la clase donde se discute la resolución de problemas es fundamental la escogencia del tipo de problema de forma tal que se estimule la actitud científica, a través de preguntas, de reflexiones y de solicitud de conclusiones y razonamientos.

La evaluación debe ser realizada por el docente por medio de prácticas evaluativas continuas y con un enfoque que permita analizar el proceso que lleva el estudiante en cuanto a conocimientos adquiridos. Una evaluación que tome en cuenta los procesos de los estudiantes permite modificar

las estrategias empleadas en el aula con el fin de apoyar al estudiante en la adquisición del aprendizaje.

Y es necesario elaborar un banco de problemas resueltos por los estudiantes, ya que esto permite apoyar la comprensión del problema e ilustrar las distintas estrategias que pueden

usarse para resolver un mismo problema combatiendo la creencia de que en matemática hay un solo camino de hacer las cosas: el camino que escoge el docente.

También en trabajos de tesis se han hecho investigaciones, como por ejemplo la tesis: “Propuesta metodológica para una enseñanza explícita de la resolución de problemas matemáticos”. (Raúl Domínguez, la Habana 1999), este es un trabajo a fondo de la metodología sugerida para una enseñanza en la resolución de problemas, este trabajo muestra un rol activo entre el docente y el alumno donde sugiere:

Papel del profesor en las situaciones de aprendizaje.

1. Ayudar a los estudiantes a que acepten los retos que exige resolver problemas.
2. Crear una atmósfera de confianza, seguridad y empatía.
3. Permitir que los estudiantes seleccionen e implementen sus propios caminos de solución y ayudarlos solamente cuando sea necesario.
4. Servir de modelo en la búsqueda y aplicación de estrategias efectivas para la resolución de problemas.
5. Ser auténtico. Manifestarse tal cual es, como una persona con problemas, que puede equivocarse.
6. Facilitar la expresión y comunicación de ideas mediante la resolución de problemas en grupo, las propuestas en común y las discusiones. Actuar como moderador y facilitador.
7. Propiciar la participación de todos los miembros del grupo, animando a los más pasivos y cuidando que ninguno monopolice la participación. No inhibir ni polarizar la participación.
8. Evitar que se desechen ideas irreflexivamente, favorecer que se profundice en ellas. Emplear el error con fines educativos.

Papel del estudiante en las situaciones de aprendizaje.

1. Ser protagonista del proceso y no un simple espectador. Asumir su propio aprendizaje, responsabilizarse con él.

2. Participar activamente en todos los momentos del aprendizaje, desde la selección, determinación, consecución de los objetivos de las actividades a desarrollar y la profundidad con que se aborden los problemas y sus soluciones, hasta la estimulación de la autoevaluación del aprendizaje.

3. Reconocer que sus compañeros y profesores son seres humanos, falibles, aceptarlos como son.

4. Colaborar con el desarrollo del trabajo del equipo o grupo, aportando ideas e iniciativas.

Estas consideraciones se ejecutan mediante una propuesta metodológica, en la cual el autor explica que: La introducción en la práctica educativa de la enseñanza explícita de la solución de problemas requiere de una adecuada preparación de los docentes y de un alto grado de interés y motivación en los mismos.

Las actividades de enseñanza- aprendizaje que forman parte de esta propuesta para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos son:

- De modelación.
- De solución independiente de problemas
- De retroalimentación.

De formulación de problemas.

La estrategia general para el diseño y ejecución de situaciones de aprendizaje contempla

- La evaluación del contexto de actividad escolar.
- La planificación y diseño de situaciones de enseñanza.
- La ejecución de las alternativas propuestas.
- La evaluación.

El autor concluye con: “Con la aplicación de este proyecto se logra no solo elevar los niveles en el desarrollo de la capacidad para resolver problemas, sino, además potenciar cualidades psicológicas como la fluidez, la flexibilidad, la originalidad y operaciones intelectuales como el análisis, la síntesis, la comparación, la generalización y la toma de decisiones”.

En otros trabajos que se han consultado existe un factor común el cual es que el profesor debe de conocer el tipo de alumnado que tiene para poder aplicar una metodología de acuerdo a las capacidades de sus alumnos, en el caso de Señales y Sistemas Discretos esto es aún más importante ya que nunca se ha impartido a educación media, por lo que para finalizar se listan algunos métodos de enseñanza que el docente puede utilizar según el crea conveniente.

1. APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS

Se trata de un método integrador que plantea la inclusión del alumno en una situación o problemática real que requiere solución o comprobación. Parte del interés del estudiante, y se caracteriza por aplicar de manera práctica una propuesta que permite solucionar un problema real desde diversas áreas de conocimiento, dicha propuesta está centrada en actividades que conllevan la elaboración de un producto de utilidad social.

2. APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS

Es una metodología en la cual se investiga, interpreta, argumenta y propone la solución a uno o varios problemas, creando un escenario simulado de posible solución y analizando las probables consecuencias. Los problemas planteados deben motivar a los estudiantes a participar en escenarios relevantes que faciliten la conexión entre la teoría y su aplicación. Se puede trabajar con problemas abiertos o cerrados.

3. GAMIFICACIÓN

Es la aplicación de mecánicas de juego en el ámbito educativo, con el fin de estimular y motivar la competencia, la cooperación, la creatividad y los valores que son comunes en todos los juegos. Es bien sabido que esto ya se viene aplicando en las aulas desde tiempos atrás, aunque con el auge de los videojuegos, las aplicaciones, así como de los celulares y las tabletas, se ha vuelto a retomar como metodología de enseñanza en las escuelas.

4. APRENDIZAJE COOPERATIVO

El aprendizaje cooperativo va más allá de agrupar las mesas y sillas, o de lanzar preguntas a toda la clase, se basa en aprovechar la diversidad de ideas, habilidades y destrezas para lograr objetivos conjuntos. Tradicionalmente vista como desventaja, la heterogeneidad del aula se torna en un eficaz recurso de aprendizaje y se favorece el desarrollo de las potencialidades de los estudiantes.

Conceptos Teóricos

Los conceptos en que se basa esta propuesta vienen dados de la Educación por Competencias y situación problémica, el cual se ha escogido porque es el que se ha estado usando en estos últimos años por el ministerio de educación, aunque esta temática es amplia he tratado de abordar la propuesta con esta temática, la cual se basa en el Saber Ser, Saber Conocer y Saber Hacer, estos conceptos serán ampliados posteriormente.

Ya que existen diversidades de teorías como son: el aprendizaje significativo, el constructivismo, la situación problémica, zona de desarrollo próximo, etc. No se pretende adherirse completamente al Enfoque por Competencias más bien tomarlo como base teórica y apoyarse en otras teorías.

Corrientes Didácticas.

Es necesario basar la propuesta didáctica en alguna corriente pedagógica, para ello repasare brevemente algunas de ellas.

El aprendizaje significativo de Ausubel, esta teoría creada por David Ausubel se basa en las premisas que: Los nuevos conocimientos se incorporan a los antiguos conocimientos, es necesario el interés del alumno, y este facilita la adquisición del conocimiento y por último el aprendizaje debe ser activo y personal.

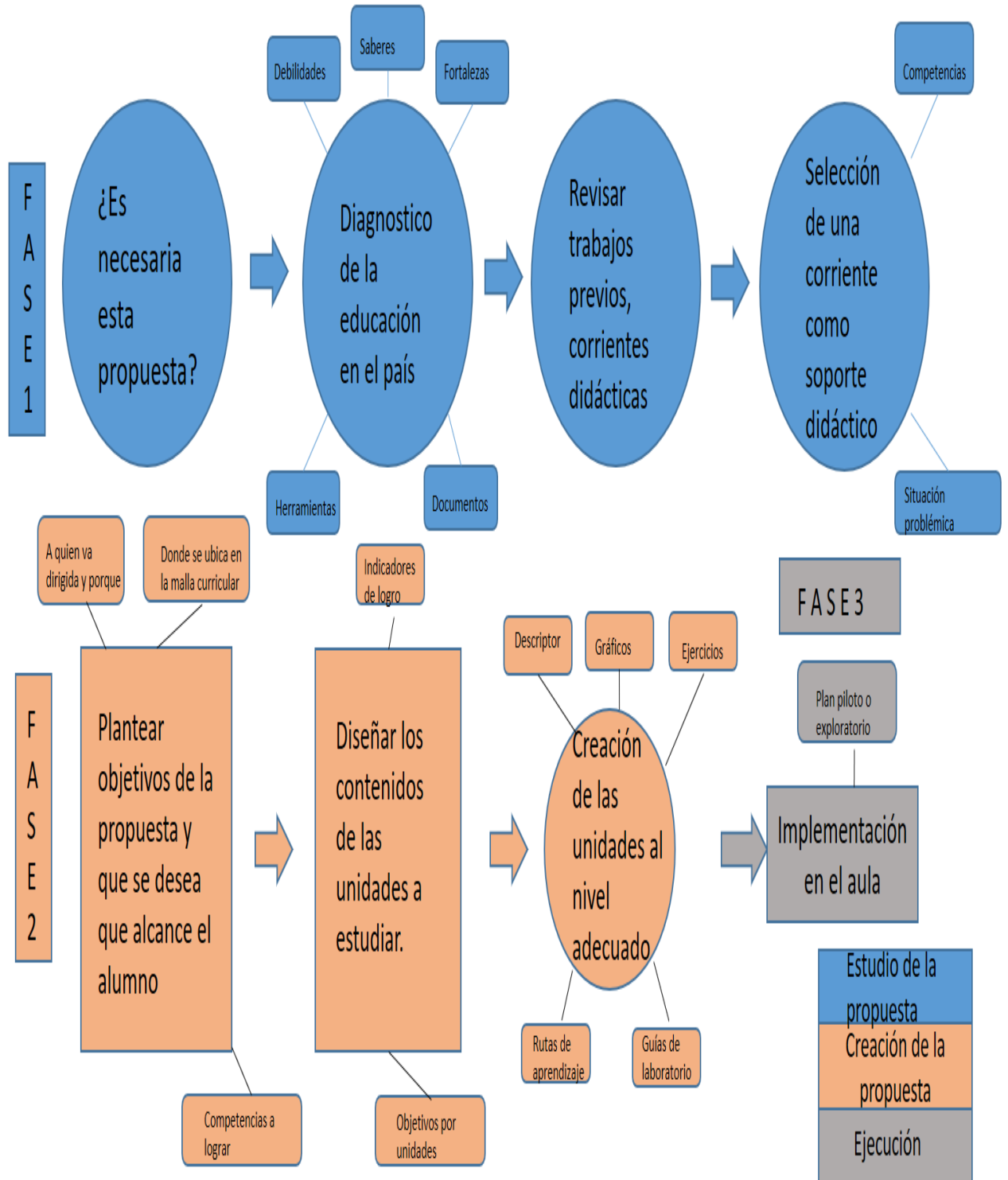
La situación problémica de Pólya, creada por George Pólya estructura el aprendizaje matemático basado en la resolución de problemas para ello propone cinco pasos:

- 1-Entender el problema.
- 2-Realizar una representación gráfica del problema.
- 3-Trazar un plan.
- 4-Realizar la operación que hemos deducido.
- 5-Ver hacia atrás o comprobar la respuesta.

El constructivismo de Vygotsky, esta teoría creada por Lev Vygotsky, postula en considerar al individuo como el resultado del proceso histórico y social donde el lenguaje desempeña un papel fundamental; Para Vygotsky, el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, pero el medio entendido social y culturalmente, no solamente físico.

Existen también otras corrientes como: La pedagogía tradicional, El Modelo de Van Hiele, La escuela nueva o activa, El Cognoscitivismo, El Humanismo, La Tecnología Educativa etc. ya que existen una diversidad de corrientes he aprendido que no se debe ‘casar’ con ninguna, para auxiliarse de la que sea necesaria, en el país actualmente se estudia bastante el modelo de enseñanza por competencias por lo que se ha tomado este modelo como base teórica para la creación de esta propuesta didáctica.

El siguiente diagrama representa las fases con una pequeña descripción de como se ha desarrollado la propuesta didáctica.



Consideraciones metodológicas para la elaboración de la propuesta metodológica.

- 1.- Situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje del contenido de sistemas y señales.
- 2.- Diferentes estilos, métodos que utilizaremos los docentes que imparten la disciplina de Señales y sistemas para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- 3.- Análisis de los objetivos del contenido en cada una de sus unidades.
- 4.- Valoración de las acciones propuestas para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje, utilizando los fundamentos de la didáctica y las potencialidades que ofrece el contenido propuesto
- 5.- Intereses y motivaciones de los estudiantes
- 6.- Análisis de los resultados obtenidos en desarrollo del contenido.

Estructura y funcionalidad de la propuesta metodológica:

Etapas de la propuesta metodológica:

- 1.- Revisión de documentos (expediente acumulativo, actas de colectivos de año, trabajos de otros autores), saberes previos de los estudiantes, intereses profesionales, conocimientos sobre las temáticas a tratar.
- 2.- Determinación de los elementos del contenido de la clase para el ejercicio profesional.
 - Tema
 - Tipología de clase
 - Actualización del contenido

- Recursos materiales con que se cuenta
- Sugerencias ético-profesionales.

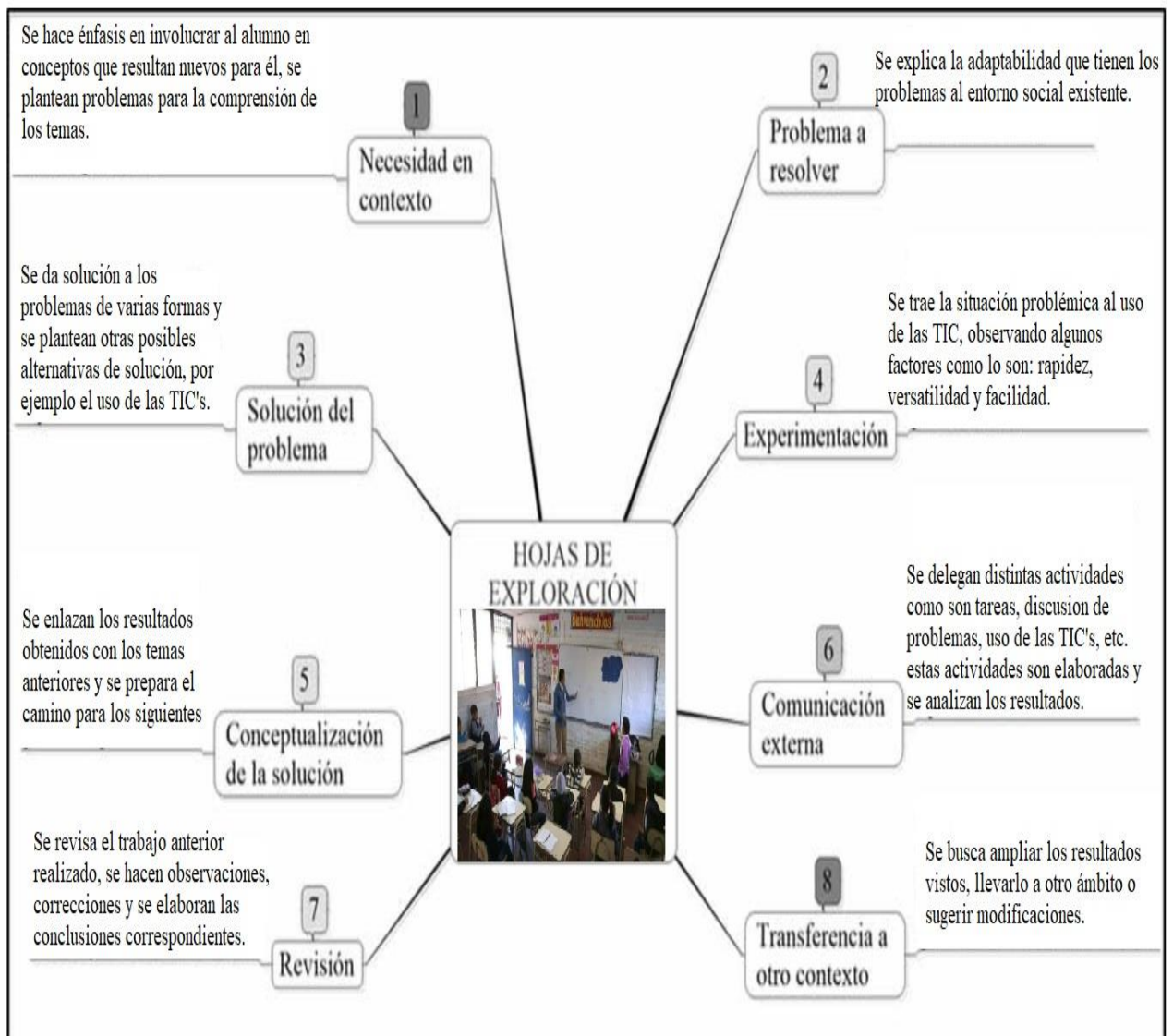
Elaboración del sistema de actividades y tareas a resolver.

Es necesario para la elaboración del sistema de actividades o tareas a resolver en el proceso de enseñanza - aprendizaje del contenido de señales y sistemas.

Lo que debe contener:

- Lograr el protagonismo de los estudiantes en la realización de cada tarea.
- Una buena concentración y disposición para la realización de las mismas.
- Un buen aseguramiento del nivel de partida en cada actividad docente a realizar.
- Despertar el interés en los estudiantes hacia el resto de las asignaturas del plan de estudio.
- Ofrecer niveles de ayuda cuando sea necesario, favoreciendo que se mantenga el deseo por aprender y por establecer nexos y relaciones interdisciplinarias con los contenidos estudiados.
- El sistema de actividades o tareas a resolver deben ser: Interesantes, Creativas, Variadas, Profundas e Integradoras.

Esquema de “Propuesta para la enseñanza de sistemas y señales”



Ubicación de la asignatura en la malla curricular de las asignaturas de secundaria.

Ya que el contenido de señales y sistemas discretos es un contenido nuevo en la currícula salvadoreña y ya que las unidades a estudiar en primero y segundo grado de bachillerato ocupan todo el año, creo que lo más idóneo es incluirlas al final de cada año lectivo, es decir la unidad 1 de señales y sistemas discretos se ubicaría así:

Programa actual de primero de bachillerato

Unidad 1: Utilicemos las razones trigonométricas. Trigonometría

Unidad 2: Recopilemos, organicemos y presentemos la información. Estadística

Unidad 3: Organicemos y tabulemos variables discretas y continuas. Estadística

Unidad 4: Grafiquemos relaciones y funciones. Relaciones y funciones

Unidad 5: Utilicemos medidas de tendencia central. Estadística

Unidad 6: Trabajemos con medidas de posición. Estadística

Unidad 7: Resolvamos desigualdades. Álgebra

Unidad 8: Interpretemos la variabilidad de nuestro entorno. Estadística

Unidad 9: Utilicemos las funciones algebraicas. Álgebra

Unidad 10: Introducción a los señales y sistemas. Señales y Sistemas

La unidad 2 de señales y sistemas discretos se ubicaría así:

Programa actual de segundo de bachillerato

Unidad 1: Estudiemos sucesiones aritméticas y geométricas. Álgebra

Unidad 2: Utilicemos el conteo. Estadística

Unidad 3: Analicemos la función exponencial y logarítmica. Relaciones y funciones

Unidad 4: Estudiemos la probabilidad. Estadística

Unidad 5: Utilicemos probabilidades. Estadística

Unidad 6: Solucionemos triángulos oblicuángulos. Trigonometría

Unidad 7: Apliquemos elementos de geometría analítica. Geometría analítica

Unidad 8: Resolvamos con geometría analítica. Geometría analítica

Unidad 9: Utilicemos la trigonometría. Trigonometría

Unidad 10: Características de los sistemas y ecuaciones en diferencias. Señales y Sistemas

Descripción general de Señales y Sistemas Discretos

Existen dos ramas bien definidas acerca del estudio de las señales y sistemas; por un lado, está la de señales y sistemas continuos y la de señales y sistemas discretos, la primera es mucho más antigua que la segunda, esta involucra el estudio de señales (o funciones) de tipo continuo en el tiempo, estas señales se les ha llamado históricamente como analógicas, es de ellas que surgió el análisis de las series de Fourier que es ampliamente usada en La Termodinámica, La Teoría Electromagnética, La Sismología etc.

El inconveniente que presenta este estudio para la educación media es que se basa en herramientas matemáticas que son desconocidas para el estudiante de bachillerato, parte de la base de esta teoría está fundamentada en el análisis de la función impulso unitario o delta de Dirac, que para las personas que tienen conocimientos avanzados de matemática saben que se define de una forma especial por medio de una integral impropia, ahí tendríamos una primera debilidad para abordarla en educación media, también existen otras limitantes de conocimiento matemático, como el uso de números complejos, el uso de integrales definidas para encontrar la Transformada de Fourier, como podemos observar sería muy difícil adaptarlo al programa de bachillerato.

Por otro lado, el estudio de señales y sistemas discretos que es el hermano cercano del tratamiento continuo presenta más accesibilidad ya que la función análoga a la delta de Dirac es la muestra unitaria y es extremadamente sencilla su definición, además de esto resulta más amigable tratar con sumatorias que con integrales y para el caso discreto tenemos la transformada Z , que a pesar que es una variable compleja puede ser manejada algebraicamente sin perder información.

Ubicación del contenido de la asignatura de forma vertical y horizontal en el nivel de actividades en que se desarrollan en la propuesta

El esquema siguiente refleja que los sistemas y señales discretos cuentan con los contenidos esenciales para su abordaje. En forma vertical se escriben los contenidos básicos que tributan al aprendizaje de sistemas y señales y que este tributa a los contenidos que robustecerán sus estudios avanzados, contribuirá para el abordaje de problemas y creación de modelos en dichos sistemas y señales en su oportunidad.

| | | |
|---|---|--|
| <p>CONTENIDOS QUE LE ANTECEDEN Y APORTAN</p> <ul style="list-style-type: none"> • Álgebra • Trigonometría • Funciones y sus diferentes representaciones • Tipos de señales • Operaciones entre señales. | | |
| <p>Herramientas TICS</p> <p>Prácticas en el centro de cómputo.</p> <p>Uso de software libres que proporcionan diferentes instituciones en la internet</p> | <p>CONTENIDO CONCRETAMENTE, A QUE CONTENIDO APOYA Y LE ANTECEDE.</p> <p>Unidad 1 Introducción a los sistemas y señales discretos.</p> <p>Unidad 2 Características de los sistemas y ecuaciones en diferencias.</p> | <p>Las Asignaturas de en ciencias naturales, sociales, ecología, económicas y otras) que contribuirán a detectar en lo cotidiano los fenómenos que le servirán para que puede modelar los diferentes fenómenos haciendo uso de sistemas y señales.</p> <p>Apoderarse de las diferentes áreas que le permitirán el manejo con propiedad de las conceptualizaciones de las diferentes áreas de las ciencias.</p> |
| | <p>CONTENIDO QUE LE PRECEDEN, EL CONTENIDO DE SEÑALES Y SISTEMAS A QUE TEMAS TRIBUTA.</p> <p>En las Telecomunicaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Sistemas inalámbricos. Estimación de señales en ruido. Codificación/Decodificación. Optimización de ancho de banda. <p>Procesamiento de voz:</p> <ul style="list-style-type: none"> Reducción de ruido. Codificación y síntesis. Reconocimiento del habla. Biometría-detección del locutor. <p>Procesamiento de Imágenes:</p> <ul style="list-style-type: none"> Captura y fotografía. Impresión. Compresión de imágenes. Detección de patrones. Detección de estados emocionales. <p>Multimedia:</p> <ul style="list-style-type: none"> Televisión digital. Cine-video 3D Video conferencias. Videojuegos. <p>Ingeniería Biomédica:</p> <ul style="list-style-type: none"> Captura y análisis de señales médica: Implantes. Telemedicina. Cuidado preventivo. <p>Control Industrial:</p> <ul style="list-style-type: none"> Control de calidad. Control de procesos. Robótica. Reconocimiento de patrones. <p>Militar:</p> <ul style="list-style-type: none"> Radar-Sonar. Detección de objetivos. Estimación de velocidad. Navegación. | |

Rúbricas

¿Por qué utilizar las rúbricas?

Al utilizar rúbricas tus estudiantes y el docente también, conocerán qué necesitan para obtener una evaluación objetiva.

Insertan transparencia a la evaluación y brindan claridad y buena organización al proceso de evaluación y facilitan la relación de los objetivos con la evaluación.

Ventajas

1. Tus estudiantes pueden mejorar su desempeño al conocer claramente qué se espera de ellos.
2. Mayor precisión, confiabilidad y objetividad al momento de calificar.
3. Sirven para validar el juicio emitido o la calificación si existe alguna duda.
4. Tus estudiantes saben qué es lo más importante que será evaluado.
5. La rúbrica sirve como una guía en el proceso para completar la tarea.
6. Permiten una fácil comparación de los objetivos del curso con aquellos aspectos que serán evaluados.
7. Puedes dar retroalimentación inmediata.
8. Al utilizar rúbricas tus estudiantes conocen el máximo nivel de rendimiento que pueden alcanzar y cómo lograrlo.
9. Las rúbricas promueven el pensamiento crítico. Al utilizarlas consistentemente tus estudiantes pueden reflexionar acerca de su desempeño e identificar patrones, fortalezas y debilidades.
10. Las rúbricas te dan información importante acerca del éxito de tu instrucción. Si muchos estudiantes tienen dificultad en un tema probablemente necesites modificar los recursos o métodos que utilizas.

Se han diseñado en este documento 4 rúbricas sugeridas (en anexos), la primera es para evaluar preguntas de ensayo, la segunda es para problemas de desarrollo matemático, la tercera es para las prácticas de laboratorio, esta al igual que la siguiente están diseñadas como listas de cotejo, con el objetivo de hacer una evaluación global y formativa, la cuarta y última es para actividades lúdicas que se realicen durante el curso.

CAPÍTULO III

La Propuesta.

En esta oportunidad queremos emprender una propuesta de trabajo que recoge una amplia gama de información que es relevante, motivante, aplicativo, en la que amplíe las actitudes y las competencias de los educandos con interés en actualizar sus conocimientos enfocados a que éstos adquieran capacidad de trabajo autónomo.

Este trabajo de investigación surge como respuesta a cambios en la forma de enseñar los contenidos en el área de las matemáticas en especial en el área de sistemas de señales y sistemas discretos, una propuesta en la que presenta una estrategia metodológica en la que se pretende el interesado posea y sea capaz de utilizar los recursos necesarios para construir procesos auténticos de transformaciones educativas en las personas, principalmente en la interacción con la realidad.

En ese contexto, se pretende una propuesta metodológica crítica, creativa e innovadora que responda a necesidades emergentes de nuestra realidad educativa y por ende a la sociedad en general. Este documento preténdase que se convierte en una estrategia pedagógica y didáctica que potencia diferentes habilidades, destrezas y competencias en el ser humano, para nuestro caso enfocado a los estudiantes; este documento pretendemos que sea un referente para la formación profesional de las plantas docentes de nuestro sistema educativo y que debe valorar los procesos investigativos, la percepción analítica, crítica y reflexiva de los diversos hechos, fenómenos y situaciones en las que se encuentran inmersos los sujetos.

Este trabajo está dirigido a involucrar a los estudiantes de educación media en El Salvador, en el estudio de las señales y los sistemas discretos. Esta inquietud surge de la necesidad de integrar a las nuevas generaciones en los avances tecnológicos que el mundo globalizado da a pasos

agigantados, este estudio surgió de una manera modesta en la década de los años cincuenta y fue ganando terreno con el auge de las computadoras digitales.

A partir de ese contexto es necesario tener en cuenta las bases matemáticas que lo fundamentan, es ese el objetivo de este trabajo, mostrar por medio de herramientas didácticas, como abordar este contenido para su implementación en la educación media, este es el reto a perseguir ya que solo existen libros de texto, pero de carácter universitario, es por ello que me propongo crear un documento que pueda ser accesible a los estudiantes de bachillerato, manipulable que motive a los estudiantes a trabajar individualmente, a que investiguen modelos de señales y sistemas que pueden generarse en nuestro entorno contando con las herramientas mínimas para que matemáticamente y didácticamente construyan su conocimiento que en mi experiencia he detectado que no existe ninguno documento alguno o al menos yo no lo conozco en este tópico, por lo que es necesario elaborar y diseñar un documento accesible y es allí mi interés por apoyar al sistema educativo.

Este trabajo es solo una parte de ese objetivo ya que existe partes anexas que no se encuentran en este documento (pero pueden ser proporcionadas escribiendo a mi correo, el cual se proporciona al final del documento), pero espero que sea este de agrado al lector; que el docente se apropie de estos contenidos con responsabilidad y que logre involucrarlo en el estudio de señales y sistemas discretos.

Teniendo presente los antecedentes expuestos, el planteamiento de la realidad y de la necesidad de replantear nuestro sistema educativo participando colaborativamente a crear nuevos espacios de conocimiento que actualmente nos exige la realidad por ese cambiante avance en diferentes tópicos sociales, tecnológicos, que es un reto que pretendo que nosotros los docentes participemos, que este contenido nos apasione, que no nos enseñe solo qué pensar, sino cómo pensar, creer en

nosotros mismos como personas y como maestro, que estemos seguros de que con nuestro quehacer promover, fortalecer el desarrollo físico, intelectual, afectivo, social y moral de nuestros alumnos, que nuestros alumnos los consideremos como un factor fundamental en la consolidación y perfeccionamiento de nuestra parte, es a ellos a quien nos debemos de allí nuestro compromiso y dedicación el cual es el compromiso de la propuesta didáctica “Introducción a las señales y sistemas discretos” para los estudiantes de secundaria.

Para el desarrollo de esta propuesta didáctica, partiremos primeramente de cuatro puntos importantes:

1. Sugerencias para el mejoramiento de los aprendizajes

- Primeramente, el facilitador en este caso el docente, debe de comprender en su totalidad el tipo de contenido ya que por ser algo nuevo puede en un primer momento ser un poco difícil de comprender, pero al sumergirse se dará cuenta que es contenido matemático fácil de manejar.
- Se debe de dar una gran importancia al uso de gráficas, por la naturaleza de los temas siempre se pueden generar graficas que son de mucha ayuda en la resolución de problemas, este hecho es de aprovecharlo ya que los alumnos se sienten motivados cuando alcanzan a realizar las gráficas de los ejercicios que se les presentan, ya que ellos las hacen por sí mismo les motiva a comprender los conceptos.
- Optimizar el tiempo de la clase, actualmente el ministerio de educación estima que 20 minutos de clase efectiva es suficiente para el aprendizaje, en nuestro caso el tiempo debe de ser aprovechado al máximo ya que el tiempo para la realización de los gráficos por

parte del docente como de los alumnos, puede en algún momento restar tiempo efectivo a la presentación de conceptos.

- El docente debe de tratar que las clases puedan ser aplicables a casos de la vida real, buscar ejemplos dentro del contexto social del alumnado, para esto puedo sugerir a los docentes ejemplos como:

Procesamiento de imágenes, La digitalización, El muestreo, Sistemas que aparecen en la naturaleza (lineales e invariantes con el tiempo); de acuerdo al contexto de los alumnos que se posea pueden buscarse ejemplos como los ya mencionados u otros.

- El uso de las TIC, en este aspecto se ha hecho un énfasis especial ya que el mundo globalizado demanda conocimientos tecnológicos en la tecnología de punta, en esta propuesta se han diseñado guías para reforzar los conceptos impartidos en clases, aunque se está consiente que el acceso a equipo informático en nuestro país no es accesible en todos los centros escolares.

Etapas de Desarrollo de la Metodología

- Con el fin de desarrollar un proceso consecuente con la metodología, a continuación, se proponen los elementos que aportan a la ejecución y desarrollo de mi propuesta en el aula.
- Sabemos de qué la asimilación de los contenidos se realiza cada una en etapas, en el cual podemos observar las etapas de desarrollo asociados a los diferentes saberes de los educandos desde luego puede ser sometido a revisión por parte del metodólogo y los expertos de la asignatura. Claramente, cada especialista en el desarrollo de cada uno de

los contenidos de sistemas y señales puede hacer los ajustes necesarios y socializar con los demás especialistas para determinar el producto acorde con el enfoque deseado en la asignatura y acorde con los objetivos de contenidos que se está desarrollando.

- El planteamiento de los saberes del alumno se realiza con la desagregación de los contenidos temáticos en contenidos conceptuales y procedimentales. En este trabajo se elabora una propuesta preliminar de las actitudes (ser) necesarias para favorecer y motivar que el estudiante adquiera, durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, las capacidades y desempeños deseados en el desarrollo de la asignatura.

A continuación, se muestra una tabla de saberes para cada unidad, siguiendo los lineamientos actuales del ministerio de educación.

Introducción a las señales y sistemas.

UNIDAD 1

PRIMER AÑO DE BACHILLERATO

Objetivo

✓ Conocer el concepto de Señal y de Sistema, su representación, las operaciones básicas y especiales, así como las propiedades que las señales presentan.

| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|--|---|---|---|
| CONCEPTUALES, SABER CONOCER | PROCEDIMENTALES, SABER HACER | ACTITUDINALES, SABER SER | |
| <p>Señales y Sistemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> Conocer el concepto de Sistema y el de Señal. Aprende cuales es la diferencia entre una señal discreta y de una continua. Identifica las operaciones básicas de suma y multiplicación de señales | <ul style="list-style-type: none"> Identifica un Sistema en su forma de bloques y cada una de sus partes componentes Conecta el concepto de Señal con el de función visto anteriormente. Selecciona una señal discreta de una continua y aprende su representación. Resuelve problemas que impliquen el uso de las operaciones básicas. | <ul style="list-style-type: none"> Confianza al identificar un Sistema y sus partes componentes. Enriquece su lenguaje matemático con el concepto de señal Muestra entusiasmo al diferenciar una señal discreta de una continua. Es capaz de ayudar a sus compañeros al resolver ejercicios que involucren las operaciones básicas. | <p>1.1 Construye ejemplos de sistemas en la vida cotidiana.</p> <p>1.2 Capaz de identificar señales en la vida cotidiana.</p> <p>1.3 Dibuja con facilidad señales discretas y muestra ejemplos de ellas.</p> <p>1.4 Determina con precisión los resultados de las operaciones básicas de señales, dibujando con precisión el resultado.</p> <p>1.5 Integra los conceptos vistos mostrando sus resultados por medio de gráficas.</p> |

CONTENIDOS

INDICADORES DE LOGRO

CONCEPTUALES

- Conoce los conceptos de las operaciones especiales aplicadas a las señales.
- Aprende la regla de precedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento en el tiempo.
- Conoce las Señales pares e impares y sus propiedades.
- Aprende la utilización del operador sumatoria y sus propiedades.

PROCEDIMENTALES

- Resuelve problemas de Reflexión, Escalado de tiempo y Traslación.
- Aplica la Reflexión y la Traslación a señales que pueden surgir en la realidad.
- Ejecuta ordenadamente la operación de precedencia y resuelve problemas de aplicación.
- Resolución de problemas que involucren señales pares e impares y aplica las fórmulas para obtener la parte par e impar de cualquier señal.
- Resuelve problemas que involucren el uso del operador sumatoria, las fórmulas empleadas y los resultados cuando una suma tiende a infinito.

ACTITUDINALES

- Perseverancia en la resolución de problemas, a problemas de Reflexión y Escalado de tiempo.
- Esmero y seguridad al identificar las propiedades especiales aplicada a señales.
- Sabe aplicar la regla de precedencia y el orden en que esta se aplica.
- Muestra entusiasmo al conocer que cualquier señal se puede descomponer en una parte par y otra impar.
- Seguridad al efectuar el planteamiento y solución de ejercicios y problemas, utilizando el operador sumatoria.

- 1.6 Obtiene gráficamente la operación de Reflexión, tomando en cuenta la escala proporcionada.
- 1.7 Resuelve problemas de Traslación, mostrando gráficamente la diferencia en el corrimiento a la derecha o a la izquierda.
- 1.8 Muestra la diferencia que se obtiene al cambiar el orden de la regla de precedencia e identifica la diferencia.
- 1.9 Distingue una señal par de una impar e identifica gráficamente cual es la diferencia entre una señal par y otra impar.
- 1.10 Aplica, con seguridad, las fórmulas y las propiedades que involucren el operador sumatoria, encuentra los valores de una expresión que involucre muchos sumandos y los resuelve aplicando los conceptos adquiridos.



CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS Y ECUACIONES EN DIFERENCIAS

UNIDAD 2

SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO

Objetivo

✓ Conocer las características de un sistema discreto, sus propiedades y las ventajas que presentan esas propiedades en la resolución de ecuaciones en diferencias.

| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|---|--|--|--|
| CONCEPTUALES, SABER CONOCER | PROCEDIMENTALES, SABER HACER | ACTITUDINALES, SABER SER | |
| <ul style="list-style-type: none"> ■ Analiza cuales son las señales elementales ■ Aprende los tipos básicos de Señal escalón e impulso unitario. ■ Conoce las señales periódicas Seno y Coseno | <ul style="list-style-type: none"> ■ Aplicación y explicación de las señales impulso y escalones unitarios. ■ Aplicación y explicación de cómo es posible por medio de la señal escalón unitario construir cualquier señal discreta. ■ Descripción y explicación de las diferencias entre la señal seno y coseno continua y discreta. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Interés y seguridad al diferenciar las señales discretas de las continuas. ■ Interés y seguridad al aplicar y explicar la relación entre el impulso unitario y el escalón unitario. ■ Seguridad al describir y explicar con precisión las características de las señales cosenoidales. | <p>2.1 Resuelve problemas que relacionan señales impulso unitario y escalón unitario.</p> <p>2.2 Aplica y explica el uso de la señal escalón unitario en forma precisa, resuelve problemas que involucren el uso de esta señal con otras y el escalón unitario.</p> <p>2.3 Conoce el periodo de la señal seno y coseno y lo diferencia con la señal seno o coseno para el caso discreto.</p> |

CONTENIDOS

INDICADORES DE LOGRO

CONCEPTUALES

- Aprende que son y porque son tan importantes los Sistemas lineales.
- Analiza los Sistemas invariantes en el tiempo y LTI.
- Aprende cual es la respuesta al impulso unitario y su importancia en los sistemas LTI.

PROCEDIMENTALES

- Determinación de las características y criterios que diferencian a una señal periódica en forma discreta de una periódica en forma continua.
- Realización de ejercicios identificando la linealidad de un sistema.
- Resuelve los ejercicios del apartado incluyendo los casos prácticos y matemáticos de la sección.
- Identificación y explicación de los sistemas invariantes en el tiempo, sus propiedades e implicaciones.
- Resolución de problemas de sistemas LTI, conoce las bondades de estos sistemas en el estudio de variables discretas.
- Identificación y explicación de la respuesta al impulso unitario de un sistema discreto.

ACTITUDINALES

- Disposición e interés por el estudio de las señales periódicas discretas.
- Confianza al realizar ejercicios, verifica las propiedades de linealidad de los sistemas.
- Seguridad al identificar, los sistemas y propone nuevos tipos de sistemas lineales.
- Desarrolla un interés por formulas sistemas invariantes en el tiempo.
- Reconoce con entusiasmo los sistemas LTI y propone sistemas LTI en la práctica.
- Valoración de la utilidad de los sistemas LTI y la implicación que estos tienen en la respuesta al impulso.

- 2.4 Determina las características de periodo, así como dibuja señales periódicas discretas de cualquier forma, identifica el periodo y los valores principales.
- 2.5 Analiza la propiedad de linealidad y sus implicaciones en los sistemas discretos.
- 2.6 Resuelve los ejercicios mostrando seguridad en la realización paso por paso de la solución.
- 2.7 Realiza ejercicios que requieran el conocimiento de las propiedades de un sistema invariante con el tiempo.
- 2.8 Resuelve problemas que requieran el conocimiento de sistemas LTI; describe con ejemplos las características de estos sistemas.
- 2.9 Identifica y explica la respuesta de un sistema a un impulso unitario, resuelve problemas que impliquen la respuesta al impulso y las ventajas de que este sea LTI.



| CONTENIDOS | | | INDICADORES DE LOGRO |
|--|---|--|--|
| CONCEPTUALES | PROCEDIMENTALES | ACTITUDINALES | |
| <ul style="list-style-type: none"> ■ Estudia matemáticamente la solución de las Ecuaciones en diferencias ■ Conoce como surgen las ecuaciones en diferencias en la naturaleza. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Identificación y explicación de las ecuaciones en diferencias su forma funcional y parámetros. ■ Reconoce los tipos de solución, así como el método que se debe emplear para resolver una ecuación en diferencias. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Perseverancia en la resolución de problemas que involucren ecuaciones en diferencias. ■ Muestra con entusiasmo la forma de encontrar la solución particular de una ecuación en diferencias. | <p>2.12 Reconoce las ecuaciones en diferencias, sus principales tipos y de donde surgen en la práctica.</p> <p>2.13 Resuelve todos los problemas del apartado mostrando seguridad y siguiendo los métodos paso por paso para llegar a la solución.</p> |



RELACION PROPOSITO CONTENIDO, UNIDAD 1, PRIMER CURSO DE BACHILLERATO

| PROPOSITO | CONTENIDO | SABER | HACER |
|--|---|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • <i>Conocer el concepto de Señal y de Sistema, su representación, las operaciones básicas y especiales, así como las propiedades que las señales presentan.</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Introducción • Señal • Señales Continuas y Discretas • Representación de las Señales Discretas • Operaciones básicas con señales, escalado de amplitud, suma y multiplicación. • Escalado de la amplitud. • Suma (resta) de dos señales. • Producto de dos señales • Operaciones de reflexión, escalado de tiempo y traslación. • Reflexión. • Escalado de tiempo. • Traslación. • Regla de procedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento de tiempo. • Señales pares e impares. • Señal Par. • Señal Impar. • El operador sumatoria "Σ" | <ul style="list-style-type: none"> • 1-Aprende el concepto de señal. • 2-Diferencia entre señales continuas y discretas • 3-Conoce las 4 representaciones basicas de señales. • A-Aplica operaciones matematicas a las señales. • B-Modifica una señal por medio de la afectacion en la variable independiente. • C-Comprende el orden de las operaciones para obtener una señal desplazada y escalada en el tiempo. • 4- Diferencia entre señales pares e impares y conoce la relacion entre ellas. • D- Aprende a utilizar el operador sumatoria. | <ul style="list-style-type: none"> • 1~2~3, el estudiante es capaz de identificar una señal y describirla adecuadamente. • A~B~C, usando graficas realiza operaciones entre se;ales tanto en tiempo como en magnitud. • 4~, Conoce las reglas geometricas de las señales pares e impares y tiene la capacida de expresar cualquier señal como la suma de una señal par mas una impar. • D~, Resuelve problemas aplicando propiedades del operador sumatoria y comprende el concepto de serie al aplicarlo a ejercicios de trabajo. |

RELACION PROPOSITO CONTENIDO, UNIDAD 2, SEGUNDO CURSO DE BACHILLERATO

| PROPOSITO | CONTENIDO | SABER | HACER |
|---|--|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • <i>Conocer las características de un sistema discreto, sus propiedades y las ventajas que presentan esas propiedades en la resolución de ecuaciones en diferencias.</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Señales en tiempo discreto elementales • Señales periódicas. <ul style="list-style-type: none"> • Señales seno y coseno. • Sistemas lineales. <ul style="list-style-type: none"> • Linealidad. • Sistemas Invariantes en el Tiempo y Sistemas LTI. <ul style="list-style-type: none"> • Sistemas LTI. • Respuesta al impulso unitario y causalidad. <ul style="list-style-type: none"> • Respuesta al impulso unitario. • Causalidad. • Ecuaciones en diferencias. <ul style="list-style-type: none"> • Solución de las ecuaciones en diferencias por recursión. • Como surgen las ecuaciones en diferencias. | <ul style="list-style-type: none"> • 1- Aprende las señales básicas en el estudio de sistemas • 2- Comprende cuáles son las señales periódicas, y conoce las señales seno y coseno. • A- Identifica los sistemas lineales e invariantes con el tiempo, comprende la importancia de la respuesta de un sistema a una entrada impulso unitario. • B- Estudia las propiedades de los sistemas LTI y la propiedad de causalidad, conoce como conocer un sistema causal por medio de su respuesta. • 3- Estudia las ecuaciones en diferencias, conoce métodos de representación y solución. • 4- Aprende cómo aparecen en diferentes ámbitos de la ciencia las ecuaciones en diferencias, analiza cada una de ellas y conoce su importancia en la ciencia y la vida cotidiana. | <ul style="list-style-type: none"> • 1~2, el estudiante es capaz de utilizar la señal muestra unitaria e impulso unitario, en base a ella construye señales nuevas y describe los parámetros básicos de las señales periódicas, resuelve ejercicios de aplicación. • A~B, resuelve problemas aplicando las propiedades de los sistemas lineales, puede determinar analíticamente un sistema LTI, y desarrolla la respuesta de un sistema LTI por medio de una entrada impulso unitario. • 3~4, Desarrolla la solución de ecuaciones en diferencias, aplicando métodos intuitivos y representación por recursión, analiza el grado de las ecuaciones y plantea ejemplos de ecuaciones en diferencias que pueden aparecer en la realidad. |

CONTENIDOS DE LAS UNIDADES DIDACTICAS DE PRIMERO Y SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO.

Primer año

- 1.Introducción
- 2.Señal
- 3.Señales Continuas y Discretas
- 4.Representación de las Señales Discretas

- 1.Operaciones básicas con señales, escalado de amplitud, suma y multiplicación.
- 2.Escalado de la amplitud.
- 3.Suma (resta) de dos señales.
- 4.Producto de dos señales

- 1.Operaciones de reflexión, escalado de tiempo y traslación.
- 2.Reflexión.
- 3.Escalado de tiempo.
- 4.Traslación.

- 1.Regla de procedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento de tiempo.

- 1.Señales pares e impares.
- 2.Señal Par.
- 3.Señal Impar.

- 1.El operador sumatoria " Σ "

Segundo año

1. Señales en tiempo discreto elementales

-
1. Señales periódicas.
 2. Señales seno y coseno.

-
1. Sistemas lineales.
 2. Linealidad.

-
1. Sistemas Invariantes en el Tiempo y Sistemas LTI.
 2. Sistemas LTI.

-
1. Respuesta al impulso unitario y causalidad.
 2. Respuesta al impulso unitario.
 3. Causalidad.

