

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA ORIENTAL
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
SECCIÓN DE HUMANIDADES
PLANES DE ESTUDIOS COMPLEMENTARIOS



INFORME FINAL DEL CURSO DE ESPECIALIZACIÓN:
ÁLGEBRA LINEAL, CÁLCULO AVANZADO Y RECURSOS DIDÁCTICOS
PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.

PROPUESTA DIDÁCTICA:
“EL USO DE GEOGEBRA EN LA COMPRENSIÓN DE SECCIONES CÓNICAS
EN LOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO EN EL
COMPLEJO EDUCATIVO CANTÓN EL PAPALÓN.”

PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE:
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN, ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

PRESENTADO POR:
ANDREA ESMERALDA UMANZOR GARCÍA N° CARNÉ UG17002
CARLOS JOSÉ QUINTANILLA BENÍTEZ N° CARNÉ QB17004
CLAUDIA ESTEFANY SIGARÁN MEJÍA N° CARNÉ SM18036
KARINA ELIZABETH CASTELLÓN JIMÉNEZ N° CARNÉ CJ18003

DOCENTE ASESOR:
ERICK YOVANI HERNÁNDEZ PÉREZ

SEPTIEMBRE DE 2023
SAN MIGUEL, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

AUTORIDADES



MSC. ROGER ARMANDO ARIAS ALVARADO

RECTOR

PhD. RAÚL ERNESTO AZCÚNAGA LÓPEZ

VICERRECTOR ACADÉMICO

ING. JUAN ROSA QUINTANILLA

VICERRECTOR ADMINISTRATIVO

MSC. FRANCISCO ANTONIO ALARCÓN SANDOVAL

SECRETARIO GENERAL

LICDO. LUIS ANTONIO MEJÍA LIPE

DEFENSOR DE LOS DERECHOS UNIVERSITARIOS

LICDO. RAFAEL HUMBERTO PEÑA MARÍN

FISCAL GENERAL

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA ORIENTAL

AUTORIDADES



LIC. CRISTÓBAL HERNÁN RÍOS BENÍTEZ

DECANO

LIC. OSCAR VILLALOBOS

VICEDECANO

LIC. ISRAEL LÓPEZ MIRANDA

SECRETARIO

LIC. JORGE PASTOR FUENTES CABRERA

DIRECTOR GENERAL DE PROCESOS DE GRADO

LIC. ELADIO FABIÁN MELGAR BENÍTEZ

DIRECTOR DE LA ESCUELA O JEFE DE DEPARTAMENTO

LIC. MANUEL DE JESÚS CASTRO ASCENCIO

COORDINADOR GENERAL DE PROCESOS DE GRADO

RESUMEN

Esta propuesta didáctica utiliza GeoGebra, una herramienta atractiva e interactiva, para mejorar la enseñanza de conceptos matemáticos, específicamente las cónicas. Su objetivo es promover la exploración activa de los estudiantes a través de la visualización de representaciones gráficas en tiempo real, permitiéndoles aprender y comprender estas notables curvas de una manera útil y significativa. GeoGebra ayuda a los estudiantes a comprender mejor las ideas matemáticas fundamentales al cerrar la brecha entre la teoría y su aplicación en situaciones del mundo real. Con esta estrategia, esperamos mejorar la participación de los estudiantes, el aprendizaje autodirigido y las actitudes positivas hacia las matemáticas, fomentando en última instancia un entorno de aprendizaje rico y estimulante.

Palabras clave: GeoGebra ; interactiva ; visualización ; exploración ; cónicas.

ABSTRACT

This didactic proposal employs GeoGebra, an engaging and interactive tool, to enhance the teaching of mathematical concepts, specifically conics. Its aim is to foster active exploration by students through real-time visualization of graphical representations, enabling them to learn and comprehend these noteworthy curves in a practical and meaningful manner. GeoGebra assists students in gaining a better understanding of fundamental mathematical ideas by bridging the gap between theory and its application in real-world situations. Through this approach, we hope to improve student engagement, self-directed learning, and positive attitudes towards mathematics, ultimately fostering a rich and stimulating learning environment.