-
1. Ecuaciones en diferencias.
 2. Solución de las ecuaciones en diferencias por recursión.
 3. Como surgen las ecuaciones en diferencias.
-

PLANIFICACIÓN CURRICULAR DE LA UNIDAD 1, PRIMERO DE BACHILLERATO

| Criterios | Contenidos conceptuales | Estrategia de enseñanza | Técnica de enseñanza |
|--|---|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Introducir al alumno en los conceptos básicos de señales y sistemas. | <ul style="list-style-type: none"> • A. Conocer el concepto de Sistema y el de Señal. • B. Aprende cuales es la diferencia entre una señal discreta y de una continua. • C. Identifica las operaciones básicas de suma y multiplicación de señales. • D. Conoce los conceptos de las operaciones especiales aplicadas a las señales. • E. Aprende la regla de procedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento en el tiempo. • F. Aprende la utilización del operador sumatoria y sus propiedades. | <ul style="list-style-type: none"> • A. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Aprendizaje individual • 4. Situación problémica • 5. Aprendizaje asistido • 6. Aprendizaje significativo • B. 1. Aprendizaje colaborativo • 2. Aprendizaje individual • 3. Situación problémica • 4. Aprendizaje asistido • 5. Aprendizaje significativo • C. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Situación problémica • 4. Aprendizaje asistido • 5. Aprendizaje significativo • D. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Aprendizaje individual • 4. Situación problémica • 5. Aprendizaje asistido • 6. Aprendizaje significativo • E. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Aprendizaje individual • 4. Situación problémica • 5. Aprendizaje asistido • 6. Aprendizaje significativo • F. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Aprendizaje individual • 4. Situación problémica | <ul style="list-style-type: none"> • A. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Aprender haciendo • B. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Aprender haciendo • C. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Práctica de laboratorio • Actividad Lúdica • D. • Análisis y discusión de problemas • Práctica de laboratorio • Mapa conceptual • Actividad Lúdica • Aprender haciendo • E. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Práctica de laboratorio • Mapa conceptual • Actividad Lúdica • F. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Práctica de laboratorio • Mapa conceptual • Actividad Lúdica • Aprender haciendo |

OTROS ELEMENTOS DE LA PLANIFICACIÓN CURRICULAR

| Evidencia de aprendizaje | Técnica de evaluación | Instrumentos de evaluación |
|---|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Construye ejemplos de sistemas en la vida cotidiana. • Capaz de identificar señales en la vida cotidiana. • Dibuja con facilidad señales discretas y muestra ejemplos de ellas. • Determina con precisión los resultados de las operaciones básicas de señales, dibujando con precisión el resultado. • Integra los conceptos vistos mostrando sus resultados por medio de gráficas. • Obtiene gráficamente la operación de Reflexión, tomando en cuenta la escala proporcionada. • Resuelve problemas de Traslación, mostrando gráficamente la diferencia en el corrimiento a la derecha o a la izquierda. • Muestra la diferencia que se obtiene al cambiar el orden de la regla de procedencia e identifica la diferencia. • Distingue una señal par de una impar e identifica gráficamente cual es la diferencia entre una señal par y otra impar. • Aplica, con seguridad, las fórmulas y las propiedades que involucran el operador sumatoria, encuentra los valores de una expresión que involucre muchos sumandos y los resuelve aplicando los conceptos adquiridos. | <ul style="list-style-type: none"> • Examen, laboratorio, actividad lúdica. • Exposición • Mapa conceptual, exposición, actividad complementaria. • Examen, mapa conceptual, guía de ejercicios, laboratorio. • Exposición, diagrama de información. • Examen, actividad lúdica, laboratorio, actividades complementarias. • Examen, guía de ejercicios, laboratorio, mapa conceptual, diagramas de información. • Exposición, mapa conceptual, guía de ejercicios, lectura comprensiva. • Examen, exposición, actividades complementarias, laboratorio. • Examen, laboratorio actividad lúdica, diagrama de información, exposición, mapa conceptual. | <ul style="list-style-type: none"> • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. |

PLANIFICACION CURRICULAR UNIDAD 2, SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO

| Criterios | Contenidos conceptuales | Estrategia de enseñanza | Técnica de enseñanza |
|---|--|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Introducir al alumno en las propiedades de un sistema discreto y conocer la solución de las ecuaciones en diferencias | <ul style="list-style-type: none"> • A. Aprende los tipos básicos de señal, escalón e impulso. • B. Conoce las señales discretas seno y coseno. • C. Analiza los sistemas invariantes en el tiempo y lineales. • D. Aprende cual es la respuesta al impulso unitario en los sistemas LTI y su importancia. • E. Estudia como se resuelven las ecuaciones en diferencias. • F. Conoce como surgen las ecuaciones en diferencias en la naturaleza. | <ul style="list-style-type: none"> • A. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Aprendizaje individual • 4. Situación problemática • 5. Aprendizaje asistido • 6. Aprendizaje significativo • B. 1. Aprendizaje colaborativo • 2. Aprendizaje individual • 3. Situación problemática • 4. Aprendizaje asistido • 5. Aprendizaje significativo • C. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Situación problemática • 4. Aprendizaje asistido • 5. Aprendizaje significativo • D. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Aprendizaje individual • 4. Situación problemática • 5. Aprendizaje asistido • 6. Aprendizaje significativo • E. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Aprendizaje individual • 4. Situación problemática • 5. Aprendizaje asistido • 6. Aprendizaje significativo • F. 1. Aprendizaje interactivo • 2. Aprendizaje colaborativo • 3. Aprendizaje individual • 4. Situación problemática | <ul style="list-style-type: none"> • A. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Aprender haciendo • B. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Aprender haciendo • C. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Práctica de laboratorio • Actividad Lúdica • D. • Análisis y discusión de problemas • Práctica de laboratorio • Mapa conceptual • Actividad Lúdica • Aprender haciendo • E. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Práctica de laboratorio • Mapa conceptual • Actividad Lúdica. • F. • Exposición • Construcción de conocimiento • Análisis y discusión de problemas • Práctica de laboratorio • Mapa conceptual • Actividad Lúdica • Aprender haciendo |

OTROS ELEMENTOS DE LA PLANIFICACIÓN CURRICULAR

| Evidencia de aprendizaje | Técnica de evaluación | Instrumentos de evaluación |
|--|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que relacionan señales impulso unitario y escalón unitario. • Aplica y explica el uso de la señal escalón unitario en forma precisa, resuelve problemas que involucren el uso de esta señal con otras y el escalón unitario. • Conoce el periodo de la señal seno y coseno y lo diferencia con la señal seno o coseno para el caso discreto. • Determina las características de periodo, así como dibuja señales periódicas discretas de cualquier forma, identifica el periodo y los valores principales. • Analiza la propiedad de linealidad y sus implicaciones en los sistemas discretos. • Resuelve los ejercicios mostrando seguridad en la realización paso por paso de la solución. • Realiza ejercicios que requieran el conocimiento de las propiedades de un sistema invariante con el tiempo. • Resuelve problemas que requieran el conocimiento de sistemas LTI; describe con ejemplos las características de estos sistemas. • Reconoce las ecuaciones en diferencias, sus principales tipos y de donde surgen en la práctica. | <ul style="list-style-type: none"> • Examen, laboratorio, actividad lúdica. • Exposición, examen, guía de ejercicios. • Mapa conceptual, exposición, actividad complementaria. • Examen, mapa conceptual, guía de ejercicios, laboratorio. • Exposición, diagrama de información. • Examen, actividad lúdica, laboratorio, actividades complementarias. • Examen, guía de ejercicios, laboratorio, mapa conceptual, diagramas de información. • Exposición, mapa conceptual, guía de ejercicios, lectura comprensiva. • Examen, laboratorio actividad lúdica, diagrama de información, exposición, mapa conceptual. | <ul style="list-style-type: none"> • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. • Rúbrica, cuadro sinóptico, reporte, resumen de conclusiones. |

ACTIVIDADES DE FORMACION

Unidad 1, apartados del 1 al 3



Unidad 1, apartados del 3 al 6.

Corrimiento y escalado en el tiempo, señales pares e impares, operador sumatoria.

- Usa contraejemplos para verificar.
- Revisa bibliografía.
- Resuelve ejercicios de diferentes formas

Estas actividades buscan que el alumno debata lo que ha aprendido en clase, sea un agente analítico.

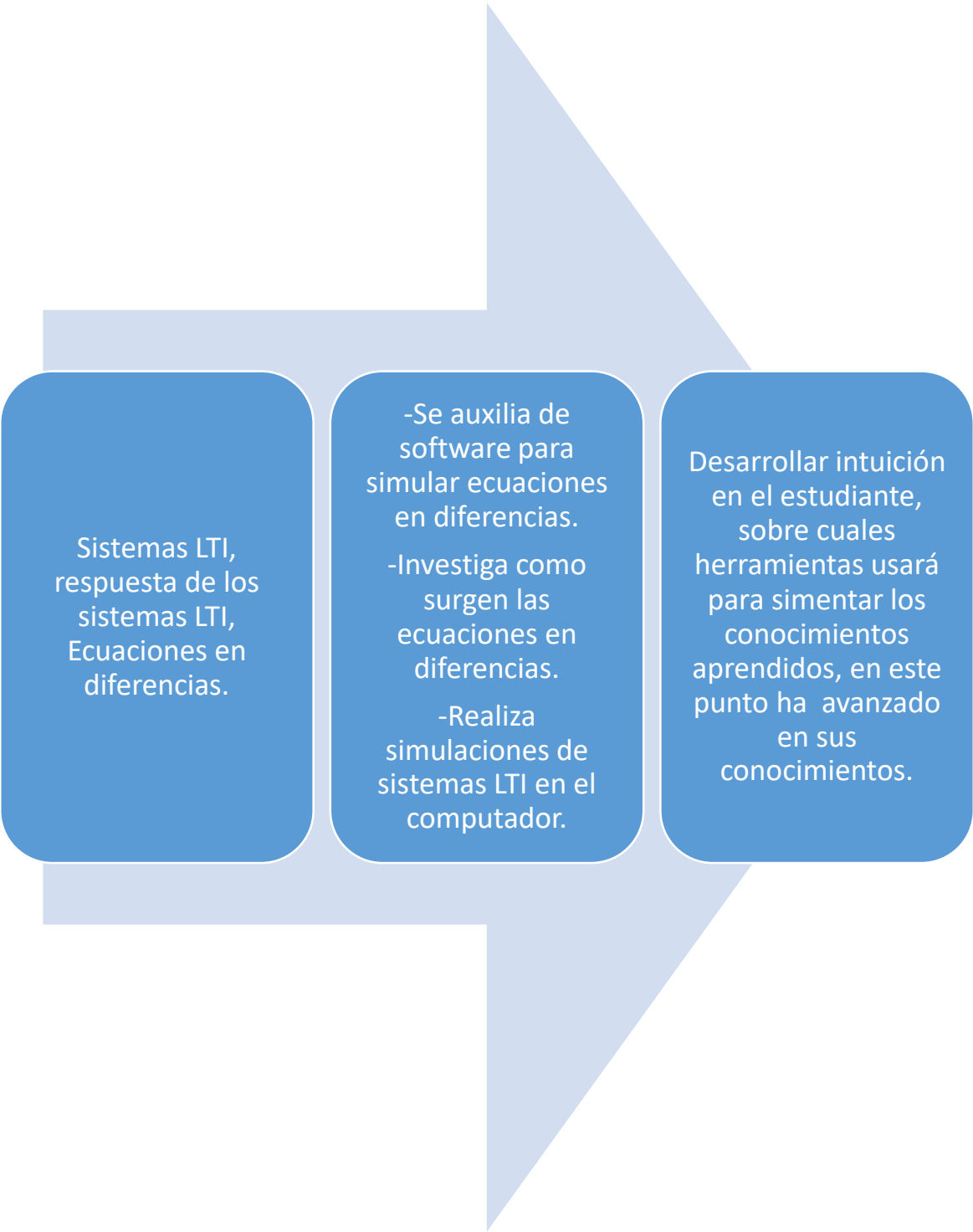
Contenido Unidad 2, apartados del 1 al 3.

Señales
elementales y
trascendentales,
estudio de
sistemas lineales.

- Utiliza programa computacional como herramienta de aprendizaje.
- Resuelve ejercicios que involucran sistemas lineales.
- Discute con sus compañeros.

Estas actividades involucran el uso de la tecnología como herramienta para validar los conceptos sin dejar de lado la investigación individual como grupal.

Unidad 2, apartados del 3 al 6.



Sistemas LTI,
respuesta de los
sistemas LTI,
Ecuaciones en
diferencias.

-Se auxilia de
software para
simular ecuaciones
en diferencias.
-Investiga como
surgen las
ecuaciones en
diferencias.
-Realiza
simulaciones de
sistemas LTI en el
computador.

Desarrollar intuición
en el estudiante,
sobre cuales
herramientas usará
para simular los
conocimientos
aprendidos, en este
punto ha avanzado
en sus
conocimientos.

Modelo de evaluación

De acuerdo con los tipos de contenidos, y tomando como base las evidencias formuladas para la actividad de formación, para cada una de las evidencias, un conjunto de técnicas de evaluación que metodológicamente sean consecuentes con el proceso de enseñanza- aprendizaje que se está diseñando, y además permitan desarrollar un proceso de evaluación objetivo e integral que identifique con claridad las dificultades y las habilidades que el estudiante presenta en cada una de las áreas del conocimiento (ser, saber y hacer).

Es importante hacer notar que el estudio de los sistemas discretos fundamentalmente desde el punto de vista matemático debe priorizar en una evaluación el desarrollo de las destrezas y sus indicadores propios de la disciplina las cuales se detallan a continuación:

| DESTREZAS | INDICADOR |
|---|---|
| <p>Estimación y aproximación.</p> <p>Las matemáticas te enseñan técnicas para estimar y aproximar distancias, el peso, temperatura, tiempo y otros, a través de propiedades, definiciones, axiomas, postulados, etc.</p> | <ul style="list-style-type: none">• Comprender y recordar hechos, definiciones, propiedades y fórmulas.• Diseñar y utilizar estrategias y procedimientos mentales para llevar a cabo tareas matemáticas• Utilizar manipulaciones adecuadas para llevar a cabo procedimientos matemáticos• Ejecutar procedimientos estándar de manera eficiente con una variedad de herramientas. |
| <p>Razonamiento</p> <p>Son aquellas en el que el estudiante comprende la utilización de estrategias para el análisis y comprensión de ejercicios y problemas.</p> | <ul style="list-style-type: none">• Hacer hipótesis y realizar experimentos para probarlos• Hacer deducciones informales• Buscar e investigar patrones matemáticos y relaciones• Justificar procesos y resultados de actividades matemáticas, problemas y proyectos.• Investigar el porqué de las cosas. |

| | |
|--|--|
| <p>Integración y conexión</p> <p>El estudiante debe aplicar conceptos o propiedades en situaciones cotidianas</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Conecte ideas y procesos matemáticos adquiridos informalmente con ideas y procesos matemáticos formales • Reconocer las matemáticas en el medio ambiente • Representar las ideas y procesos matemáticos en diferentes modos: verbal, pictórico, diagramático y simbólico • Comprender las conexiones entre los procedimientos matemáticos y los conceptos que utiliza • Reconocer y aplicar ideas y procesos matemáticos en otras áreas del currículo. |
| <p>Solución de problemas</p> <p>Permite desarrollar el pensamiento analítico</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Seleccionar materiales, conceptos y procesos apropiados para tareas y aplicaciones particulares • Aplicar conceptos y procesos en una variedad de contextos • Analizar los problemas y planificar un enfoque para resolverlos • Seleccionar y aplicar una variedad de estrategias para completar tareas y proyectos o resolver problemas • Reflexionar y evaluar las soluciones a los problemas. |
| <p>Comunicación y Expresión</p> <p>Esta habilidad permite la comunicación y realizar trabajos en grupo. Sin duda, el estudiante debe entender el lenguaje matemático para poder tener una buena comunicación con otros compañeros</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Escuchar y discutir las descripciones y explicaciones matemáticas de otros estudiantes • Discutir y registrar los procesos y resultados del trabajo usando una variedad de métodos • Discutir los problemas y realizar análisis. |

MODELO DE EVALUACIÓN

A continuación, se presenta un modelo de evaluación de una forma general no se han incluido problemas de falso y verdadero, selección múltiple, etc. sino que se han estructurado de forma general.

Indicaciones: Resuelva ordenadamente justificando y dejando evidencia de porque llega a esa conclusión, siempre que sea posible.

1- ¿Cuál es la diferencia de un sistema continuo y uno discreto?

Dificultades: *Comprender y recordar hechos, definiciones, propiedades y fórmulas.*

Objetivo: *Conocer la diferencia entre sistema discreto y continuo.*

2- Escriba un ejemplo de un sistema discreto.

Dificultades: *Aplicar conceptos y procesos en una variedad de contextos.*

Objetivo: *Comprender el concepto de sistema discreto.*

3- Escriba un ejemplo de un sistema y las partes que lo constituyen.

Dificultades: *Seleccionar materiales, conceptos y procesos apropiados para tareas y aplicaciones particulares.*

Objetivo: *Confianza al identificar un Sistema y sus partes componentes.*

4- ¿Cuántas formas de representar una señal se han estudiado? Enúncielas.

Dificultades: *Representar las ideas y procesos matemáticos en diferentes modos: verbal, pictórico, diagramático y simbólico.*

Objetivo: *Conocimiento de las diferentes representaciones de una señal.*

5- Dibuje la señal hora de entrada a la escuela, tomando como la variable “n” los días de la semana.

Dificultades: *Comprender las conexiones entre los procedimientos matemáticos y los conceptos que utiliza.*

Objetivo: *Destreza en formular ejemplos de sistemas discretos en la vida cotidiana.*

6- Trace la gráfica de la señal: $x[n] = \{ \bar{1}, 2, 4, 1, 0, 0 \dots \}$

Dificultades: *Seleccionar materiales, conceptos y procesos apropiados para tareas y aplicaciones particulares.*

Objetivo: *Dibuja con facilidad señales discretas y muestra ejemplos de ellas.*

7- Dibuje la señal $x[n] = \begin{cases} 1, & \text{para } n = 1, 3 \\ 4, & \text{para } n = 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$

Dificultades: *Comprender y recordar hechos, definiciones, propiedades y fórmulas.*

Objetivo: *Comprender la forma funcional de expresar una señal.*

8- ¿Qué diferencias poseen en el trazado de sus gráficas las señales continuas y discretas?

Dificultades: *Justificar procesos y resultados de actividades matemáticas, problemas y proyectos.*

Objetivo: *Identificar patrones que diferencian los tipos de señales.*

9- Escriba 3 señales discretas y 3 continuas.

Dificultades: *Comprender y recordar hechos, definiciones, propiedades y fórmulas.*

Objetivo: *Demostrar conocimiento y estudio de las señales discretas y continuas.*

10- ¿Están siempre los valores de “n”, espaciados uniformemente en el eje horizontal? De ser así explique la razón.

Dificultades: *Aplicar conceptos y procesos en una variedad de contextos.*

Objetivo: *Interpreta el significado de variable independiente.*

2. Estructura de la Sugerencia Metodológica.

Para primer año de bachillerato

| Año | Mes | Unidad (Horas de clase) | Ubicación en el documento. | Contenidos |
|-------------------------------|--|--|----------------------------------|---|
| Primer año de bachiller | Esta sugerida al final de las unidades. | UNIDAD I INTRODUCCION A LAS SEÑALES Y SISTEMAS (30 horas). | Capitulo IV Unidad 1 | <ol style="list-style-type: none"> 1. Introducción 1.1 Señal 1.2 Señales Continuas y Discretas 1.3 Representación de las Señales Discretas 2. Operaciones básicas con señales, escalado de amplitud, suma y multiplicación. <ol style="list-style-type: none"> 2.1 Escalado de la amplitud. 2.2 Suma (resta) de dos señales. 2.3 Producto de dos señales 3. Operaciones de reflexión, escalado de tiempo y traslación. <ol style="list-style-type: none"> 3.1 Reflexión. 3.2 Escalado de tiempo. 3.3 Traslación. 4. Regla de procedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento de tiempo. 5. Señales pares e impares. <ol style="list-style-type: none"> 5.1 Señal Par. 5.2 Señal Impar. 6. El operador sumatoria "Σ" |

Para segundo año de bachillerato.

| Año | Mes | Unidad (Horas de clase) | Ubicación en el documento. | Contenidos |
|--------------------------|---|--|----------------------------|--|
| Segundo año de bachiller | Esta sugerida al final de las unidades. | UNIDAD II CARACTERISTICAS DE LOS SISTEMAS Y ECUACIONES EN DIFERENCIAS (30 horas). | Capitulo IV Unidad 1 | <ol style="list-style-type: none"> 1. Señales en tiempo discreto elementales 2. Señales periódicas. <ol style="list-style-type: none"> 2.1 Señales seno y coseno. 3. Sistemas lineales. <ol style="list-style-type: none"> 3.1 Linealidad. 4. Sistemas Invariantes en el Tiempo y Sistemas LTI. <ol style="list-style-type: none"> 4.1 Sistemas LTI. 5. Respuesta al impulso unitario y causalidad. <ol style="list-style-type: none"> 5.1 Respuesta al impulso unitario. 5.2 Causalidad. 6. Ecuaciones en diferencias. <ol style="list-style-type: none"> 6.1 Solución de las ecuaciones en diferencias por recursión. 6.2 Como surgen las ecuaciones en diferencias. |

3. Información complementaria.

Es necesario siempre que haya una propuesta de contenidos nuevos en matemática conocer que capacidades o competencias poseen los alumnos, para el caso de las señales y sistemas discretos posee la ventaja que cada nuevo tema se apoya en el anterior, es decir que al conocer los primeros temas y comprenderlos con profundidad estos servirán para comprender los siguientes, pero como base se recomienda que los alumnos tengan claro los conceptos de: función, plano cartesiano, valores discretos, operaciones aritméticas y operaciones sobre la variable independiente en funciones.

Ya que los sistemas y señales discretos están enfocados a las telecomunicaciones en el mundo digital o analógico, los alumnos pueden leer documentos relacionados como los son documentos acerca de: Procesamiento de señales

Filtros

Muestreo

Protocolos de comunicación

Sistemas de señalización (en Telecomunicaciones).

4. Planificación y distribución de las clases.

El proceso de enseñanza aprendizaje demanda una planificación de los contenidos a desarrollar, en cada centro escolar solicitan a los docentes una planificación, a continuación, se detallan las planificaciones por semana para cada unidad.

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|--|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Primer año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Primera semana. |
| Contenido conceptual: | 1.1 Señal 1.2 Señales Continuas y Discretas 1.3 Representación de las Señales Discretas. |
| Indicador de Logro: | Construye ejemplos de sistemas en la vida cotidiana. Capaz de identificar señales en la vida cotidiana. Dibuja con facilidad señales discretas y da ejemplos de ellas. |
| Actividades a Realizar Durante la semana: | Practica de laboratorio 1, software a usar Matlab. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problémica, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, metodología de la enseñanza de la informática. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de programación de laboratorio: | Últimas dos clases de la semana 1 |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|--|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Primer año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Segunda semana. |
| Contenido conceptual: | 2.1 Escalado de la amplitud. 2.2 Suma (resta) de dos señales. 2.3 Producto de dos señales. |
| Indicador de Logro: | Determina con precisión los resultados de las operaciones básicas de señales, dibujando con precisión el resultado. Integra los conceptos vista mostrando sus resultados por medio de gráficas. |
| Actividades a realizar durante la semana: | Practica de laboratorio 2, software a usar Matlab. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problémica, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, metodología de la enseñanza de la informática. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de laboratorio: | Últimas dos clases de la semana 2. |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|---|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Primer año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Tercera semana. |
| Contenido conceptual: | 3.1 Reflexión. 3.2 Escalado de tiempo. 3.3 Traslación. |
| Indicador de Logro: | Obtiene gráficamente la operación de Reflexión, tomando en cuenta la escala proporcionada. Resuelve problemas de Traslación, mostrando gráficamente la diferencia en el corrimiento a la derecha o a la izquierda. |
| Actividades a realizar durante la semana: | Practica de laboratorio, software a usar Matlab. Esta semana no habrá laboratorio. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problémica, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, metodología de la enseñanza de la informática. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de laboratorio: | Esta semana no hay práctica de Laboratorio. |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|---|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Primer año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Cuarta semana. |
| Contenido conceptual: | 4. Regla de procedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento de tiempo. |
| Indicador de Logro: | Muestra la diferencia que se obtiene al cambiar el orden de la regla de procedencia e identifica la diferencia. |
| Actividades a realizar durante la semana: | Practica de laboratorio 3, software a usar Matlab. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problémica, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, metodología de la enseñanza de la informática. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de laboratorio: | Últimas dos horas clases de la semana 4. |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|---|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Primer año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Quinta semana. |
| Contenido conceptual: | 4. Regla de procedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento de tiempo. |
| Indicador de Logro: | Distingue una señal par de una impar e identifica gráficamente cual es la diferencia entre una señal par y otra impar. |
| Actividades a realizar durante la semana: | Practica de laboratorio 4, software a usar Matlab. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problemática, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, metodología de la enseñanza de la informática. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de laboratorio: | Últimas dos horas clases de la semana 5. |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|---|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Primer año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Sexta semana. |
| Contenido conceptual: | 6. El operador sumatoria “ Σ ” |
| Indicador de Logro: | Aplica, con seguridad, las fórmulas y las propiedades que involucran el operador sumatoria, encuentra los valores de una expresión que involucre muchos sumandos y los resuelve aplicando los conceptos adquiridos. |
| Actividades a realizar durante la semana: | Practica de laboratorio 5, software a usar Matlab. Evaluación de Matlab y de la Unidad 1. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problemática, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, metodología de la enseñanza de la informática. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de laboratorio: | Últimas dos horas clases de la semana 6 (evaluación de laboratorio y de las unidades, estas evaluaciones se podrían hacer de forma conjunta). |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|--|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Segundo año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Primera semana. |
| Contenido conceptual: | <ol style="list-style-type: none"> 1. Señales en tiempo discreto elementales. 2. Señales periódicas. <ol style="list-style-type: none"> 2.1 Señales seno y coseno. |
| Indicador de Logro: | <p>Resuelve problemas que relacionan señales impulso unitario y escalón unitario.</p> <p>Aplica y explica el uso de la señal escalón unitario en forma precisa, resuelve problemas que involucren el uso de esta señal con otras y el escalón unitario.</p> <p>Conoce el periodo de la señal seno y coseno y lo diferencia con la señal seno o coseno para el caso discreto.</p> |
| Actividades a Realizar Durante la semana: | Actividad lúdica 1. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problémica, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, método lúdico. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora, materiales para actividad lúdica. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de actividad lúdica | Última clase de la semana 1. |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|--|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Segundo año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Segunda semana. |
| Contenido conceptual: | 3. Sistemas lineales. 3.1 Linealidad. |
| Indicador de Logro: | Determina las características de periodo, así como dibuja señales periódicas discretas de cualquier forma, identifica el periodo y los valores principales. Analiza la propiedad de linealidad y sus implicaciones en los sistemas discretos. |
| Actividades a Realizar Durante la semana: | Actividad lúdica 2. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problémica, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, método lúdico aplicado a educación media. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora, materiales para actividad lúdica. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de actividad lúdica | Última clase de la semana 2. |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|---|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Segundo año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Tercera semana. |
| Contenido conceptual: | 4. Sistemas Invariantes en el Tiempo y Sistemas LTI. 4.1 Sistemas LTI. |
| Indicador de Logro: | Realiza ejercicios que requieran el conocimiento de las propiedades de un sistema invariante con el tiempo. Resuelve problemas que requieran el conocimiento de sistemas LTI; describe con ejemplos las características de estos sistemas. |
| Actividades a Realizar Durante la semana: | Actividad lúdica 3. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problemática, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, método lúdico. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora, materiales para actividad lúdica. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de actividad lúdica | Última clase de la semana 3. |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|---|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Segundo año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Cuarta semana. |
| Contenido conceptual: | 5. Respuesta al impulso unitario y causalidad. 5.1 Respuesta al impulso unitario. 5.2 Causalidad |
| Indicador de Logro: | Identifica y explica la. respuesta de un sistema a un impulso unitario, resuelve problemas que impliquen la respuesta al impulso y las ventajas de que este sea LTI. Resuelve los ejercicios mostrando seguridad en la realización paso por paso de la solución. |
| Actividades a Realizar Durante la semana: | Actividad lúdica 4. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problemática, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo, método lúdico. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora, materiales para actividad lúdica. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de actividad lúdica | Última clase de la semana 4. |

**Dirección Departamental de Educación.
PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN DIDÁCTICA.**

Instrumentos que debe revisar para planificar sus contenidos:

- a) Cronograma.
- b) Documento de texto.
- c) Guías de laboratorio y de actividades especiales.
- d) Vídeos recomendados.

PROPUESTA DE AGENDA PARA PLANIFICAR CLASES

| | |
|---|---|
| Docente: | |
| Asignatura: | Matemática |
| Grado y sección: | Segundo año de bachillerato |
| Fechas de clase: | Quinta semana. |
| Contenido conceptual: | 6. Ecuaciones en diferencias. 6.1 Solución de las ecuaciones en diferencias por recursión. 6.2 Como surgen las ecuaciones en diferencias. |
| Indicador de Logro: | Reconoce las ecuaciones en diferencias, sus principales tipos y de donde surgen en la práctica. Resuelve todos los problemas del apartado mostrando seguridad y siguiendo los métodos paso por paso para llegar a la solución. |
| Actividades a Realizar Durante la semana: | Evaluación de la Unidad. |
| Metodología a utilizar: | Clase magistral, planteamiento de situación problémica, trabajo colaborativo, aprendizaje significativo. |
| Recursos: | Pizarra, libro de texto, plumones, borrador, guías de trabajo, proyector, computadora. |
| Horario de atención para los estudiantes: | Horario de clases. |
| Fecha de Programación de actividad lúdica | Esta semana no hay actividad lúdica, se realizará la evaluación de la unidad. |

RUTA DE APRENDIZAJE

UNIDAD 1, INTRODUCCIÓN A LAS SEÑALES Y SISTEMAS

Objetivo general:

Diseño de una propuesta didáctica para los estudiantes de educación media de El Salvador, en la adquisición de conocimientos básicos de las Señales y Sistemas Discretos.

| Objetivos Específicos | Contenidos | Recursos | PROPUESTA metodológica para el aprendizaje | Instrumentos de calificación y porcentajes | Otros | TIC's |
|---|---|--|--|--|--|--|
| Identificar el concepto de Señal y de Sistema, su representación, las operaciones básicas y especiales, así como las propiedades que las señales presentan. | <p>1.Introducción</p> <p>1.1Señal</p> <p>1.2Señales Continuas y Discretas</p> <p>1.3Representación de las Señales Discretas</p> <p>2.Operaciones básicas con señales, escalado de amplitud, suma y multiplicación.</p> <p>2.1Escalado de la amplitud.</p> <p>2.2Suma (resta) de dos señales.</p> <p>2.3Producto de dos señales</p> <p>3.Operaciones de reflexión, escalado de tiempo y traslación.</p> <p>3.1Reflexión.</p> <p>3.2Escalado de tiempo.</p> <p>3.3Traslación.</p> <p>4.Regla de precedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento de tiempo.</p> <p>5.Señales pares e impares.</p> <p>5.1Señal Par.</p> <p>5.2Señal Impar.</p> <p>6.El operador sumatoria "Σ"</p> | <p>1-Exposición:</p> <p>-Presentación. de clases en power point.</p> <p>-Presencial.</p> <p>-Virtual.</p> <p>2- Videos de apoyo en la web.</p> <p>3- Material de apoyo: documento de texto, uso de software acerca del curso, diseño de carteles, actividades lúdicas, prácticas de laboratorio.</p> <p>4- Lecturas de apoyo: Filtros, muestreo, procesamiento de señales.</p> <p>5- El manual de soluciones. Archivo con una miscelánea de gráficos.</p> <p>La Unidad 3 completa.</p> <p>Una guía metodológica con una serie de sugerencias de cómo abordar las clases.</p> | <p>Actividades a realizar para cada unidad</p> <p>-Exposición</p> <p>-Actividad colaborativa</p> <p>-Prácticas de laboratorio y actividades lúdicas.</p> <p>-Foros</p> <p>-Discusión de problemas.</p> <p>Material de apoyo: Documento de texto, videos y artículos en la web.</p> <p>Consultas hacia el docente presencial y virtual.</p> <p>Material complementario recomendado: Libros de señales y sistemas y de tratamiento discreto de la señal.</p> <p>- Se formaran grupos desde el inicio para el trabajo colaborativo y para las prácticas de laboratorio así como para las actividades lúdicas.</p> | <p>Evaluaciones (principales) Sumativa, procedimental y formativa.</p> <p>Evaluaciones (secundarias) Autoevaluación Heteroevaluación. Coevaluación Evaluación</p> <p>En esta unidad se evaluarán los conceptos por medio de una prueba escrita, donde se evalué la adquisición de los conceptos, puede usarse los ejercicios de cada apartado y también en el plan piloto (en el anexo), se encuentra un ejemplo de un examen.</p> | Esta unidad está planificada para 8 semanas (últimas del año lectivo), con tres horas de clase presencial y dos horas de práctica en el laboratorio. | <p>Software de aplicación.</p> <p>Guías de trabajo para el curso en software Matlab.</p> |

RUTA DE APRENDIZAJE

UNIDAD 2, CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS Y ECUACIONES EN

DIFERENCIAS.

Objetivo general:

Diseño de una propuesta didáctica para los estudiantes de educación media de El Salvador, en la adquisición de conocimientos básicos de las Señales y Sistemas Discretos.

| Objetivos Específicos | Contenidos | Recursos | PROPUESTA metodológica para el aprendizaje | Instrumentos de calificación y porcentajes | Otros | TIC's |
|---|---|---|---|---|--|-------------------------|
| Determinar las características de un sistema discreto, sus propiedades y las ventajas que presentan esas propiedades en la resolución de ecuaciones en diferencias. | <p>1. Señales en tiempo discreto elementales</p> <p>2. Señales periódicas.</p> <p>2.1 Señales seno y coseno.</p> <p>3. Sistemas lineales.</p> <p>3.1 Linealidad.</p> <p>4. Sistemas Invariantes en el Tiempo y Sistemas LTI.</p> <p>4.1 Sistemas LTI.</p> <p>5. Respuesta al impulso unitario y causalidad.</p> <p>5.1 Respuesta al impulso unitario.</p> <p>5.2 Causalidad.</p> <p>6. Ecuaciones en diferencias.</p> <p>6.1 Solución de las ecuaciones en diferencias por recursión.</p> <p>6.2 Como surgen las ecuaciones en diferencias.</p> | <p>1-Exposición: -Presentación. de clases en power point. -Presencial. -Virtual.</p> <p>2- Videos de apoyo en la web.</p> <p>3- Material de apoyo: documento de texto, uso de software acerca del curso, diseño de carteles, actividades lúdicas, prácticas de laboratorio.</p> <p>4- Lecturas de apoyo: Filtros, muestreo, procesamiento de señales.</p> <p>5- El manual de soluciones. Archivo con una miscelánea de gráficos. La Unidad 3 completa. Una guía metodológica con una serie de sugerencias de cómo abordar las clases.</p> | <p>Actividades a realizar para cada unidad</p> <p>-Exposición</p> <p>-Actividad colaborativa</p> <p>-Prácticas de laboratorio y actividades lúdicas.</p> <p>-Foros</p> <p>-Discusión de problemas.</p> <p>Material de apoyo: Documento de texto, videos y artículos en la web. Consultas hacia el docente presencial y virtual.</p> <p>Material complementario recomendado: Libros de señales y sistemas y de tratamiento discreto de la señal.</p> <p>- Se formaran grupos desde el inicio para el trabajo colaborativo y para las prácticas de laboratorio así como para las actividades lúdicas.</p> | <p>Evaluaciones (principales) Sumativa procedimental y formativa.</p> <p>Evaluaciones (secundarias) Autoevaluación Heteroevaluación. Coevaluación Evaluación</p> <p>En esta unidad se evaluarán los conceptos por medio de una prueba escrita, donde se evalué la adquisición de los conceptos, puede usarse los ejercicios de cada apartado y también en el plan piloto (en el anexo), se encuentra un ejemplo de un examen.</p> | Esta unidad está planificada para 5 semanas (últimas del año lectivo), con cuatro horas de clase presencial y una hora de actividades lúdicas. | Software de aplicación. |

CRONOGRAMA

Es importante tener un gráfico detallado de las actividades a realizar, a continuación, se muestra una propuesta de cronograma por cada unidad.

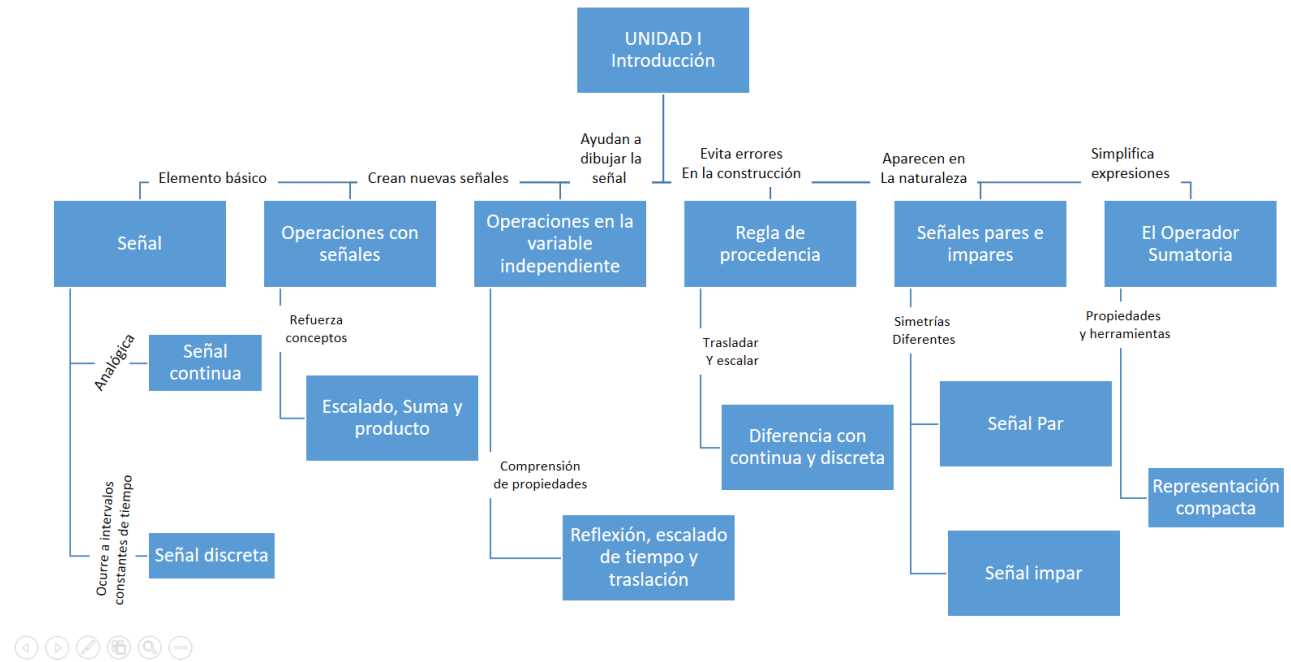
Primer año de bachillerato

| Semana | Unidad 1, apartados (Horas) | Ubicación en el documento | Contenidos |
|----------|---|---------------------------|--|
| Semana 1 | U1 Introducción a las Señales y Sistemas 1.1 (1) 1.2 (1) 1.3 (1) | Capítulo IV, unidad 1 | <ul style="list-style-type: none"> Introducción, definiciones. Señal y Sistema. Señales continuas y señales discretas. Representación de las señales discretas. <p>PRACTICA DE LABORATORIO 1 (2 horas)</p> |
| Semana 2 | U1 Introducción a las Señales y Sistemas 2.1 (1) 2.2 (1) 2.3 (1) | Capítulo IV, unidad 1 | <ul style="list-style-type: none"> Escalado de Amplitud. Suma de dos señales. Producto de dos señales. Ejercicios de aplicación. <p>PRACTICA DE LABORATORIO 2 (2 horas)</p> |
| Semana 3 | U1 Introducción a las Señales y Sistemas 3.1 (2) 3.2 (2) 3.3 (1) | Capítulo IV, unidad 1 | <ul style="list-style-type: none"> Operación de Reflexión. Escalado de Tiempo. Traslación. |
| Semana 4 | U1 Introducción a las Señales y Sistemas 4.1 (3) | Capítulo IV, unidad 1 | <ul style="list-style-type: none"> Regla de procedencia para el corrimiento en el tiempo y el escalamiento en el tiempo. <p>PRACTICA DE LABORATORIO 3 (2 horas)</p> |
| Semana 5 | U1 Introducción a las Señales y Sistemas 5.1 (1) 5.2 (2) | Capítulo IV, unidad 1 | <ul style="list-style-type: none"> Señal Par. Señal Impar. <p>PRACTICA DE LABORATORIO 4 (2 horas)</p> |
| Semana 6 | U1 Introducción a las Señales y Sistemas 6.1 (1) Realización de la prueba de conocimientos de la Unidad (2 horas) | Capítulo IV, unidad 1 | <ul style="list-style-type: none"> El operador Sumatoria. <p>PRACTICA DE LABORATORIO 5 (evaluación, 2 horas)</p> |

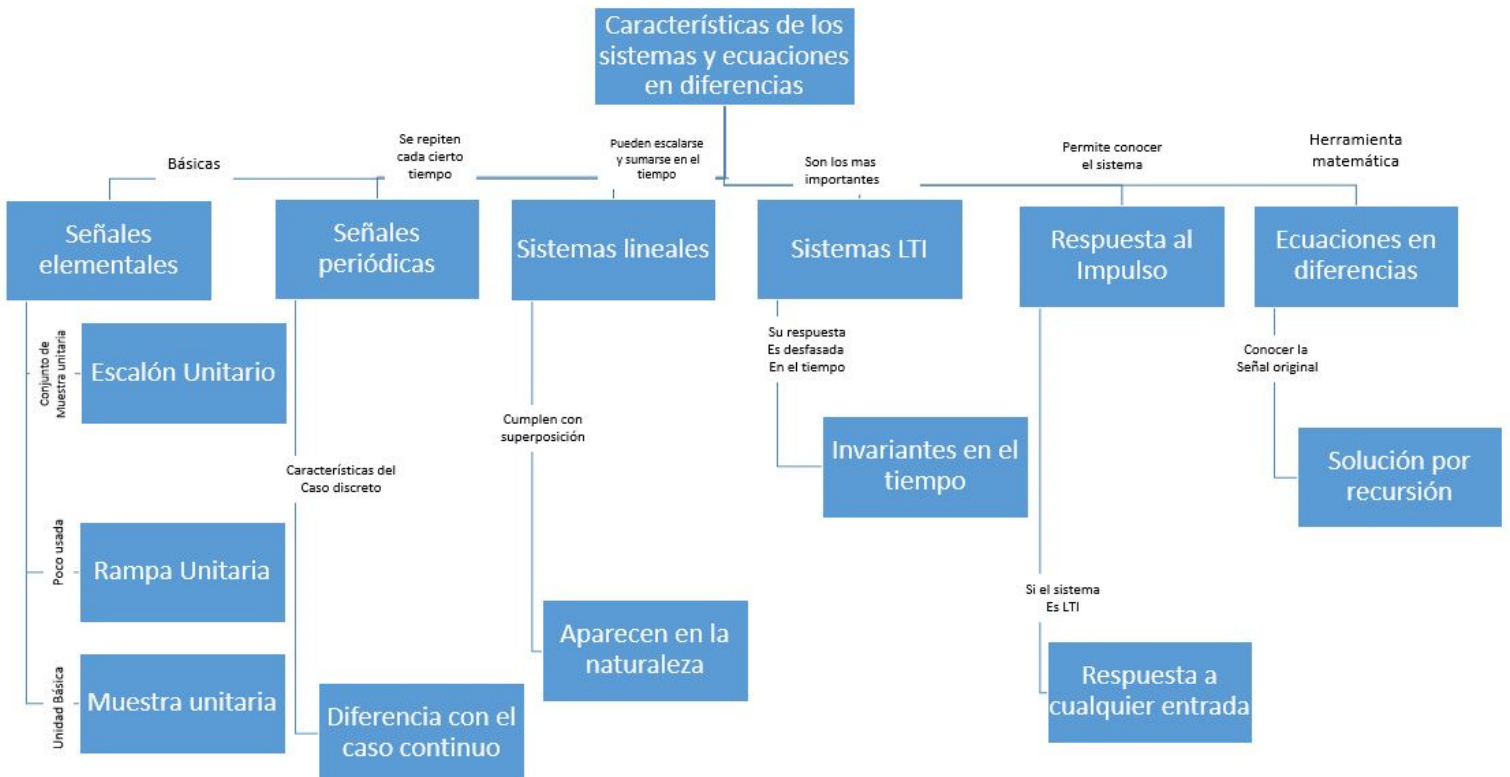
Segundo año de bachillerato

| Semana | Unidad 2, apartados (Horas) | Ubicación en el documento | Contenidos |
|----------|---|---------------------------|---|
| Semana 1 | U2 Características de los sistemas y ecuaciones en diferencias. 1. Señales en tiempo discreto elementales (2) 2. Señales periódicas. 2.1 Señales seno y coseno (2) | Unidad 2, capítulo IV | <ul style="list-style-type: none"> Muestra unitaria. Escalón unitario. Rampa unitaria. Señales seno y coseno. <p>Actividad Lúdica 1 (1 horas)</p> |
| Semana 2 | U2 Características de los sistemas y ecuaciones en diferencias. 3. Sistemas lineales. 3.1 Linealidad.(3) | Unidad 2, capítulo IV | <ul style="list-style-type: none"> Definición de sistema lineal Propiedades Implicaciones de la Linealidad <p>Actividad Lúdica 2 (2 horas)</p> |
| Semana 3 | U2 Características de los sistemas y ecuaciones en diferencias. 4. Sistemas Invariantes en el Tiempo y Sistemas LTI. 4.1 Sistemas LTI (4) | Unidad 2, capítulo IV | <ul style="list-style-type: none"> Invariancia en el tiempo. Linealidad e invariancia en el tiempo. Propiedades de los sistemas LTI. <p>Actividad Lúdica 3 (1 horas)</p> |
| Semana 4 | U2 Características de los sistemas y ecuaciones en diferencias. 5. Respuesta al impulso unitario y causalidad. 5.1 Respuesta al impulso unitario (2). 5.2 Causalidad (2). | Unidad 2, capítulo IV | <ul style="list-style-type: none"> Sistemas con entrada impulso unitario. Respuesta al impulso e implicaciones en sistemas que son LTI. Estudio de causalidad, termino corriente y específico. <p>Actividad Lúdica 4 (1 horas)</p> |
| Semana 5 | U2 Características de los sistemas y ecuaciones en diferencias. 6. Ecuaciones en diferencias. 6.1 Solución de las ecuaciones en diferencias por recursión. (3) 6.2 Como surgen las ecuaciones en diferencias (1) | Unidad 2, capítulo IV | <ul style="list-style-type: none"> Definición de ecuaciones en diferencias. Ecuaciones en diferencias por recursión. Solución de ecuaciones en diferencias. Origen de las ecuaciones en diferencias. <p>Evaluación de la unidad 2 (2). </p> |

MAPA CONCEPTUAL DE LA UNIDAD 1.



MAPA CONCEPTUAL UNIDAD 2.



Desarrollo de una clase

Sabemos que el papel del docente en proceso de enseñanza aprendizaje es vital para obtener un buen desarrollo, el docente debe facilitar o asistir a los alumnos dentro del aula; en el siguiente cuadro planteamos algunas actividades tanto del docente como de los alumnos.

| Pasos | Proceso de aprendizaje (estudiante) | Proceso de asistencia (asesoría) de aprendizajes (docente) | Puntos que se deben tomar en cuenta en la asistencia |
|-------|---|---|--|
| 1 | Confirmación de la respuesta de los problemas de la tarea y recordatorio de presaberes. | Verificar la respuesta correcta de los problemas de la tarea y asegurarse que se está realizando los primeros ítems de cada grupo de problemas. | Utilizar como máximo 5 minutos para este paso. |
| 2 | Resolución individual del problema inicial de la clase. | Orientar para que lean el problema inicial de la clase, confirmar el nivel de comprensión de los estudiantes sobre el tema y luego invitarles a que resuelvan de manera individual. | <ul style="list-style-type: none"> - Mientras los estudiantes resuelven el problema inicial, el docente debe desplazarse en el aula, para verificar los avances y las dificultades que presenten. - Si presentan dificultades, deberá indicarles la solución del problema. - Utilizar en la clase un máximo de 5 minutos. |

| | | | |
|---|--|---|--|
| 3 | Aprendizaje interactivo con sus compañeros. | Fomentar el trabajo entre compañeros para que consulten entre ellos las soluciones y dudas. | - En un primer momento, que trabajen por parejas, gradualmente puede aumentar el número de integrantes por equipo, hasta un máximo de cuatro. |
| 4 | Socialización de la solución y la conclusión de la clase. | Orientar para que comprendan la solución y tratar que ellos mismos junto con la ayuda del docente construyan la solución. | Si se considera necesario, se debe explicar la solución o invitarles a que socialicen la solución en plenaria. |
| 5 | Resolución del primer ítem de la sección de problemas al final del apartado. | Indicar que resuelvan el primer ítem de la sección de problemas. | Si hay estudiantes que ya resolvieron el primer ítem, invitarles a que trabajen los demás. |
| 6 | Evaluación del primer ítem de los problemas. | Verificar la solución del primer ítem de todos los estudiantes y asegurarse que las respuestas son correctas. | - Mientras los estudiantes trabajan, el docente debe desplazarse en el aula revisando el primer ítem. - Dependiendo de la dificultad, el docente puede explicar la solución o simplemente la respuesta. |

| | | | |
|---|--------------------------------------|---|---|
| 7 | Resolución del resto de ítems. | Orientar para que realicen el resto de ítems. Luego verificar si las respuestas son correctas y orientar para que hagan nuevamente los problemas en los que se equivocaron. | A los estudiantes que terminan primero, se les indica que apoyen a sus compañeros. |
| 8 | Tomar nota de la tarea para la casa. | Asignar la tarea de los ítems que no se resolvieron del apartado. | Si no se logran resolver todos los problemas de la clase, se pueden asignar como tarea, pero analizando la cantidad de tareas que tengan. |

El uso del tiempo es vital para cumplir con estos requerimientos, recordemos que el ministerio propone 20 minutos de aprendizaje activo, pero se puede optimizar el tiempo, esto siempre se podrá realizar cuando sean grupos de cerca de 25 alumnos en el aula y del interés que los alumnos pongan en el contenido de la materia.

Guía de trabajo de los docentes en el aula (puntos fuertes en una clase).

Unidad 1. Introducción a las Señales y Sistemas

Competencias de la unidad

Conocer el concepto de señal y de sistema, su representación, sus operaciones básicas y especiales, así como las propiedades que las señales presentan.

Ubicación de la clase y competencias de la unidad, esto es lo que se persigue que los alumnos alcancen.

1. Introducción

1.1 Señal

1.2 Señales continuas y discretas

1.3 Representación de las señales discretas

Indicadores de Logro:

- 1.1 Construye ejemplos de sistemas en la vida cotidiana.
- 1.2 Capaz de identificar señales en la vida cotidiana.
- 1.3 Dibuja con facilidad señales discretas y da ejemplos de ellas.

Contenido e indicadores de logro, por ser enfoque basado en competencias se debe de estar revisando los contenidos y los indicadores de logro, ya que son la guía a seguir

1.1 SEÑAL Y SISTEMA

¿Qué es una señal?

De una forma u otra, las señales constituyen un ingrediente básico de la vida diaria. Por ejemplo, una forma común de comunicación humana ocurre por medio del empleo de señales de voz, sean en una comunicación frente a frente o a través de un canal telefónico, otra forma usual de comunicación humana es de naturaleza visual, adquiriendo las señales la forma de imagen de personas u objetos en torno nuestro.

Una señal se define formalmente como la función de una o más variables, que transportan información acerca de la naturaleza de un fenómeno físico.

¿Qué es un sistema?

En el ejemplo de la voz humana, siempre hay un sistema asociado con la generación de cada señal y otro sistema asociado con la extracción de información de la señal. Por ejemplo, en la comunicación de voz una fuente sonora o señal excita el tracto vocal, el cual representa un sistema.

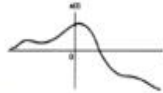
Un sistema se define formalmente como una entidad que manipula una o más señales para llevar a cabo una función, produciendo de esa forma nuevas señales.

Para nuestro estudio vamos a considerar un sistema como todo aquello que tiene una señal de entrada y una señal de salida, sin preocuparnos mucho por lo que ocurre dentro del sistema.

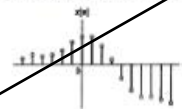


1.2 SEÑALES CONTINUAS Y SEÑALES DISCRETAS

Los valores de una señal continua o discreta en el dominio de tiempo pueden ser continuos o discretos. Si una señal toma todos los valores posibles en un rango finito o infinito, se dice que es una señal continua.



Alternativamente, si la señal toma valores dentro de un conjunto finito de posibles valores, se dice que la señal es discreta. Normalmente, estos valores son equidistantes y, por tanto, pueden expresarse como un múltiplo entero de la distancia entre dos valores sucesivos. Una señal discreta en el tiempo que tiene un conjunto de valores discretos es una señal digital.



Una señal discreta a menudo se identifica como una serie de números que se denota $x[n]$ (en el caso continuo se usa $x(t)$), donde n es un entero.

Una señal $x[n]$ de tiempo discreto puede representar un fenómeno para el cual la variable independiente es inherentemente discreta. Por ejemplo, el promedio del mercado de acciones al cierre diario es, por naturaleza, una señal que evoluciona en puntos discretos en el tiempo (esto es, al cierre de cada día).

Otra manera de obtener una señal de tiempo discreto es muestrear una señal continua, el muestreo se analizará posteriormente, pero es tomar valores de la señal a intervalos de tiempo constantes.

Gráficos, esta materia se apoya mucho en los gráficos para tener una mejor visión

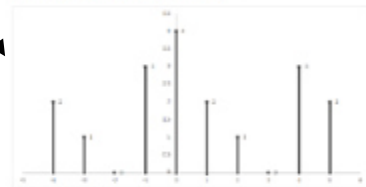
Inicio, de la clase con preguntas

Estos cuadros son iguales, el docente enseña porque

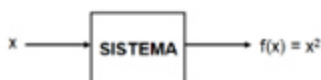
Una forma de representar una señal discreta podría ser así:



Pero para evitar ambigüedades se coloca un bastón para guiar el valor de la señal (el valor de la señal es la altura del bastón).



Anteriormente se han estudiado las funciones y de hecho todas las señales son funciones, pero podemos ver una diferencia en la forma de analizarlas, por ejemplo, la regla de elevar al cuadrado es $f(x) = x^2$, en forma de sistema es:



Es decir que la entrada es un número y la salida es ese número al cuadrado.

En el caso de señales una entrada es más compleja, es un conjunto de información y la salida por ende es una serie de datos dependiendo de la acción que realiza el sistema, así:



Aquí $x[n]$ es la entrada que podría ser una señal de voz digitalizada y $y[n]$ es la salida que representa el mensaje enviado decodificado.

1.3 REPRESENTACION DE LAS SEÑALES DISCRETAS

1. Representación funcional, ejemplo:

$$x[n] = \begin{cases} 1, & \text{para } n = 1, 3 \\ 4, & \text{para } n = 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a esta forma también se le llama forma seccionada.

2. Representación tabular, como:

| | | | | | | | | | |
|--------|-------|----|----|---|---|---|---|---|---|
| n | | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $x[n]$ | | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 1 | 0 | 0 |

3. Representación como secuencia

Una secuencia o señal de duración infinita con el origen de tiempo ($n=0$) indicado por \uparrow , las dos barras horizontales arriba del número indican que $n=0$ en ese valor.

$$x[n] = \{ \dots 0 \uparrow 1 \uparrow 2 \uparrow 4 \uparrow 1 \uparrow 0 \uparrow 0 \dots \}$$

Una secuencia $x[n]$ que es cero para $n < 0$ puede representarse como:

$$x[n] = \{\uparrow 1 \uparrow 2 \uparrow 4 \uparrow 1 \uparrow 0 \dots\}$$

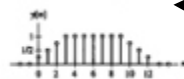
El origen del tiempo para una secuencia $x[n]$, que es cero para $n < 0$, tiene que ser el primer punto (comenzando por la izquierda) de la secuencia.

Una secuencia de duración finita puede representarse como:

$$x[n] = \{1, 2, \uparrow 2, 4, 5\}$$

mientras que una secuencia de duración finita que satisface la condición $x[n]=0$, para $n < 0$ se puede representar como: $x[n] = \{5, \uparrow 2, 4, 1\}$

4. Representación gráfica



Se tiende a pensar en señales discretas como el número de personas en el aula, la cantidad de autos que pasan por un semáforo etc.

Para nuestro estudio no es necesario que los valores que arroje la señal para cada valor de tiempo n (que llamaremos muestras), no necesariamente tiene que ser entero. Por ejemplo, en el gráfico anterior algunos valores no son enteros, lo que si es necesario que en el eje del tiempo existan valores discretos, como en el gráfico n va de 0 a 12 con intervalos de la unidad.

Un ejemplo de una señal discreta es la temperatura en un aula de clases.

En forma tabular

| Mes | Enero | Febrero | Marzo | Abril | |
|--------|-------|---------|-------|-------|-------|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | |
| $x[n]$ | 30.7° | 35.6° | 27.8° | 26° | |

Podemos observar que los meses son los intervalos de tiempo y se han asociado a un valor de n que para el caso comienza en cero (esto no es rígido), y el valor de la señal en grados Celsius es un valor que no necesariamente es un entero.

Ejercicios

1. Escriba por lo menos cinco ejemplos de Sistemas, definiendo la señal de entrada y la señal de salida.
2. Escriba 3 ejemplos de señales discretas, donde asocie la variable n (tiempo), a algún valor de otra variable.

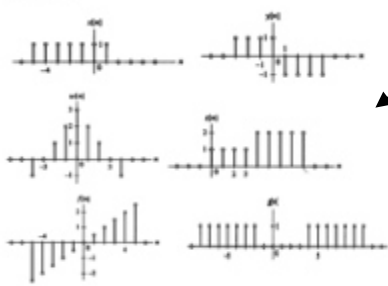
Por ejemplo, el número de autos que pasan por una avenida, se sabe que a las 12:00 pasan 15, a la 1:00 pasan 25, a las 2:00 30 autos, a las 3:00 25.....

Usando la forma tabular

| | | | | | |
|--------|----|----|----|----|-------|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | |
| $x[n]$ | 15 | 25 | 30 | 25 | |

En este caso se ha asociado a las muestras el valor de cada hora a la cantidad de autos.

3. Sea una señal $x[n] = n^2$
Represente esta señal de las 4 formas estudiadas para los valores de 0 a 4.
4. Para las siguientes gráficas, escribalas en forma tabular, funcional y en forma de secuencia.



Ejemplos, en estos casos el docente explica los conceptos fundamentales y argumenta de acuerdo a otros conceptos básicos.

Ejercicios, están diseñados para que vayan aumentando de dificultad, acá el docente debe apoyar a los alumnos

Recuerde que el enfoque del aprendizaje es por competencias, es decir, que está enfocado a la "acción" al "hacer" de parte del alumno, así como el saber ser, el saber conocer y el saber hacer, orientándose por los contenidos actitudinales, procedimentales y conceptual al inicio de cada unidad, así también con los indicadores de logro.

POSIBLES DIFICULTADES:

Ya que esta temática es un tema completamente nuevo para los alumnos, se encontrará una posible resistencia a adquirir los nuevos conceptos, algunos alumnos confundirán una señal discreta con una discreta en la variable "y", como el número de alumnos en el aula; por otro lado, hacer referencia que la representación del punto con bastón es una manera no exacta, pero si conveniente de graficar las señales discretas.

Retroalimentación, esto es para el docente, acá planea como llevará a cabo la próxima clase y cuales dificultades ha visto que presentan sus alumnos y como tratará de resolverlas.

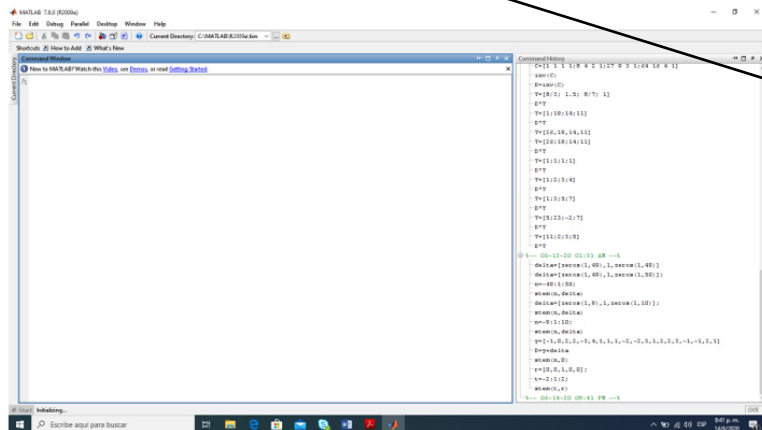
En el centro de cómputo.

PRACTICA 1 INTRODUCCIÓN A MATLAB

Objetivo: En esta sesión el alumno aprenderá el entorno de Matlab y algunos comandos que permitan el uso de la herramienta.

INTRODUCCION

La pantalla de inicio de Matlab es así:



Número de práctica y tema, el tema tratará de describir las actividades a realizar

Objetivo, este es muy importante pues en base a el se debe de tratar de alcanzar el desarrollo de la práctica

Introducción, acá se explican las generalidades del programa, su apariencia, funcionalidad y herramientas, para esto el docente se podría apoyar con un proyector.

PROCEDIMIENTO

- Ingrese a Matlab, digite el comando `clear` para borrar todas las memorias asignadas.
- Cree las memorias de los meses del año y asígneles el número de días que cada uno tiene, luego cree la variable `Totaldías`, y esta debe de contener la suma de todos los días del año, evite usar la letra "ñ", ya que Matlab no la reconoce.
- A continuación se le muestra el ingreso mensual de una empresa, cree la variable `IngresoTotal`, que debe contener el ingreso anual de la empresa:

| MES | Ingreso por día |
|---------|-----------------|
| Enero | 2.34 |
| febrero | 3.1 |
| Marzo | 0.45 |
| Abril | 3.2 |
| Mayo | 1.12 |
| Junio | 2.33 |
| Julio | 2 |

Acá el docente guía a los alumnos en los pasos que deben seguir, es importante dosificar el tiempo en cada estudiante

PARA EL REPORTE

Describe el procedimiento realizado para generar las gráficas.

Anexe los comandos usados para generar las gráficas

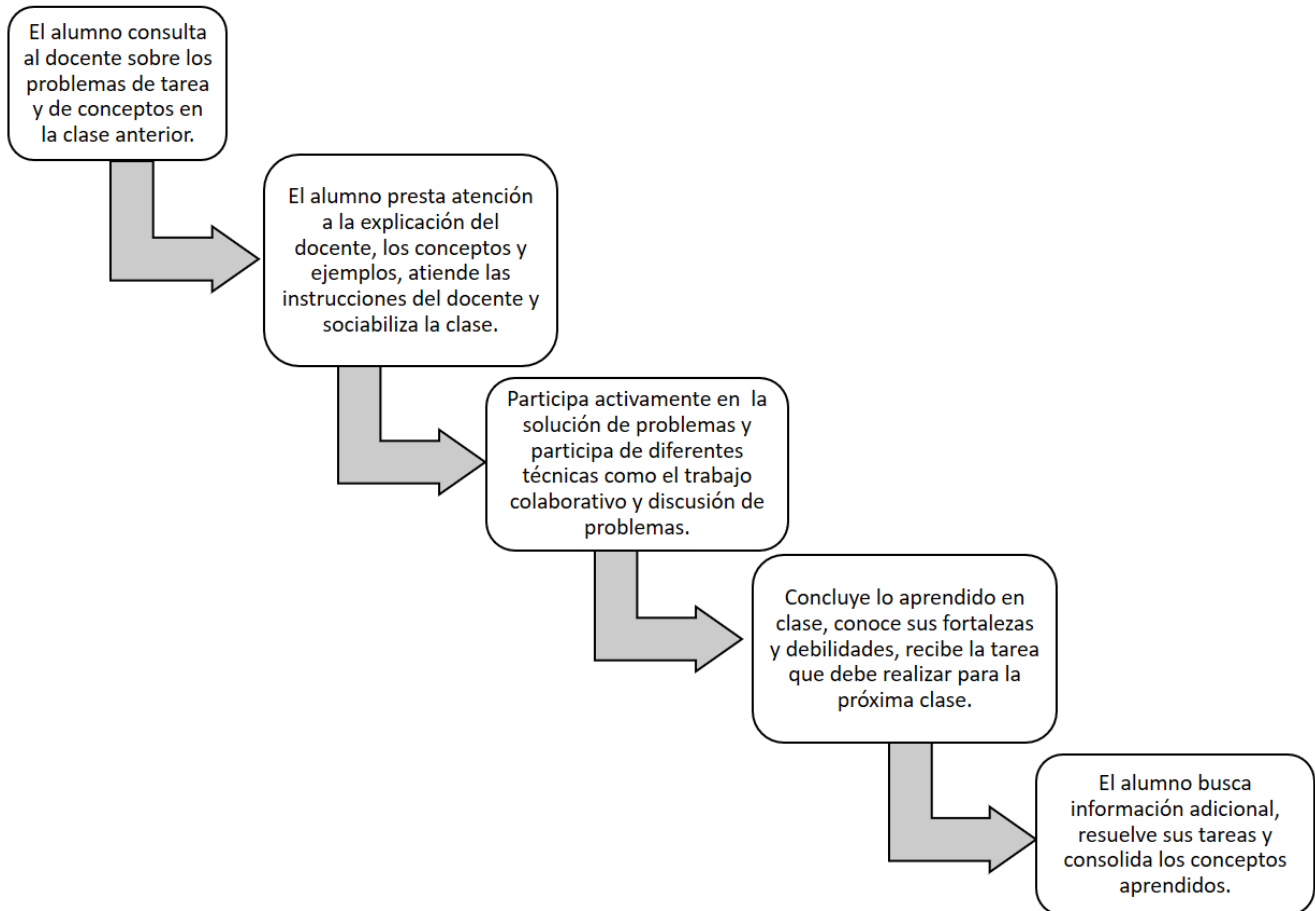
Anexe las gráficas hechas.

Investigue los comandos: `zeros(1, 20)`; `ones(1, 23)`; `ramp`; luego analice que significa el comando `u=[zeros(1,5), 1, zeros(1,5)]`, y úselos para volver a realizar las gráficas de la práctica, puede observar que para separar cantidades hemos usado espacio pero a veces conviene usar comas y realizan la misma función.

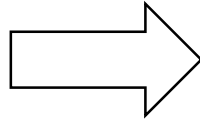
El docente asigna tareas para entregarlas la próxima práctica y así observa el avance y el entusiasmo de los alumnos

Guía de trabajo para los alumnos en el aula y el centro de cómputo.

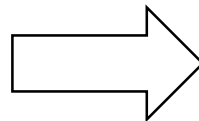
En el aula.



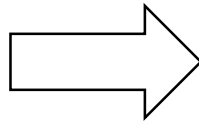
En el centro de cómputo.



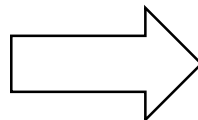
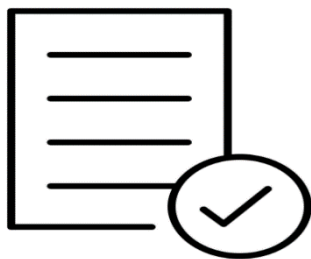
Inicia la práctica para ello enciende la máquina y busca el programa a usar en el centro de cómputo.



Escucha con cuidado la explicación del docente, a veces es necesario que lo compruebe usando el programa, trata de llevar el mismo ritmo que el de sus compañeros, sigue paso a paso la guía de laboratorio



Realiza todos los puntos de la práctica de laboratorio, analizando cada procedimiento y auxiliándose del maestro cuando lo necesite.



El alumno recibe las instrucciones para la realización del reporte de laboratorio, hace consultas para comprender los requerimientos del reporte.

USO DE LAS TIC'S

Esta propuesta se apoya en recursos didácticos; para el cual se han diseñado guías de laboratorio las cuales pueden ser usadas durante el desarrollo de las unidades académicas, el programa es Matlab, ya que es un programa muy eficiente en el uso de cálculos matemáticos.

El objeto básico empleado en Matlab es una matriz numérica rectangular con elementos numéricos. Los tipos de objetos de datos encontrados en el estudio de señales y sistemas son bastantes apropiados para esas representaciones, vamos a usar Matlab para explorar la generación de señales elementales descritas en el curso.

El programa Matlab es un programa con licencia de MathWorks, su logo es el siguiente:



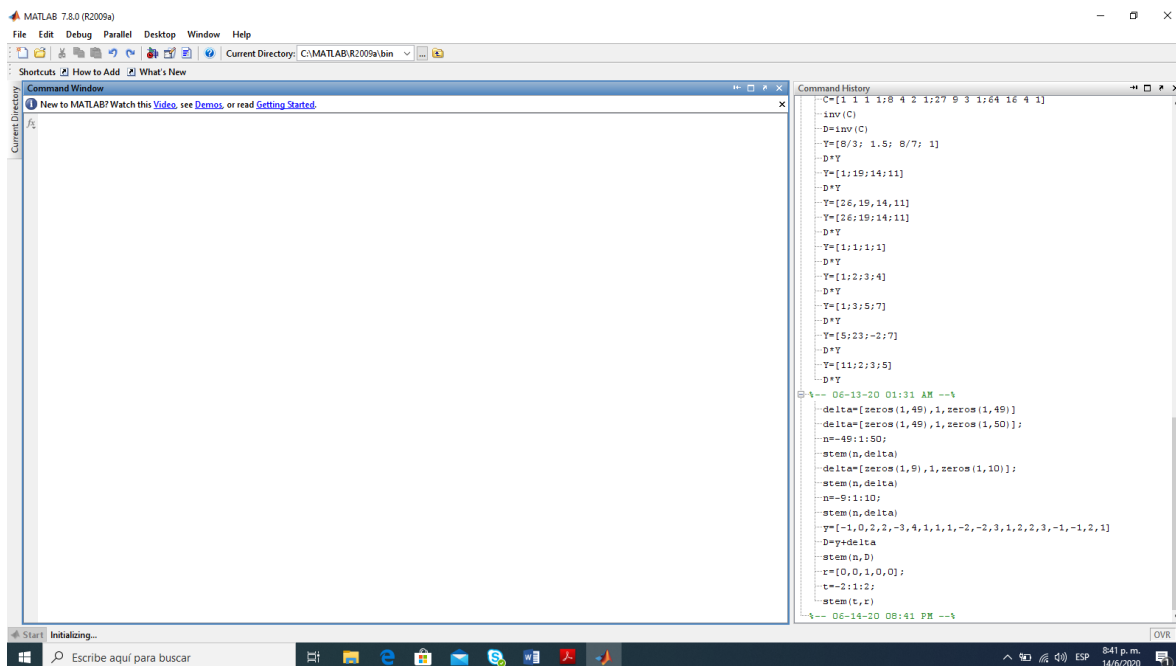
A continuación, se presentan unas prácticas sugeridas que acompañen el proceso de enseñanza aprendizaje.

PRACTICA 1 INTRODUCCIÓN A MATLAB

Objetivo: En esta sesión el alumno aprenderá el entorno de Matlab y algunos comandos que permitan el uso de la herramienta.

INTRODUCCION

La pantalla de inicio de Matlab es así:



La cual posee dos zonas una superior que es parecida a la de comandos de Windows, debajo de esta, se encuentra la de comandos y la de histórico de comandos, para nuestro caso la más importante es la de comando, que es donde se generan las instrucciones a seguir, inicialmente podemos decir que Matlab puede realizar operaciones aritméticas básicas, como lo son suma, resta, multiplicación etc.

Estas se pueden usar como en una calculadora de esta forma: (ans es el abreviado de respuesta).

The image shows the MATLAB 7.8.0 (R2009a) Command Window. The window title is "MATLAB 7.8.0 (R2009a)" and the menu bar includes "File", "Edit", "Debug", "Parallel", "Desktop", "Window", and "Help". The current directory is "C:\MATLAB\R2009a\bin". The Command Window contains the following text:

```
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.  
>> 3+2  
ans =  
    5  
>> 5-2  
ans =  
    3  
>> 7*4  
ans =  
   28  
>> 34/3  
ans =  
  11.3333  
fx >>
```

Aunque es una manera sencilla de utilizarlo, a veces es más conveniente usando asignaciones, es decir por ejemplo $A=2$, $B=3$, y realizando $A+B$, así:

The image shows the MATLAB Command Window with the following text:

```
>> A=2  
A =  
    2  
>> B=3  
B =  
    3  
>> A+B  
ans =  
    5  
fx >> |
```

O asignando a esa operación la palabra suma:

```
>> Suma=A+B

Suma =

     5

fx >> |
```

Todos los valores asignados quedan grabados en cada palabra o letra asignado, si se escriben se podrá comprobar:

```
>> A

A =

     2

>> B

B =

     3

>> Suma

Suma =

     5

fx >> |
```

Para borrar esta asignación de valores basta con digitar la palabra clear, con lo cual las variables para nuestro caso de A, B, Suma, quedaran indefinidas.

PROCEDIMIENTO

- i) Ingrese a Matlab, digite el comando clear para borrar todas las memorias asignadas.
- ii) Cree las memorias de los meses del año y asígneles el número de días que cada uno tiene, luego cree la variable Totaldedias, y esta debe de contener la suma de todos los días del año, evite usar la letra “ñ”, ya que Matlab no la reconoce.

iii) A continuación se le muestra el ingreso mensual de una empresa, cree la variable IngresoTotal, que debe contener el ingreso anual de la empresa:

| MES | Ingreso por día |
|------------|-----------------|
| Enero | 2.34 |
| febrero | 3.1 |
| Marzo | 0.45 |
| Abril | 3.2 |
| Mayo | 1.12 |
| Junio | 2.33 |
| Julio | 2 |
| Agosto | 2.08 |
| Septiembre | 4.2 |
| Octubre | 5.8 |
| Noviembre | 7.3 |
| Diciembre | 2.34 |

PARA EL REPORTE

Muestre el procedimiento y las capturas de pantalla que evidencie la realización de la práctica, investigue y anexe la función de los comandos:

$\sqrt{\quad}$ (), clc, sin (x), cos (x), tan (x), csc (x), sec (x), cot (x).

PRACTICA 2, GENERACION DE GRAFICOS CON MATLAB

Objetivo: que el estudiante aprenda a graficar algunas señales básicas en el estudio de señales y sistemas.

INTRODUCCION

El programa Matlab permite asignar varias cantidades de números a una variable, esto se realiza usando corchetes, por ejemplo, si queremos asignar los primeros 5 números naturales lo podemos hacer así:

`N=[1 2 3 4 5]` y Matlab responde así:

N =

1 2 3 4 5

A esta altura conviene comentar que, si después de la asignación se escribe punto y coma, la asignación se realizará, pero no se desplegará en pantalla, esto es bueno cuando se tiene una gran cantidad de datos.

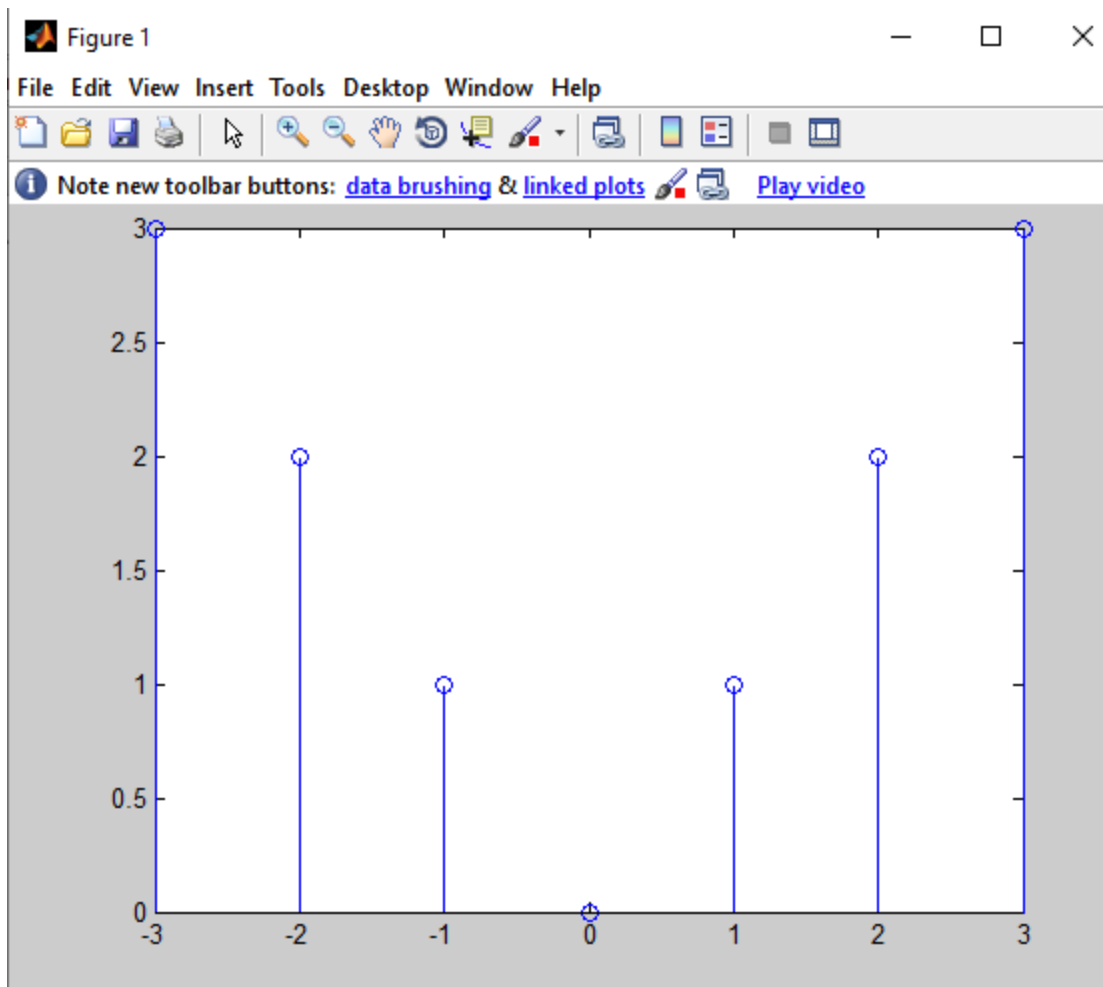
Otra manera más práctica de generar esos valores es por medio del siguiente comando:

`>> n=1:1:5`, donde `n` es el nombre de la variable, pero puede ser cualquiera, el primer número 1 indica el comienzo de la cadena de datos, el segundo uno representa el ancho del paso, en este caso indica que se va a ir incrementando de uno en uno, y el 5 el final de la cadena.

Para visualizar una señal en tiempo discreto, podemos usar el comando **stem**. Específicamente, `stem(n, x)` describe los datos contenidos en la variable `x` como una señal en tiempo discreto en los valores definidos por `n`. Las variables `n` y `x` deben, por supuesto, tener dimensiones compatibles.

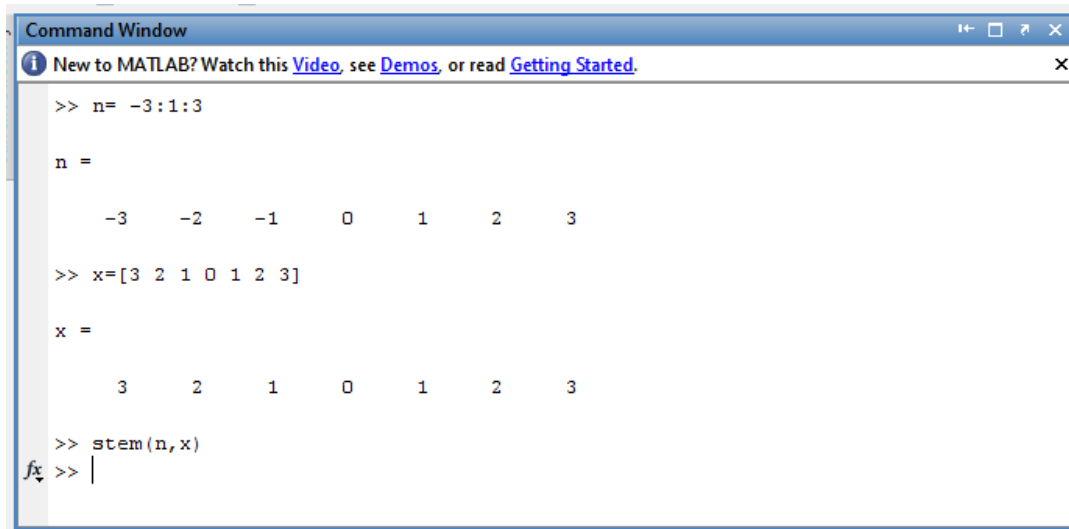
Veamos un ejemplo.

Genere la gráfica de la señal discreta que se muestra en la figura:



Analicemos el problema, vemos que los valores horizontales comienzan en -3 y terminan en 3, las imágenes son los valores absolutos de los valores horizontales, pero como no hemos visto la

función valor absoluto podemos asignarlo a la variable x, este procedimiento se resume en las siguientes instrucciones:



```
Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> n= -3:1:3
n =
    -3    -2    -1     0     1     2     3
>> x=[3 2 1 0 1 2 3]
x =
     3     2     1     0     1     2     3
>> stem(n,x)
fx >> |
```

PROCEDIMIENTO

- i) Obtenga la gráfica de la señal muestra unitaria usando el comando stem, la gráfica debe de comenzar en -5 y terminar en 5.
- ii) Obtenga usando Matlab la gráfica de la señal escalón unitario, la gráfica debe de comenzar en -8 y terminar en 10, use el comando stem, al asignar las variables no ocupe punto y como para que tenga una idea de los datos que se van generando.
- iii) Para las dos gráficas generadas anteriormente, construya las gráficas de estas señales desplazadas dos unidades hacia la derecha y tres unidades desplazadas hacia la izquierda.
- iv) Guarde todas las imágenes en un archivo de pdf, e investigue como se etiquetan las gráficas en Matlab.

PARA EL REPORTE

Describa el procedimiento realizado para generar las gráficas.

Anexe los comandos usados para generar las gráficas

Anexe las gráficas hechas.

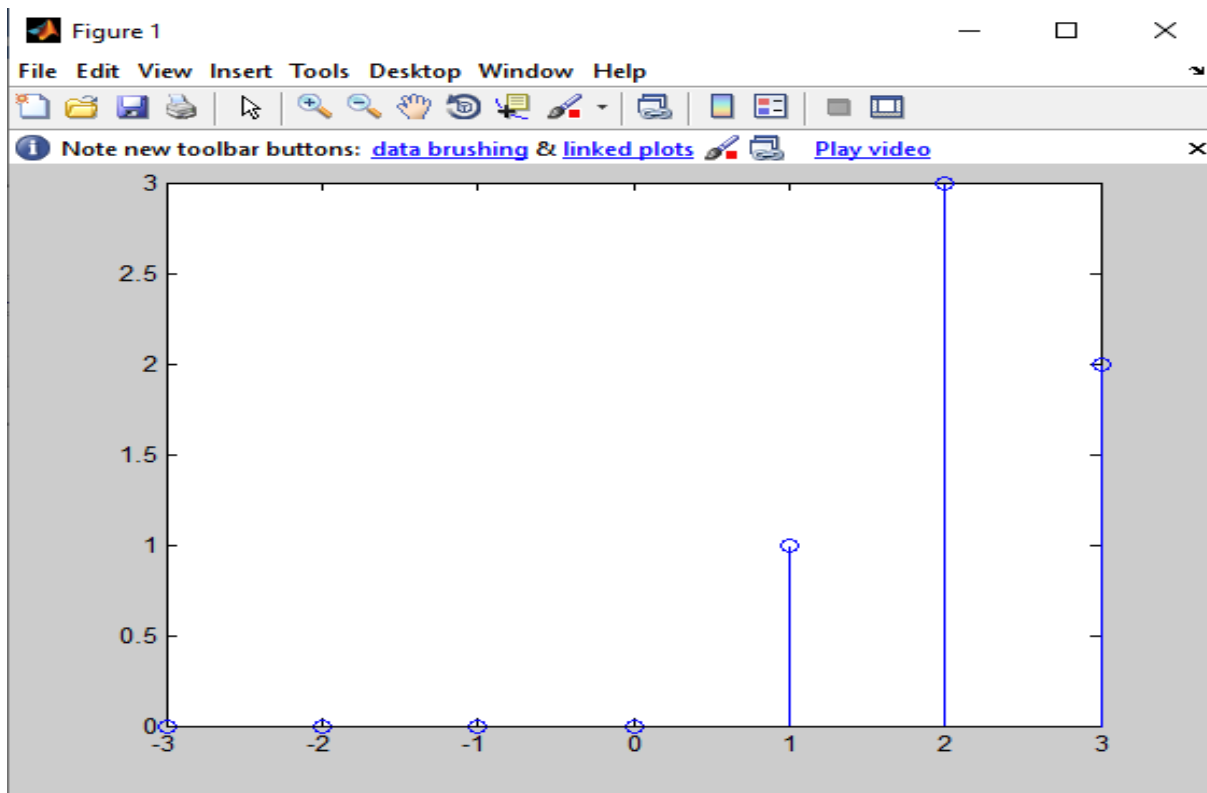
Investigue los comandos: `zeros(1, 20)`; `ones(1, 23)`, `ramp`; luego analice que significa el comando `u=[zeros(1,5), 1, zeros(1,5)]`, y úselos para volver a realizar las gráficas de la práctica, puede observar que para separar cantidades hemos usado espacio pero a veces conviene usar comas y realizan la misma función.

PRACTICA 3, OPERACIONES ENTRE FUNCIONES

Objetivo: Los estudiantes aprenderán a realizar operaciones básicas por medio de Matlab y el uso del comando stem.

INTRODUCCION

Imaginemos que queremos hallar la reflexión de la siguiente gráfica:



La cual se obtuvo con los siguientes comandos:

```
>> n=-3:1:3;
```

```
>> x=[0 0 0 0 1 3 2];
```

```
>> stem(n,x)
```

Ahora queremos encontrar la reflexión con respecto al eje Y, obviamente n seguiría igual pero debemos invertir el orden de los valores de x, esto se puede lograr con el comando `fliplr()`, para nuestro caso podemos asignar el valor de este comando a una nueva variable y luego graficar en base a la nueva variable, así:

```
>> n=-3:1:3
```

```
n =
```

```
-3 -2 -1 0 1 2 3
```

```
>> x=[0 0 0 0 1 3 2]
```

```
x =
```

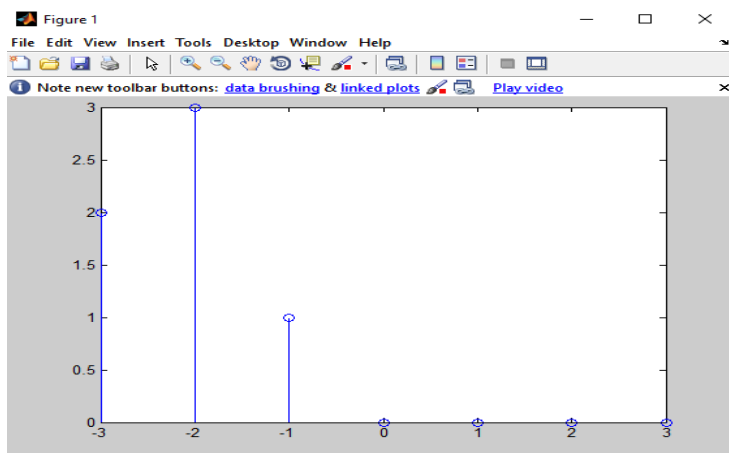
```
0 0 0 0 1 3 2
```

```
>> b=fliplr(x)
```

```
b =
```

```
2 3 1 0 0 0 0
```

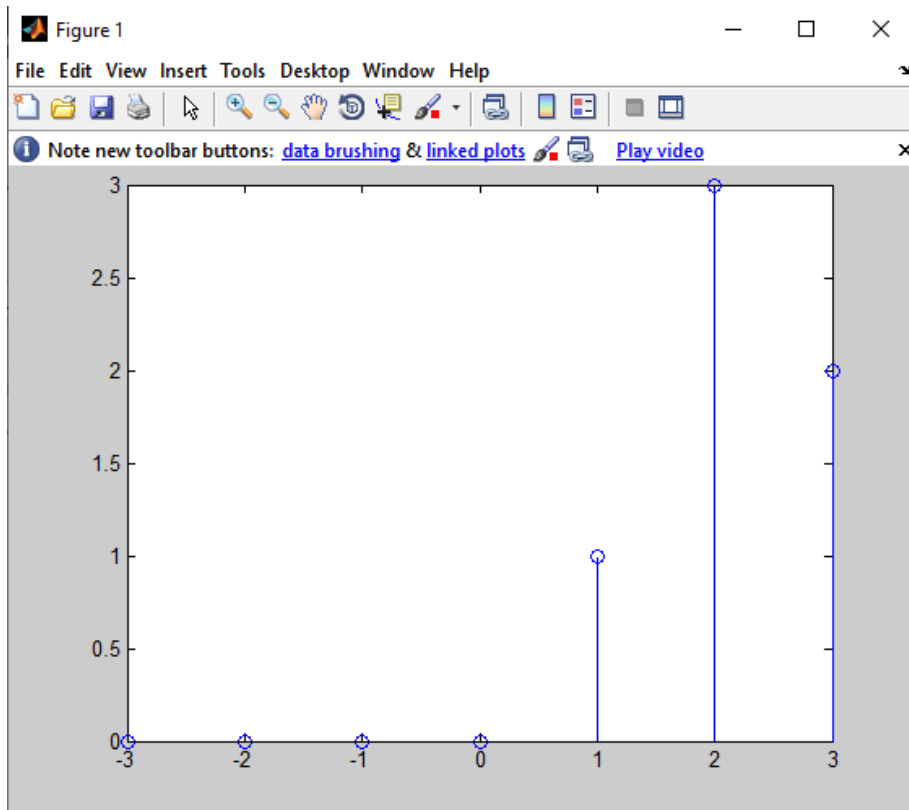
```
>> stem(n,b)
```



Así, obtenemos la reflexión de la señal en Y

Veamos cómo podemos encontrar la reflexión de la señal original x en el eje horizontal:

Tenemos:



La cual obtuvimos con:

```
>> n=-3:1:3;
```

```
>> x=[0 0 0 0 1 3 2];
```

```
>> stem(n,x)
```

Para encontrar su reflexión en x, procedemos así:

```
>> n=-3:1:3
```

```
n =
```

```
-3 -2 -1 0 1 2 3
```

```
>> x=[0 0 0 0 1 3 2]
```

```
x =
```

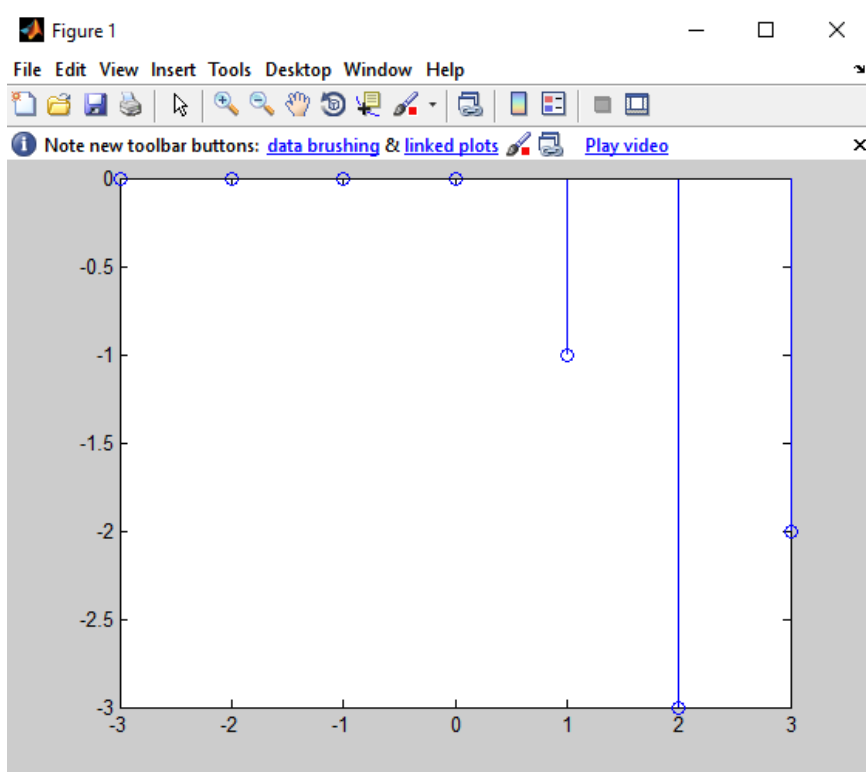
```
0 0 0 0 1 3 2
```

```
>> v=-1*x
```

```
v =
```

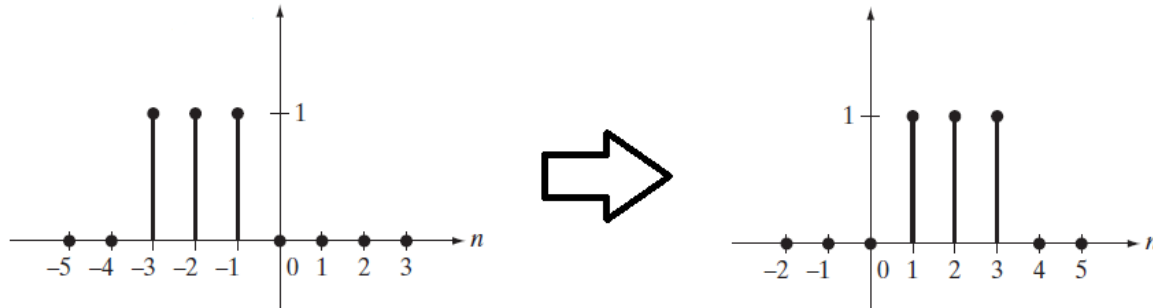
```
0 0 0 0 -1 -3 -2
```

```
>> stem(n,v)
```



Este procedimiento puede aplicarse para escalar los valores de la variable dependiente (Y).

Por otro lado, imaginemos que queremos desplazar la gráfica de una señal, por ejemplo:



La cual es una señal desplazada 4 unidades hacia la derecha, usemos la siguiente secuencia para obtener la gráfica inicial y luego la desplazada:

```
>> n=-5:1:3
```

```
n =
```

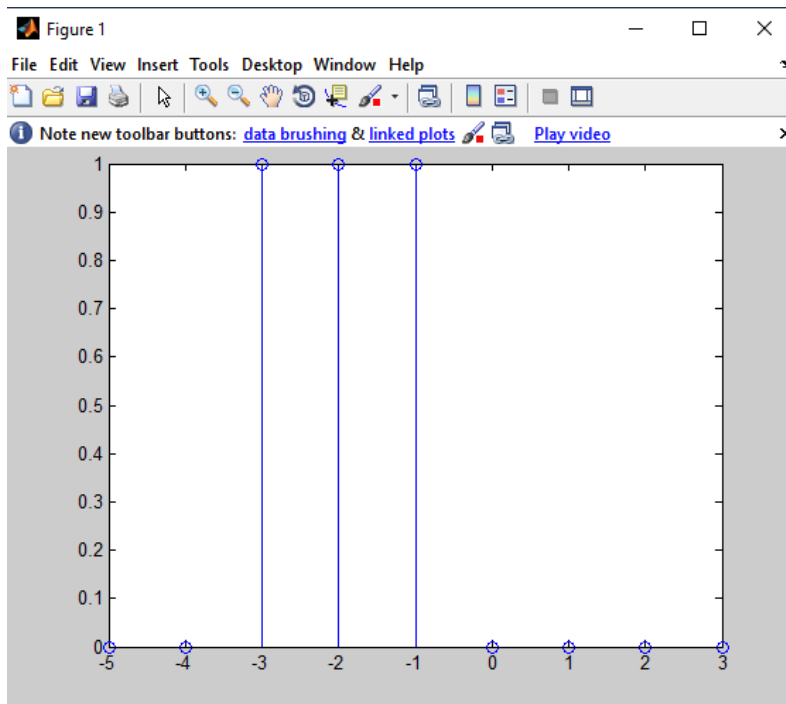
```
-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3
```

```
>> x=[0 0 1 1 1 0 0 0 0]
```

```
x =
```

```
0 0 1 1 1 0 0 0 0
```

```
>> stem(n,x)
```



Ahora si queremos desplazarla 4 unidades hacia la izquierda bastará con aumentar en 4 los valores de n, excepto obviamente en el de en medio que siempre será uno, así:

```
>> n=-1:1:7
```

```
n =
```

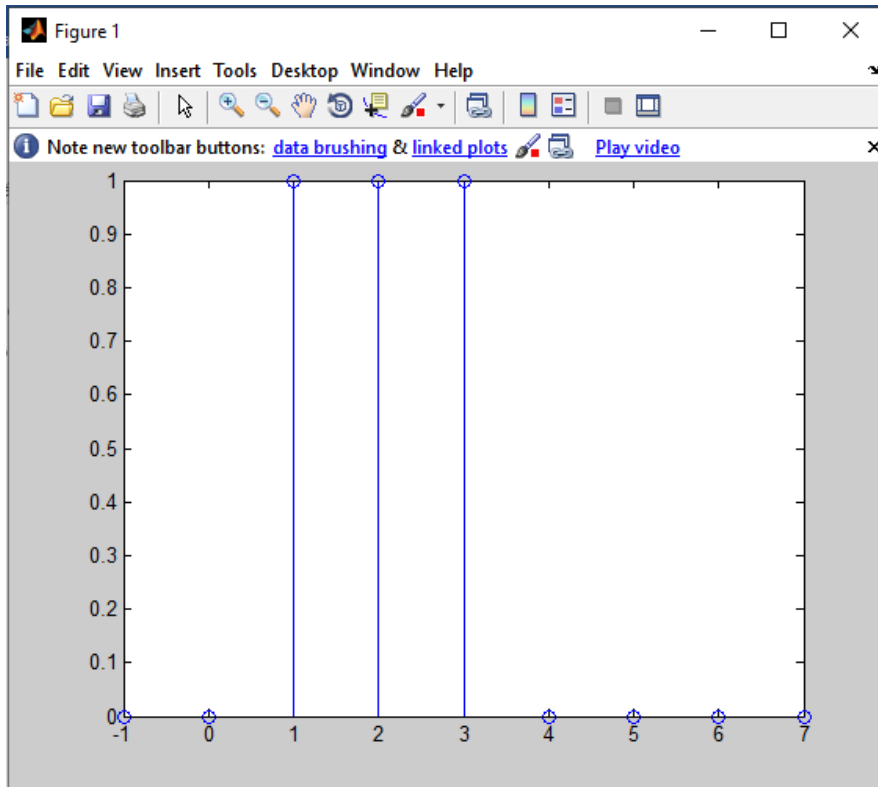
```
-1  0  1  2  3  4  5  6  7
```

```
>> x=[0 0 1 1 1 0 0 0 0]
```

```
x =
```

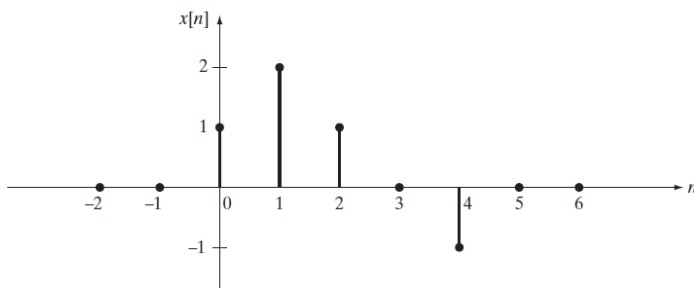
```
0  0  1  1  1  0  0  0  0
```

```
>> stem(n,x)
```



PRODEDIMIENTO

Habiendo comprendido la introducción teórica, dada la siguiente señal:



Encuentre usando Matlab las gráficas de:

a) $x[n-1]$

- b) $x[-n]$
- c) $5x[n]$
- d) $-2x[n+1]$
- e) $2x[-n+1]$

PARA EL REPORTE

Muestre todos los comandos usados para encontrar las gráficas y anexe cada grafica

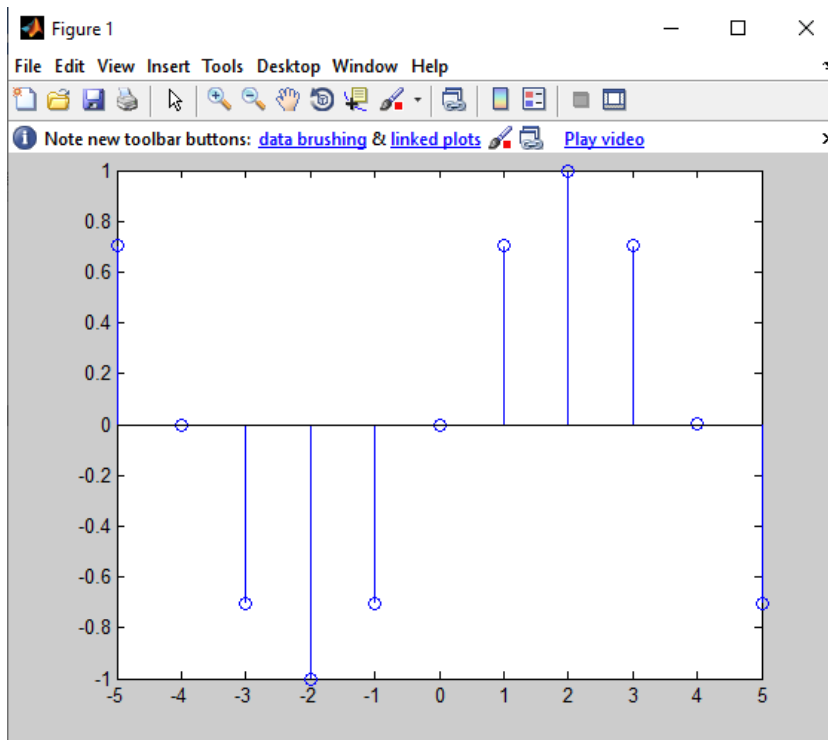
Investigue los comandos: title, xlabel/ylabel, filled.

Analice la siguiente cadena de comandos que genera la gráfica:

```
>> n=-5:1:5;
```

```
>> x=sin(pi*n/4);
```

```
>> stem(n,x)
```



PRACTICA 4, OPERACIONES BASICAS CON SEÑALES, ESCALADO DE AMPLITUD, SUMA Y MULTIPLICACION.

Objetivo. En esta práctica el estudiante aprenderá las operaciones básicas auxiliándose de Matlab y graficar en Matlab.

INTRODUCCION

El siguiente ejemplo ilustra la suma de dos señales:

Ejemplo

Dadas las dos señales $x_1[n] = \{-1, 2, \overline{0}, 1, 2\}$ y $x_2[n] = \{5, 1, \overline{-3}, 2, 1\}$.

Encuentre $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$

Solución:

Sabemos que $y[n]$ es la suma del valor de cada señal con el valor correspondiente (en el mismo tiempo) de la segunda señal.

| | | | | | |
|----------------------|----|----|---|---|---|
| n | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $x_1[n]$ | -1 | 2 | 0 | 1 | 2 |
| $x_2[n]$ | 5 | 1 | 3 | 2 | 1 |
| $y[n]=x_1[n]+x_2[n]$ | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 |

Creemos en Matlab X1 y X2, y luego la suma Y

```
>> x1=[-1 2 0 1 2]
```

```
x1 =
```

```
-1 2 0 1 2
```

```
>> x2=[5 1 3 2 1]
```

```
x2 =
```

```
5 1 3 2 1
```

```
>> y=x1+x2
```

```
y =
```

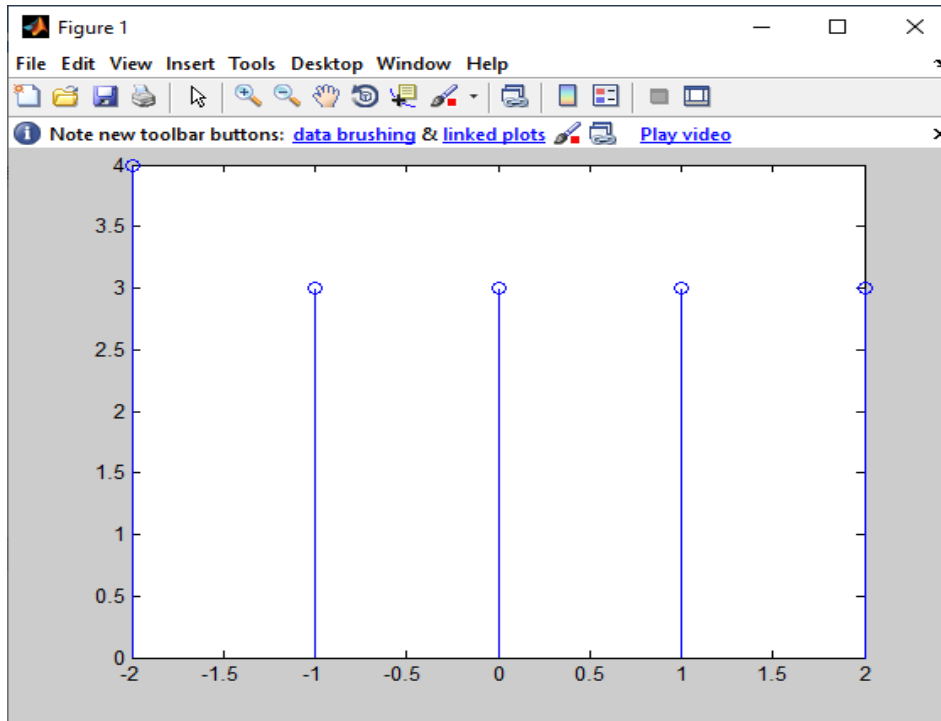
```
4 3 3 3 3
```

```
>> n=-2:1:2
```

```
n =
```

```
-2 -1 0 1 2
```

```
>> stem(n,y)
```



Ahora veamos el caso en que queremos hacer la multiplicación;

Ejemplo. Dadas las dos señales $x_1[n] = \{-1, 2, \overline{0}, 1, 2\}$ y $x_2[n] = \{5, 1, \overline{-3}, 2, 1\}$.

Encuentre $y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n]$

Solución:

Sabemos que $y[n]$ es el producto del valor de cada señal con el valor correspondiente (en el mismo tiempo) de la segunda señal.

| | | | | | |
|----------------------------|----|----|---|---|---|
| n | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $x_1[n]$ | -1 | 2 | 0 | 1 | 2 |
| $x_2[n]$ | 5 | 1 | 3 | 2 | 1 |
| $y[n]=x_1[n] \cdot x_2[n]$ | -5 | 2 | 0 | 2 | 2 |

Realizaremos un procedimiento similar, solamente que hoy aplicaremos la operación de multiplicación:

```
>> n=-2:1:2
```

```
n =
```

```
    -2    -1     0     1     2
```

```
>> x1=[-1 2 0 1 2]
```

```
x1 =
```

```
    -1     2     0     1     2
```

```
>> x2=[5 1 3 2 1]
```

```
x2 =
```

```
     5     1     3     2     1
```

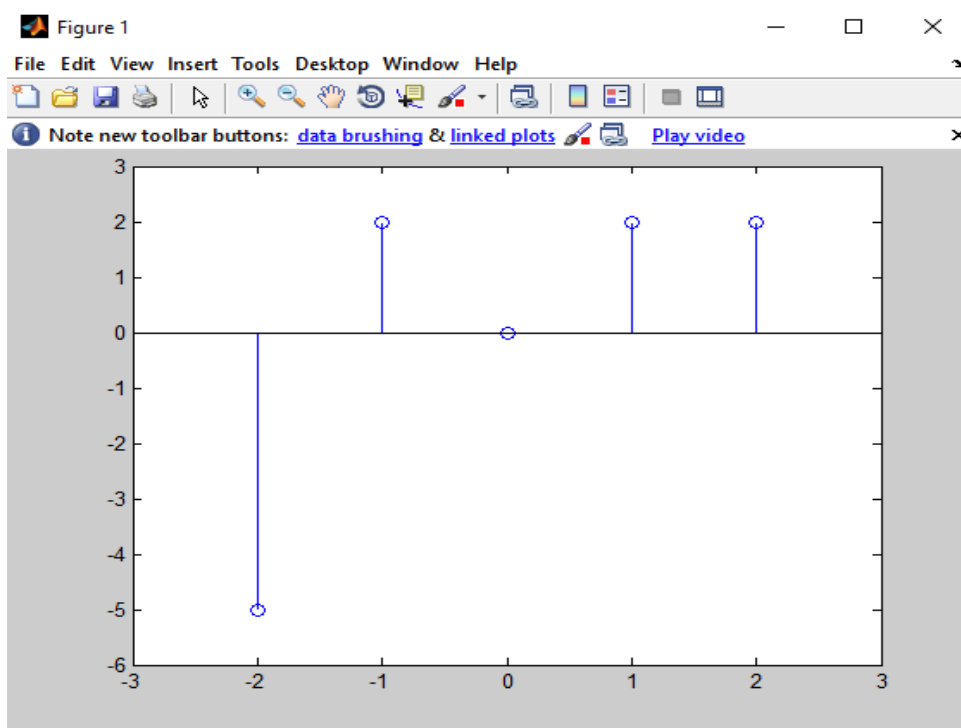
```
>> y=x1.*x2
```

```
y =
```

```
    -5     2     0     2     2
```

```
>> stem(n,y)
```

```
>> axis([-3 3 -6 3])
```

Donde se ha usado el comando axis para regular los valores de los ejes, es importante hacer notar que se necesita un punto antes del símbolo de multiplicación, esto es así para que cada elemento correspondiente se multiplique con su par correspondiente de lo contrario Matlab creará que es el producto de 2 matrices y generará error.

PROCEDIMIENTO

Luego de haber entendido la introducción teórica deberá realizar los siguientes ejercicios:

Grafique las siguientes señales de tiempo discreto:

- (a) $x[n] = u[n] - 2u[n - 1] + u[n - 4]$
- (b) $x[n] = (n + 2)u[n + 2] - 2u[n] - nu[n - 4]$
- (c) $x[n] = \delta[n + 1] - \delta[n] + u[n + 1] - u[n - 2]$
- (d) $x[n] = e^{0.8n}u[n + 1] + u[n]$
- (e) Utilice MATLAB para graficar las señales definidas en los incisos (a) a (d).

Sean las señales:

$$x_1[n] = \{\bar{3}, 2, 4, 5\}$$

$$x_2[n] = \{-3, 1, \bar{2}, 3\}$$

$$x_3[n] = \{2, \bar{\bar{2}}, 2\}$$

Encuentre:

a) $y[n] = x_1[n] + x_2[n] + x_3[n]$

b) $y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n] - x_3[n]$

c) $y[n] = (1/2)x_1[n] \cdot x_3[n]$

d) $y[n] = x_1^2[n] - 2x_3[n]$

PARA EL REPORTE

Deberá presentar:

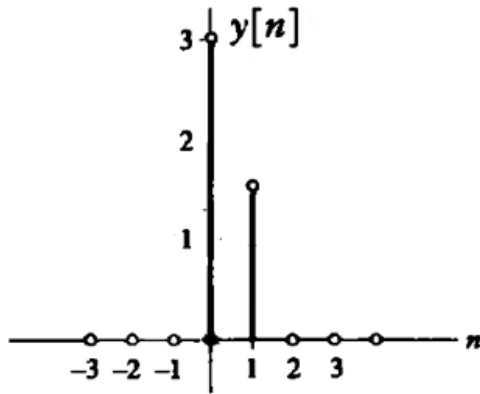
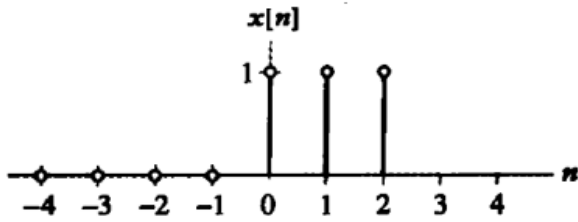
Muestre los comandos usados para resolver los problemas de la práctica y las gráficas obtenidas

Investigue los comandos: axis(limits), axis style, axis mode, axis ydirection, axis visibility

Resuelva el siguiente problema:

Usando Matlab y mostrando la secuencia de comandos, cambie y etiquete los valores y los nombres de los ejes coordenados

Sean las señales



Halle:

$$2x[n]+3y[n]$$

$$2x[n]-5y[n]$$

$$x[n]*3y[n]$$

$$-2x[n]+y[n]$$

$$2x[n]+3y[n-2]$$

Actividades Lúdicas

A continuación, se presenta cuatro actividades lúdicas para realizarse dentro del curso, estas contribuyen a crear un ambiente más ameno y a divertirse aprendiendo.

ACTIVIDAD LUDICA 1. SEÑALES PARES E IMPARES

Objetivo: los alumnos comprenderán de una forma interactiva las características de las señales pares e impares.

Materiales:

Graficas anexas, cuaderno, papel, lápiz, tijeras, pizarrón y plumones.

Indicaciones:

Llevar las gráficas anexas y recortarlas por el borde.

Proporcionarlas a cada alumno.

Los alumnos deben identificar por medio de doblar el papel, si la gráfica de la señal es par o impar.

Luego que los alumnos hayan identificado el método para determinar si la señal es par o impar, deberán buscar otro compañero que tenga el mismo tipo de señal, ya sea par o impar.



En sus respectivos pupitres y colaborando entre sí, sumaran y multiplicaran sus dos gráficas.



Obtenidas las gráficas de suma y multiplicación procederán a dibujarla en una hoja de papel.

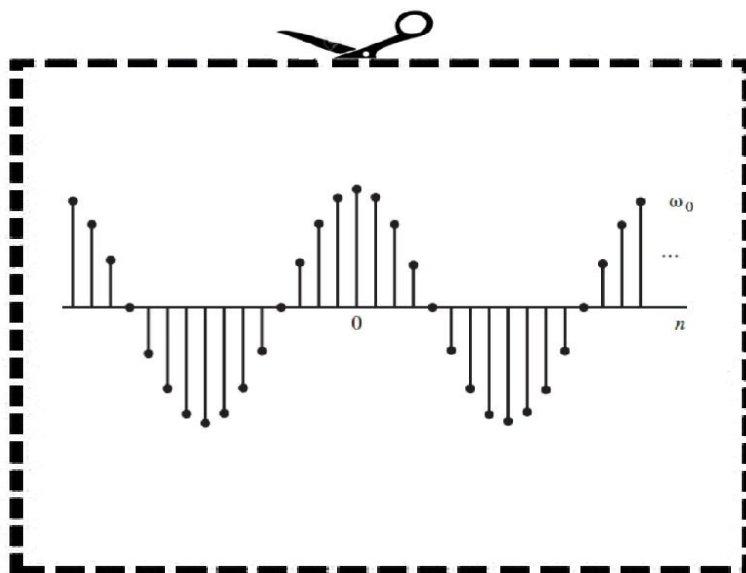
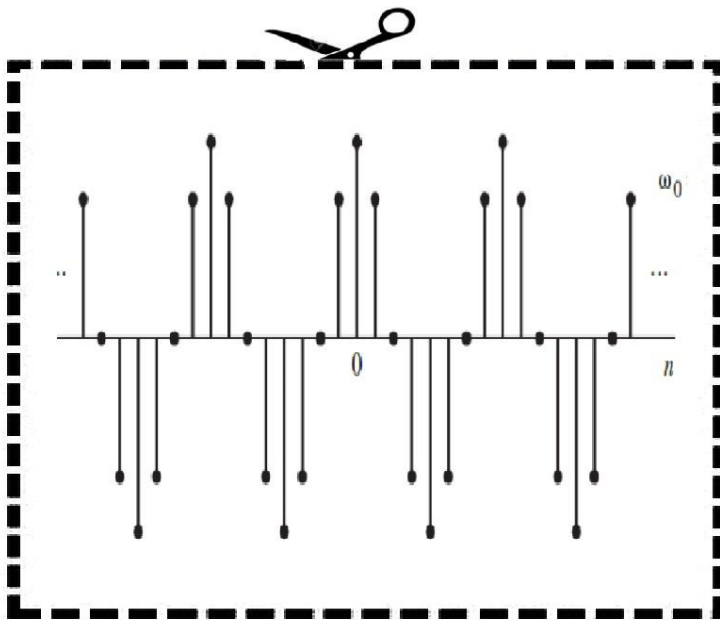
Deberán identificar por medio de la técnica aprendida del doblar de papel si la señal es par o impar.

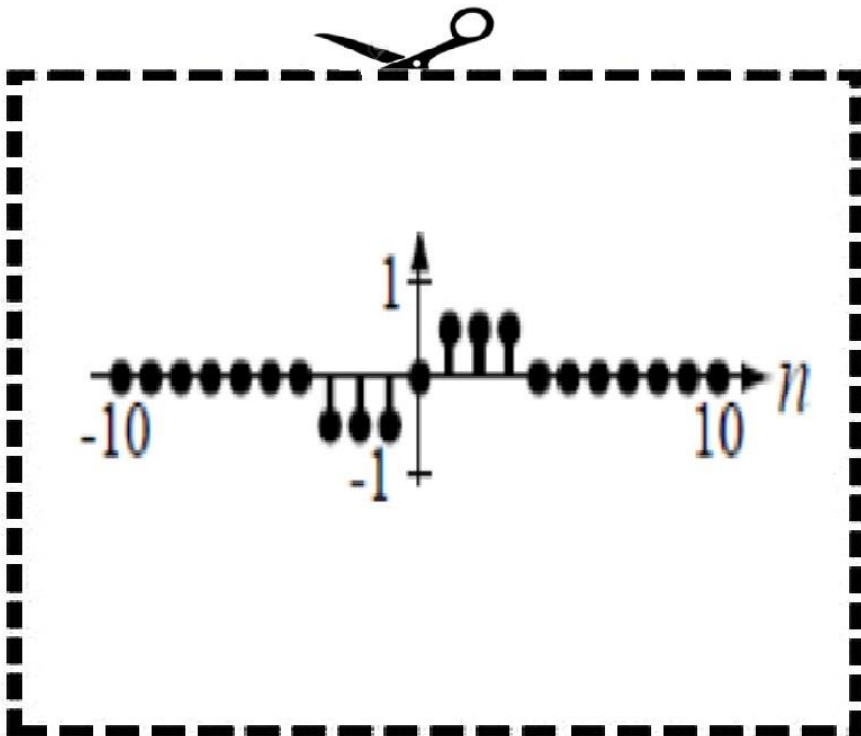
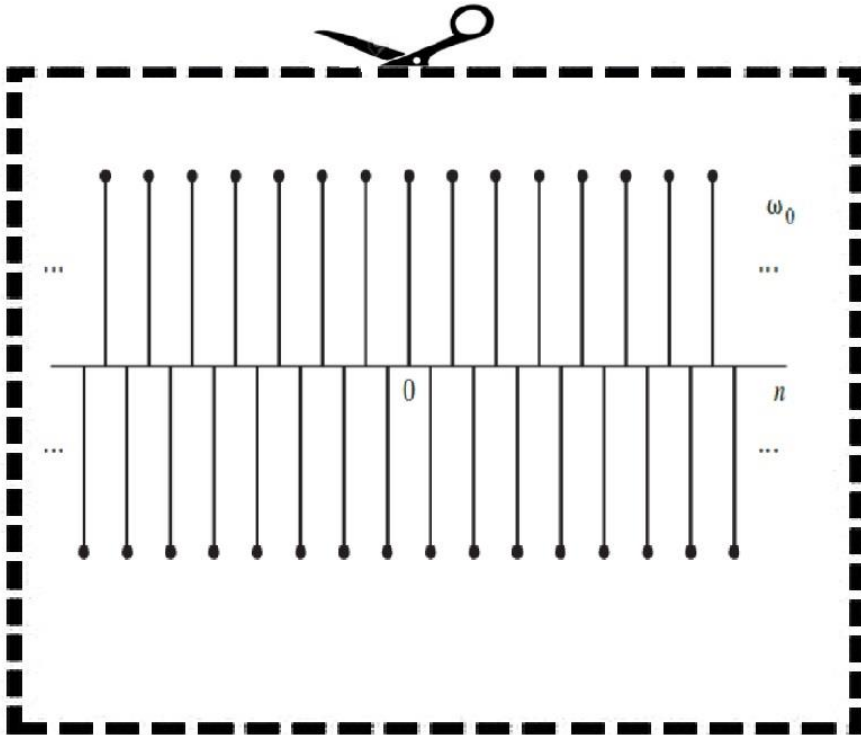
Escribirán en sus cuadernos que ocurrió con la suma y multiplicación de las señales, cuales son las propiedades observadas.

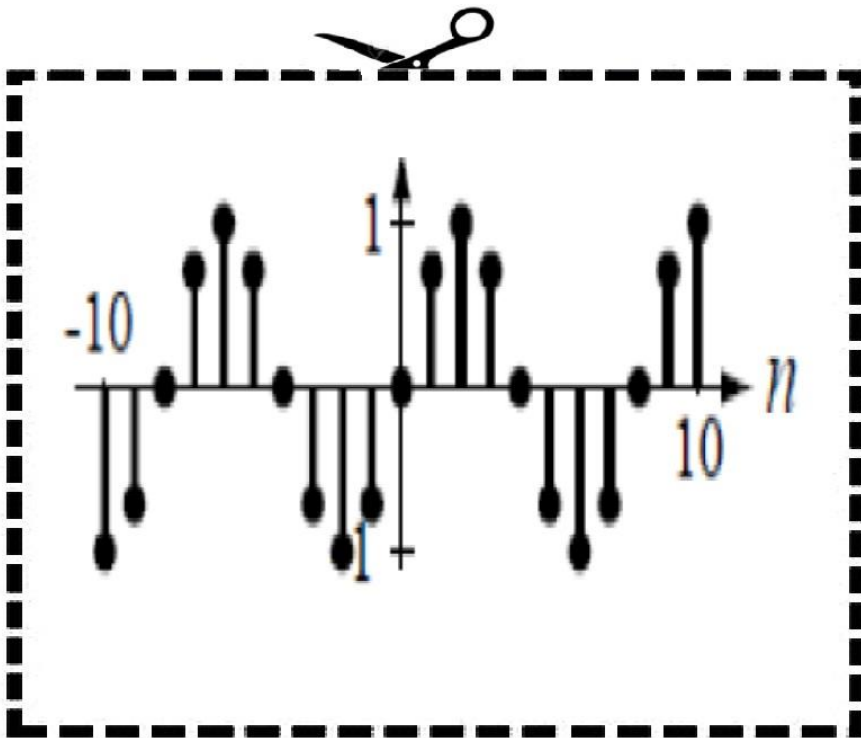
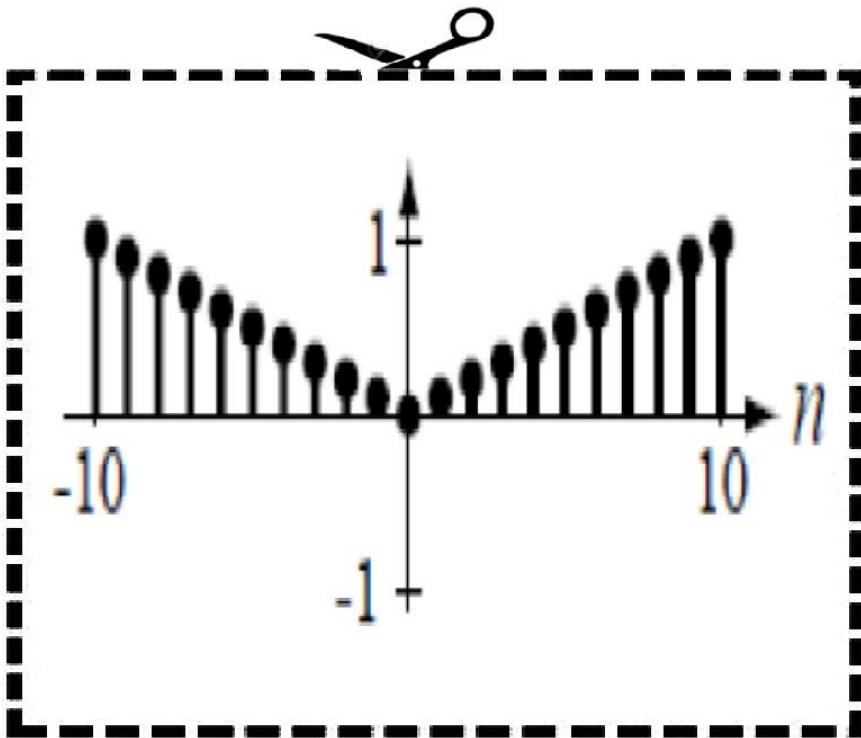
PARTE FINAL, SOCIALIZACIÓN

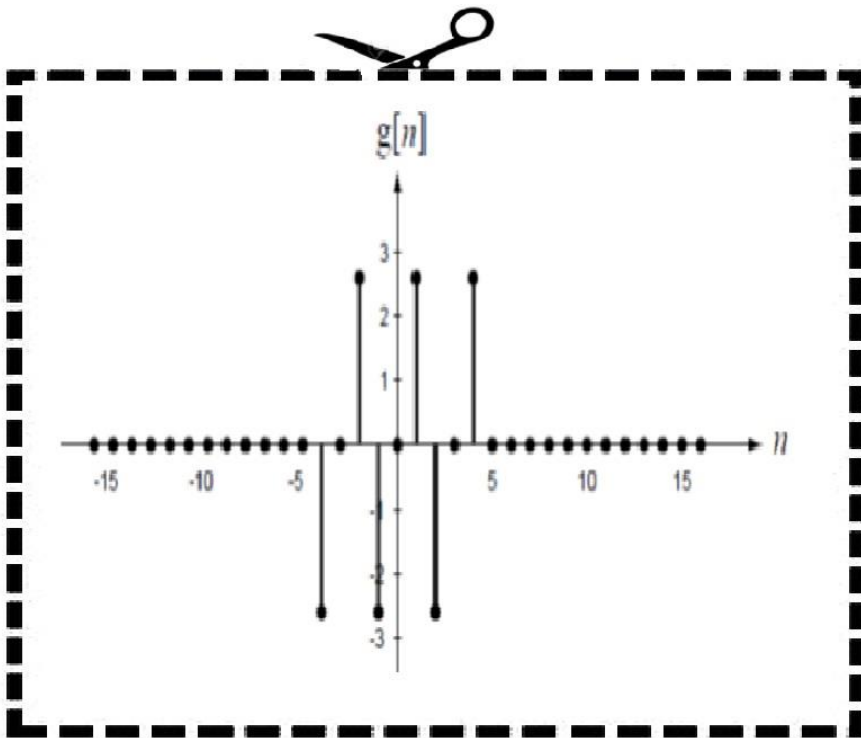
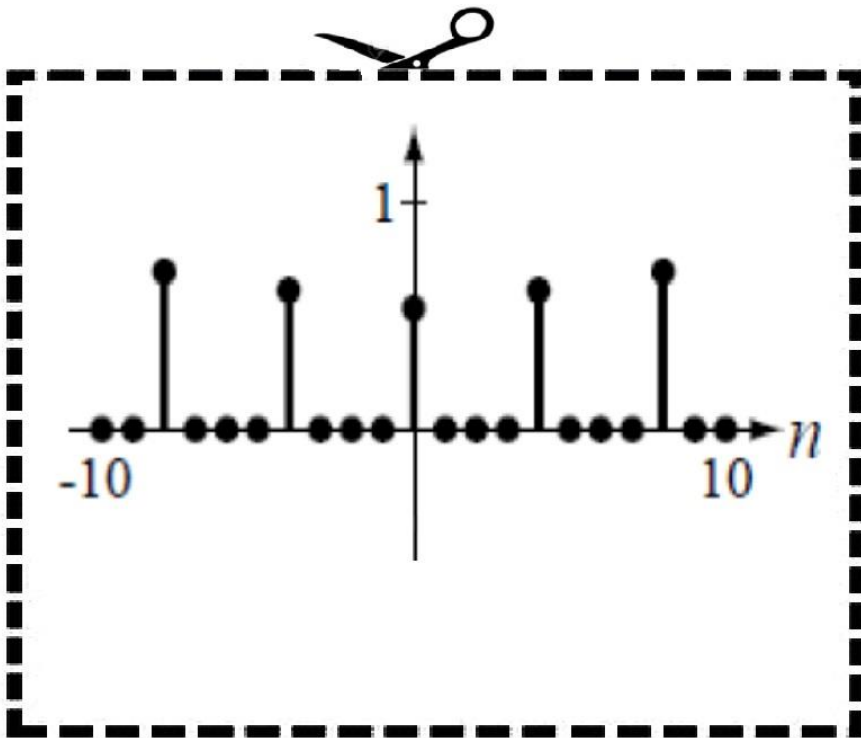
Parte Final

Discutirán entre todos los alumnos y el profesor, como descubrieron el método de verificación de señal par o impar por medio del doblar del papel y que propiedades poseen la suma y multiplicación de señales pares e impares.









ACTIVIDAD LUDICA 2. Operaciones entre señales

Objetivo: los alumnos comprenderán de una forma interactiva el proceso de suma resta y multiplicación de señales.

Materiales:

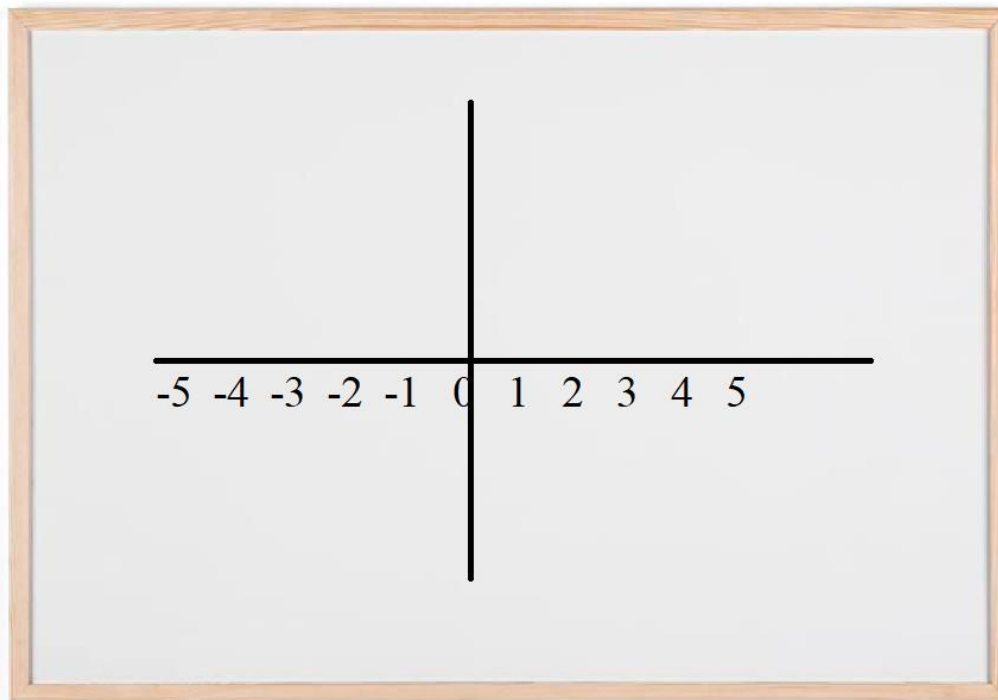
Graficas anexas, cuaderno, papel, lápiz, tijeras, tirro, borrador, pizarrón y plumones.

Indicaciones:

El docente deberá llevar una buena cantidad de bastones recortados (que se encuentran al final), con diferentes longitudes, estas deberán ser de preferencia con dimensiones enteras, aunque pueden ser con valores no enteros, también deberá llevar fichas de $n=0, 1, -3, 2$, etc. (las cuales también están al final).

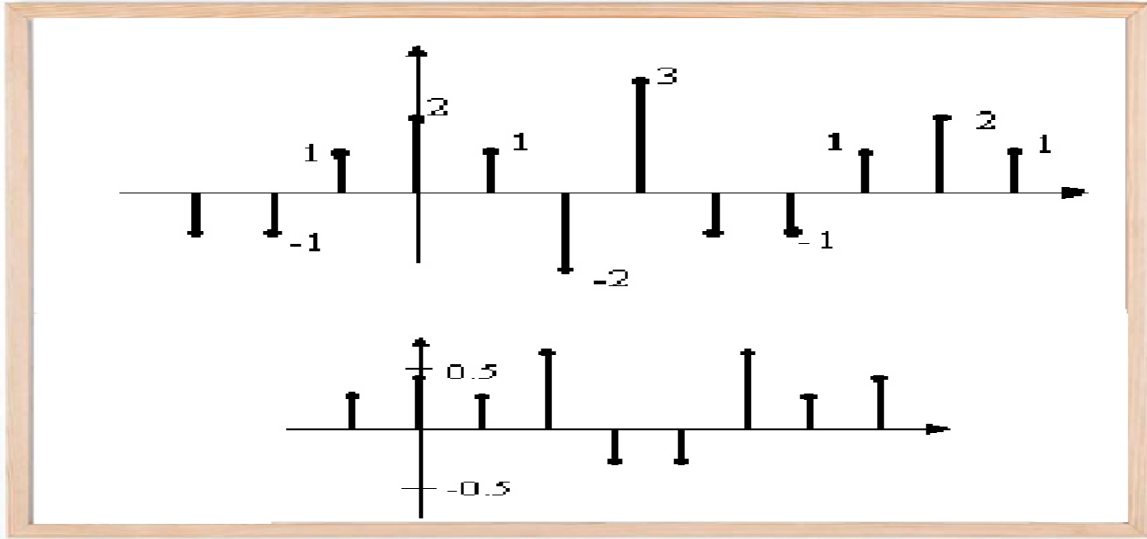
Entregará a cada alumno un bastón y número n , en base a el número n los alumnos se ordenarán de forma ascendente.

El docente dibujará en la pizarra un plano cartesiano y numerará el eje horizontal con valores enteros.



Los alumnos de acuerdo a el número n colocarán el bastón en el pizarrón.

Luego que lo hayan hecho todos, es decir se hayan representado la cantidad de señales que el docente desea, se procederá a hacer lo anterior pero hoy con dos planos cartesianos uno debajo del otro y se realizaran las operaciones de suma resta y multiplicación, los resultados los dibujarán los alumnos en su cuaderno.



PARTE FINAL, SOCIALIZACIÓN

Parte Final

Discutirán entre todos los alumnos y el profesor, como descubrieron el método de operaciones básicas de suma resta y multiplicación, cuales son algunas propiedades y como se pueden realizar paso a paso hasta obtener la respuesta correcta.





$n = -3$

$n = -4$

$n = -5$

$n = 4$

$n = 5$

$n = 6$

$n = -2$

$n = -1$

$n = 0$

$n = 1$

$n = 2$

$n = 3$

ACTIVIDAD LUDICA 3. Adivinar el Número

Objetivo: Por medio de estrategias adivinar el número que una persona está pensando, auxiliándose de propiedades del sistema binario.

Materiales

Una caja de cerillos, papel, lápiz, calculadora.



Procedimiento

Adivinar el Número con Cerillos es un método singular de adivinación de un número pensado, conforme a cerillos. El que piense el número, deberá dividirlo mentalmente por la mitad; esta mitad obtenida otra vez por la mitad, y así sucesivamente (de un número impar se quita una unidad), y en cada división debe colocar ante sí un cerillo, conforme a lo largo de la mesa si divide un número par, y transversalmente si llega a dividir un número impar. Al final de la

operación se obtendrá un dibujo como el mostrado en la Fig. 1.



Figura 1. Adivinación del número pensado conforme a cerillos: lo que hace el que propone

Se fija la mirada en esta figura, y se nombra correctamente el número pensado: 137

¿Cómo se llega a saber?

El método resulta claro por sí mismo, si en el ejemplo elegido (137) sucesivamente se indica junto a cada cerillo, el número en cuya división aquel hubiese sido determinado (Fig. 2).



Figura 2. El secreto del truco: lo que hace el adivinador

Ahora, puesto que el último cerillo en todos los casos denota el número 1, hay que partir de él

para, a través de las divisiones precedentes, llegar hasta el número inicialmente pensado. Por ejemplo, de acuerdo con la figura 3 se puede calcular que el número pensado era el 664.



Figura 3. ¿Qué número está representado aquí?

En efecto, realizando las duplicaciones sucesivamente (empezando desde el final) y no olvidando agregar, donde sea necesario, la unidad, obtenemos el número pensado (ver Fig. 4).

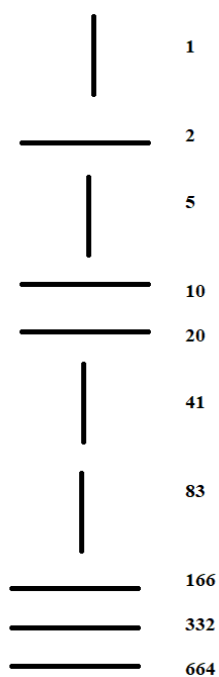


Figura 4. Respuesta al problema de la figura 3

De esta manera haciendo uso de los cerillos, se sigue el curso de los pensamientos ajenos, y se restablece toda la cadena de cálculos. EL mismo resultado se puede obtener en otra forma considerando que, el cerillo que se halla en posición horizontal, deberá corresponder en el sistema binario al cero (la división entre 2 no da residuo), y el que se halla en posición vertical, a la unidad.

Así, en el primer ejemplo (figs. 1 y 2) tenemos el número (leyendo el dibujo de derecha a izquierda).

| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

o, en el sistema decimal:

$$128 + 8 + 1 = 137.$$

Y en el segundo ejemplo (fig. 3) el número pensado se representa en el sistema binario en la forma siguiente:

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

o en el sistema decimal:

$$512 + 128 + 16 + 8 = 664.$$

Trátense de conocer qué número se pensó si se ha obtenido el dibujo de la Fig. 5.



Figura 5. ¿Qué número está representado en esta figura?

Esto es fácil. Al número "101001" en el sistema binario, le corresponde en el decimal:

$$32 + 4 + 1 = 37$$

Es necesario observar que la unidad obtenida en la última división, deberá ser indicada, también, por un cerillo en posición vertical.

PARTE FINAL, SOCIALIZACIÓN

Parte Final

Discutirán entre todos, los alumnos y el profesor, como descubrieron el método de adivinar el número pensado, los alumnos podrán enriquecer con ideas del porque es posible hacer esto y proponer actividades alternativas para llegar al mismo resultado.

ACTIVIDAD LUDICA 4. Adivina la figura

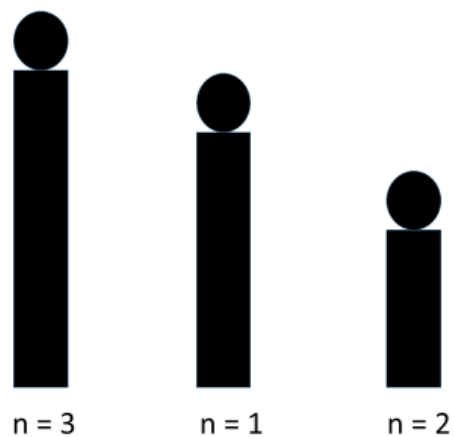
Objetivo: Por medio de muestras, se obtenga una figura, (este es el principio del muestreo).

Materiales:

Bastones (el docente deberá llevarlos, como se muestran al final), tirro, pizarra y plumones.

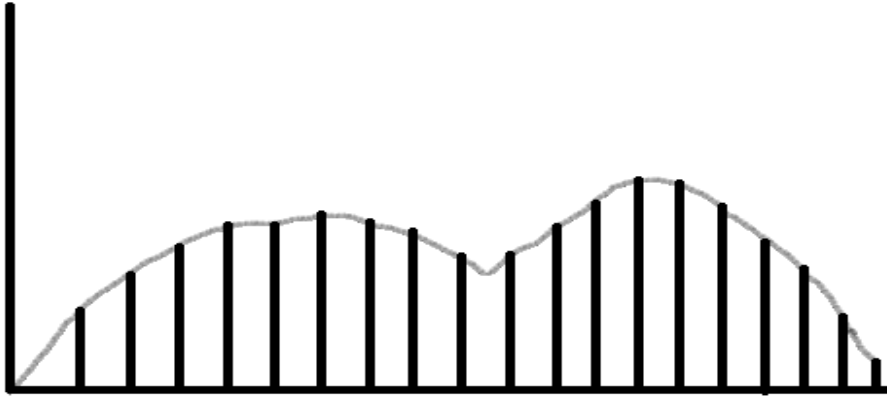
Procedimiento

En esta actividad deberá realizar el docente la cantidad de bastones que sean necesarios, estos deben tener el valor de n , un ejemplo se muestra en la figura siguiente:



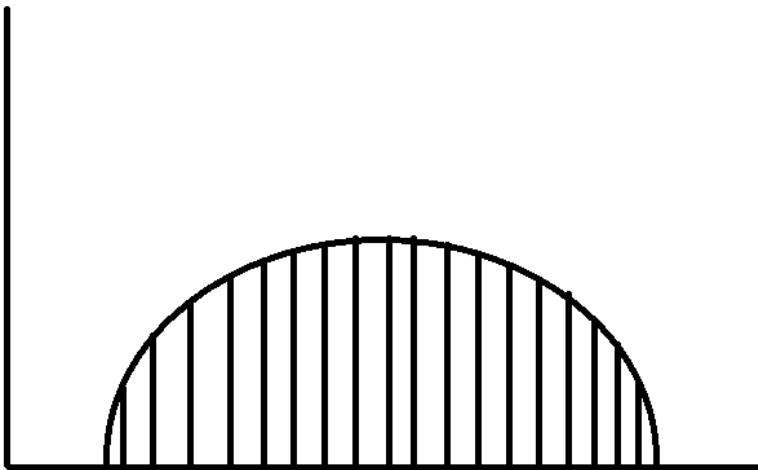
Se agruparán a los alumnos en tres grupos con la misma cantidad de alumnos en cada uno el docente proporcionará a los alumnos del grupo 1 los bastones necesarios para formar la siguiente figura:

VOLCAN DE SAN SALVADOR



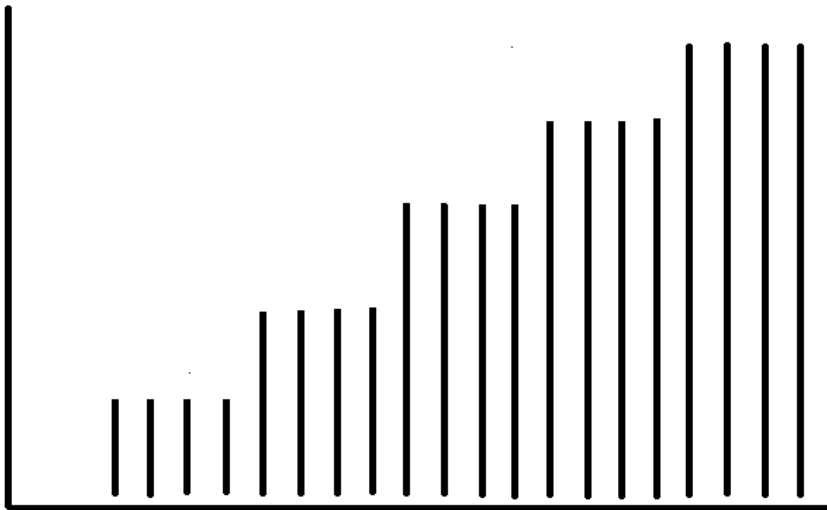
El grupo 2 recibirá los bastones necesarios para formar la siguiente figura:

SEMICIRCULO O MEDIA LUNA



El grupo 3 recibirá los bastones necesarios para formar la siguiente figura:

GRADAS ASCENDENTES



Para tener una buena distribución el grupo 1 puede trabajar en la pizarra y los otros dos en las paredes adyacentes, se pueden crear los ejes verticales con tirro, al final deben de unir las terminaciones de los bastones (en la primera y segunda figura ya está ese trazado) y decir cuál es la figura formada, se puede hacer competencia entre los grupos para competir que grupo es el primero que identifica la figura.

Es recomendable que el docente haga suficientes bastones para que trabajen en grupo, y deberán estar numerados (con el valor de n), de la manera correcta para obtener la figura.

PARTE FINAL, SOCIALIZACIÓN

Parte Final

En esta parte el profesor dará una explicación del fenómeno de muestreo y como este se aplica el procesamiento de señales. Luego los alumnos podrán discutir diferentes estrategias de muestreo y como este se podría aplicar a otras magnitudes como por ejemplo la música, los alumnos

enriquecerán la actividad discutiendo que pasaría si cada bastón no tuviera su correspondiente valor de “n” que se le asigna.

Materiales que se usarán en el aula y centro de cómputo.

Es indispensable para el proceso de enseñanza aprendizaje contar con elementos físicos para realizar esta propuesta didáctica; por orden de jerarquía los mencionaremos en el orden siguiente:

1. Elementos del aula, estos son los más importantes pues garantizan que la mayor parte de los conceptos serán desarrollados, el más importante de esto es el documento de la propuesta didáctica (para el caso este documento), este garantiza la ejecución de todos los elementos de la propuesta, como son estrategias metodológicas, desarrollo de unidades, etc. Por otro lado, están los elementos mínimos indispensables como son un buen espacio físico para el desarrollo de las clases, pupitres o mesas de trabajo, libros para los estudiantes, pizarra, plumones, borradores, cuadernos, lápices, material para actividades lúdicas, etc.
 2. Para las actividades en el centro de cómputo es indispensable computadoras, de preferencia una por alumno, así como las guías de laboratorio, también es deseable un proyector para que el docente desarrolle la parte que le corresponde de la práctica de laboratorio, además de materiales físicos como libreta de anotaciones, lapiceros, lápices, etc.
- Ya que se ha propuesto el uso del software Matlab, es necesario (sin llegar a especificaciones muy técnicas) que las computadoras posean como mínimo:

Versión de Matlab R2016b

Sistema operativo: Windows: Windows 7 SP1 en adelante, Windows Server 2008 SP2 en adelante.

Mac: macOS 10.10 - 10.11

Linux: Kernel 2.6 o superior, glibc 2.11 o superior.

Procesador: Intel o AMD x86-64 con soporte de instrucciones AVX2.

Disco: 2 GB solo para MATLAB, 4-6 GB para una instalación típica.

RAM: 1GB mínimo, 4 GB recomendado.

Tarjeta gráfica: Soporte para OpenGL 3.3 recomendado con 1 GB en GPU.

3. Como último punto podemos mencionar materiales fuera del Centro Escolar, los cuales pueden ser: Computadora personal, Tablet, teléfono inteligente etc.

Además de esto es deseable que el alumno tenga acceso a Internet y a otros softwares, así como documentación extensa que existe en internet, estos últimos se han incluido como referencia, aunque no son materiales tangibles pero que pueden ayudar de gran manera en el proceso de enseñanza aprendizaje a los estudiantes.

Importancia de la Propuesta Didáctica.

Para concluir la propuesta metodológica que se diseñó presupone una modelación de la enseñanza del contenido de señales y sistemas, en la que se destaca:

- 1.- Rol protagónico de los estudiantes en el proceso enseñanza aprendizaje.
- 2.- Utilización de la enseñanza problémica como uno de los métodos fundamentales para el desarrollo del pensamiento reflexivo, la independencia cognoscitiva y la creatividad.
- 3.- Aplicación de estrategias de aprendizaje.

4.- Potenciar el enfoque profesional de las actividades docentes a fin de desarrollar habilidades para el trabajo creador y fomentar el desarrollo de la creatividad de sus estudiantes.

Es importante recalcar que este trabajo es el fruto de muchas horas de trabajo donde se ha tratado de integrar todos los elementos de una propuesta didáctica, pero si formulamos la siguiente pregunta:

¿Por qué debemos de enseñar Señales y Sistemas Discretos en los Centros Escolares de El Salvador? Podemos responder que:

La educación en El Salvador no ha tenido cambios en cerca de 100 años, siempre aparece en la currícula, temas como algebra, aritmética, trigonometría etc. No se ha dado ese salto de calidad hacia temas de modernidad, nuestros alumnos no están preparados para afrontar programas educativos del primer mundo, es por ello que esta propuesta desea lograr ese cambio y podemos describirla como: innovadora, moderna y accesible; innovadora porque involucra temas que son nuevos en los programas de bachillerato, moderna porque envuelve al alumnado en las bases matemáticas del estudio de la señal que es el que actualmente domina los protocolos de telecomunicación en los aparatos de última generación como son tablets, teléfonos inteligentes y además de proveer las reglas de comunicación de internet, accesible este último concepto es el más amplio no solo por estar disponible para el uso del ministerio de educación sino también es accesible en el sentido que la única documentación existente está diseñada para estudios universitarios, en esta propuesta se hizo el gran esfuerzo de adaptarla a los conocimientos de nuestros jóvenes estudiantes sin que en ella se deban de conocer conceptos de variable compleja, mapeo conforme, calculo diferencial e integral etc.

Concluyo con algunas palabras del libro de Tratamiento Digital de la Señal (del autor Oppenheim) el cual dice:

“Aunque es difícil predecir dónde surgirán nuevas aplicaciones, sin duda serán obvias para aquellos que estén preparados para reconocerlas. La clave para estar preparado para resolver nuevos problemas de tratamiento de señales es, y siempre ha sido, un conocimiento profundo de los fundamentos matemáticos de señales y sistemas, así como en el diseño asociado y en algoritmos de procesamiento. Aunque el tratamiento de señales en tiempo discreto es un campo dinámico y rápidamente creciente, sus fundamentos están bien establecidos, y es de un valor inestimable aprenderlos correctamente”.

CONCLUSIONES

1- Esta propuesta es el resultado del estudio de los contenidos y programas que el ministerio de educación tiene vigentes, se tomaron los saberes necesarios para poder así construirla e insertarla en la currícula de bachillerato.

2- Esta propuesta por ser la primera en su clase es la punta de lanza para futuros trabajos para ir mejorándola, es importante probar su aplicabilidad dentro del salón de clases para así ir superando las deficiencias que se vayan encontrando en el camino.

3- Los objetivos que se pretenden alcanzar con el desarrollo de la Asignatura sistemas y señales, de los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, son los ejes fundamentales para introducir al educando en la formación de profesionales con una actitud propositiva, las actividades propuestas están enfocadas en su formación asociadas al proceso de formación integral.

4- Debido a la temática de este documento es importante incluir el uso de las tecnologías nuevas de información, como lo son programas, simuladores etc. pero es importante recalcar que el mundo globalizado avanza a pasos agigantados, en los próximos años se pueden desarrollar herramientas que al día de hoy ni siquiera conocemos es por ello importante involucrar a los alumnos en las herramientas que en este momento estén disponibles.

5- Las actividades de formación formuladas en nuestra propuesta, están descritas a través de contenidos conceptuales, actitudinales y procedimentales de forma secuencial, esto es obedeciendo a las últimas corrientes didácticas, para que así asimilen y visualicen de lo más simple a lo complejo.

6- En toda propuesta el docente es el actor principal por lo que esta propuesta debe de ser tomada de forma flexible ya que los docentes son los especialistas que conocen ampliamente las destrezas y debilidades de sus alumnos y saben de qué materiales disponen para desarrollar de forma óptima el proceso de enseñanza aprendizaje.

RECOMENDACIONES

Quiero hacer notar que algunos temas, aunque podrían ser nuevos, abren las puertas a conocimientos importantes en el ramo de las ciencias, para ello hago una breve comparación entre ellos.

| <i>Vistos en el documento</i> | | <i>Relacionado con</i> |
|-------------------------------|---|-----------------------------|
| Señales periódicas | ↔ | Funciones periódicas |
| Ecuaciones en diferencias | ↔ | Ecuaciones diferenciales |
| Sumatorias | ↔ | Integrales |
| Operaciones con señales | ↔ | Operaciones entre funciones |
| Función discreta | ↔ | Función analógica |

El maestro puede observar aún más y usar estas analogías para darle mayor fortaleza a su clase y el conocimiento que imparte, de acuerdo a los objetivos que se ha trazado.

CAPÍTULO IV, UNIDADES DIDÁCTICAS

ANTECEDENTES HISTORICOS

Esta perspectiva histórica ha sido tomada del libro Tratamiento de Señales en Tiempo Discreto, Oppenheim y Schaffer.

El tratamiento de señales en tiempo discreto ha avanzado con pasos desiguales a lo largo del tiempo. Mirando hacia atrás en el desarrollo de este campo podemos obtener una valiosa perspectiva de los fundamentos que permanecerán en el núcleo en el futuro. Desde la invención del cálculo en el siglo XVII, los científicos e ingenieros han desarrollado modelos para representar fenómenos físicos en términos de funciones de variable continua y ecuaciones diferenciales. Sin embargo, se han utilizado técnicas numéricas para resolver estas ecuaciones cuando no es posible obtener una solución analítica. De hecho, Newton utilizó métodos de diferencias finitas que son casos especiales de algunos sistemas en tiempo. Los matemáticos del siglo XVIII, como Euler, Bernoulli y Lagrange desarrollaron métodos de integración e interpolación numérica de funciones de variable continua.

Una interesante investigación histórica realizada por Heideman, Johnson y Burrus (1984) demostró que Gauss descubrió el principio fundamental de la transformada rápida de Fourier ya en 1805, incluso antes de la publicación del tratado de Fourier sobre la representación de funciones mediante series armónicas.

Hasta principios de los años 50 el tratamiento de señales como ha sido definido se hacía generalmente con sistemas analógicos que se implementaban con circuitos electrónicos o incluso con dispositivos mecánicos. Aunque los computadores digitales

estaban ya disponibles en entornos de negocios y en laboratorios científicos, eran caros y de capacidad relativamente limitada. Por esa época, la necesidad de un tratamiento de señales más sofisticado en algunas áreas de aplicación creó un considerable interés en el tratamiento de señales en tiempo discreto. Uno de los primeros usos de los computadores digitales en el tratamiento digital de señales fue en la exploración geofísica, donde se grababan señales sísmicas de frecuencia relativamente baja en cinta magnética para su procesamiento posterior. Este tipo de tratamiento de señales no se podía realizar en general en tiempo real; a menudo eran necesarios minutos o incluso horas de tiempo de computador para procesar sólo algunos segundos de datos. Incluso así, la flexibilidad del computador digital y los potenciales beneficios económicos hicieron esta alternativa extremadamente interesante.

También durante los años 50, el uso de los computadores digitales en el tratamiento de señales surgió de una forma diferente. Debido a la flexibilidad de los computadores digitales, a menudo resultaba útil simular un sistema de tratamiento de señales en un computador digital antes de implementarlo utilizando un hardware analógico. De este modo, un nuevo algoritmo o sistema para tratamiento de señales se podía estudiar en un entorno experimental flexible antes de comprometer recursos económicos y de ingeniería para realizarlo. Ejemplos típicos de esas simulaciones fueron las simulaciones del vocoder realizadas en el Laboratorio Lincoln del Instituto de Tecnología de Massachusetts y en los Laboratorios Bell Telephone. En la implementación de un vocoder analógico de canales, por ejemplo, las características de los filtros afectaban a la calidad percibida de las señales de voz en formas que eran difíciles de cuantificar objetivamente. Mediante las simulaciones en computador, se

podieron ajustar las características de los filtros y la calidad percibida del sistema de codificación de voz previamente a la construcción del equipo analógico.

En todos estos ejemplos de tratamiento de señales mediante computadores digitales, el computador ofrecía tremendas ventajas de flexibilidad. Sin embargo, el procesamiento no se podía realizar en tiempo real. En consecuencia, una actitud que prevaleció era que el computador digital se utilizaba para aproximar o simular un sistema de tratamiento de señales analógicas. De acuerdo con ese estilo, los primeros trabajos en filtrado digital se dedicaron en buena parte a las formas en las que se podía programar un filtro en un computador digital de manera que, con una conversión analógicodigital de la señal, seguida por un filtrado digital y seguida por una conversión digital-analógico, el sistema completo se aproximara a un buen filtro analógico. La noción de que los sistemas digitales podrían de hecho ser prácticos para la implementación en tiempo real del tratamiento de señales necesario en comunicaciones de voz, procesamiento radar, y cualquier otra aplicación dentro de un amplio conjunto parecía, incluso en los momentos más optimistas, ser altamente especulativa. La velocidad, el costo y el tamaño eran, por supuesto, tres factores importantes a favor del uso de componentes analógicos.

Cuando las señales se procesaron en computadores digitales, los investigadores tuvieron una tendencia natural a experimentar con algoritmos de tratamiento de señales de complejidad creciente. Algunos de esos algoritmos surgieron de la flexibilidad de los computadores digitales y no tenían aparentemente implementaciones prácticas con componentes analógicos. Por tanto, muchos de esos algoritmos se consideraron como ideas interesantes, pero poco prácticas. Sin embargo, el desarrollo de esos algoritmos

hizo incluso más tentadora la noción de una implementación completamente digital de los sistemas de tratamiento de señales. Comenzaron trabajos activos de investigación en vocoders digitales, analizadores digitales de espectro y otros sistemas completamente digitales, con la esperanza de que, finalmente, esos sistemas pudieran llegar a ser prácticos.

La evolución de un nuevo punto de vista hacia el tratamiento de señales en tiempo discreto se aceleró más con el descubrimiento de Cooley y Tukey (1965) de un algoritmo eficiente para el cálculo de transformadas de Fourier. Esta clase de algoritmos se conocen con el nombre de transformada rápida de Fourier, o FFT (por sus siglas en inglés). La FFT fue importante por varias razones. Muchos algoritmos de tratamiento de señales desarrollados en computadores digitales requerían tiempos de proceso varios órdenes de magnitud superiores al tiempo real. Frecuentemente eso era debido a que el análisis espectral era un componente importante del proceso de tratamiento de las señales y no existía una forma eficiente de implementarlo.

El algoritmo de la FFT redujo en órdenes de magnitud el tiempo de cómputo de la transformada de Fourier, permitiendo así la implementación de algoritmos de tratamiento de señales de complejidad creciente, con tiempos de proceso que permitían la experimentación interactiva con el sistema.

Además, al darse cuenta de que los algoritmos de la FFT podrían, de hecho, ser realizables utilizando hardware digital de propósito específico, muchos algoritmos de tratamiento digital de señales que previamente eran impracticables comenzaron a verse como posibles implementaciones prácticas.

Otra implicación importante del algoritmo de la FFT fue que se trataba de un concepto inherentemente de tiempo discreto. Estaba dirigido hacia el cálculo de la transformada de Fourier de una señal en tiempo discreto o secuencia, y utilizaba propiedades y conceptos matemáticos que eran exactos en el dominio discreto, es decir, no eran simplemente una aproximación a la transformada de Fourier en tiempo continuo. Esto tuvo el efecto de estimular una reformulación de muchos conceptos y algoritmos de tratamiento de señales en términos de matemáticas de tiempo discreto, y estas técnicas formaron después una serie de relaciones exactas en el dominio del tiempo discreto. Siguiendo con este alejamiento de la idea de que el tratamiento de señales en un computador digital era meramente una aproximación a las técnicas analógicas de tratamiento de señales, surgió la visión actual del tratamiento de señales en tiempo discreto como un campo importante de investigación por derecho propio.

Otro desarrollo importante en la historia del tratamiento de señales en tiempo discreto ocurrió en el terreno de la microelectrónica. El descubrimiento y la posterior proliferación de los microprocesadores preparó el terreno para las implementaciones de bajo coste de los sistemas de tratamiento de señales en tiempo discreto. Aunque los primeros microprocesadores eran demasiado lentos para implementar en tiempo real la mayoría de los sistemas en tiempo discreto, excepto a frecuencias de muestreo muy bajas, a mediados de los 80 la tecnología de circuitos integrados había avanzado hasta el punto de permitir la realización de microcomputadores en coma fija y en coma flotante con arquitecturas especialmente diseñadas para implementar algoritmos de tratamiento de señales en tiempo discreto. Con esta tecnología llegó, por primera vez,

la posibilidad de una amplia aplicación de las técnicas de tratamiento de señales en tiempo discreto.

El rápido incremento del desarrollo de los microprocesadores impactó también de forma significativa en desarrollos alternativos de algoritmos de tratamiento de señales. Por ejemplo, en los inicios de los dispositivos de tratamiento de señales digitales en tiempo real, la memoria tenía un coste relativamente elevado y una de las métricas importantes en el desarrollo de algoritmos de tratamiento de señales era un uso eficiente de la memoria. Actualmente, la memoria digital es tan barata que muchos algoritmos incorporan intencionadamente más memoria que la mínima requerida, de forma que se reducen los requisitos de potencia del procesador. Otra área en la que las limitaciones tecnológicas supusieron una importante barrera para el amplio desarrollo del tratamiento digital de señales fue la de la conversión de señales analógicas a señales en tiempo discreto (digitales). Los primeros conversores A/D (analógico/digital) y D/A (digital/analógico) eran dispositivos separados con un coste de miles de dólares. Combinando la teoría de tratamiento digital de señales con la tecnología de microelectrónica, los conversores A/D y D/A que utilizan sobremuestreo, y que cuestan sólo unos pocos dólares o menos, han hecho posible un gran número de aplicaciones en tiempo real.

De forma similar, minimizar el número de operaciones aritméticas, como multiplicaciones o sumas en coma flotante, es ahora menos esencial, ya que los procesadores multinúcleo disponen a menudo de varios multiplicadores, y lo que cobra ahora mayor importancia es reducir la comunicación entre núcleos, incluso aunque así se requieran más multiplicaciones. Por ejemplo, en un entorno multinúcleo, el cálculo

directo de la DFT (o el uso del algoritmo de Goertzel) es más “eficiente” que el uso del algoritmo de la FFT ya que, aunque se requieren más multiplicaciones, los requisitos de comunicación se reducen notablemente debido a que el cómputo se puede distribuir más eficientemente entre múltiples procesadores o núcleos. De forma amplia, la reestructuración de algoritmos o el desarrollo de algoritmos nuevos que exploten la oportunidad del procesamiento paralelo o distribuido está convirtiéndose en una nueva e importante dirección en el desarrollo de algoritmos de tratamiento de señales.

EN LA ACTUALIDAD

Los ingenieros en microelectrónica continúan esforzándose por incrementar la densidad de los circuitos y los rendimientos de producción y como resultado, la complejidad y la sofisticación de los sistemas microelectrónicos está creciendo continuamente. La complejidad y la capacidad de los chips de tratamiento digital de señales ha crecido exponencialmente desde principios de los 80 y no muestra signos de ralentizarse. A medida que las técnicas de integración de obleas se vayan desarrollando progresivamente, se implementarán sistemas de tratamiento de señales con bajo coste, tamaño miniaturizado, y bajo consumo de potencia.

Además, tecnologías como la de sistemas mecánicos microelectrónicos (MEMS) permiten fabricar muchos tipos de sensores diminutos cuyas salidas necesitarán ser procesadas utilizando técnicas de tratamiento digital de señales que funcionen en arrays ⁸ En consecuencia, la importancia del tratamiento de señales en tiempo discreto

continuará aumentando y los futuros desarrollos en este campo prometen ser incluso más importantes que los que ya hemos descrito.

Las técnicas de tratamiento de señales en tiempo discreto ya están promoviendo avances revolucionarios en algunas áreas de aplicación. Un ejemplo notable es el área de las telecomunicaciones, en la que las técnicas de tratamiento de señales en tiempo discreto, la tecnología de microelectrónica, y la transmisión por fibra óptica se han combinado para cambiar la naturaleza de los sistemas de comunicaciones de forma verdaderamente revolucionaria. Un impacto similar se puede esperar en muchas otras áreas de la tecnología. Las necesidades de un nuevo campo de aplicación se pueden solventar algunas veces utilizando conocimiento adaptado de otras aplicaciones, pero con frecuencia, las nuevas aplicaciones requieren estimular el desarrollo de nuevos algoritmos y nuevos sistemas hardware para implementarlos.

Ya desde un principio, las aplicaciones en sismología, radar y comunicaciones proporcionaron el contexto para desarrollar muchas técnicas de tratamiento de señales. Con total certeza, el tratamiento de señales permanecerá en el corazón de aplicaciones en defensa, ocio, comunicaciones, y cuidado médico y diagnóstico. Recientemente se han visto aplicaciones de las técnicas de tratamiento de señales en áreas tan diferentes como las finanzas y el análisis de secuencias de ADN.

Aunque es difícil predecir dónde surgirán nuevas aplicaciones, sin duda serán obvias para aquellos que estén preparados para reconocerlas. La clave para estar preparado para resolver nuevos problemas de tratamiento de señales es, y siempre ha sido, un conocimiento profundo de los fundamentos matemáticos de señales y sistemas, así como en el diseño asociado y en algoritmos de procesamiento. Aunque el tratamiento

de señales en tiempo discreto es un campo dinámico y rápidamente creciente, sus fundamentos están bien establecidos, y es de un valor inestimable aprenderlos correctamente. (Oppenheim, 2011, p.5-8)

CAMPO DE APLICACIÓN

El campo de aplicación como ya ha sido abordado antes es amplio ya que los procesadores están presentes en toda la tecnología de punto de este siglo globalizado, las aplicaciones son extensas y solo por mencionar algunas sin entrar en muchos detalles, ya que implicaría una sobrecarga en este trabajo, podemos mencionar:

En las Telecomunicaciones:

- Sistemas inalámbricos.
- Estimación de señales en ruido.
- Codificación/Decodificación.
- Optimización de ancho de banda.

Procesamiento de voz:

- Reducción de ruido.
- Codificación y síntesis.
- Reconocimiento del habla.
- Biometría-detección del locutor.

Procesamiento de Imágenes:

- Captura y fotografía.
- Impresión.

- Compresión de imágenes.
- Detección de patrones.
- Detección de estados emocionales.

Multimedia:

- Televisión digital.
- Cine-video 3D
- Video conferencias.
- Videojuegos.

Ingeniería Biomédica:

- Captura y análisis de señales médicas.
- Implantes.
- Telemedicina.
- Cuidado preventivo.

Control Industrial:

- Control de calidad.
- Control de procesos.
- Robótica.
- Reconocimiento de patrones.

Militar:

- Radar-Sonar.
- Detección de objetivos.
- Estimación de velocidad.
- Navegación.

Este compendio de aplicaciones representa una vasta amplitud de aplicaciones que posee el análisis de señales discretas.

DESARROLLO DE LAS UNIDADES, DE LAS SEÑALES Y SISTEMAS DISCRETOS.

Este es el componente medular de este trabajo, donde se presentan los temas que se deben abordar, tratando que el arte de enseñar se manifieste en estos apartados.

La distribución es de 2 unidades con 6 apartados cada una, la primera unidad se resume brevemente así:

UNIDAD 1

Consta de seis apartados, el primero de introducción, define que es señal, que es sistema, se presentan las señales continuas y discretas, para luego enseñar las representaciones básicas de las señales discretas

El segundo apartado trata de las operaciones básicas con señales, escaleo en amplitud, las operaciones básicas de suma resta y producto de dos señales discretas.

El tercero implica siempre operaciones con señales, pero estas ya son más elegantes y pueden resultar algo completamente nuevo para el estudiante como lo son: la reflexión, el escalado en el tiempo y la operación de traslación.

El cuarto es un tema interesante que involucra todo lo visto hasta el momento, y es la regla de procedencia para el corrimiento en el tiempo y escalamiento en el tiempo, en ella se hace

énfasis en el orden en que deben de realizarse las operaciones, mostrando que de no seguir el orden correcto se obtendrían resultados equivocados.

El quinto es la presentación de las señales pares e impares, se muestran ejemplos de señales pares, así como de impares, también se enseña como descomponer cualquier tipo de señal en la suma de una señal par con una señal impar.

El sexto y último de esta unidad es la presentación del operador sumatoria, donde se abordan algunas propiedades básicas, así como este, es una manera compacta de representar una expresión complicada, este tema de forma similar se estudia en el programa de segundo año de bachillerato en el estudio de las sucesiones aritméticas y geométricas.

UNIDAD 1

1. INTRODUCCION, DEFINICIONES

1.1 SEÑAL Y SISTEMA

¿Qué es una señal?

De una forma u otra, las señales constituyen un ingrediente básico de la vida diaria. Por ejemplo, una forma común de comunicación humana ocurre por medio del empleo de señales de voz, sean en una comunicación frente a frente o a través de un canal telefónico, otra forma usual de comunicación humana es de naturaleza visual, adquiriendo las señales la forma de imagen de personas u objetos en torno nuestro.

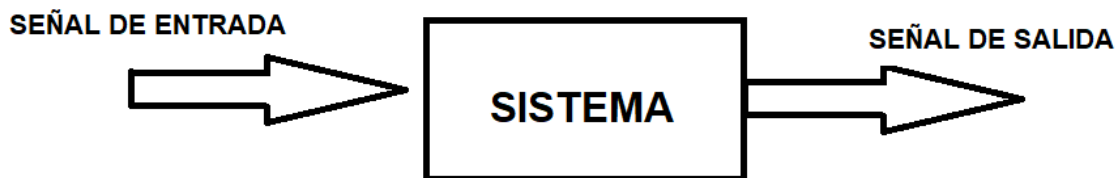
Una señal se define formalmente como la función de una o más variables, que transportan información acerca de la naturaleza de un fenómeno físico.

¿Qué es un sistema?

En el ejemplo de la voz humana, siempre hay un sistema asociado con la generación de cada señal y otro sistema asociado con la extracción de información de la señal. Por ejemplo, en la comunicación de voz una fuente sonora o señal excita el tracto vocal, el cual representa un sistema.

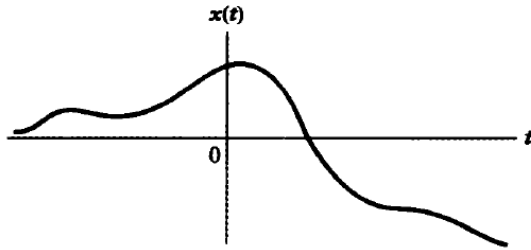
Un sistema se define formalmente como una entidad que manipula una o más señales para llevar a cabo una función, produciendo de esa forma nuevas señales.

Para nuestro estudio vamos a considerar un sistema como todo aquello que tiene una señal de entrada y una señal de salida, sin preocuparnos mucho por lo que ocurre dentro del sistema.

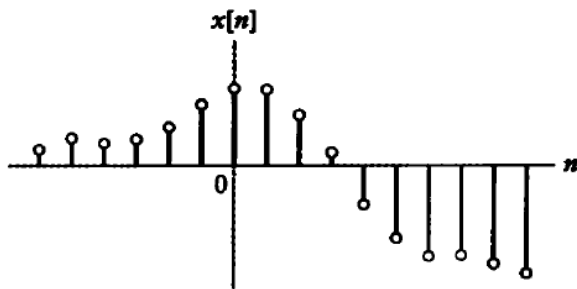


1.2 SEÑALES CONTINUAS Y SEÑALES DISCRETAS

Los valores de una señal continua o discreta en el dominio de tiempo pueden ser continuos o discretos. Si una señal toma todos los valores posibles en un rango finito o infinito, se dice que es una señal continua.



Alternativamente, si la señal toma valores dentro de un conjunto finito de posibles valores, se dice que la señal es discreta. Normalmente, estos valores son equidistantes y, por tanto, pueden expresarse como un múltiplo entero de la distancia entre dos valores sucesivos. Una señal discreta en el tiempo que tiene un conjunto de valores discretos es una señal digital.

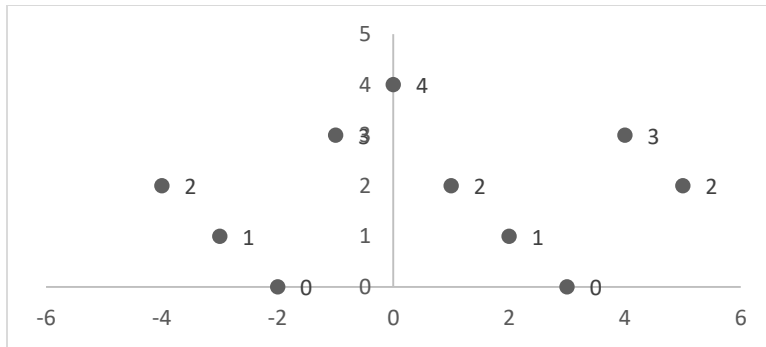


Una señal discreta a menudo se identifica como una serie de números que se denota $x[n]$ (en el caso continuo se usa $x(t)$), donde n es un entero.

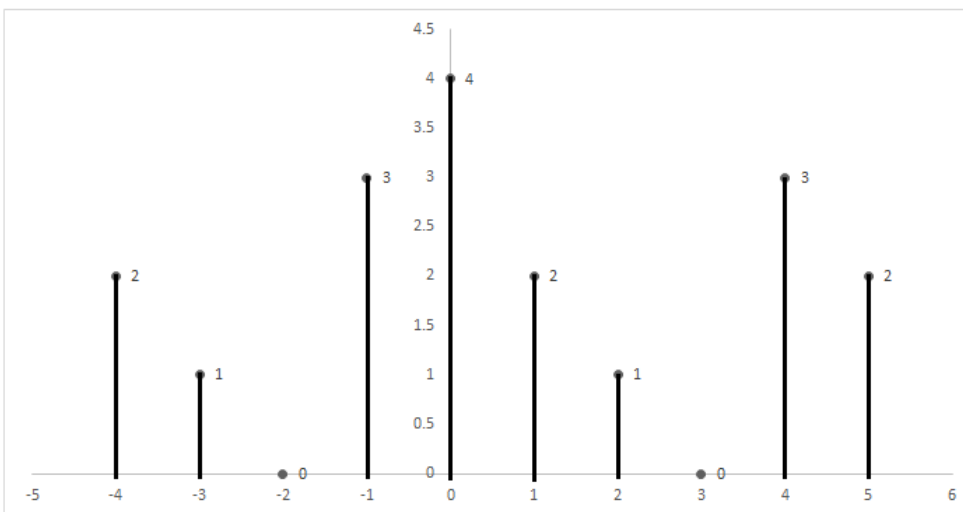
Una señal $x[n]$ de tiempo discreto puede representar un fenómeno para el cual la variable independiente es inherentemente discreta. Por ejemplo, el promedio del mercado de acciones al cierre diario es, por naturaleza, una señal que evoluciona en puntos discretos en el tiempo (esto es, al cierre de cada día)

Otra manera de obtener una señal de tiempo discreto es muestrear una señal continua, el muestreo se analizará posteriormente, pero es tomar valores de la señal a intervalos de tiempo constantes.

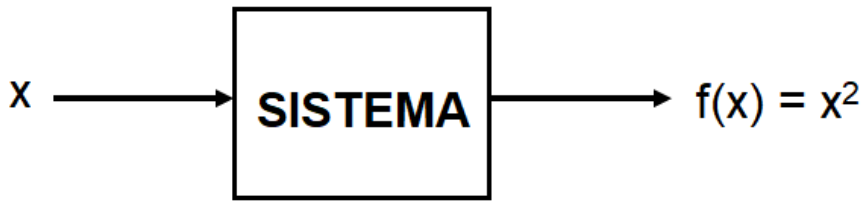
Una forma de representar una señal discreta podría ser así:



Pero para evitar ambigüedades se coloca un bastón para guiar el valor de la señal (el valor de la señal es la altura del bastón).

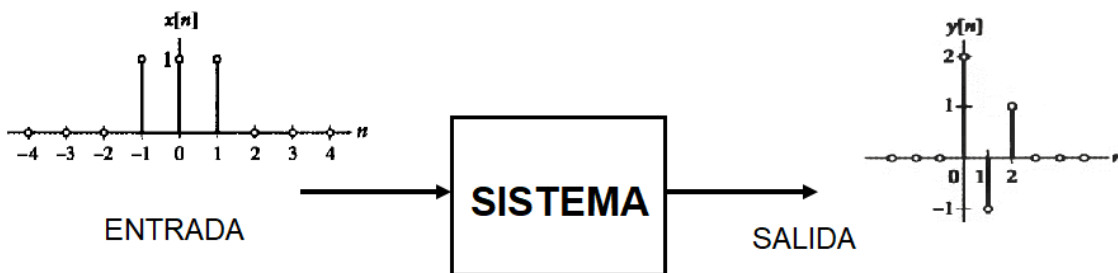


Anteriormente se han estudiado las funciones y de hecho todas las señales son funciones, pero podemos ver una diferencia en la forma de analizarlas, por ejemplo, la regla de elevar al cuadrado es $f(x) = x^2$, en forma de sistema es:



Es decir que la entrada es un número y la salida es ese número al cuadrado.

En el caso de señales una entrada es más compleja, es un conjunto de información y la salida por ende es una serie de datos dependiendo de la acción que realiza el sistema, Así:



Aquí $x[n]$ es la entrada que podría ser una señal de voz digitalizada y $y[n]$ es la salida que representa el mensaje enviado decodificado.

1.3 REPRESENTACION DE LAS SEÑALES DISCRETAS

1. Representación funcional, ejemplo:

$$x[n] = \begin{cases} 1, & \text{para } n = 1, 3 \\ 4, & \text{para } n = 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a esta forma también se le llama forma seccionada.

2. Representación tabular, como:

| | |
|------|------------------------|
| n |-2 -1 0 1 2 3 4 5 |
| x[n] |0 0 0 1 4 1 0 0 |

3. Representación como secuencia

Una secuencia o señal de duración infinita con el origen de tiempo ($n=0$) indicado por \bar{n} , las dos barras horizontales arriba del número indican que $n=0$ en ese valor.

$$x[n] = \{ \dots \dots 0, 1, \bar{1}, 2, 4, 1, 0, 0 \dots \}$$

Una secuencia $x[n]$ que es cero para $n < 0$ puede representarse como:

$$x[n] = \{ \bar{1}, 2, 4, 1, 0, 0 \dots \}$$

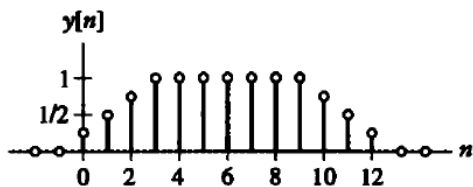
El origen del tiempo para una secuencia $x[n]$, que es cero para $n < 0$, tiene que ser el primer punto (comenzando por la izquierda) de la secuencia.

Una secuencia de duración finita puede representarse como:

$$x[n] = \{ 1, 2, \bar{1}, 2, 4, 5 \}$$

mientras que una secuencia de duración finita que satisface la condición $x[n]=0$, para $n < 0$ se puede representar como: $x[n] = \{ \bar{5}, 2, 4, 1 \}$

4. Representación gráfica



Se tiende a pensar en señales discretas como el número de personas en el aula, la cantidad de autos que pasan por un semáforo etc.

Para nuestro estudio no es necesario que los valores que arroje la señal para cada valor de tiempo n (que llamaremos muestras), no necesariamente tiene que ser entero. Por ejemplo, en el gráfico anterior algunos valores no son enteros, lo que, si es necesario que en el eje del tiempo existan valores discretos, como en el gráfico n va de 0 a 12 con intervalos de la unidad.

Un ejemplo de una señal discreta es la temperatura en un aula de clases.

En forma tabular

| Mes | Enero | Febrero | Marzo | Abril | |
|--------|-------|---------|-------|-------|-------|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | |
| $x[n]$ | 30.7° | 35.6° | 27.8° | 26° | |

Podemos observar que los meses son los intervalos de tiempo y se han asociado a un valor de n que para el caso comienza en cero (esto no es rígido), y el valor de la señal en grados Celsius es un valor que no necesariamente es un entero.

Ejercicios

1. Escriba por lo menos cinco ejemplos de Sistemas, definiendo la señal de entrada y la señal de salida.
2. Escriba 3 ejemplos de señales discretas, donde asocie la variable n (tiempo), a algún valor de otra variable.

Por ejemplo, el número de autos que pasan por una avenida, se sabe que a las 12:00 pasan 15, a la 1:00 pasan 25, a las 2:00 30 autos, a las 3:00 25.....

Usando la forma tabular

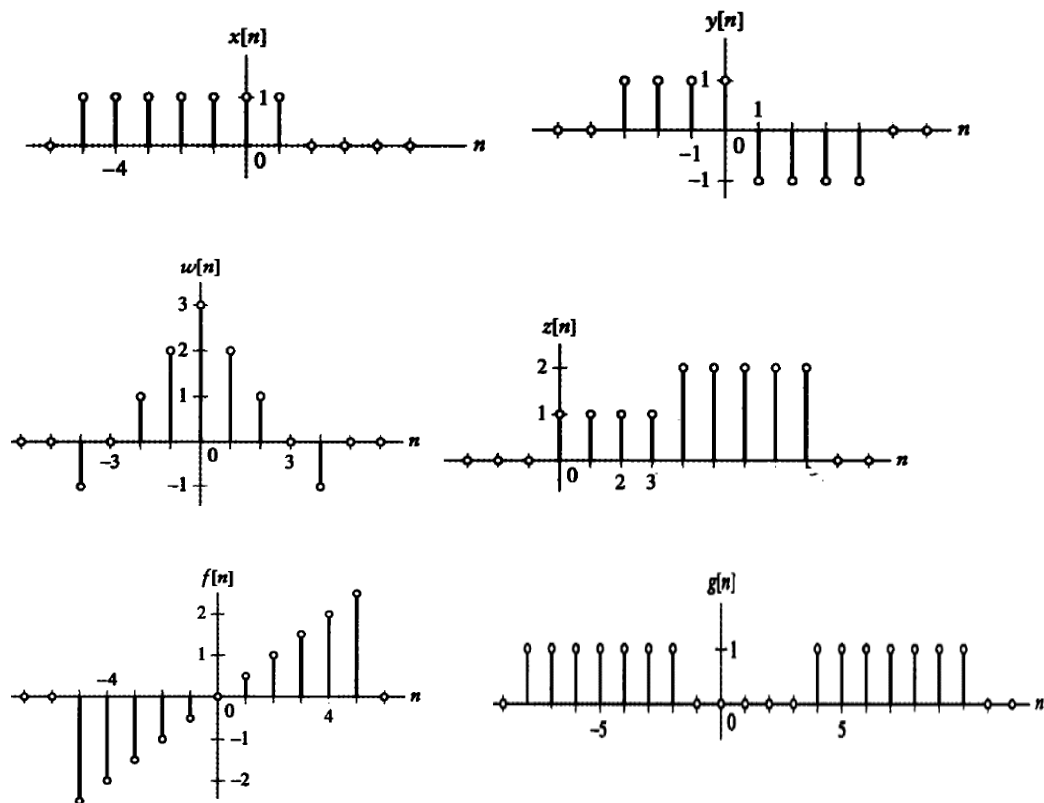
| | | | | |
|------|----|----|----|---------|
| n | 0 | 1 | 2 | 3..... |
| x[n] | 15 | 25 | 30 | 25..... |

En este caso se ha asociado a las muestras el valor de cada hora a la cantidad de autos.

3. Sea una señal $x[n] = n^2$

Represente esta señal de las 4 formas estudiados para los valores de 0 a 4.

4. Para las siguientes gráficas, escribálas en forma tabular, funcional y en forma de secuencia.



2. OPERACIONES BASICAS CON SEÑALES, ESCALADO DE AMPLITUD, SUMA Y MULTIPLICACION.

2.1 ESCALADO DE LA AMPLITUD.

El escalado de la amplitud de una señal se consigue multiplicando el valor de cada muestra de la señal por A, donde A es una constante.

$$y[n] = Ax[n] \quad -\infty < n < \infty$$

2.2 SUMA (RESTA) DE DOS SEÑALES.

La suma de dos señales $x_1[n]$ y $x_2[n]$ es una señal $y[n]$, cuyo valor en cualquier instante es igual a la suma de los valores de esas dos señales en dicho instante de tiempo.

$$y[n] = x_1[n] + x_2[n] \quad -\infty < n < \infty$$

2.3 PRODUCTO DE DOS SEÑALES

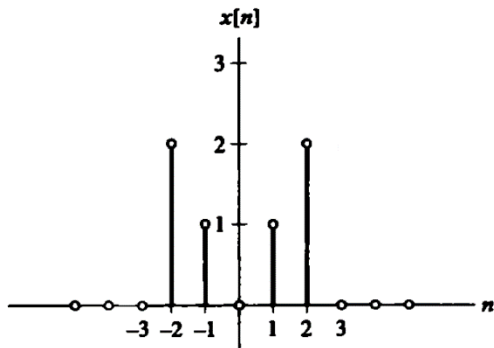
El producto de dos señales $x_1[n]$ y $x_2[n]$ es una señal $y[n]$, cuyo valor en cualquier instante es igual a la suma de los valores de esas dos señales en dicho instante de tiempo.

$$y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n] \quad -\infty < n < \infty$$

A continuación, se resolverán algunos ejercicios modelos donde se usarán las definiciones vistas anteriormente.

Ejemplo1

Sea la señal que se muestra en la figura siguiente, obtenga para ella la señal escalada en amplitud por $A = -2$.



Solución:

La señal pedida es $y[n] = -2x[n]$, de la gráfica sabemos que

$$x[-2] = 2$$

$$x[-1] = 1$$

$$x[0] = 0$$

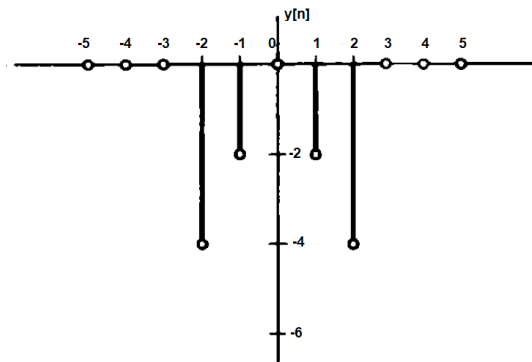
$$x[1] = 1$$

$$x[2] = 2$$

multiplicando cada valor por -2 , tenemos:

| | | | | | |
|-----------------|----|----|---|----|----|
| n | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $x[n]$ | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| $y[n] = -2x[n]$ | -4 | -2 | 0 | -2 | -4 |

Graficando $y[n]$



Ejemplo2

Dadas las dos señales $x_1[n] = \{-1, 2, \overline{0}, 1, 2\}$ y $x_2[n] = \{5, 1, \overline{-3}, 2, 1\}$.

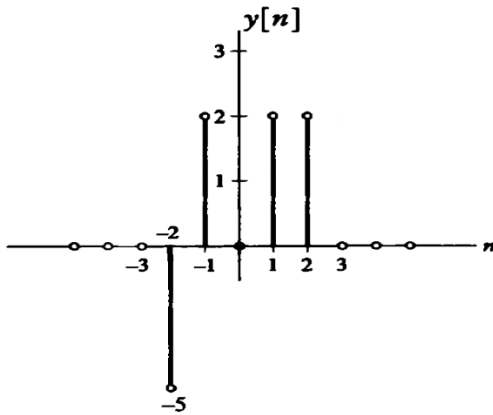
Encuentre $y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n]$

Solución:

Sabemos que $y[n]$ es el producto del valor de cada señal con el valor correspondiente (en el mismo tiempo) de la segunda señal.

| | | | | | |
|----------------------------|----|----|---|---|---|
| n | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $x_1[n]$ | -1 | 2 | 0 | 1 | 2 |
| $x_2[n]$ | 5 | 1 | 3 | 2 | 1 |
| $y[n]=x_1[n] \cdot x_2[n]$ | -5 | 2 | 0 | 2 | 2 |

Graficando la señal $y[n]$



Ejercicios

1. Sean las señales

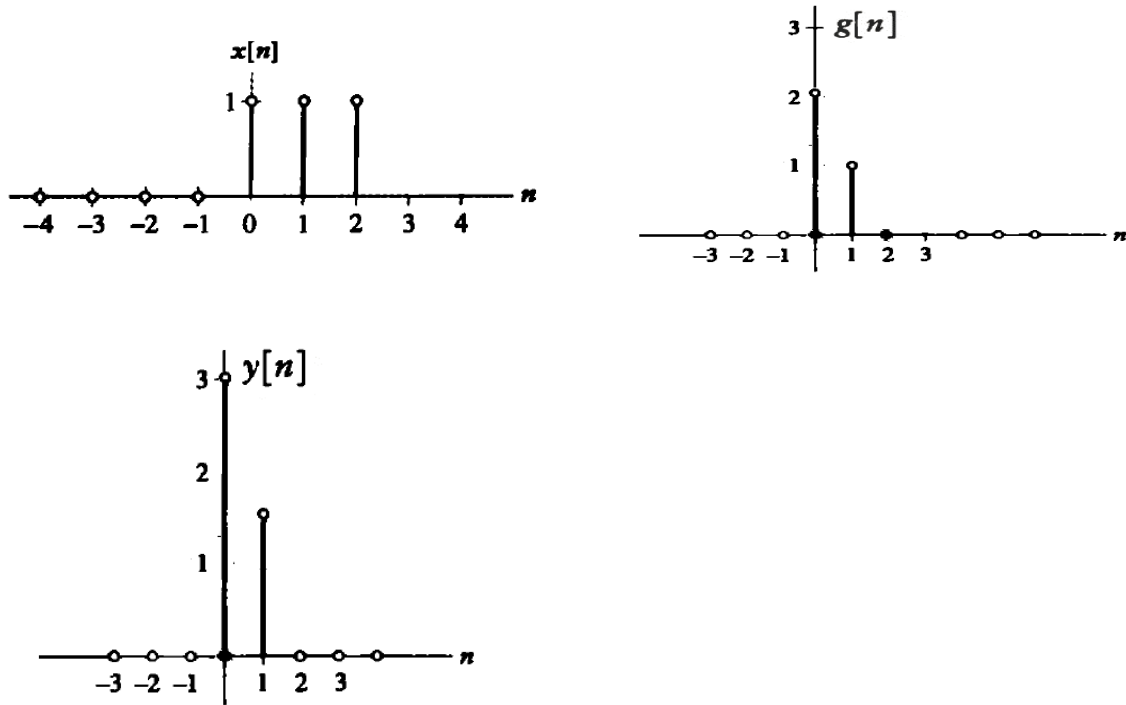
$$x_1[n] = \begin{cases} 1, & n = -1, 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$x_2[n] = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 2, & n = 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre la suma de $x_1[n] + x_2[n] = y[n]$

2. Los ingresos de Juan vienen dados así, en los tres primeros meses, enero = \$200, febrero = \$250 y marzo = \$300, en cada uno de esos meses se le hace un descuento de \$50. Defina una señal $x_1[n]$ que sea el ingreso de Juan (tome enero como $n=0$); otra señal $x_2[n]$ igual al descuento de los tres meses y obtenga una señal $y[n]$ que sea los ingresos netos de Juan en los tres meses, utilice la representación de secuencia para estas tres señales solicitadas y gráfíquelas una después de la otra.

3. Sean las señales



Para la ecuación $y[n] = x[n] + Ag[n]$, encuentre el valor de la constante A.

4. Lorena va todos los días al supermercado, los gastos en dólares que ella hace (los gastos los representaremos por $x[n]$) por semana, se describen en forma tabular así:

| Día | lunes | martes | miércoles | jueves | viernes | sábado | domingo |
|--------|-------|--------|-----------|--------|---------|--------|---------|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $x[n]$ | 45 | 75 | 32 | 21 | 40 | 60 | 75 |

Halle una señal $y[n]$ que muestre el IVA (13%), que ella ha pagado en toda la semana, use para este ejercicio la representación tabular y luego haga una gráfica con los resultados obtenidos.

5. Sean las señales:

$$x_1[n] = \{\bar{3}, 2, 4, 5\}$$

$$x_2[n] = \{-3, 1, \bar{2}, 3\}$$

$$x_3[n] = \{2, \bar{2}, 2\}$$

Encuentre:

a) $y[n] = x_1[n] + x_2[n] + x_3[n]$

b) $y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n] - x_3[n]$

c) $y[n] = (1/2)x_1[n] \cdot x_3[n]$

d) $y[n] = x_1^2[n] - 2x_3[n]$

Expresa su respuesta usando la representación de secuencia, y de ser necesario rellena con ceros donde no tenga información para poder realizar las operaciones.

3. OPERACIONES DE REFLEXIÓN, ESCALADO DE TIEMPO Y TRASLACIÓN

3.1 REFLEXION

Sea $x[n]$ una señal de tiempo discreto y sea $y[n]$ la señal obtenida al sustituir al valor de n por el de $-n$. Así:

$$y[n] = x[-n]$$

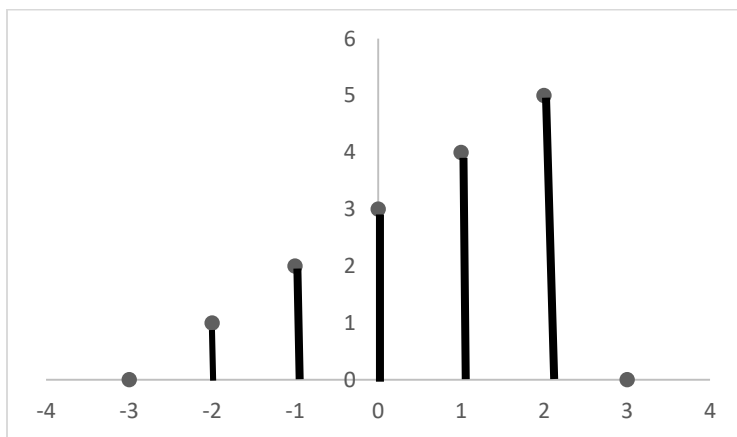
La señal $y[n]$ representa la versión reflejada de $x[n]$ en torno al eje vertical, esto se podrá ver más claramente con un gráfico.

Ejemplo

Sea la señal $x[n] = \{1, 2, \bar{3}, 4, 5\}$, encuentre la señal $y[n] = x[-n]$.

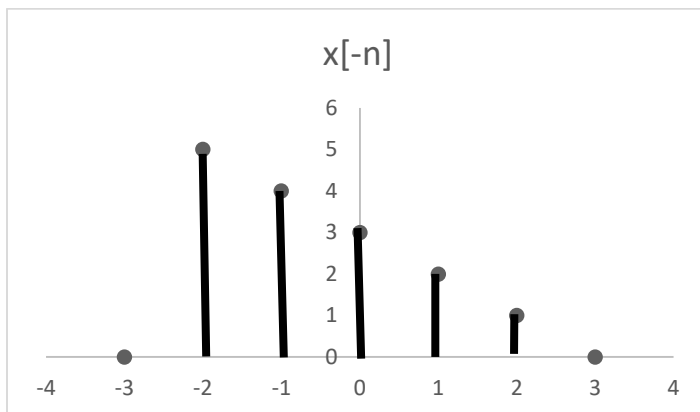
Solución:

Auxiliándonos de una gráfica para $x[n]$



La reflexión consiste en doblar el eje vertical y trasladar lo que está a la derecha a la izquierda y viceversa.

De esta forma:



Este método a pesar que siempre es funcional se describirá de una forma analítica.

Sabemos que $x[n]$ toma los siguientes valores:

$$x[-2] = 1, x[-1] = 2, x[0] = 3, x[1] = 4, x[2] = 5$$

$$y[n] = x[-n] \text{ equivale a } y[-2] = x[-(-2)] = x[2] = 5$$

$$y[-1] = x[-(-1)] = x[1] = 4$$

$$y[0] = x[-(0)] = x[0] = 3$$

$$y[1] = x[-(1)] = x[-1] = 2$$

$$y[2] = x[-(2)] = x[-2] = 1$$

Lo cual es igual al resultado obtenido anteriormente.

3.2 ESCALADO DE TIEMPO

Sea $x[n]$ una señal en tiempo continuo. La señal $y[n]$ obtenida por el escalado de la variable independiente por un factor “a” se define como:

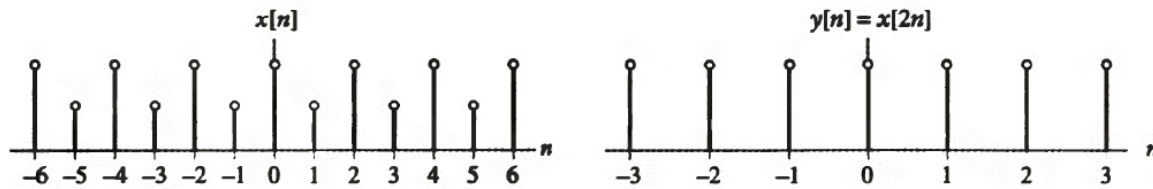
$$y[n] = x[an]$$

Si $a > 1$, la señal $y[n]$ es una versión comprimida de $x[n]$.

Sí por otro lado, $0 < a < 1$, la señal $y[n]$ es una versión expandida (alargada) de $x[n]$.

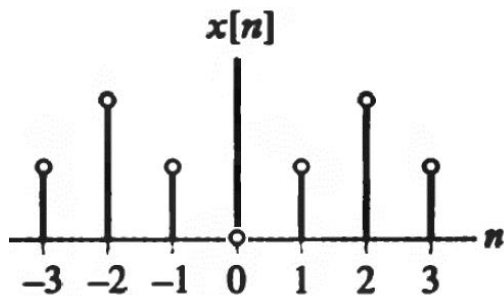
Gráficamente se puede observar el efecto del escalado de tiempo en una señal de tiempo discreto, a la izquierda tenemos la señal $x[n]$ en tiempo discreto $x[n]$ y a la derecha la versión comprimida

de $x[n]$ por un factor de 2, con algunos valores de la $x[n]$ original perdidas, como resultado de la compresión.



Ejemplo

Sea la señal mostrada en la figura, encuentre la señal $y[n] = x[2n]$



Solución:

Primero, sabemos que para el caso $a=2$, la señal $y[n]$ será una versión comprimida de $x[n]$, comencemos con el valor más sencillo $n=0$

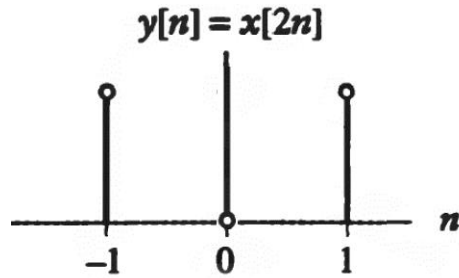
$$y[0] = x[2(0)] = x[0] = 0, \text{ es decir } y[0] = x[0] \text{ no hay cambio}$$

para $n=1$ $y[1] = x[2(1)] = x[2] = 2, \text{ es decir } y[1] = x[2]$

para $n=2$ $y[2] = x[2(2)] = x[4] = 0, \text{ es decir } y[2] = x[4] = 0, \text{ hemos llegado a un punto donde ya no hay muestras a la derecha.}$

Para $n=-1$ $y[-1] = x[2(-1)] = x[-2] = 2$, es decir $y[-1] = x[-2]$, para $n=-2$ y menores será cero.

Es decir que $y[n] = x[2n]$ equivale a:



Solo han sobrevivido las muestras de $x[n]$, en $n=0$, $n=-1$ y $n=2$, que se han transformado en las muestras de $y[n]$ en $n=0, -1, 1$

Otra forma de ver la solución es observando que, ya que $a=2$, solo sobrevivirán las muestras pares de $x[n]$.

3.3 TRASLACIÓN

Sea $x[n]$ una señal en tiempo discreto, la versión de traslación (recorrido) en el tiempo de $x[n]$ se define como $y[n] = x[n-m]$, donde el corrimiento m debe ser un entero, este puede ser negativo o positivo.

Ejemplo

La señal en tiempo discreto $x[n]$ se define como:

$$x[n] = \begin{cases} 1, & n = 1, 2 \\ -1, & n = -1, n = -2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Halle $y[n] = x[n+3]$

Solución:

En el corrimiento no se pierden muestras, por lo tanto:

$$y[-2] = x[-2+3] = x[1] = 1$$

$$y[-1] = x[-1+3] = x[2] = 1$$

$$y[0] = x[0+3] = x[3] = 0, \text{ al continuar aumentando siempre dará cero.}$$

Todavía faltan 2 muestras vamos hacia atrás.

$$y[-3] = x[-3+3] = x[0] = 0$$

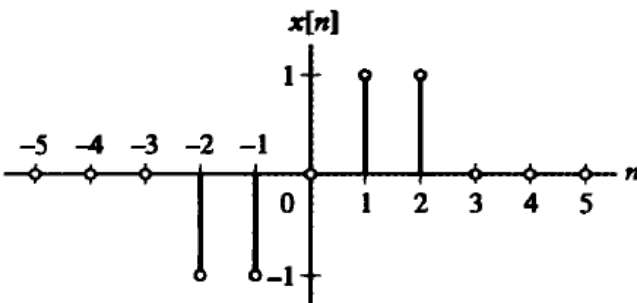
$$y[-4] = x[-4+3] = x[-1] = -1$$

$$y[-5] = x[-5+3] = x[-2] = -1$$

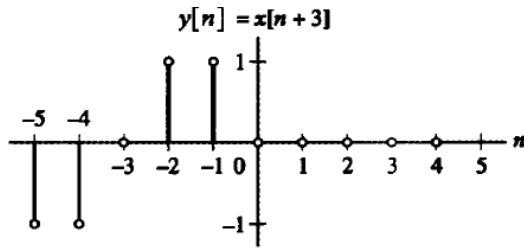
Resumiendo

$$y[n] = \begin{cases} 1, & n = -1, -2 \\ -1 & n = -4, -5 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Este procedimiento es más fácil de realizar por medio de la gráfica, si tenemos una expresión del tipo $x[n-3]$ indica que $x[n]$ se corre tres unidades hacia la derecha; si tenemos una expresión como $x[n+2]$ se debe correr $x[n]$ dos unidades hacia la izquierda.



Acá tenemos $x[n]$ y queremos encontrar $y[n] = x[n+3]$, esto indica recorrer $x[n]$ tres unidades hacia la izquierda.



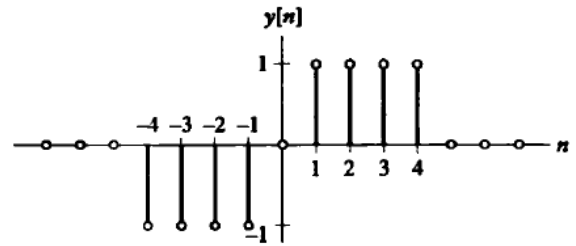
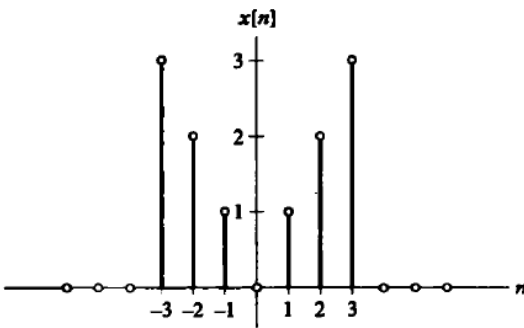
Este es el mismo resultado obtenido anteriormente

Si en algún caso tenemos una expresión como $x[-n+2]$, como la variable tiene signo menos para $x[-n+2]$, se deberá desplazar 2 unidades a la derecha y

para $x[-n-2]$, se deberá desplazar dos unidades a la izquierda.

Ejercicios

Sean $x[n]$ y $y[n]$ como se muestran en la figura.



Dibuje con cuidado cada una de las siguientes señales, siguiendo las reglas vistas anteriormente.

- $x[2n]$
- $x[3n-1]$
- $y[1-n]$
- $y[2-2n]$
- $x[n-2] + y[n+2]$
- $x[2n] + y[n-4]$
- $x[n+2] \cdot y[n-2]$

h) $x[3-n] \cdot y[n]$

i) $x[-n] \cdot y[-n]$

j) $x[n] \cdot y[-2-n]$

k) $x[n+2] \cdot y[6-n]$

4. REGLA DE PROCEDENCIA PARA EL CORRIMIENTO EN EL TIEMPO Y ESCALAMIENTO DE TIEMPO.

Sea $y[n]$ una señal en tiempo discreto que se obtiene de otra señal en tiempo discreto $x[n]$ por medio de una combinación de corrimiento en el tiempo y de escalamiento de tiempo tal y como se describe a continuación:

$$y[n] = x[an - b]$$

donde se cumple que:

$$y[0] = x[-b]$$

$$y[b/a] = x[0]$$

Las cuales brindan útiles comprobaciones de $y[n]$ en términos de valores correspondientes de $x[n]$.

Para obtener correctamente $y[n]$ a partir de $x[n]$, las operaciones de corrimiento y escalamiento de tiempo deben efectuarse en el orden correcto. El orden apropiado se basa en el hecho de que la operación de escalamiento siempre sustituye “ n ” por “ an ”, en tanto que la operación de corrimiento siempre reemplaza n por $n - b$. En consecuencia, la operación de corrimiento en el

tiempo se efectúa primero sobre $x[n]$, lo que origina una señal intermedia $v[n]$ que podemos definirla de la siguiente manera:

$$v[n] = x[n - b]$$

El corrimiento en el tiempo ha sustituido “ n ” en $x[n]$ por $n - b$, luego la operación de escalamiento de tiempo se realiza sobre $v[n]$. Esto reemplaza “ n ” por “ an ”, produciéndose la salida deseada.

Para ilustrar como puede surgir la operación descrita en una situación de la vida real, considere la señal de voz grabada en una grabadora de cinta. Si ésta se reproduce a una velocidad mayor que la de la grabación original, se obtiene compresión (esto es, $a > 1$).

Si, por otro lado, la cinta se reproduce a una velocidad inferior que la original se obtiene expansión (es decir, $a < 1$). La constante b , supuesta positiva, explica el retardo en la reproducción de la cinta.

Ejemplo

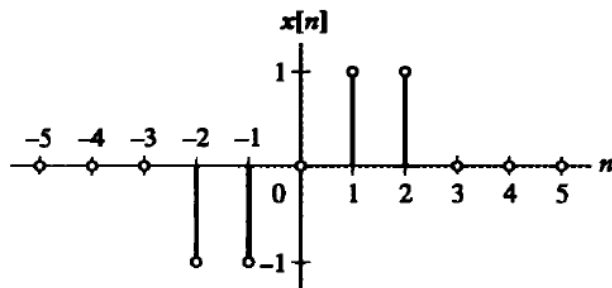
Una señal en tiempo discreto $x[n]$ está definida por:

$$x[n] = \begin{cases} 1, & n = 1, 2 \\ -1, & n = -1, -2 \\ 0, & n = 0 \text{ y } |n| > 2 \end{cases}$$

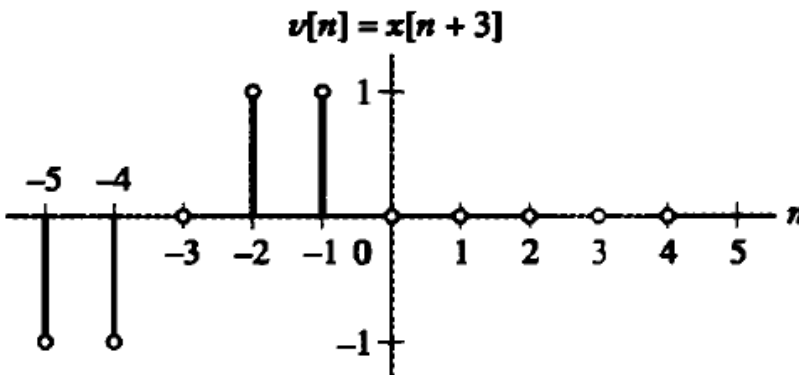
Halle $y[n] = x[2n + 3]$

Solución:

Tenemos $x[n]$ dibujada



Según la regla debemos desplazar hacia la izquierda, para este caso 3 unidades y obtenemos $v[n]$



Ahora bien, sobre $v[n]$ debemos hacer el escalado de tiempo $v[2n]$,

Si $n = 0$ $v[2(0)] = v[0] = 0$

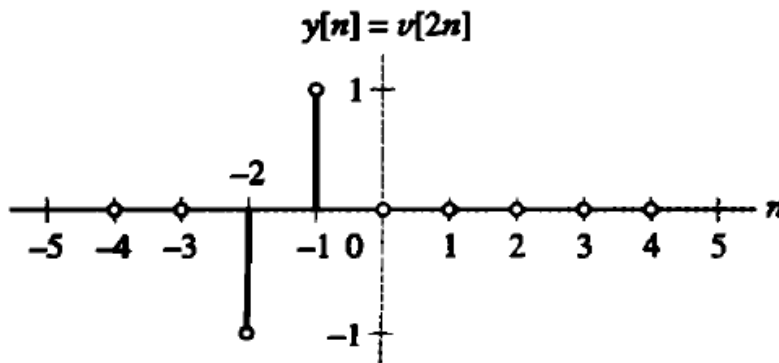
Si $n = 1$ $v[2(1)] = v[2] = 0$, en este sentido vemos que todas las
muestras serán cero.

Si $n = -1$ $v[2(-1)] = v[-2] = 1$

Si $n = -2$ $v[2(-2)] = v[-4] = -1$

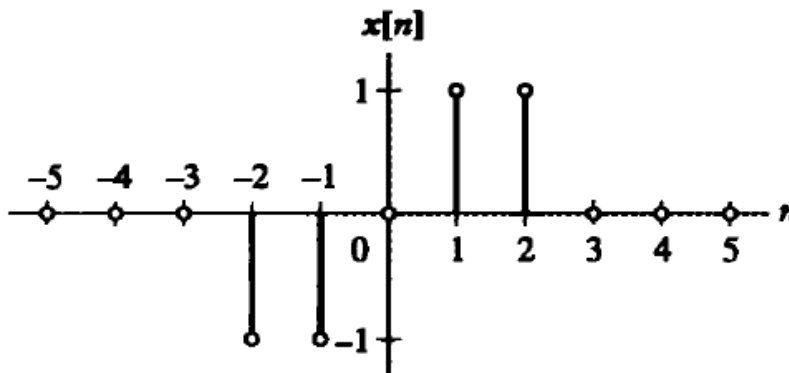
Si $n = -3$ $v[2(-3)] = v[-6] = 0$, y así, todos los siguientes valores dan cero.

Por lo tanto, ahora podemos dibujar $v[2n] = y[n]$, $y[n]$ es lo que buscamos.



Ahora lo vamos a comprobar partiendo del inicio.

Tenemos $x[n]$



Si queremos $y[n] = x[2n + 3]$

Veamos si:

$n = 0$ $y[0] = x[3] = 0$ siempre es recomendable comenzar con $n=0$

$n = -1$ $y[-1] = x[1] = 1$

$$n = -2 \quad y[-2] = x[-1] = -1$$

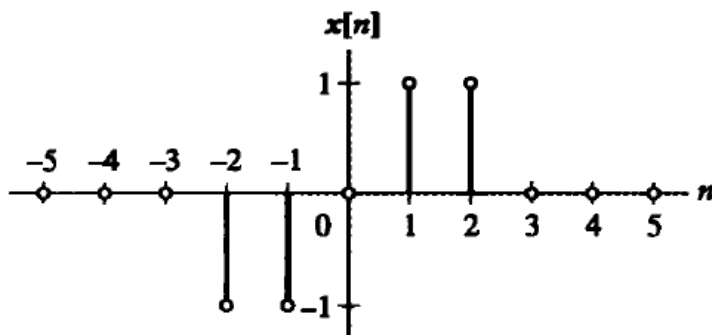
$$n = -3 \quad y[-3] = x[-3] = 0$$

$$n = 1 \quad y[1] = x[5] = 0$$

$$n = 2 \quad y[2] = x[7] = 0, \text{ todos los dem\u00e1s son cero.}$$

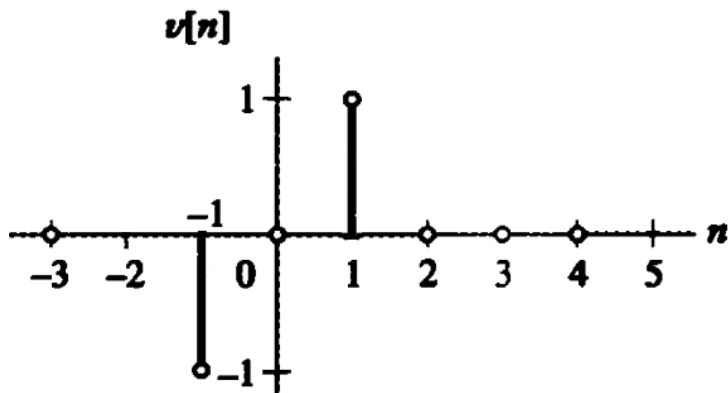
Para concluir esta secci\u00f3n, vamos a tratar de resolverlo realizando la operaci\u00f3n, pero en orden inverso, donde podremos ver que NO llegaremos a la respuesta correcta.

Tenemos $x[n]$

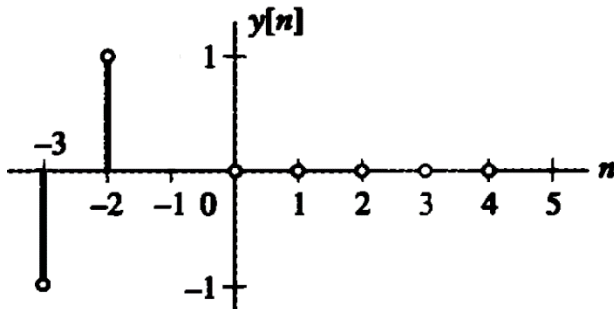


Haciendo primero el escalamiento de tiempo $v[n] = x[2n]$

Tenemos:



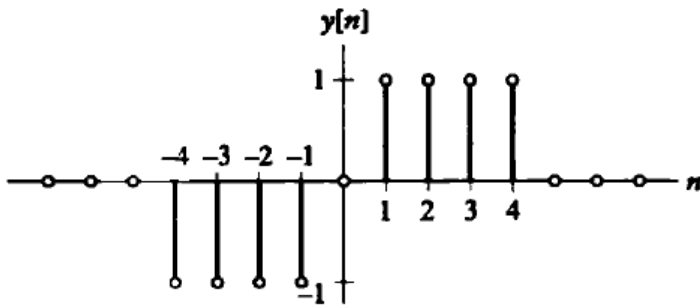
Ahora solo resta el desplazamiento hacia la izquierda en 3 unidades



Donde podemos ver claramente que no llegamos al resultado correcto, por no haber realizado las operaciones en el orden correcto, por eso es necesario tener cuidado y recordar que primero es el corrimiento en el tiempo y luego el escalamiento en el tiempo.

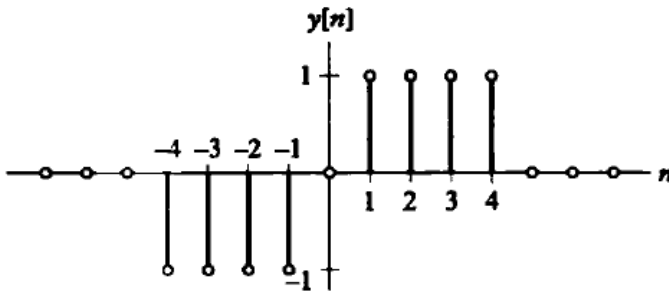
Ejercicios

1. Sea $y[n]$ como se muestra en la figura

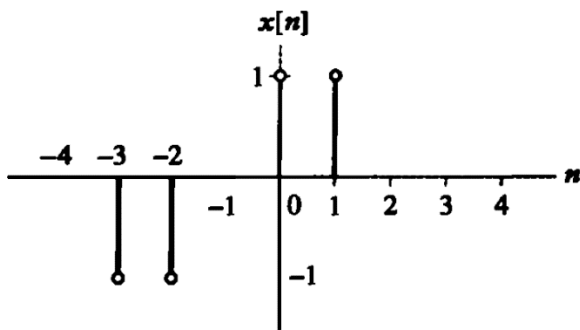


Encuentre $y[3n+2]$

2. Si para la siguiente figura



Si obtenemos $y[an+b]$ y es como se muestra en la figura



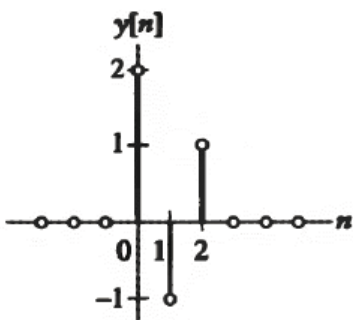
¿Cuánto vale a y b?

3. Sea $x[n] = \{-2, 1, \bar{0}, -1, 2\}$ Encuentre $x[2n+6]$

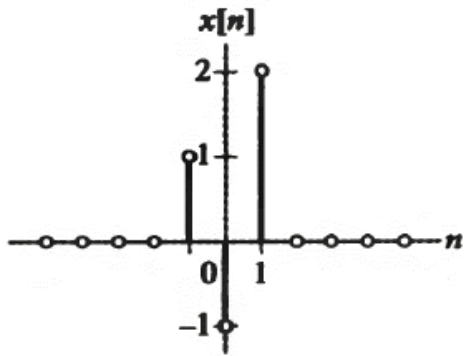
4. Considere $x[n] = \begin{cases} 1, & -2 \leq n \leq 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$ Halle $x[-n+1]$

5. Para la señal discreta $y[n]$ como se muestra en la figura.

Halle $y[0.5n + 2]$



6. Tenemos la señal como se muestra en la figura, si aplicamos $x[n+b]$, cuanto pueden valer “a” y “b” para que no importe el orden, es decir se obtenga la misma señal resultante sin importar el orden. R/ $a=1$, $b=$ cualquier valor.



5. SEÑALES PARES E IMPARES

Las señales se clasifican en pares e impares dependiendo del tipo de simetría que reflejan sus gráficas.

5.1 SEÑAL PAR

Una señal $x[n]$ es par si $x[-n] = x[n]$, por ejemplo, $x[n] = n^2$, la gráfica es simétrica con respecto al eje vertical, es decir que si se dobla con respecto al eje vertical los puntos a la derecha del gráfico coincidirán perfectamente con los puntos al lado izquierdo de la gráfica.

5.2 SEÑAL IMPAR

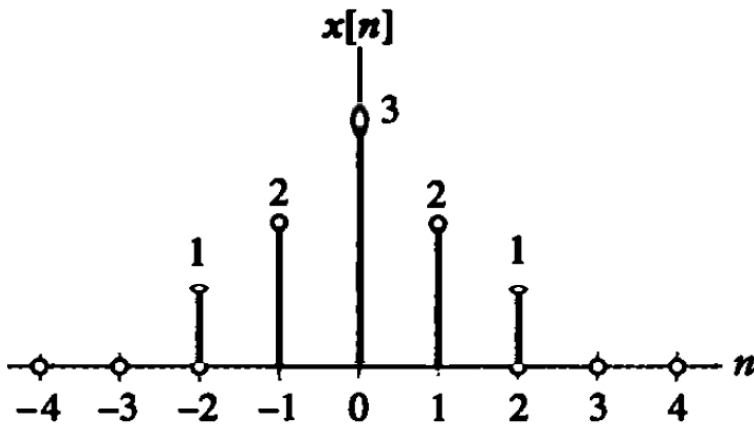
Una señal $x[n]$ es impar si $x[-n] = -x[n]$, por ejemplo, $x[n] = n^3$, la gráfica es simétrica con respecto al origen; es decir que, si se dobla el cuadrante I del plano cartesiano con respecto al eje horizontal, y luego se dobla con respecto al eje vertical de manera que se sobreponga al cuadrante IV, todos los puntos coincidirán.

➡ Todas las señales impares pasan por el origen.

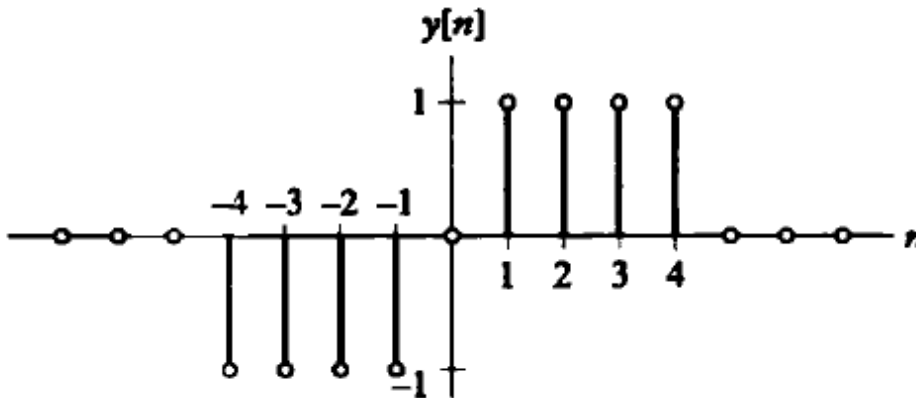
Veamos algunos ejemplos para entender mejor

Por ejemplo, la gráfica de una señal par e impar se muestran a continuación

Señal Par



Señal Impar



Estas señales son de gran importancia debido a que cualquier señal puede descomponerse en la suma de una señal par, más otra señal impar.

La forma en como se deduce esto se muestra a continuación:

Sea $x[n]$ igual a la suma de una señal par $x_p[n]$ y otra impar $x_i[n]$, así:

$$x[n] = x_p[n] + x_i[n]$$

ya que $x_p[n]$ es par

$$x_p[-n] = x_p[n]$$

y con $x_i[n]$ impar $x_i[-n] = -x_i[n]$

Si hacemos $x[-n] = x_p[-n] + x_i[-n] = x_p[n] - x_i[n]$

Si ahora sumamos $x[n]$ con $x[-n]$

Tenemos: $x[n] + x[-n] = 2x_p[n]$, despejando

$$x_p[n] = \frac{1}{2} \{ x[n] + x[-n] \}$$

Haciendo un procedimiento similar se llega a:

$$x_i[n] = \frac{1}{2} \{ x[n] - x[-n] \}$$

Ejemplo1

Sea la señal $x[n] = \{\bar{0}, 1, 2, 1, -1\}$

Encuentre la parte par y la parte impar de la señal

Solución:

$$x[-n] = \{-1, 1, 2, 1, \bar{0}\}$$

Sabemos que la parte par se obtiene así: $x_p[n] = \frac{1}{2} \{ x[n] + x[-n] \}$

$$= \frac{1}{2} \{-1, 1, 2, 1, \bar{0}, 1, 2, 1, -1\} = \{-1/2, 1/2, 1, 1/2, \bar{0}, 1/2, 1, 1/2, -1/2\}$$

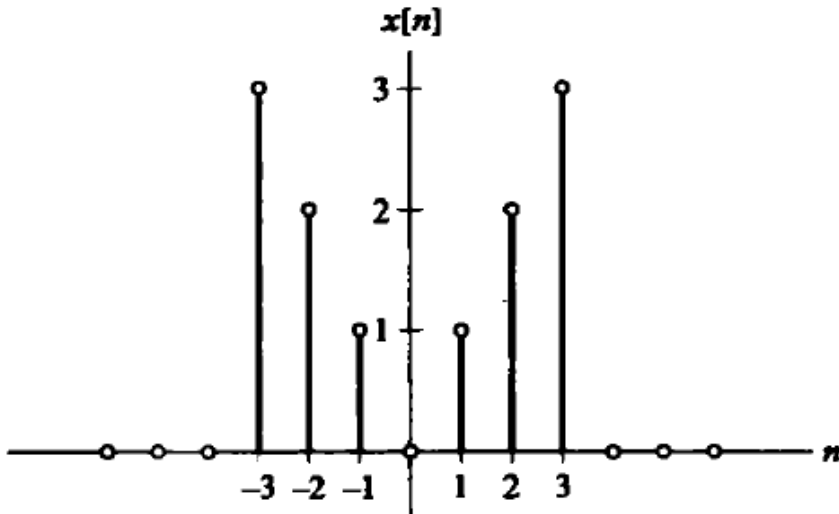
La parte impar

$$x_i[n] = \frac{1}{2} \{ x[n] - x[-n] \} = \frac{1}{2} \{1, -1, -2, -1, \bar{0}, 1, 2, 1, -1\} = \left\{ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, \bar{0}, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\}$$

Puedes comprobar que al sumarlas obtienes $x[n]$.

Ejemplo2

Sea $x[n]$ como se muestra en la figura. Encuentre la parte por e impar.



Solución:

Podemos observar que $x[n] = x[-n]$, “tiene simetría par”

$$x_p[n] = \frac{1}{2} \{ x[n] + x[-n] \} = \frac{1}{2} \{ 6, 4, 2, \bar{0}, 2, 4, 6 \}$$

$$x_p[n] = \{ 3, 2, 1, \bar{0}, 1, 2, 3 \} \quad \text{“que es la misma } x[n]\text{”}$$

$$x_i[n] = \frac{1}{2} \{ x[n] - x[-n] \} = \frac{1}{2} \{ 0, 0, 0, \bar{0}, 0, 0, 0 \}$$

$$x_i[n] = \{ 0, 0, 0, \bar{0}, 0, 0, 0 \} \quad \text{“como era de esperarse”}$$

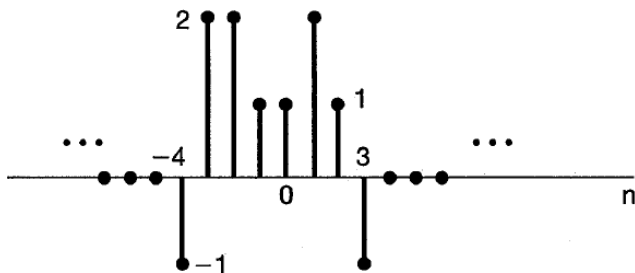
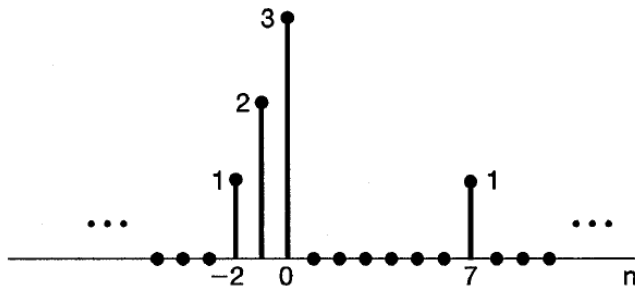
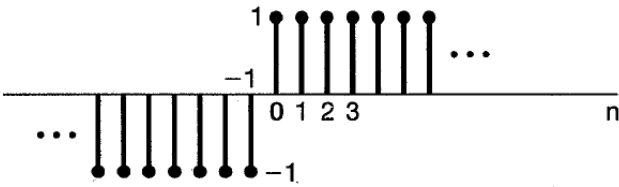
Ejercicios

1. Para las 2 señales siguientes, determine todos los valores de la variable independiente para los cuales se garantice que la parte par de la señal sea igual a cero.

$$a) \quad x_1[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 3 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$b) \quad x_2[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^n, & \text{si } n > 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

2. Determine y dibuje las partes par e impar de las señales que se muestran a continuación.



3. Compruebe con las señales impares del problema anterior que:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] = 0$$

Donde $x[n]$ es la señal impar obtenida de cada una de las tres señales del problema anterior.

4. Sea $x_p[n]$ la parte par de $x[n]$ y $x_i[n]$ la parte impar de $x[n]$, donde

$x[n] = \{1, 2, \bar{3}, 4, 5\}$; compruebe que $x^2[n] = x_p^2[n] + x_i^2[n]$, donde $x^2[n]$, $x_p^2[n]$ y $x_i^2[n]$

representan la suma de todos los elementos al cuadrado de la señal.

5. Sea $x[n] = \{2, 1, \bar{0}, 1, 2\}$, donde $x[n]$ es “par” y

$y[n] = \{-2, -1, \bar{0}, 1, 2\}$, donde $y[n]$ es “impar”

Realice las siguientes operaciones: $x[n] \cdot x[n]$

$$x[n] \cdot y[n]$$

$$y[n] \cdot y[n]$$

Ahora responda

¿El producto de dos señales pares es una señal par o impar?

¿El producto de dos señales impares es una señal par o impar?

¿El producto de dos señales, una par y otra impar es una señal par o impar?

6. EL OPERADOR SUMATORIA “Σ”

El sumatorio es un operador matemático, que se representa por la letra griega Σ “sigma”, el cual permite representar de manera abreviada sumas que contienen muchos sumandos o incluso una cantidad no solo finita de sumandos sino una cantidad infinita de sumandos.

Veamos una ilustración

Imaginemos que deseo sumar los números:

$$1, 4, 9, 16, 25$$

Podría expresarlo con el operador sumatoria observando que es la suma de los cuadrados de los primeros cinco números naturales, así:

$$\sum_{i=1}^5 i^2$$

Esta representación indica que el primer término sería el valor de la variable para $i=1$, es decir, $(1)^2 = 1$, el segundo término $i=2$, sería $(2)^2 = 4$, el tercer término $3^2 = 9$, el cuarto término 4^2 y el último el quinto (que es el que indica el límite superior) $5^2 = 25$.

Es decir, que:

$$\sum_{i=1}^5 i^2$$

Es una manera abreviada de escribir: $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$

Al argumento del sumatorio se le llama variable, a los valores arriba y debajo de sigma (Σ), se les llama límite inferior y límite superior, estos representan los incrementos (en una unidad) que va tomando la variable.

La expresión:

$$\sum_{i=0}^3 x_i, \quad \text{es igual a } = x_0 + x_1 + x_2 + x_3$$

Existen relaciones importantes en el estudio de las señales, algunas de ellas son las que se muestran a continuación:

$$I. \quad \sum_{n=0}^{N-1} \alpha^n = \begin{cases} \frac{1 - \alpha^N}{1 - \alpha}, & \alpha \neq 1 \\ N, & \alpha = 1 \end{cases}$$

$$II. \quad \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n = \frac{1}{1 - \alpha}, \quad \text{si } |\alpha| < 1$$

$$III. \quad \sum_{n=k}^{\infty} \alpha^n = \frac{\alpha^k}{1 - \alpha}, \quad \text{si } |\alpha| < 1$$

$$IV. \quad \sum_{n=0}^{\infty} n\alpha^n = \frac{\alpha}{(1 - \alpha)^2}, \quad \text{si } |\alpha| < 1$$

Veamos algunos ejemplos de cómo usar estas expresiones.

Ejemplo1

Evalúe la expresión:

$$\sum_{n=0}^5 3^n$$

Solución:

Podemos observar que $\alpha \neq 1$, por lo que podemos usar la expresión I, con $\alpha = 3$ y $N=6$.

$$\sum_{n=0}^5 3^n = \frac{1 - 3^6}{1 - 3} = 364$$

Ejemplo2

Tenemos la siguiente sucesión de números:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots \dots \dots$$

¿Cuánto es su suma?

Solución:

Podemos ver que es una sucesión infinita y que la podemos representar como:

$$(1/2)^0, (1/2)^1, (1/2)^2, (1/2)^3, (1/2)^4, \dots \dots \dots$$

Lo cual lo podemos expresar como:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad \text{ahi vemos que } \alpha = \frac{1}{2}, \text{ siendo } |\alpha| < \frac{1}{2}, \text{ podemos ocupar II}$$

Tenemos:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{1 - 1/2} = \frac{1}{1/2} = 2$$

Esto significa que la suma de estos infinitos términos es un valor constante igual a 2, aunque parezca increíble algunas veces la suma de una cantidad infinita de términos es un valor constante.

Ejemplo3

Existen expresiones importantes que luego se verán, pero conviene estudiarlas un poco.

a)

$$u[n] = \sum_{m=-\infty}^n \delta[m]$$

Esta expresión significa

$u[n] = \dots \delta[-1000] + \delta[-999] + \dots + \delta[0] + \delta[1] + \dots + \delta[n]$, a este tipo de sumas a veces se les llama “acumulador”.

b)

$$u[n] = \sum_{k=\infty}^0 \delta[n - k]$$

Esta expresión significa:

$u[n] = \dots \delta[n - 500] + \delta[n - 499] + \dots + \delta[n - 1] + \delta[n]$

Observe que en este caso el límite inferior es mayor que el superior, pero eso no importa ya que la suma es conmutativa.

c)

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n - k]$$

Esta expresión significa:

$$u[n] = \dots \delta[n] + \delta[n - 1] + \dots + \delta[n - 5000] + \delta[n - 5001] + \dots$$

Ejercicios

1. Expresar con un sumatorio lo siguiente:

- a) La suma de los 5 primeros números pares.
- b) La suma de todos los múltiplos de 4, desde 36 hasta 80.
- c) La suma de la raíz cuadrada de los primeros 20 números impares.

2. Deduzca la expresión I.

3. Sabemos que:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n = \frac{1}{1 - \alpha}, \quad \text{si } |\alpha| < 1$$

Pero a que es igual la expresión:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n = ? \quad \text{si } |\alpha| < 1$$

4. Juanito tiene el 1° de enero del 2018 \$1, su madrecita le dice que cada día le dará la mitad de lo que tiene el día anterior, es decir, que el 2 de enero le dará \$0.5, el tres \$0.25 y así sucesivamente.

¿Cuánto es la mayor cantidad que puede llegar a tener Juanito? ¿Cuánto tiene el 10 de enero y el 15 de marzo?

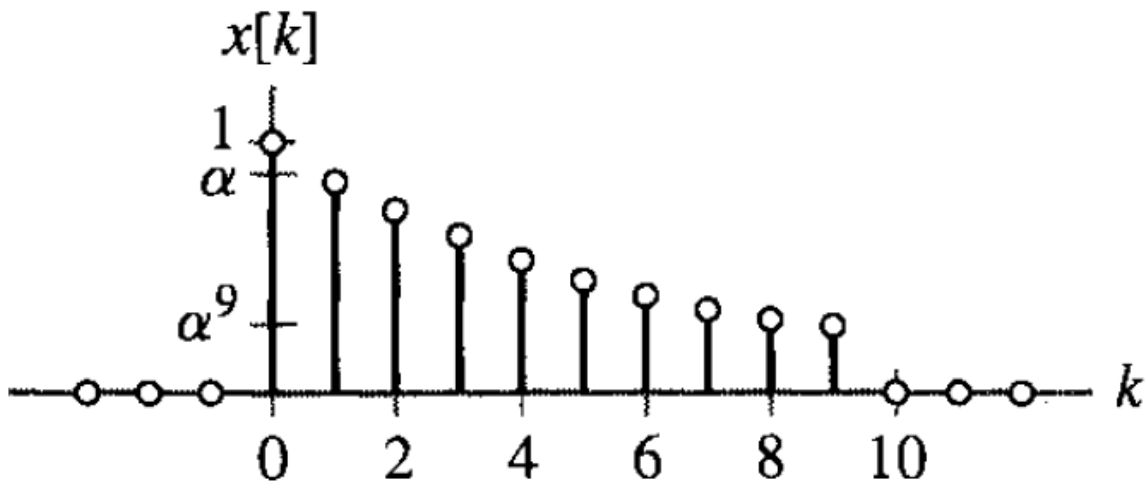
5. Evalúe la expresión:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(1/8)^n$$

6. Determine la suma de esta sucesión de números:

$$\frac{1}{3}, 2\left(\frac{1}{3}\right)^2, 3\left(\frac{1}{3}\right)^3, 4\left(\frac{1}{3}\right)^4 \dots \dots \dots$$

7. Encuentre la suma de los valores de la gráfica y compruébelo usando alguna de las propiedades, $\alpha = 0.9$



UNIDAD 2

1. SEÑALES EN TIEMPO DISCRETO ELEMENTALES

La *señal muestra unitaria* se designa como $\delta[n]$ y se define como sigue:

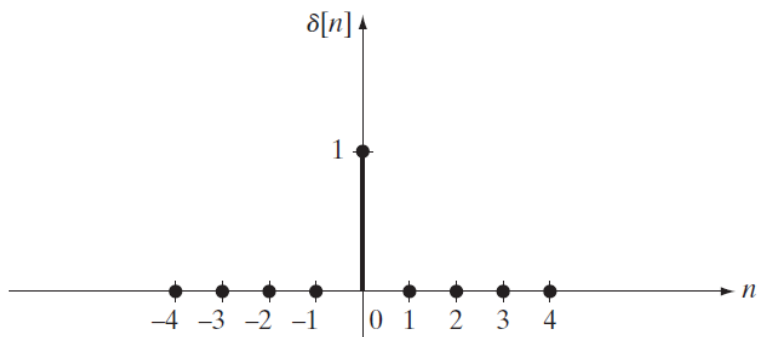
$$\delta[n] \equiv \begin{cases} 1, & \text{para } n = 0, \\ 0, & \text{para } n \neq 0 \end{cases}$$

Dicho con palabras, la señal muestra unitaria es una señal que es cero siempre, excepto en $n=0$ donde su valor es igual a la unidad. Esta señal a veces se denomina impulso unitario. La

representación gráfica de

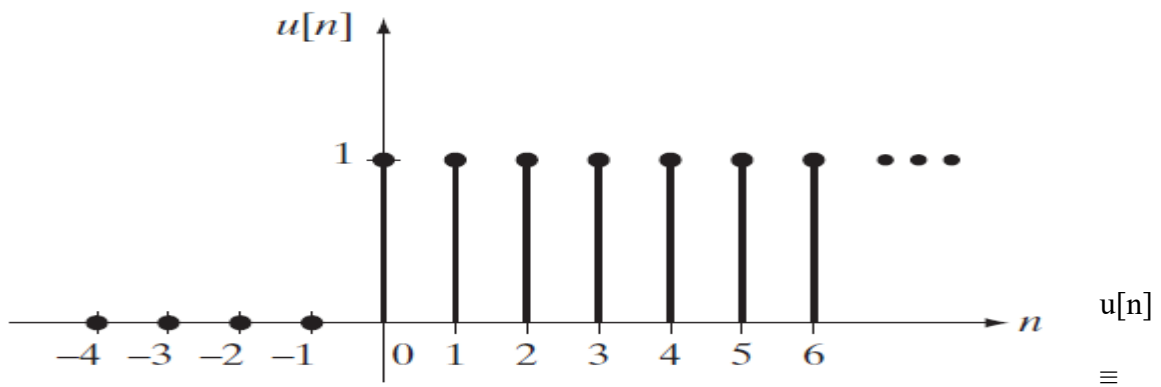
$\delta[n]$ se muestra en la

figura siguiente.



2. La *señal escalón unitario* se denota por $u[n]$ y se define como:

➡ Si el argumento de $u[n]$ (lo que está dentro del corchete) es cero o positivo, $u[n]=1$



$\begin{cases} 1, & \text{para } n \geq 0, \\ 0, & \text{para } n < 0 \end{cases}$ la figura 1 ilustra la señal escalón unidad

3. La *señal rampa unitaria* se denota como $r[n]$ y se define como:

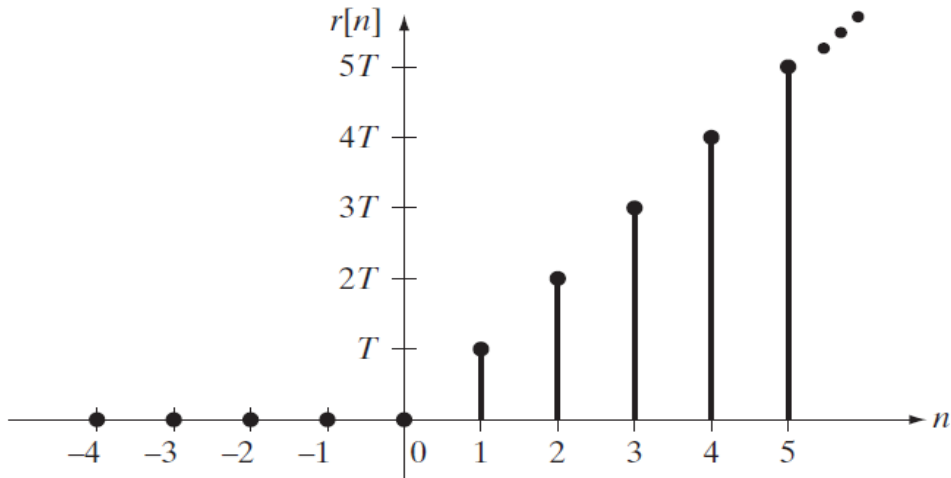


Figura 3

$r[n] \equiv \begin{cases} n, & \text{para } n \geq 0, \\ 0, & \text{para } n < 0 \end{cases}$ la figura 3 ilustra la señal rampa unitaria

4. La *señal exponencial* es una secuencia de la forma:

$x[n] = a^n$ para todo n la figura 4 ilustra $x[n]$ para distintos valores del parámetro “ a ”

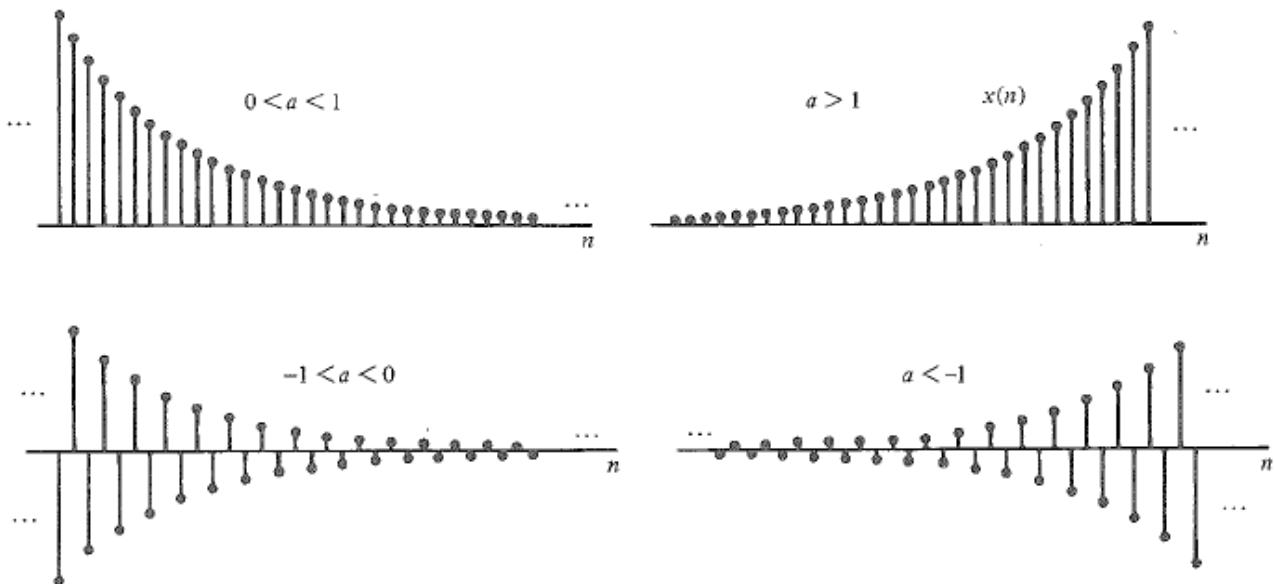


Figura 4

Uno de los aspectos importantes de la secuencia impulso unitario es que una secuencia arbitraria se puede expresar como una suma de impulsos desplazados y escalados.

Por ejemplo, la secuencia $p[n]$ de la Figura 5

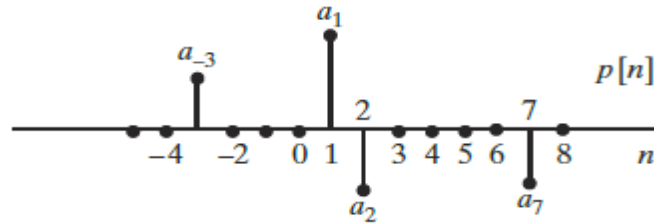


Figura 5

$$p[n] = a_{-3}\delta[n + 3] + a_1\delta[n - 1] + a_2\delta[n - 2] + a_7\delta[n - 7].$$

Es igual a:

En términos más generales y compactos se puede expresar como:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n - k]$$

Por otro lado, la relación entre el escalón unitario y el impulso es:

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$$

Es decir que el valor de la secuencia escalón unitario en el índice n es igual a la suma acumulada hasta el índice n de todos los valores anteriores de la secuencia impulso.

Si quisiéramos el valor de $u[5]$, tendríamos

$$u[5] = \sum_{k=-\infty}^5 \delta[k] = \dots \delta[-100] + \delta[-99] + \dots + \delta[0] + \dots \delta[5]$$

Todos los términos son cero excepto $\delta[0]$ el cual es 1, por lo tanto $u[5]=1$

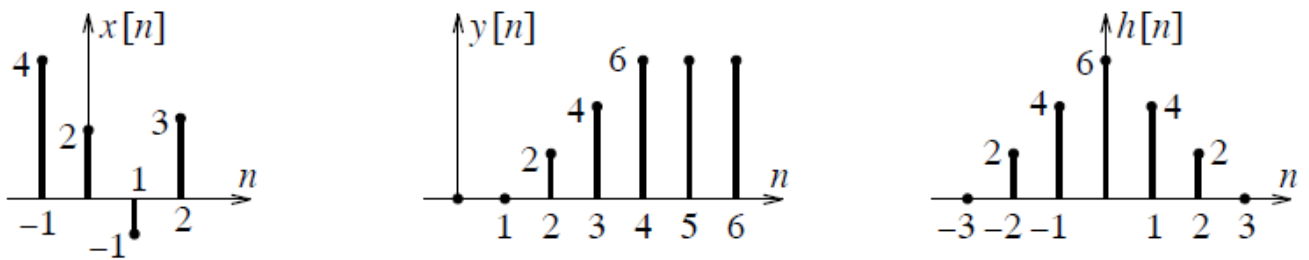
Otra forma de expresar el escalón unitario es:

$$u[n] = \delta[n] + \delta[n - 1] + \delta[n - 2] + \dots \text{ o bien } u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n - k]$$

Y por último es claro que $\delta[n] = u[n] - u[n - 1]$

Ejemplo 1

Use la señal impulso unitario para describir las señales de las gráficas que se muestran.



Solución

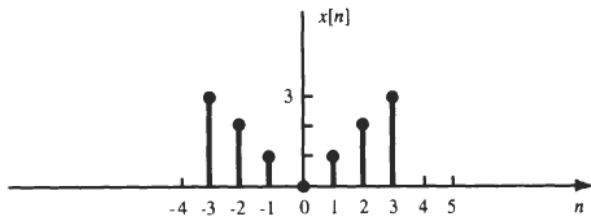
$$x[n] = 4\delta[n + 1] + 2\delta[n] - \delta[n - 1] + 3\delta[n - 2]$$

$$y[n] = 2\delta[n - 2] + 4\delta[n - 3] + 6\delta[n - 4] + 6\delta[n - 5] + 6\delta[n - 6]$$

$$h[n] = 2\delta[n + 2] + 4\delta[n + 1] + 6\delta[n] + 4\delta[n - 1] + 2\delta[n - 2]$$

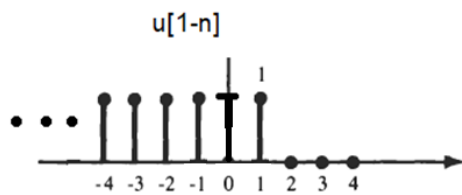
Ejemplo 2

La figura muestra una señal de tiempo discreto $x[n]$. Dibuje cuidadosamente la señal $x[n]u[1-n]$

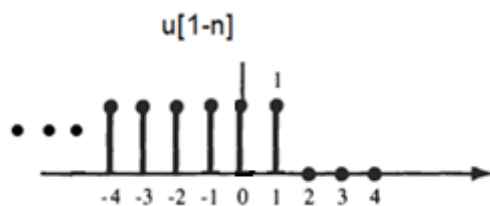
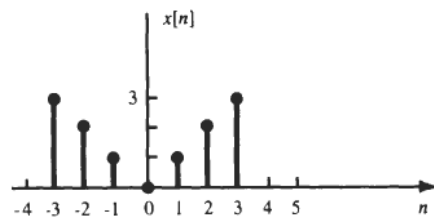


Solución

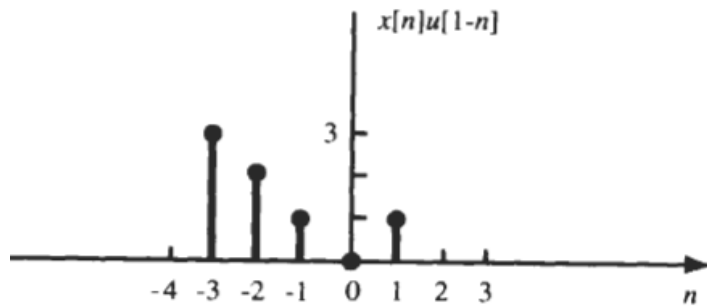
Sabemos que si el argumento de $u[1-n]$, es cero o positivo, el valor es de uno, es decir



Multiplicando



Obtenemos la señal deseada $x[n]u[1-n]$, la cual es:



Ejercicios

1- Exprese la señal de la figura E1 usando señales escalón unitario.

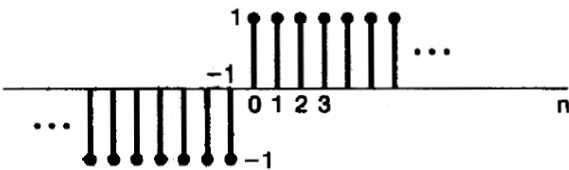


Figura E1

2- Exprese la señal de la figura E2, por medio de impulsos unitarios.

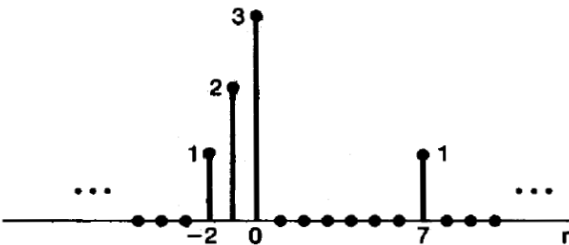


Figura E2

3- Considere la señal discreta:

$$x[n] = 1 - \sum_{k=3}^{\infty} \delta[n - 1 - k]$$

Determine los valores M y n_0 de manera que $x[n]$ se exprese como $x[n] = u[Mn - n_0]$.

4-Sea $x[n]=\{3,2,1,\overline{0},1,2,3\}$, dibuje la señal $x[n]$ multiplicada por $\{u[n+2]-u[n]\}$.

5-Una propiedad importante del impulso unitario es que el producto del impulso con otra señal se convierte en la señal evaluada en el valor donde aparece el impulso, así:

$$x[n]\delta[n] = x[0]\delta[n] \quad \text{ó} \quad x[n]\delta[n - k] = x[k]\delta[n - k]; \text{ Evaluar: } \log_{10} n \delta[n - 1].$$

6-Sea $x[n] = 8(0.5)^n(u[n+1]-u[n-4])$. Dibuje las siguientes señales:

$$\text{a) } y[n] = x[n-2] \quad \text{b) } f[n] = x[n+2] \quad \text{c) } g[n] = x[-n+2] \quad \text{d) } h[n] = x[-n-2]$$

7- La señal de la figura E7 se puede representar como $x[n] = A\alpha^n(u[n]-u[n-N])$, encuentre los valores de A , α y N .

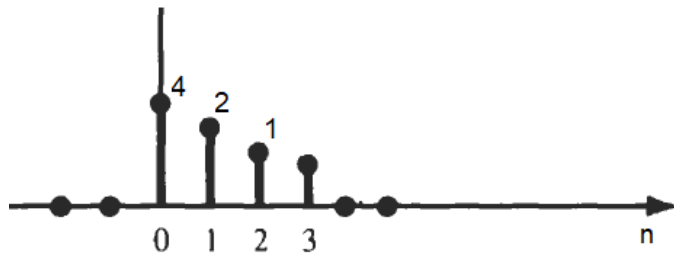


Figura E7

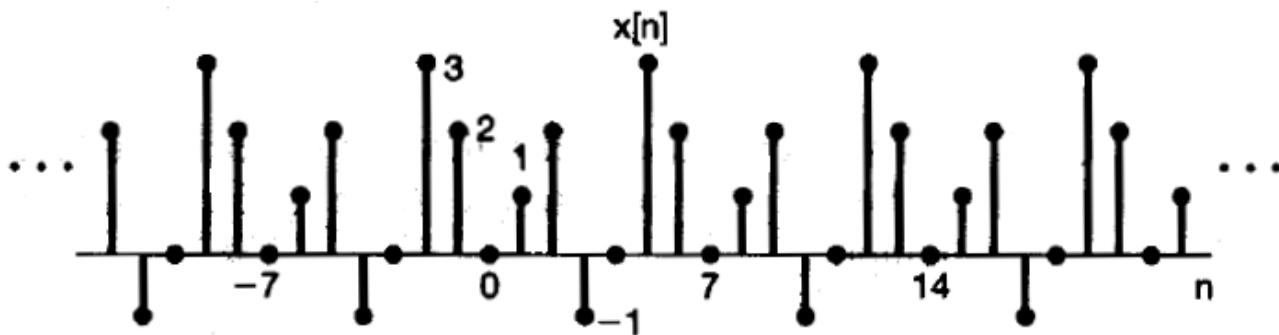
2. SEÑALES PERIODICAS

Una señal $x[n]$ es periódica de período N ($N > 0$), si y solo si

$$x[n+N]=x[n] \quad \text{para todo } n$$

El valor más pequeño de N para el que se cumple esta relación, se denomina período (fundamental). Si no existe ningún valor de N que satisfaga la expresión, se dice que la señal es no periódica o aperiódica.

Un ejemplo de una señal periódica es:



Donde su período N es $N=7$, y es la cantidad de muestras que contienen la señal que se está repitiendo, para el caso si comenzamos en $n=0$, veremos que para $N=7$ ya comienza a repetirse, es decir que se deben de contar las muestras que están dentro del período de la señal y el valor de esa suma es el período N , sin importar donde se comience.

2.1 SEÑALES SENO Y COSENO

Previamente has estudiado la función seno y coseno para el caso continuo, existen varias analogías y diferencias para el caso discreto.

Una señal coseno discreta es $x[n]=\cos(\omega_0 n)$, donde ω_0 es la frecuencia natural de oscilación y tiene unidades de radianes por muestra, $\omega_0 = 2\pi F$, donde F es la frecuencia de oscilación y $N=1/F$.

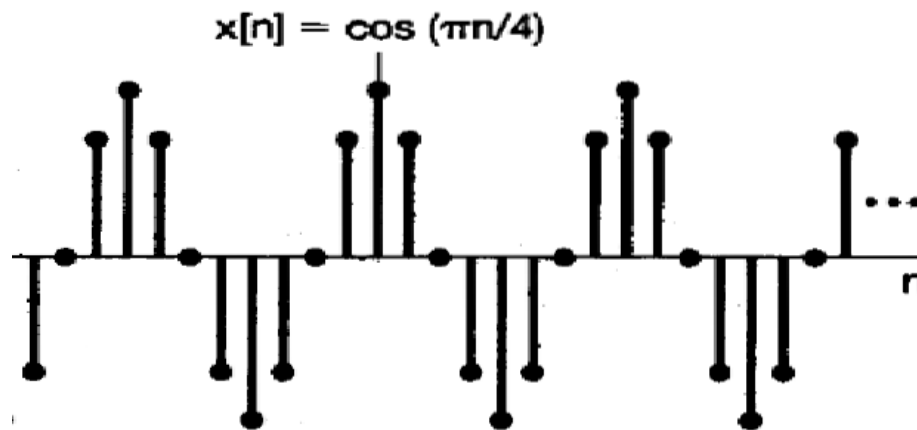
A diferencia de una señal continua como $\cos(\omega t)$, esta es periódica para cualquier valor de ω . En el caso discreto es diferente, si tenemos una señal como: $\cos(2\pi n/8)$, el periodo viene dado por:

$$N = m(2\pi/\omega_0), \text{ donde } m \text{ es el menor entero para el cual } N \text{ es un entero.}$$

Para el caso tenemos $\omega_0 = 2\pi/8 = \pi/4$

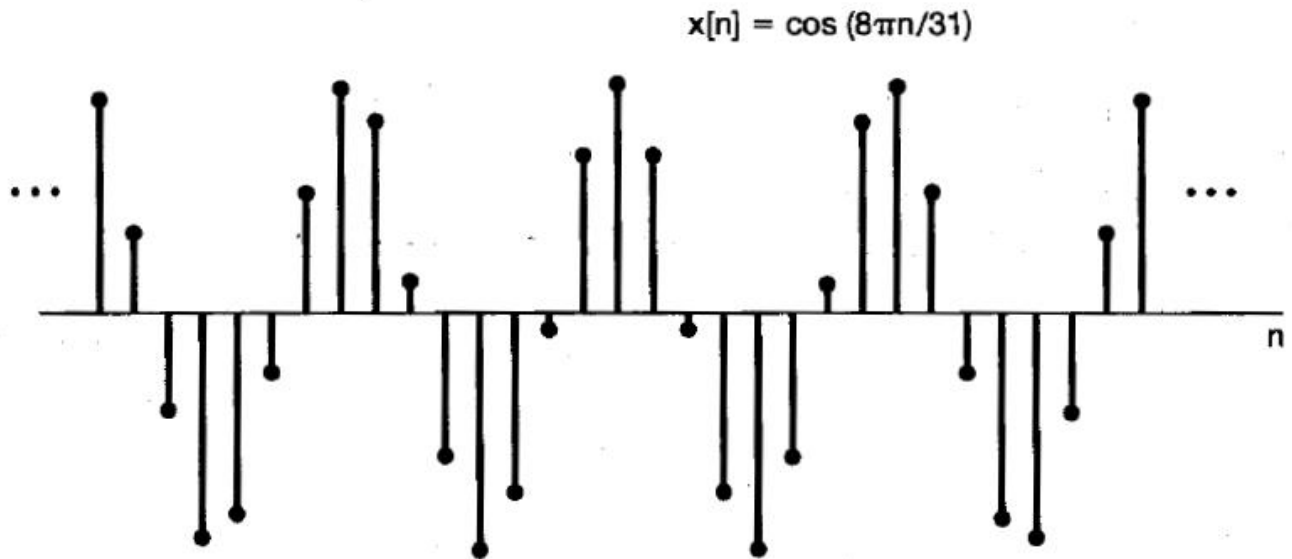
$N = m\left(\frac{2\pi}{\pi/4}\right)$, $N = m(8)$, para que N sea entero $m=1$, N debe ser el menor entero posible, lo que nos da que $N=8$.

Gráficamente



Ejemplo 1

Encuentre el periodo de la señal



Podemos ver que si contamos 7 muestras contendremos la señal que se volverá a repetir. Por lo tanto, el periodo es $N=7$.

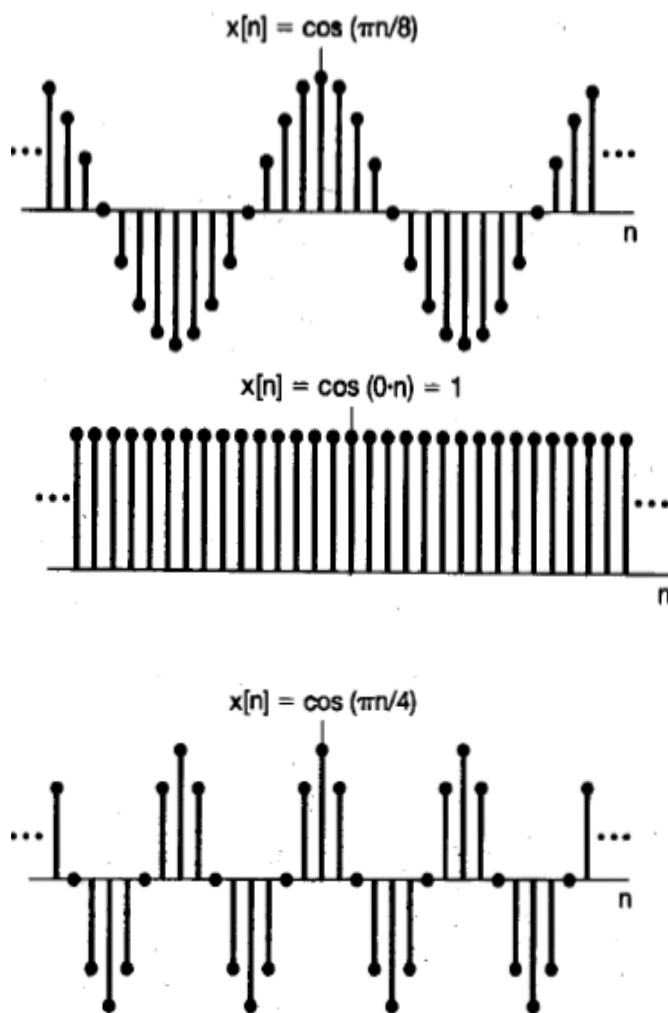
Ejemplo 2

Determine el periodo N (fundamental) de la señal $\cos(n/8)$

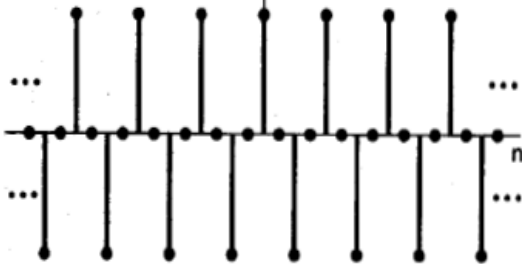
Solución

$\omega_0 = 1/8$; usando $N=m(2\pi/\omega_0)$, $N=m(2\pi/1/8)$, $N=m(16\pi)$, podemos ver que no existe ningún valor entero de m que multiplicada por 16π , genere un valor entero de N , por lo que esta señal es NO periódica.

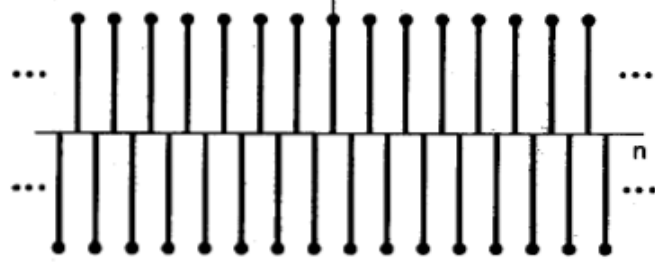
Para finalizar tenemos una serie de señales $\cos(\omega_0 n)$, donde se ha dibujado para diferentes valores de ω_0 , desde $\omega_0 = 0$ hasta $\omega_0 = 2\pi$, se puede observar que la señal discreta, comenzará a repetirse después de 2π esta es una propiedad muy importante y diferente al caso de las señales continuas donde a medida que ω (frecuencia natural de oscilación para el caso continuo) aumenta, la señal empieza a verse cada vez más comprimida en el eje del tiempo (eje de las abscisas).



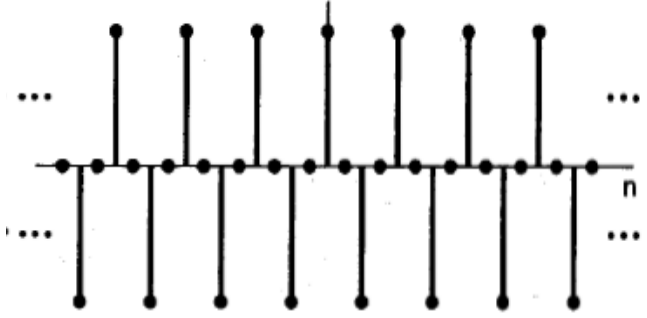
$$x[n] = \cos(\pi n/2)$$



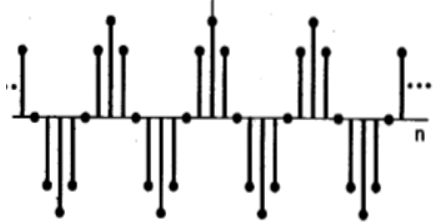
$$x[n] = \cos \pi n$$



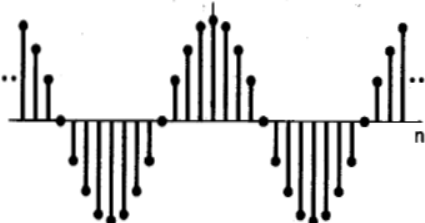
$$x[n] = \cos(3\pi n/2)$$



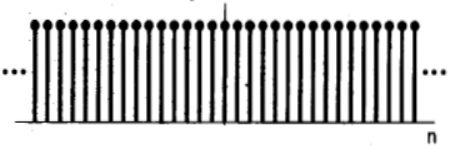
$$x[n] = \cos(7\pi n/4)$$



$$x[n] = \cos(15\pi n/8)$$

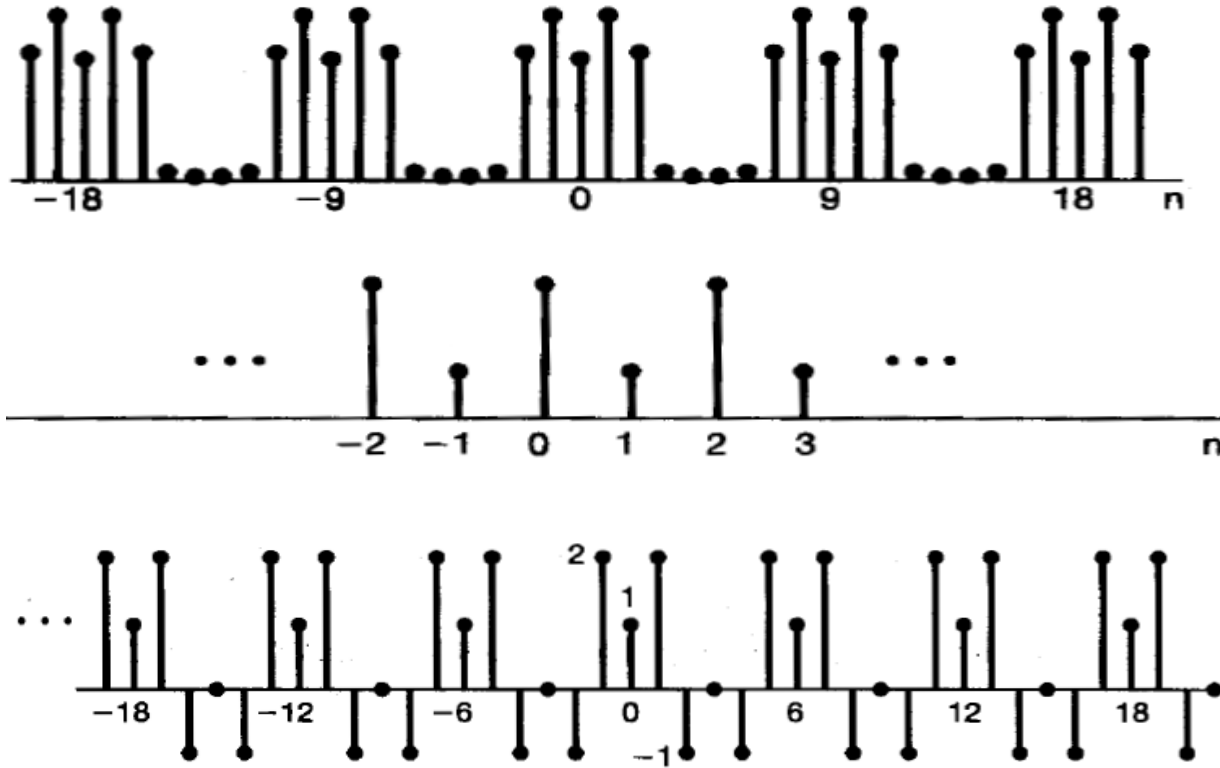


$$x[n] = \cos 2\pi n$$



Ejercicios

1-Encuentre el periodo de las señales que se muestran:



2-Determine si la señal $x[n] = (-1)^n$, es periódica y si es periódica determine su periodo fundamental N.

3-Analice la siguiente señal:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[-4k], \text{ determine si es periódica y de ser lo, halle su período fundamental } N$$

si ahora tiene $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[-ak]$, donde a es un entero. ¿Podria decir cual es el período?

4-Determine el período fundamental N (si existe) para:

a) $x[n]=u[n] - u[-n]$ b) $x[n]=\sum_{k=0}^{\infty} \delta[n - 8k]$ c) $x[n]=\text{sen}\left(\frac{6\pi n}{7}\right)$ d) $x[n]=\text{cos}\left(\frac{\pi n^2}{8}\right)$

5-Las señales discretas poseen una importante propiedad que no tienen las del caso continuo, y es de que, la suma de señales periódicas es siempre periódica, siendo el periodo N igual al MCM (mínimo común múltiplo) de los periodos de cada una de las señales sumadas.

Ahora halle el periodo de $x[n] = 2\text{cos}\left(\frac{\pi n}{4}\right) + \text{sen}\left(\frac{\pi n}{8}\right) - 3\text{cos}\left(\frac{\pi n}{2}\right)$

3. SISTEMAS LINEALES

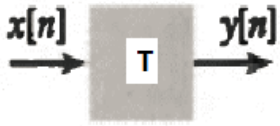
Como habíamos dicho al comienzo de este estudio, un sistema cumple con poseer una entrada y una salida, también tiene una operación que realiza internamente, la cual no nos interesa como la hace, sino que hace.

Veamos algunos ejemplos, el sistema genérico lo representamos así:



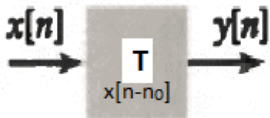
Donde $x[n]$ representa la entrada y $y[n]$ la salida, la caja que tiene una T adentro es la parte central de nuestro sistema, donde se procesa la información. Ahora bien, T representa la acción que el sistema hace sobre la entrada para producir una salida, es deseable que esta acción pueda representarse por una fórmula, aunque no siempre es el caso.

Veamos



$y[n]=x^2[n]$, en este sistema T representa la acción de tomar la entrada $x[n]$ y multiplicarla por sí misma para obtener la salida $y[n]= x[n] x[n] = x^2[n]$, este sistema puede operativizarse con una ecuación (esto es muy deseable).

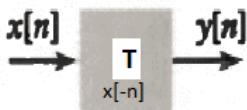
Veamos ahora



Este sistema toma la entrada $x[n]$ y la desplaza n_0 unidades a la derecha a pesar que se puede asociar una ecuación a la salida $y[n]= x[n-n_0]$ es bueno pensar en la acción de tomar la entrada y desplazarla n_0 unidades a la derecha.

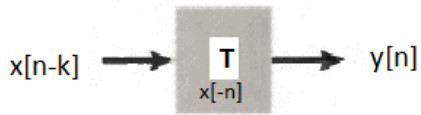
Otra forma más compacta de representar esta acción es $y[n]= T \{x[n]\} = x[n-n_0]$

Ahora bien, si tenemos: $y[n] = T \{x[n]\} = x[-n]$



Este sistema indica que, a la señal de entrada, se le cambia el signo a la variable “n”.

Si tuviéramos hoy la entrada



Se podría pensar que la salida es $y[-n+k]$ haciendo una sustitución en el argumento de x , pero no, la salida es $y[n]=x[-n-k]$ porque nuestro sistema busca la variable n y le cambia el signo, es decir que hay que poner atención en la acción que el sistema hace.

Por último, un sistema en el cual la entrada es un número par arroja el valor primo más cercano no puede asociarse $y[n]$ a una ecuación.

Ejercicios

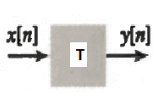
1. Expresar con palabras lo que hace el sistema descrito

a)
donde $y[n]=x[n] x[n-1]$

b)
donde $y[n]=n x[n]$

c)

2. Si tenemos el sistema



donde $y[n] = x[n^2]$. ¿Cuál será la salida si ahora $x[n] = x[n-2]$?

3. Si tenemos el sistema T el cual multiplica la entrada por n, es decir: $y[n] = T\{x[n]\} = nx[n]$

¿Cuál sería la salida del sistema si tenemos la siguiente configuración?



3.1 LINEALIDAD

Una de las propiedades más importantes en el estudio de las señales discretas es la linealidad, la cual definiremos como:

Si una entrada consiste en la suma ponderada de varias señales, entonces la salida es simplemente la superposición (es decir la suma ponderada) de las repuestas del sistema a cada una de estas señales. Matemáticamente, sea $y_1[n]$ la respuesta del sistema discreto a una entrada $x_1[n]$, y sea $y_2[n]$ la salida correspondiente a la entrada $x_2[n]$, entonces el sistema es lineal si:

1. La respuesta a: $x_1[n] + x_2[n]$ es $y_1[n] + y_2[n]$

2. la respuesta a: $ax_1[n]$ es $ay_1[n]$, donde “a” es una constante

Veamos algunos ejemplos

Ejemplo 1

Determine si $y[n] = T\{x[n]\} = nx[n]$ es un sistema lineal

Solución

Tenemos la relación $y[n] = nx[n]$

Si ahora introducimos la entrada $x_1[n]$, tendremos la salida $y_1[n] = nx_1[n]$, si después introducimos $x_2[n]$ tendremos la salida $y_2[n] = nx_2[n]$.

Si ahora decimos que la entrada es $x_3[n]$ tendríamos $y_3[n] = nx_3[n]$, pero además hacemos que $x_3[n] = ax_1[n] + bx_2[n]$

$$\longrightarrow y_3[n] = \{n(ax_1[n] + bx_2[n])\} = anx_1[n] + bnx_2[n]$$

que es igual a $y_3[n] = ay_1[n] + by_2[n]$, donde obtenemos el resultado importante que la salida $y_3[n]$ puede considerarse como la suma ponderada de las entradas actuando por separado.

Ejemplo2 Observemos ahora un sistema que no es lineal



Donde $y[n] = 2x[n] + 3$ “este sistema multiplica la entrada por 2 y a eso le suma 3.”

$$y[n] = 2x[n] + 3$$

$$\text{Si la entrada es } x_1[n] \longrightarrow y_1[n] = 2x_1[n] + 3$$

$$\text{Si la entrada es } x_2[n] \longrightarrow y_2[n] = 2x_2[n] + 3$$

$$\text{Si la entrada es } x_3[n] \longrightarrow y_3[n] = 2x_3[n] + 3$$

$$\text{Haciendo } x_3[n] = ax_1[n] + bx_2[n]$$

Tendríamos $y_3[n]=2(ax_1[n] + bx_2[n]) +3$

$$y_3[n]=a(2x_1[n]) + b(2x_2[n]) +3$$

para que sea lineal $y_3[n]= ay_1[n] + by_2[n]$ lo cual es imposible construir, si notamos que

$$2x_1[n]= y_1[n]-3 \quad \text{y que} \quad 2x_2[n]= y_2[n]-3$$

→ $y_3[n]= a(y_1[n]-3) +b(y_2[n]-3) = ay_1[n]-3a + by_2[n]-3b$, la cual presenta dos términos: $-3a$ y $-3b$ que no deberían de estar para que fuera lineal.

Este método podría resumirse como, analizar la salida para la entrada $x_1[n], x_2[n], x_3[n]$, luego hacer que $x_3[n]$ sea $ax_1[n] + bx_2[n]$, y finalmente comprobar si se cumple

$$y_3[n] = ay_1[n] + by_2[n].$$

Para que un sistema sea lineal cuando una entrada es cero la salida debe ser igual a cero, a esta condición se le dice que el sistema está en reposo, para el caso anterior vemos que si la entrada es cero la salida es 3, indicando que no está en reposo, por lo tanto, es no lineal.

Ejemplo3

Imaginemos que en el centro escolar donde tu estudias, hay una máquina expendedora de gaseosas (en lata) y que por comodidad cada lata cuesta \$1.

Digamos que nuestro sistema es introducir monedas de \$1 (entrada) y la salida es la cantidad de latas que recibimos. ¿Será este sistema lineal?

Analicemos

Si el profesor Juan manda a un alumno llamado Carlos a traer una gaseosa uva, nuestro sistema será:

Entrada = \$1, (aplicar la tecla para obtener uva); Salida= 1 lata de uva, si hace lo mismo con la alumna Mirna (le pide sabor a fresa), nuestro sistema será: Entrada= \$1, Salida= 1 lata sabor a fresa.

Si ahora dice que le dará \$3 a Pedro para que traiga 3 latas de uva y \$2 a Sonia para que traiga 2 latas de fresa.

Entrada= \$3 Salida= 3 latas de uva

Entrada=\$2 Salida= 2 latas de fresa

El profesor se dará cuenta de al darles una mayor cantidad de dinero está ponderando las entradas y observa que también se está ponderando la salida.

Si ahora dice que le dará \$5 a Marta para que traiga 3 latas de uva y 3 de fresa, obtiene el mismo resultado que cuando manda a Pedro y Sonia. Es decir que la salida se puede considerar como la suma ponderada de las entradas actuando por separado; entonces el concluye que el SISTEMA


ES LINEAL.

Ejercicios

1. Determine si los siguientes sistemas son lineales

a)  Donde $y[n] = x[n^2]$

b)  Donde $y[n] = x^2[n]$

c)  Donde $y[n] = 2^{x[n]}$

2. Para los siguientes sistemas con su ecuación que relaciona la entrada con la salida. Determine si son lineales.

a) $y[n] = \cos(x[n])$

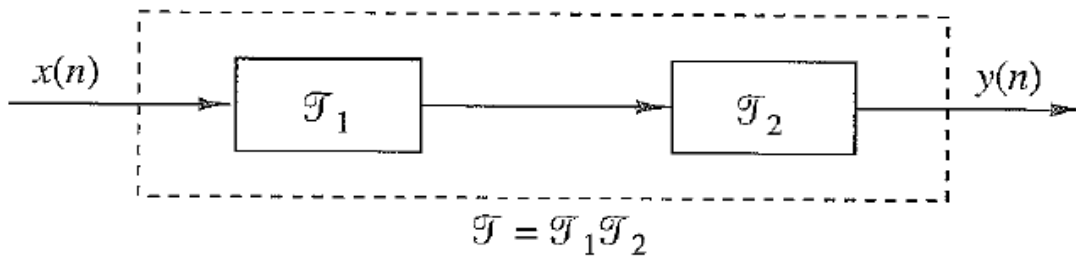
b) $y[n] = x[-n+2]$

c) $y[n] = x[n] u[n]$

d) $y[n] = x[2n]$

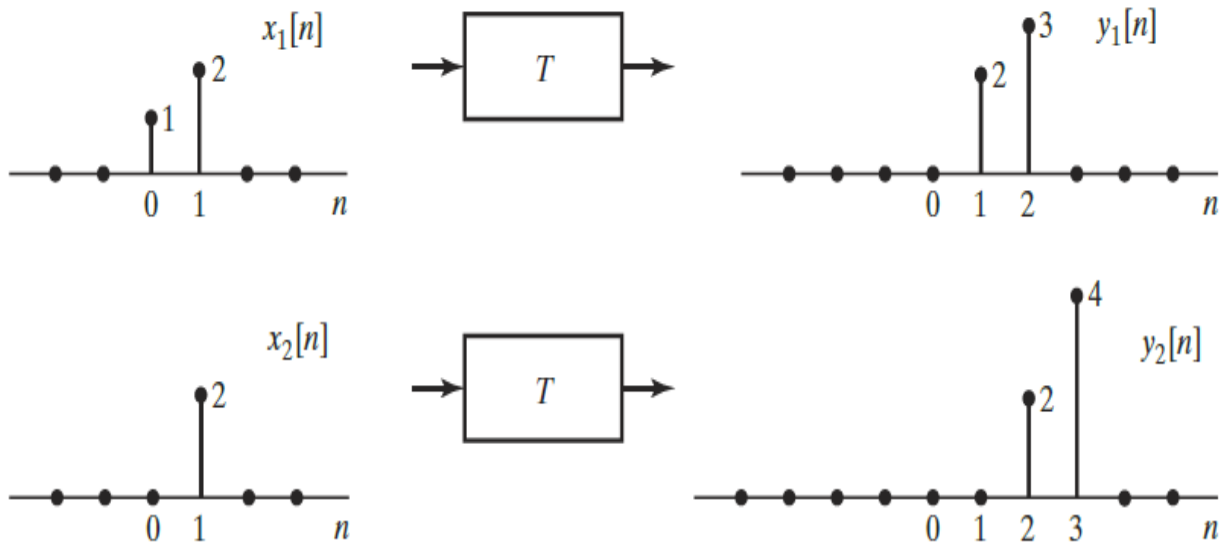
e) $y[n] = x[-n]$

3. Dos sistemas discretos en el tiempo T_1 y T_2 se conectan en cascada para formar un nuevo sistema T .



¿Si T_1 y T_2 son lineales, entonces T es lineal? Es decir, la conexión en cascada de dos sistemas lineales es lineal.

4. Se sabe que el sistema de la figura es lineal. Se muestran las respuestas del sistema $y_1[n]$, $y_2[n]$, cuando las entradas son $x_1[n]$, $x_2[n]$.



Si ahora en el sistema la entrada $x[n]$ es un impulso unitario $\delta[n]$. ¿Cuál es la respuesta del sistema $y[n]$?

4. SISTEMAS INVARIANTES EN EL TIEMPO Y SISTEMAS LTI.

La propiedad de invariancia en el tiempo se describe de manera muy sencilla en términos del lenguaje de las señales y de los sistemas que hemos introducido hasta ahorita. De manera específica, un sistema es invariante en el tiempo si un corrimiento de tiempo en la señal de entrada ocasiona un corrimiento de tiempo en la señal de salida. Esto es si $y[n]$ es la salida de un sistema discreto invariante en el tiempo cuando $x[n]$ es la entrada, entonces $y[n-n_0]$ es la salida cuando se aplica $x[n-n_0]$.

Veamos algunos ejemplos

Ejemplo 1

Considere el sistema discreto definido por

$$y[n] = \cos(x[n])$$

Este sistema, dada la entrada $x[n]$ esta se convierte en el argumento de la función coseno y esta evaluación es la salida $y[n]$. Digamos que $x_1[n]$ es una entrada arbitraria cualquiera, tendremos la salida $y_1[n] = \cos(x_1[n])$.

Ahora una segunda señal de entrada $x_2[n]$ con la particularidad que $x_2[n] = x_1[n-n_0]$, es decir $x_2[n]$ es la señal $x_1[n]$ desplazada en el tiempo.

La salida correspondiente para este caso es:

$$y_2[n] = \cos(x_2[n]) = \cos(x_1[n-n_0])$$

Ahora evaluemos $y_1[n] = \cos(x_1[n])$ en $n-n_0 \longrightarrow y_1[n-n_0] = \cos(x_1[n-n_0])$, donde podemos ver que $y_1[n-n_0] = y_2[n]$.

Esto quiere decir que desplazar la entrada en el tiempo equivale a desplazar la salida también, por lo tanto, el sistema es invariante en el tiempo.

Ejemplo2

Veamos ahora un sistema que no es invariante en el tiempo.

Sea el sistema dado por $y[n] = nx[n]$.

Si la entrada es $x_1[n]$, tenemos $y_1[n] = nx_1[n]$, ahora si la entrada es $x_2[n]$ y esta es igual a $x_2[n] = x_1[n-n_0]$ tenemos:

$$y_2[n] = nx_2[n] \longrightarrow y_2[n] = nx_1[n-n_0];$$

Ahora regresemos a la salida $y_1[n]$, $y_1[n-n_0]$ debe ser igual a $y_2[n]$.

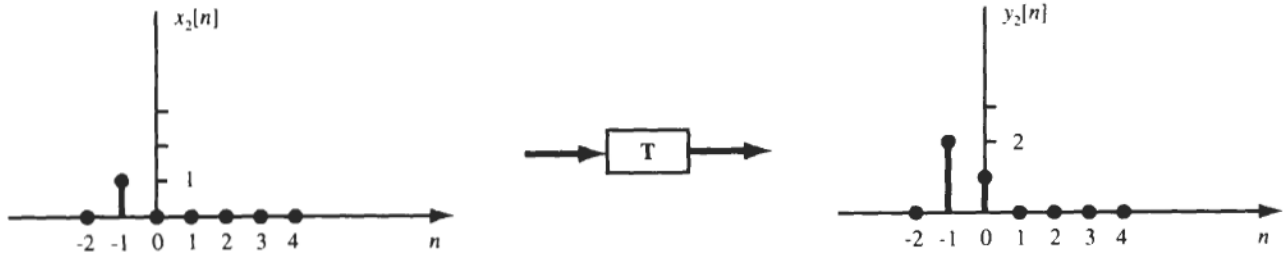
Probemos

$y_1[n] = nx_1[n] \longrightarrow y_1[n-n_0] = (n-n_0)x_1[n-n_0]$, donde podemos ver claramente que $y_1[n-n_0] \neq y_2[n]$ por lo tanto este sistema no es invariante con el tiempo (o variante con el tiempo). Es decir que desplazar la entrada NO equivale a desplazar la salida.

Ejemplo3

Este ejemplo ayuda a visualizar la propiedad de invarianza en el tiempo.

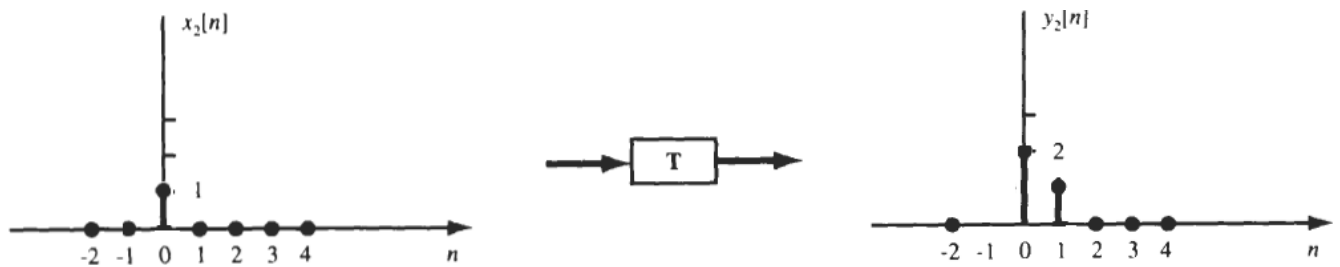
La figura representa la entrada y la salida de un sistema invariante en el tiempo.



Dada esa información cual es la salida si la entrada es un impulso unitario.

Solución

Sabemos que, si un sistema es invariante en el tiempo, al desplazar la entrada también se desplaza la salida, es decir que para la entrada $\delta[n]$ el sistema responde así:



Como ejemplo final recordemos el ejemplo de la máquina expendedora de latas de gaseosa.

¿Será este un sistema invariante en el tiempo?

Veamos, si Juan va a las 9:00a.m.

Se dirige hacia la máquina expendedora e introduce dos monedas de dólar obtendrá 2 latas de gaseosa; ahora si Juan va a las 10:00a.m. e introduce otra vez 2 monedas de dólar obtendrá el mismo resultado, es decir que si va a las 11:00, 12:00,13:00 etc., el resultado es predecible, es decir que desplazar la entrada (Juan va después de la 9:00a.m.), equivale a desplazar la salida, ya que siempre obtiene el mismo resultado, solo que a distinta hora, desplazar la entrada equivale a

desplazar la salida por lo tanto, este sistema (con estas entrada-salida) es invariante con el tiempo.

Ejercicios

1. Sea el sistema definido así:

Entrada: encender el televisor y colocar canal 4

Salida: Noticias 4 visión.

Si este sistema solo puede activarse a las 12 del mediodía de lunes a viernes. ¿Será invariante con el tiempo?

Si ahora puede activarse a las 12 del mediodía cualquier día de la semana. ¿Será invariante con el tiempo?

2. Determine si el sistema dado por: $y[n] = T\{x[n]\} = x[kn]$ ¿Es invariante con el tiempo? ó ¿para qué valores de k es invariante con el tiempo?

3. Determine si los siguientes sistemas son invariantes con el tiempo, dada su relación de entrada-salida.

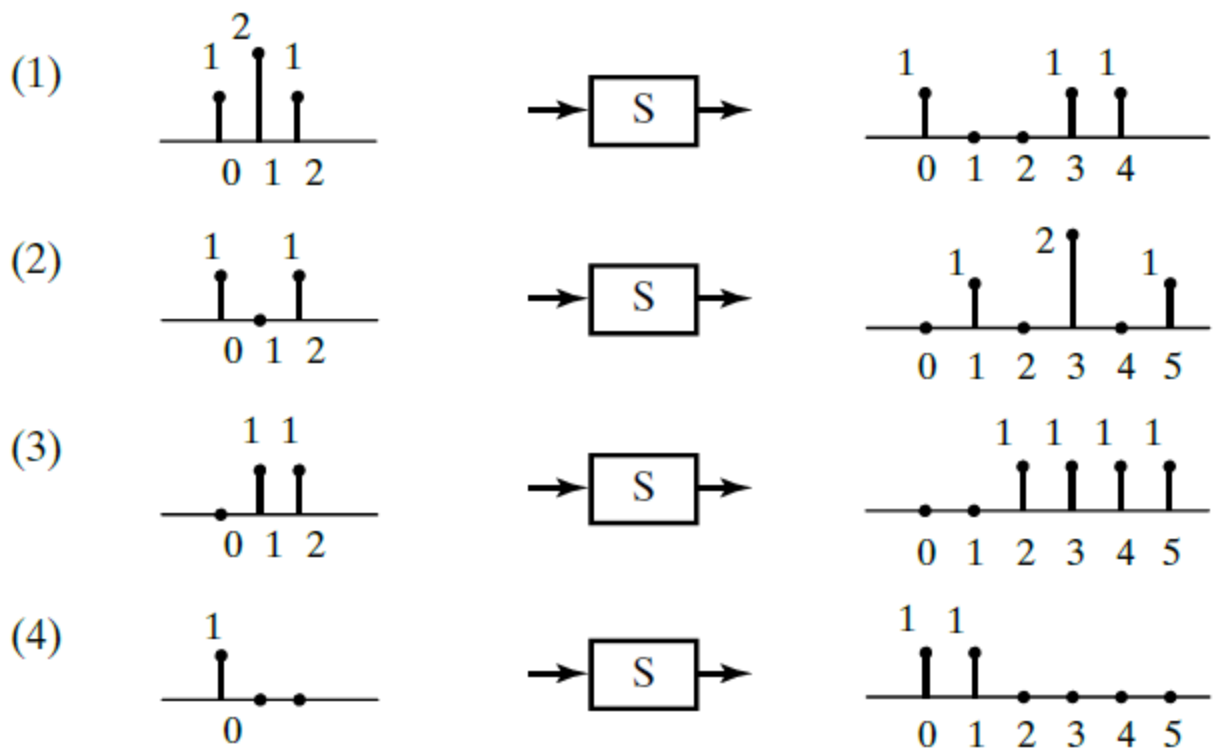
a) $y[n] = 2x[n]u[n]$

b) $y[n] = 2x[2^n]$

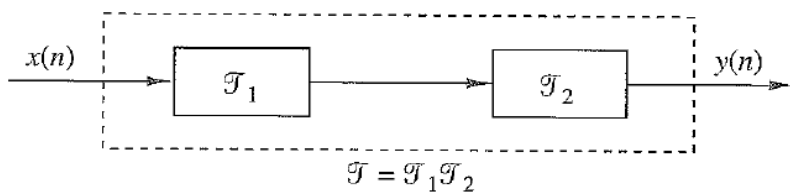
c) $y[n] = x[n] \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 2k]$

4. La figura muestra 4 parejas entrada-salida de un sistema concreto S.

¿Puede ser invariante con el tiempo el sistema S?, explique por qué.



5. Dos sistemas discretos en el tiempo T_1 y T_2 se conectan en cascada para formar un nuevo sistema T , como se ve en la figura. ¿Si T_1 y T_2 son invariantes en el tiempo, entonces T es invariante en el tiempo?



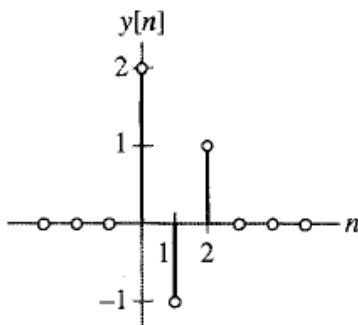
4.1 SISTEMAS LTI

Los sistemas más importantes en el estudio de las señales discretas son los que exhiben las propiedades de linealidad e invarianza con el tiempo, son tan importantes que reciben el acrónimo de LTI, que son las abreviaturas de Lineal-Tiempo-Invariante.

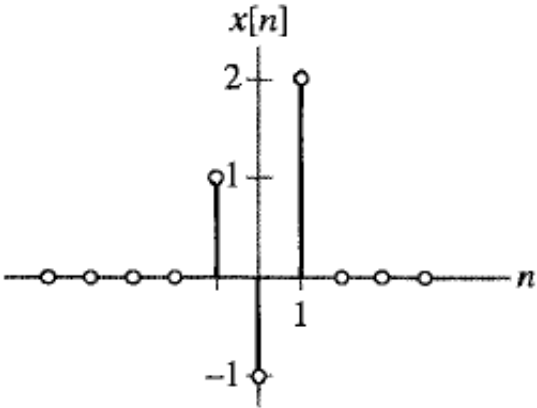
Como es de esperar estos sistemas son al mismo tiempo lineales e invariantes con el tiempo, como ya vimos los dos casos por separado, hoy el objetivo será comprobar que tiene esas dos propiedades al mismo tiempo.

Ejercicios

1. Un sistema en tiempo discreto es tanto lineal como invariante en el tiempo. Suponga que la salida debida a una entrada $x[n] = \delta[n]$ esta dada por la figura:



- Encuentre la salida debida a una entrada $x[n] = \delta[n - 1]$
- Encuentre la salida debida a una entrada $x[n] = 2\delta[n] - \delta[n - 2]$
- Encuentre la salida debido a la siguiente figura.



2. Durante el funcionamiento de un sistema invariante en el tiempo se han observado las siguientes parejas entrada-salida

$$x_1[n] = \{\bar{1}, 0, 2\} \longrightarrow y_1[n] = \{\bar{0}, 1, 2\}$$

$$x_2[n] = \{\bar{0}, 0, 3\} \longrightarrow y_2[n] = \{\bar{0}, 1, 0, 2\}$$

$$x_1[n] = \{\bar{0}, 0, 0, 1\} \longrightarrow y_1[n] = \{1, \bar{2}, 1, \}$$

¿Puede extraerse alguna conclusión relativa a la linealidad del sistema?

3. Durante el funcionamiento de un sistema lineal se han observado las siguientes parejas de entrada-salida.

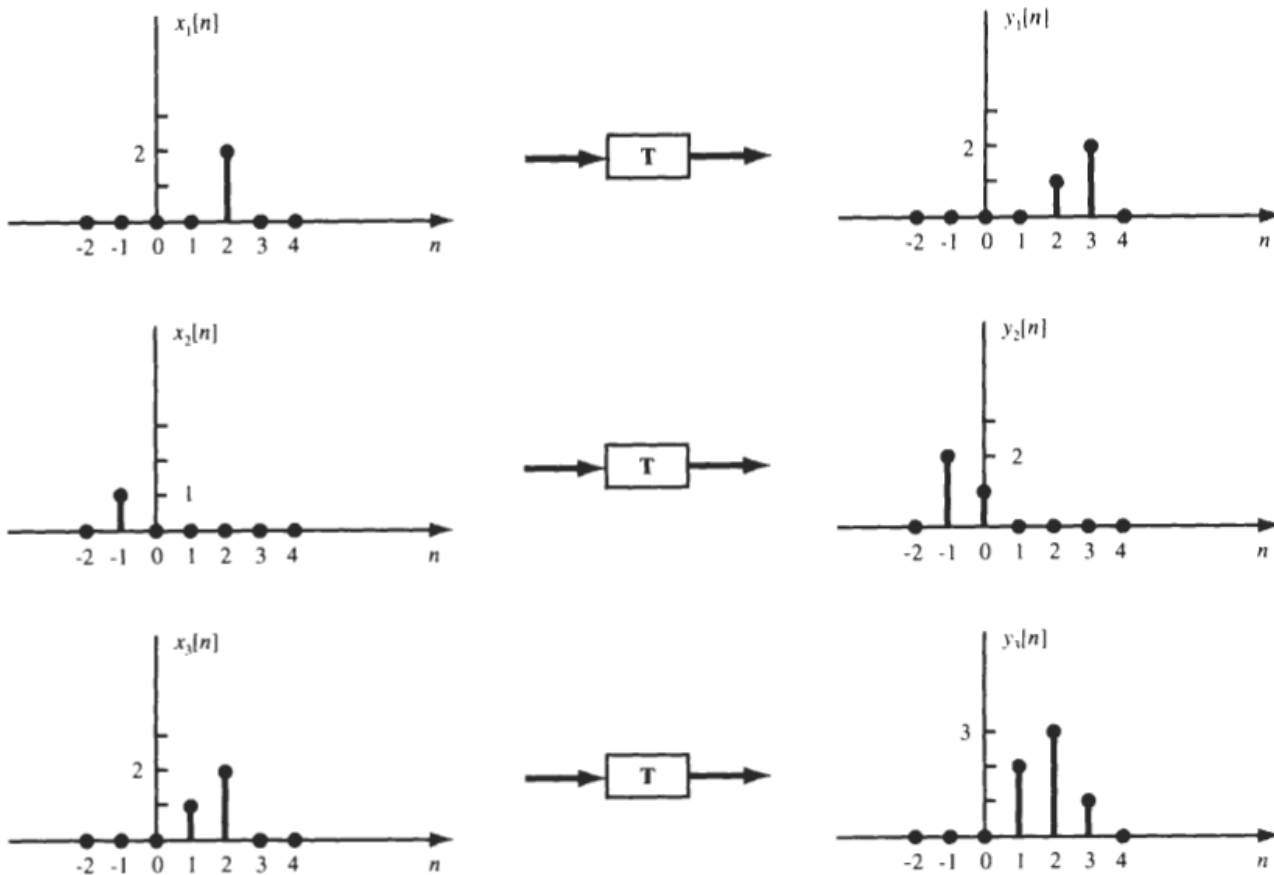
$$x_1[n] = \{-1, \bar{2}, 1\} \longrightarrow y_1[n] = \{1, \bar{2}, -1, 0, 1\}$$

$$x_2[n] = \{1, \bar{\bar{1}}, -1\} \longrightarrow y_2[n] = \{-1, \bar{1}, 0, 2\}$$

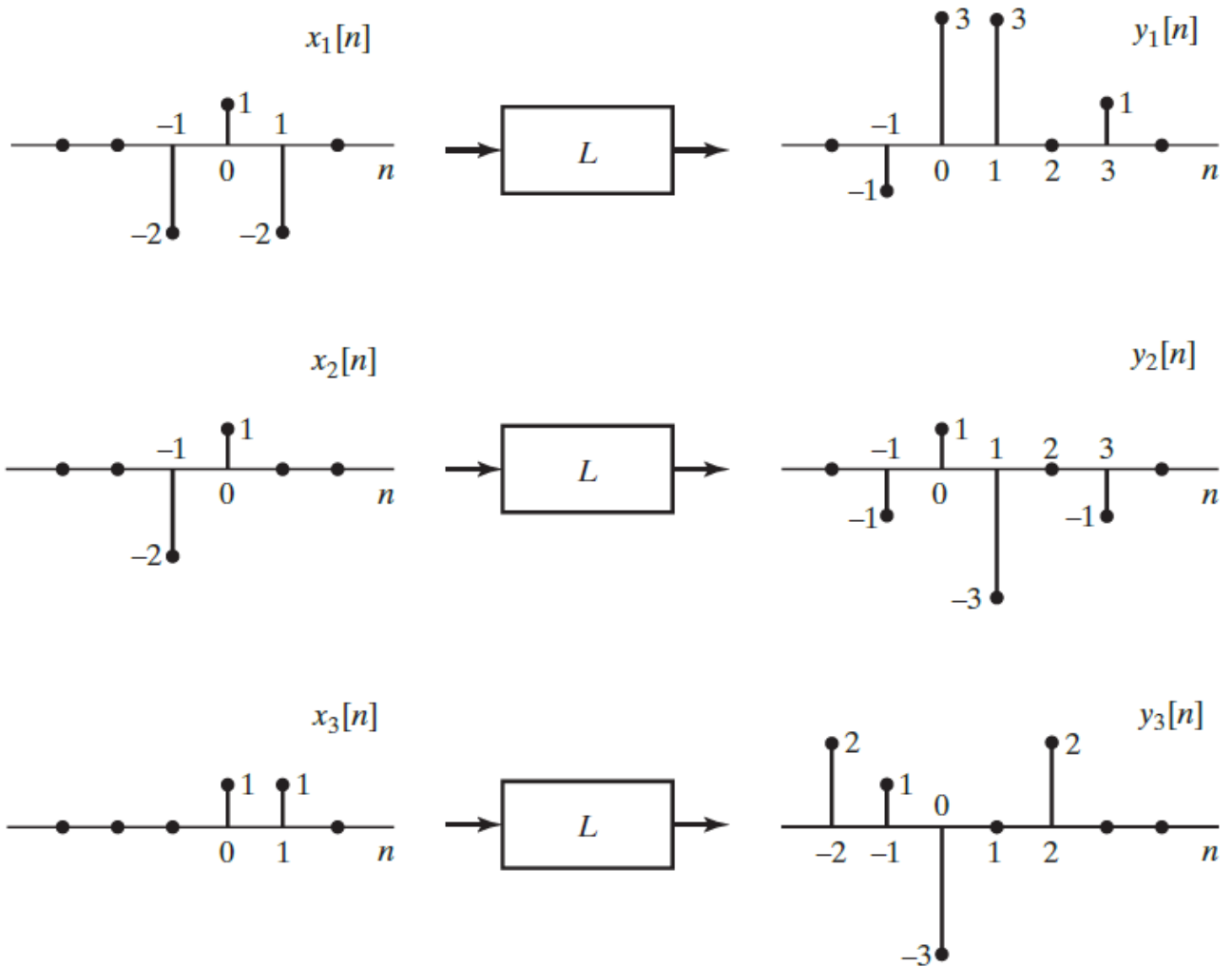
$$x_1[n] = \{1, \bar{0}, 1\} \longrightarrow y_1[n] = \{\bar{1}, 2, 1, \}$$

¿Puede extraerse alguna conclusión relativa a la invarianza con el tiempo de este sistema?

4. Se sabe que el sistema representado por T en la figura, es invariante en el tiempo. Determine si el sistema es lineal.



5. Se sabe que el sistema L que se muestra en la figura es lineal. Se muestran las respuestas del sistema $y_1[n]$, $y_2[n]$, $y_3[n]$, cuando las entradas son $x_1[n]$, $x_2[n]$, $x_3[n]$.

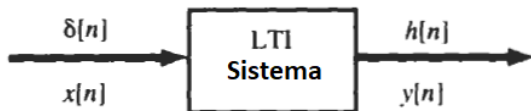


- Determine si el sistema L podría ser invariante con el tiempo.
- Si la entrada $x[n]$ al sistema L es $\delta[n]$, ¿Cuál es la respuesta del sistema, $y[n]$?

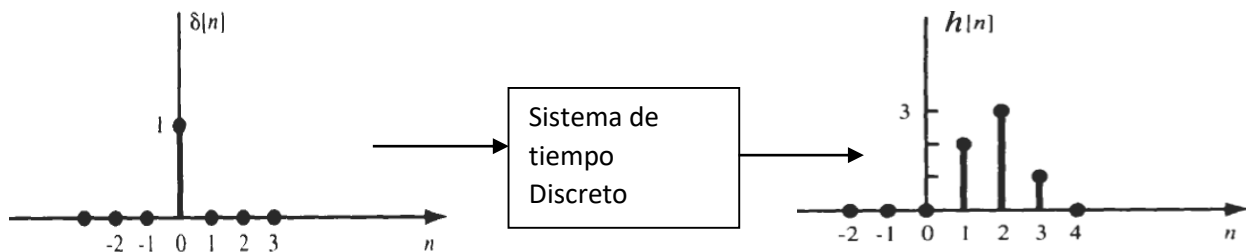
5. RESPUESTA AL IMPULSO UNITARIO Y CAUSALIDAD

5.1 RESPUESTA AL IMPULSO UNITARIO

Anteriormente vimos que una propiedad muy importante en los sistemas discretos es la linealidad e invarianza con el tiempo el cual lo representamos con LTI; ahora conocer la respuesta de un sistema a una entrada igual al impulso unitario $\delta[n]$ es de igual importancia, por ser de tanta importancia esta se denota de manera especial como $h[n]$, esta $h[n]$ representa la salida de un sistema cuando la entrada es $\delta[n]$, en el siguiente gráfico vemos la representación entrada-salida del sistema, donde en la entrada tenemos $x[n]$ y $\delta[n]$, esto representa lo mismo ya que hemos tomado como nomenclatura $x[n]$ para la entrada, pero aquí queremos enfatizar que la entrada es $\delta[n]$, y la salida usamos regularmente $y[n]$ pero ahora le damos el nombre especial de $h[n]$.



De una forma más general tenemos la siguiente figura, donde para la entrada $x[n] = \delta[n]$, la salida $y[n] = h[n]$, en resumen $h[n]$ es la salida de un sistema para una entrada impulso unitario.



Ejemplo1

Para el sistema de la figura anterior exprese $h[n]$ en forma de secuencia y por medio de impulsos unitarios.

Solución

De la gráfica podemos ver que $h[n]$ es igual a 2 para $n=1$, igual a 3 para $n=2$, igual a 1 para $n=3$ y cero en otro caso.

Por lo que en forma de secuencia tenemos:

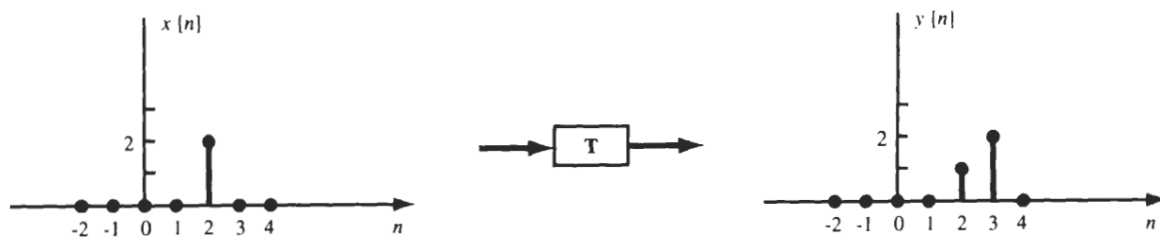
$$h[n] = \{0, 2, 3, 1, 0, \dots\}$$

y por medio de impulsos unitarios:

$$h[n] = 2\delta[n - 1] + 3\delta[n - 2] + \delta[n - 3]$$

Ejemplo2

De acuerdo al sistema LTI que se muestra en la figura, ¿Cuál es la respuesta al impulso unitario $h[n]$?



Solución

En forma de secuencia tenemos $x[n] = \{\bar{0}, 0, 2, 0, \dots\}$, $y[n] = \{\bar{0}, 0, 1, 2, 0, \dots\}$; por ser el sistema LTI es invariante con el tiempo, quiere decir que si desplazamos $x[n]$ dos unidades hacia atrás tendríamos $x[n+2] = \{\bar{2}, 0, 0, \dots\}$ asimismo $y[n]$ también se correría dos unidades a la izquierda $y[n] = \{\bar{1}, 2, 0, 0, 0, \dots\}$, ahora por ser el sistema lineal podemos multiplicar $x[n+2]$ por $\frac{1}{2}$ lo que nos da: $\frac{1}{2} x[n+2] = \{\bar{1}, 0, 0, \dots\}$ que es $\delta[n]$, entonces (por ser lineal) la salida también se ve afectada por $\frac{1}{2}$, es decir $\frac{1}{2} y[n] = \{\bar{0.5}, 1, 0, 0, \dots\}$, y a esto le llamamos $h[n]$.

Resumiendo para el sistema LTI si la entrada es $\delta[n]$ la salida es $h[n] = 0.5 \delta[n] + \delta[n - 1]$.

Ejemplo3

Si la señal de entrada $x[n] = 3 \delta[n - 2]$, se aplica a un sistema LTI, la salida es:

$$y[n] = 2(1/2)^n + 8(1/4)^n, n \geq 2.$$

Encontrar la repuesta al impulso unitario $h[n]$ del sistema.

Solución

Como el sistema es invariante con el tiempo podemos desplazar la entrada así:

$$x[n+2] = 3\delta[n + 2 - 2] = 3 \delta[n] \longrightarrow y[n+2]$$

por ser lineal podemos multiplicar por $1/3$

$$1/3(3 \delta[n]) \longrightarrow 1/3 y[n+2]$$

$$\delta[n] \longrightarrow 1/3 y[n+2], \text{ todo esto es gracias a ser LTI.}$$

Ahora ya tenemos en la entrada $\delta[n]$, por lo que la salida es $h[n] = 1/3 y[n+2]$.

Obtenemos:

$$h[n] = 1/3 y[n+2] = 1/3 \{2(1/2)^{n+2} + 8(1/4)^{n+2}\} u[n-2+2] = \{(2/3)(1/2)^{n+2} + (8/3)(1/4)^{n+2}\} u[n]$$

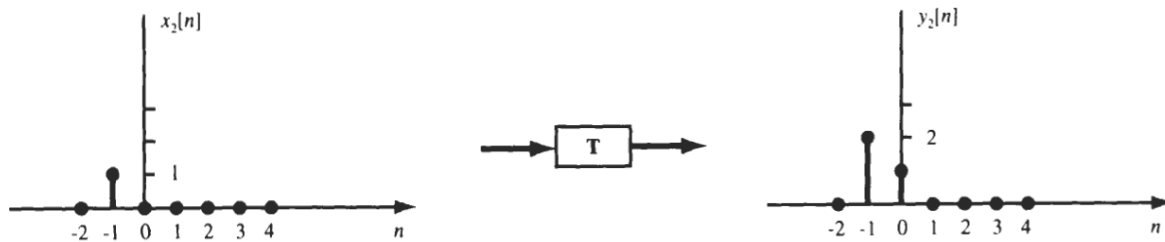
por lo tanto, la salida del sistema al impulso unitario es:

$$h[n] = \{(2/3)(1/2)^{n+2} + (8/3)(1/4)^{n+2}\} u[n] \text{ que es igual a:}$$

$$h[n] = \{(1/6)(1/2)^n + (1/6)(1/4)^n\} u[n]$$

Ejercicios

1. Para el sistema invariante en el tiempo de la figura, encuentre $h_2[n]$.

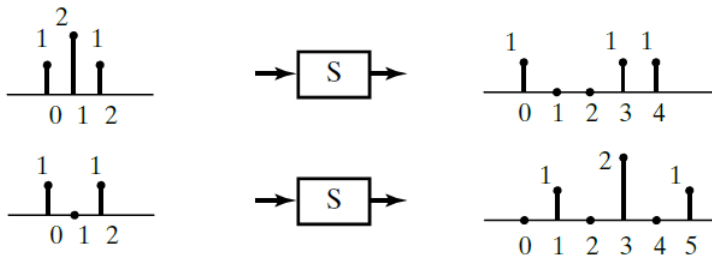


2. La salida de un sistema lineal es $y[n] = \{ \dots, 0, -3, \bar{4}, 2, 1, 0, \dots \}$; si la entrada es

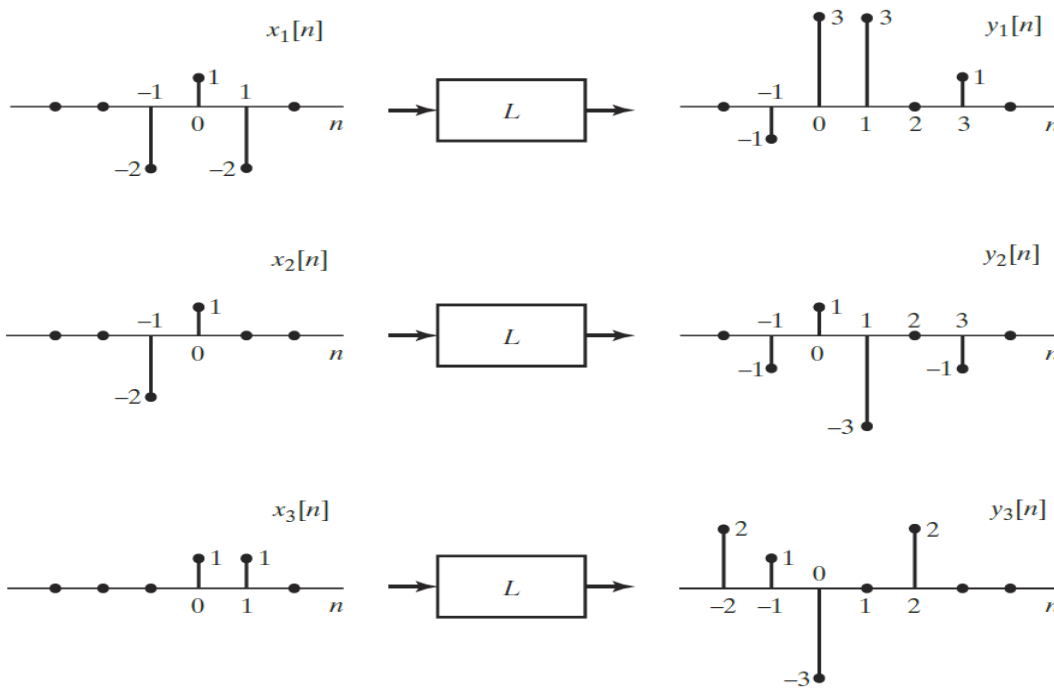
$$x[n] = \{ \dots, 0, \bar{4}, 0, \dots \}$$

¿Cuál es la respuesta al impulso unitario?

3. EL sistema S de la figura es LTI, encuentre $h[n]$



4. El sistema L de la figura es LTI, y se muestra cómo reacciona a 3 diferentes entradas, encuentre $h[n]$.



5. Si la entrada de un sistema lineal es $x[n]=5\delta[n]$ y la salida correspondiente es:

$y[n]=3(1/4)^n u[n]$. Encuentre $h[n]$.

6. Sea la salida de un sistema LTI $y[n] = 0.075(-3/4)^{n-3} u[n] + 0.05(1/2)^{n-3} u[n]$ y sea la entrada $x[n] = 40 \delta[n + 3]$, encuentre $h[n]$.

5.2 CAUSALIDAD

Comenzaremos dando la definición de causalidad, se dice que un sistema es causal si la salida del mismo en cualquier instante n (es decir $y[n]$) solo depende de las entradas actuales y pasadas, es decir $x[n]$, $x[n-1]$, $x[n-2]$pero no depende de las entradas futuras $x[n+1]$, $x[n+2]$

Ejemplo1

Determine si los sistemas siguientes son causales.

a) $y[n] = x[n] - x[n-1]$

El sistema es causal porque solo depende de la entrada actual y pasada, por ejemplo para $n=2$, tenemos $y[2] = x[2] - x[1]$, vemos claramente que la salida solo depende de la entrada actual $x[2]$ y de otra entrada pasada $x[1]$.

b) $y[n] = x[n] + 3x[n+4]$; este sistema es no causal porque la salida depende de valores futuros, por ejemplo si $n=1$, $y[1] = x[1] - x[5]$, depende de $x[5]$ que es una entrada futura, por lo tanto es no causal.

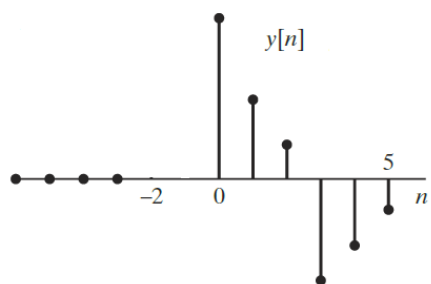
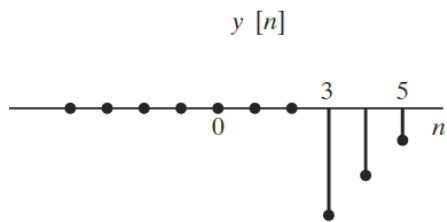
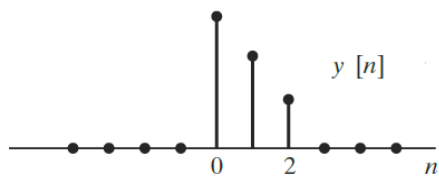
c) $y[n] = x[n^2]$

Veamos si $n=-1$ tenemos $y[-1] = x[1]$, donde podemos observar que la salida $y[-1]$ depende de un valor futuro de la entrada, en este caso $x[1]$, por lo tanto el sistema es no causal.

d) $y[n] = x[2n]$, en este caso podemos observar que si $n = 2$ tenemos: $y[2] = x[4]$, lo que claramente indica que el sistema es no causal.

Existe una forma que es un poco imprecisa para llamar a un sistema causal y es la que usaremos de aquí en adelante.

Hemos estudiado la respuesta al impulso de un sistema es decir que la entrada es $\delta[n]$, ahora si el sistema es causal y tiene respuesta a $\delta[n]$, deberá de poseer la propiedad que su salida $y[n]$ es cero para n menor que cero. Por ejemplo, las siguientes graficas son sistemas llamados causales.



Un sistema es causal si cumple con $y[n] = 0$ (la salida) si $n < 0$.

6. ECUACIONES EN DIFERENCIAS

La importante clase de sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI) se describen por medio de ecuaciones en diferencias con coeficientes constantes.

Los sistemas en tiempo discreto modelados por ecuaciones en diferencias (o ecuaciones de diferencias) relacionan a la salida $y[n]$ con la entrada $x[n]$. La forma general de una ecuación de diferencias puede escribirse de la forma siguiente:

$$y[n] + A_1 y[n-1] + \dots + A_N y[n-N] = B_0 x[n] + B_1 x[n-1] + \dots + B_M x[n-M]$$

El orden N describe el término de salida con el retraso mayor es común normalizar el primer coeficiente a la unidad.

Para probar la linealidad o la invarianza en el tiempo se pueden tomar en cuenta estas dos reglas:

1. Los términos que contienen productos de la entrada y/o la salida dan no linealidad a un sistema de ecuaciones. Un término constante hace también no lineal a una ecuación del sistema.
2. Los coeficientes de la entrada o la salida que son funciones explícitas de n hacen variantes en el tiempo a una ecuación del sistema. Las entradas o salidas escaladas en el tiempo, tales como $y[2n]$, también dan varianza en el tiempo a la ecuación del sistema.



Un sistema LTI se describe con una ecuación de diferencias lineal con coeficientes constantes.

$$y[n] + A_1 y[n-1] + \dots + A_N y[n-N] = B_0 x[n] + B_1 x[n-1] + \dots + B_M x[n-M]$$

Todos los términos contienen $x[n]$ o $y[n]$. Todos los coeficientes son constantes (no son funciones de $x[n]$, $y[n]$ ó n).

¿Qué hace a la ecuación en diferencias de un sistema, que sea no lineal o variante con el tiempo?

Es lineal si cualquier término es una constante o una función no lineal de $x[n]$ o $y[n]$

Es variante en el tiempo si el coeficiente de cualquier término en $x[n]$ o $y[n]$ es una función explícita de n .

Ejemplo1:

Se verificará lo lineal e invariante en el tiempo de los siguientes sistemas.

a) $y[n] - 2y[n-1] = 4x[n]$.

Este sistema es lineal e invariante con el tiempo

b) $y[n] - 2n y[n-1] = x[n]$.

Este sistema es lineal pero variante con el tiempo (el coeficiente de $2n y[n-1]$, lleva la variable n).

c) $y[n] + 2y^2[n] = 2x[n] - x[n-1]$

Este sistema es no lineal pero invariante con el tiempo (el término $y^2[n]$ hace al sistema no lineal).

$$d) y[n] - 2y[n-1] = (2)^{x[n]} x[n]$$

Este sistema es no lineal pero invariante con el tiempo

(el término $(2)^{x[n]}$ hace al sistema no lineal).

$$e) y[n] - 4y[n] y[2n] = x[n]$$

Este sistema es no lineal y variante con el tiempo (el término $4y[n] y[2n]$ es no lineal y la $y[2n]$ hace al sistema variante con el tiempo).

Ejercicios

En cada uno de los sistemas mostrados por medio de una ecuación en diferencias, donde $x[n]$ es la entrada y $y[n]$ la salida. Verifique la linealidad, invarianza en el tiempo y la causalidad.

$$a) y[n] - y[n-1] = x[n]$$

$$b) y[n] + y[n+1] = n x[n]$$

$$c) y[n] - y[n-1] = x[n+2]$$

$$d) y[n+2] - y[n+1] = x[n]$$

$$e) y[n+1] - x[n]y[n] = nx[n+2]$$

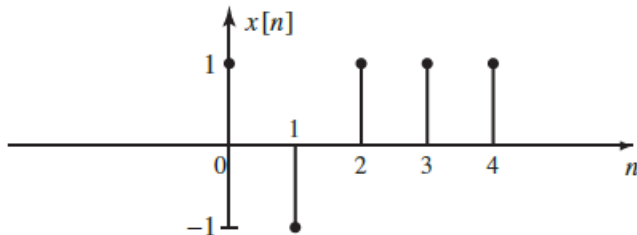
$$f) y[n] + y[n-3] = x^2[n] + x[n+6]$$

$$g) y[n] - 2^n y[n] = x[n]$$

$$h) y[n] = x[n] + x[n-1] + x[n-2]$$

Ejemplo2

Un sistema S esta descrito por la siguiente ecuación en diferencias $y[n] = x[n] + x[n-1]$. Si la entrada $x[n]$ es como se muestra en la figura, encuentre la salida $y[n]$



Solución

Tenemos que $y[0] = x[0] + x[-1] = 1+0 = 1$

$$y[1] = x[1] + x[0] = -1+1 = 0$$

$$y[2] = x[2] + x[1] = 1-1 = 0$$

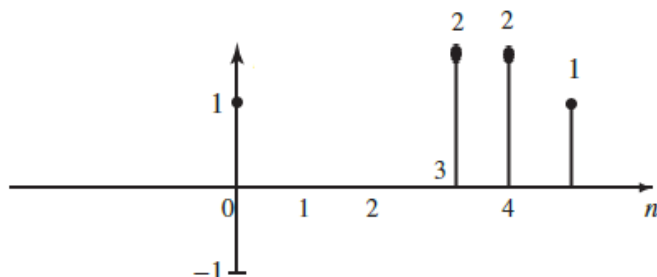
$$y[3] = x[3] + x[2] = 1+1 = 2$$

$$y[4] = x[4] + x[3] = 1+1 = 2$$

$$y[5] = x[5] + x[4] = 0+1 = 1$$

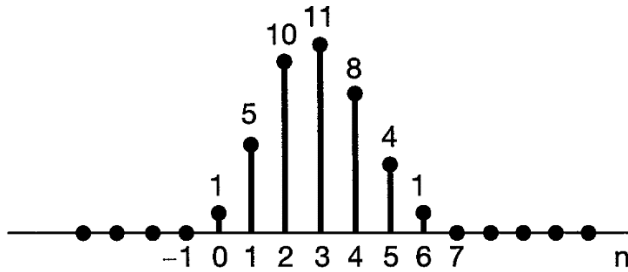
en otro caso $y[n] = 0$

Gráficamente



Ejercicios

1. Un sistema cumple con $y[n] = 1/2x[n-1] - x[n]$, encuentre todos los valores de la salida $y[n]$ si la entrada es la figura que se muestra.



2. Sea $y[n]$ un sistema causal que cumple con $y[n] = x[n] + x[n+1]$, analice la salida si la entrada es $x[n] = \{ \bar{2}, 1, -1, 3, 0, \dots \}$

3. Considere un sistema S con entrada $x[n]$ y salida $y[n]$. Este sistema se obtiene mediante una interconexión en serie de un sistema S_1 seguido por un sistema S_2 , las relaciones de entrada-salida para S_1 y S_2 son:

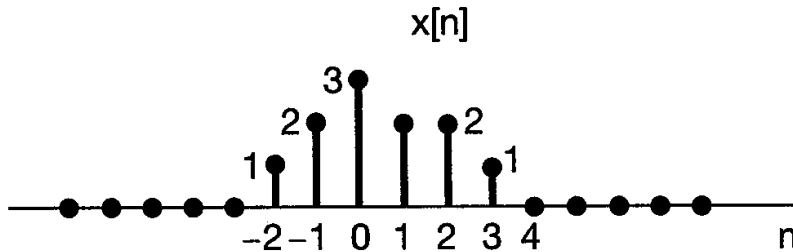
$$S_1 : y_1[n] = 2 x_1[n] + 4 x_1[n-1]$$

$$S_2 : y_2[n] = 2 x_2[n-2] + \frac{1}{2} x_2[n-3]$$

Donde $x_1[n]$ y $x_2[n]$ denotan señales de entrada

- Determine la relación entrada- salida del sistema S
 - ¿Cambia la relación entrada- salida del sistema S, si el orden en el que están conectados S_1 y S_2 se invierte (es decir, S_2 sigue a S_1)?
4. Tenemos el sistema S LTI y causal, dado por $8y[n] + 2y[n-1] - 3y[n-2] = x[n]$, si $x[n]$ es un impulso unitario, encuentre $y[0]$, $y[1]$, $y[2]$, $y[3]$.

5. Examine el sistema LTI inicialmente en reposo (es decir para el caso que $y[n] = 0$, para $n < -2$), descrito por la ecuación de diferencias $y[n] + 2y[n-1] = x[n] + x[n-2]$. Determine la respuesta de este sistema a la entrada que se representa en la figura.



6.1 SOLUCION DE LAS ECUACIONES EN DIFERENCIAS POR RECURSION

El método de recursión se aplica cuando tenemos una ecuación en diferencias de orden 1 o mayor; cuando está sujeta a condiciones iniciales $y[-1]$, $y[-2]$, ..., $y[-N]$, así sucesivamente se generan valores de $y[0]$, $y[1]$, tanto como se desee.

Ejemplo3

Considere un sistema descrito por $y[n] = a_1 y[n-1] + b_0 u[n]$. Con condición inicial $y[-1] = 0$.

Entonces se calculan sucesivamente.

$$y[0] = a_1 y[-1] + b_0 u[0] = b_0$$

$$y[1] = a_1 y[0] + b_0 u[1] = a_1 b_0 + b_0 = b_0 (1 + a_1)$$

$$y[2] = a_1 y[1] + b_0 u[2] = a_1 (a_1 b_0 + b_0) + b_0 = b_0 (1 + a_1 + a_1^2)$$

la forma $y[n]$ se puede factorizar como

$$y[n] = b_0 (1 + a_1 + a_1^2 + \dots + a_1^{n-1} + a_1^n)$$

por medio de la fórmula para la sucesión geométrica llegamos a: $y[n] = \frac{b_0(1-a_1^{n+1})}{1-a_1}$

Ejemplo 4

Considere el sistema recursivo $y[n] = y[n-1] + x[n] - x[n-3]$. Si $x[n]$ es iguala a $\delta[n]$ y además $y[-1] = 0$, se obtiene sucesivamente:

$$y[0] = y[-1] + \delta[0] - \delta[-3] = 1$$

$$y[1] = y[0] + \delta[1] - \delta[-2] = 1$$

$$y[2] = y[1] + \delta[2] - \delta[-1] = 1$$

$$y[3] = y[2] + \delta[3] - \delta[0] = 1-1 = 0$$

$$y[4] = y[3] + \delta[4] - \delta[1] = 0$$

$$y[5] = y[4] + \delta[5] - \delta[2] = 0$$

Podemos observar que después de los 3 primeros valores la respuesta es cero.

Ejercicios

1. Encuentre la respuesta de los siguientes sistemas por recursión hasta $n=4$, y trate de escribir la forma general para $y[n]$.

a) $y[n] - ay[n-1] = \delta[n]$ $y[-1] = 0$ “sistema causal”

b) $y[n] - ay[n-1] = u[n]$ $y[-1] = 1$ “sistema no causal”

- c) $y[n] - ay[n-1] = nu[n]$ $y[-1] = 0$ “sistema causal”
- d) $y[n] - 4y[n-1] + 3y[n-2] = u[n-2]$ $y[-1] = 0$ “sistema no causal”

6.2 COMO SURGEN LAS ECUACIONES EN DIFERENCIAS

Para concluir mostraremos algunos ejemplos de ecuaciones de diferencias que surgen en muchas formas en varios campos, desde las matemáticas e ingeniería hasta la economía y la biología.

1. $y[n] = y[n-1] + n$, $y[-1] = 1$, esta ecuación de diferencias describe el número de regiones $y[n]$, en las que n líneas dividen un plano sin que dos líneas sean paralelas y sin que tres líneas se crucen.
2. $y[n+1] = (n+1)(y[n] + 1)$, $y[0] = 0$, esta ecuación de diferencias describe el número de multiplicaciones $y[n]$, requeridas para calcular el determinante de una matriz de $n \times n$ usando cofactores.
3. $y[n+2] = y[n+1] + y[n]$, $y[0]=0$, $y[1] = 1$, esta ecuación de diferencias genera la sucesión de Fibonacci $\{y[n] = 0, 1, 1, 2, 3, 5, \dots\}$, en la que cada número es la suma de los dos anteriores.
4. $y[n+2] - 2xy[n+1] + y[n] = 0$, $y[0] = 1$, $y[1] = x$, esta ecuación de diferencias genera los polinomios de Chebyshev $T_n(x) = y[n]$ de primera clase. Se encuentra que $T_2(x) = y[2] = 2x^2 - 1$, $T_3(x) = y[3] = 4x^3 - 3x$, etc. Ecuaciones de diferencias similares llamadas relaciones de recurrencia forman la base para generar otros juegos de polinomios.
5. $y[n+1] = \alpha y[n](1 - y[n])$, En biología, esta ecuación de diferencias, llamada ecuación logística, se utiliza para modelar el crecimiento de poblaciones que se reproducen a intervalos discretos.

BIBLIOGRAFÍA

- Ambardar, Ashok. (2003). *Procesamiento de señales analógicas y digitales* (2º Edición). Mexico: Thomson.
- Domínguez Vásquez, Raúl, (1999), *Propuesta metodológica para una enseñanza explícita de la resolución de problemas matemáticos* (tesis de grado). Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño, La Habana, Cuba.
- Haykin, Simon y Van Veen, Barry. (2004). *Señales y sistemas*. México D.F.: Limusa.
- Hernández Andrés, Serres Yolanda. (2014). Didáctica de la solución de problemas matemáticos a nivel preuniversitario, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (27), 637-646.
- Hsu, Hwei P. (2013). *Señales y sistemas. Schaum* (1º Edición). México: McGraw-Hill.
- Irrazabal, Pablo. (1999). *Análisis de señales* (1º Edición). Chile: McGraw-Hill.
- Kamen, Edward W. y Heck, Bonnie S. (2007). *Fundamentos de señales y sistemas usando la web y Matlab* (3º Edición). México: Pearson.
- Mitra, Sanjit. (2006). *Procesamiento digital de señales* (3º Edición). México: McGraw-Hill.
- Oppenheim, A.V. y Schafer, R. W. (2000). *Tratamiento de señales en tiempo discreto* (2º Edición). Mexico: Prentice-Hall.
- Oppenheim, Alan V. y Willsky, Alan S. (1998). *Señales y sistemas* (2º Edición). México D.F.: Prentice-Hall.
- Proakis, Jonh G. y Manolakis Dimitris G. (2009). *Tratamiento digital de señales* (4º Edición). Mexico: Prentice-Hall.
- Roberts, M. J. (2005). *Señales y sistemas*. México: McGraw-Hill.
- Soliman, Srinath. (1999). *Señales y sistemas continuos y discretos* (2º Edición). México: Pearson.

-Tobón, Sergio. (2015). *Formación basada en competencias* (2ª Edición). España ECOE Ediciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Bogoya, O. (2000). Una prueba de evaluación de competencias académicas como proyecto. En O. Bogoya et al. (Eds.), *Competencias y proyecto pedagógico*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Bunk, G. P. (1994). La transmisión de las competencias y la formación y perfeccionamientos profesionales de la RFA. *Revista Europea de Formación Profesional*, 1, 8-14.

Kieran EGAN y Gillian JUDSON (2005). Adaptándose a nuevas formas de enseñanza dentro del programa “Aprender en Profundidad”. Sistema de Información Científica Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal.

<https://www.redalyc.org/pdf/1531/153129924004.pdf>

Levy-Leboyer, C. (2000). *Gestión de las competencias*. Barcelona: Gestión.

Ouellet, A. (2000). La evaluación informativa al servicio de las competencias. *Revista Escuela de Administración de Negocios*, 41, 30-42.

Tobón, S. (2015). *Aprender a emprender: un enfoque curricular*. La Ceja: FUNORIE.

ANEXO

Existen una serie de ayudas para los docentes como son:

- El manual de soluciones.
- Un archivo con una miscelánea de gráficos.
- La Unidad 3 completa, que por razones de espacio ya no se pudo incluir en el documento.
- Una guía metodológica con una serie de sugerencias de cómo abordar las clases.
- Otras series de ayudas para el profesor.

Todo esto lo pueden solicitar al correo orpesv@yahoo.com.

RÚBRICA DE PREGUNTAS DE PRUEBAS ESCRITAS

| | |
|-----------------------|--|
| Nombre del estudiante | |
| Grado | |
| Fecha | |
| Docente evaluador | |

Aspectos a evaluar:

| | ASPECTOS A EVALUAR | % | NOTA | OBSERVACIONES |
|---|---|------|------|---------------|
| 1 | El alumno no contesto la pregunta. | 0% | | |
| 2 | Evidencia muchas debilidades en sus conceptos, su explicación no es clara y redundante en afirmaciones que no son correctas. | 25% | | |
| 3 | No completo la explicación, sino solo una parte de una manera correcta, evidencia dudas en el manejo de conceptos | 50% | | |
| 4 | Demuestra dominio en los conceptos que describe, pero redundante en algunos de ellos y en los conceptos más importantes no profundiza. | 75% | | |
| 5 | Evidencia tener dominio de los conceptos que describe, posee seguridad en las afirmaciones, es conciso y muy puntual en sus afirmaciones. | 100% | | |

| | | | |
|----------------|--|--|--|
| PROMEDIO TOTAL | | | |
|----------------|--|--|--|

RÚBRICA DE EJERCICIOS DE PRUEBAS ESCRITAS

| | |
|-----------------------|--|
| Nombre del estudiante | |
| Grado | |
| Fecha | |
| Docente evaluador | |

Aspectos a evaluar:

| | ASPECTOS A EVALUAR | % | NOTA | OBSERVACIONES |
|---|--|------|------|---------------|
| 1 | El alumno no resolvió el ejercicio. | 0% | | |
| 2 | Inicio el planteamiento del problema pero no pudo plantear las ecuaciones o las formulaciones correctas. | 25% | | |
| 3 | Plantea bien el problema y las ecuaciones para su resolución, pero no realiza la solución. | 50% | | |
| 4 | El problema está bien resuelto tanto en su planteamiento como en el procedimiento pero por alguna equivocación no llega a la respuesta correcta. | 75% | | |
| 5 | El problema está bien resuelto y alcanza la respuesta correcta. | 100% | | |

| | | | |
|----------------|--|--|--|
| PROMEDIO TOTAL | | | |
|----------------|--|--|--|

RÚBRICA DE ACTIVIDADES DE LABORATORIO

| | |
|-----------------------|--|
| Nombre del estudiante | |
| Grado | |
| Fecha | |
| Docente evaluador | |

LISTA DE COTEJO

| ASPECTOS A EVALUAR | | SI | NO | OBSERVACIONES |
|--------------------|--|----|----|---------------|
| 1 | El alumno evidencia haber leído la guía. | | | |
| 2 | El alumno muestra dominio en el manejo del software de laboratorio. | | | |
| 3 | El alumno realiza todo lo que en la guía de laboratorio debe realizar. | | | |
| 4 | El alumno entregó completo el reporte de laboratorio. | | | |
| 5 | El alumno evidencia haber entendido la práctica de laboratorio, responde preguntas acerca de la práctica de forma satisfactoria. | | | |

| | | | |
|----------------|--|--|--|
| PROMEDIO TOTAL | | | |
|----------------|--|--|--|

RÚBRICA DE ACTIVIDADES DE LÚDICAS

| | |
|-----------------------|--|
| Nombre del estudiante | |
| Grado | |
| Fecha | |
| Docente evaluador | |

LISTA DE COTEJO

| ASPECTOS A EVALUAR | | SI | NO | OBSERVACIONES |
|--------------------|--|----|----|---------------|
| 1 | El alumno muestra entusiasmo en realizar la actividad. | | | |
| 2 | El alumno sigue al pie de la letra las indicaciones que el docente les proporciona. | | | |
| 3 | El alumno sociabiliza con sus compañeros | | | |
| 4 | El alumno participa en la discusión final de la actividad lúdica y propone ideas para mejorar. | | | |
| 5 | El alumno demuestra haber aprendido el objetivo que se buscaba con la actividad lúdica. | | | |

| | | | |
|----------------|--|--|--|
| PROMEDIO TOTAL | | | |
|----------------|--|--|--|