Keywords: GeoGebra; interactive; visualization; exploration; conics.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. JUSTIFICACIÓN.....	2
3. PROPUESTA DIDÁCTICA	3
3.1 PROPUESTA	3
3.2 COMPETENCIA GENERAL:	3
3.3 COMPETENCIAS ESPECÍFICAS:.....	3
4. MARCO TEÓRICO	4
4.1 Secciones Cónicas	4
4.2 Desafíos de enseñanza	4
4.3 GeoGebra como Herramienta Educativa	5
4.4 Aplicación de GeoGebra en la enseñanza de secciones cónicas.	6
4.5 Manual, software GeoGebra.....	7
4.5.1 Instalación del software GeoGebra.....	7
4.5.2. Uso de GeoGebra	10
5. Diseño de la estrategia de Innovación	16
5.1 La parábola.....	16
5.2 La circunferencia	19
6. RESULTADOS	23
7. CONCLUSIONES.....	25
8. BIBLIOGRAFÍA.....	26
9. ANEXOS.....	27

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Sitio de descarga	7
Figura 2. Ubicación de GeoGebra.....	8
Figura 3. Pantalla de descarga	8
Figura 4. Ubicación de opción de “mostrar en carpeta”	8
Figura 5. Vista de archivo en “descargas”	9
Figura 6. Vista del inicio de instalación	9
Figura 7. Instalación de GeoGebra	9
Figura 8. Vista de la finalización del proceso	10
Figura 9. Final del proceso	10
Figura 10. Primera vista de programa abierto	11
Figura 11. Uso de vista algebraica y gráfica	11
Figura 12. Ubicación de “tipo de orden”	12
Figura 13. Ubicación de descripciones	12
Figura 14. Vista de “opciones”	13
Figura 15. Vista de la función “elipse”	13
Figura 16. Dibujo realizado con la función de una elipse	14
Figura 17. Vista de herramientas para cónicas	14
Figura 18. Uso de la herramienta “hipérbola”	15
Figura 19. Gráfica de una parábola.....	16
Figura 20. Movimiento horizontal de la parábola.....	17
Figura 21. Movimiento horizontal de la parábola.....	17
Figura 22. Gráfica de la circunferencia	19
Figura 23. Movimiento paralelo de la circunferencia	20
Figura 24. Movimiento paralelo de la circunferencia	20
Figura 25. Movimiento paralelo de la circunferencia	21
Figura 26. Recta tangente a la circunferencia.....	21
Figura 27. Recta secante a la circunferencia	22

Figura 28. Visita a El Papalón.....	27
Figura 29. Uso de GeoGebra en el aula	27
Figura 30. Asesorías.....	28
Figura 31. Evaluación	28

1. INTRODUCCIÓN

La incorporación de la tecnología en el ámbito educativo ha sido significativa para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. La actualidad es moderna y la tecnología juega un papel importante en el entorno de los diferentes agentes educativos. Esta propuesta pedagógica se enfoca en utilizar el software GeoGebra como una herramienta útil para mejorar la comprensión de las secciones cónicas de los estudiantes de segundo año de secundaria del Complejo Educativo Cantón El Papalón.

Las secciones cónicas son conceptos matemáticos de fundamental importancia en muchos campos de estudio porque incluyen curvas geométricas como círculos, elipses, parábolas e hipérbolas. Sin embargo, las propiedades algebraicas y geométricas de estas curvas presentan una mayor dificultad de comprensión, suelen ser difíciles de visualizar y relacionar. En esta situación, GeoGebra se muestra como una potente herramienta que no solo facilita la exploración visual de las secciones cónicas, sino que también permite una visualización práctica y dinámica de sus ecuaciones y características distintivas.

Esta propuesta didáctica busca profundizar en estrategias metodológicas, las competencias y las actividades desarrolladas para la exitosa integración de GeoGebra en las aulas de segundo año de bachillerato.

Al brindar a los estudiantes una plataforma interactiva que mejora su comprensión de los diferentes conceptos fundamentales, presenciamos un paso adelante en la modernización de la enseñanza de las matemáticas.

Esta propuesta tiene como fin brindar a los estudiantes una experiencia educativa enriquecedora y significativa.

2. JUSTIFICACIÓN

La educación en nuestro país se encuentra en constante cambio, por lo cual, las maneras de impartir el contenido en el salón de clases deben irse innovando cada día más. Ejemplo de ello, es la implementación del programa ESMATE que nos proporciona planes de estudio desde primer grado hasta bachillerato en la materia de matemática. Por consiguiente, nuestra propuesta se centra en el uso del software GeoGebra para el desarrollo de las clases de la unidad 3: Secciones Cónicas de segundo año de bachillerato. En dicha unidad, se abordan los temas de circunferencia, parábola, elipse e hipérbola. Cabe recalcar que el uso de la tecnología por medio del software GeoGebra para la enseñanza de los temas antes mencionados, complementa el proceso de enseñanza aprendizaje.

Desde esta perspectiva, este estudio crea un enfoque integrado para utilizar la tecnología en nuevos programas educativos combinando el software GeoGebra a la metodología ESMATE para lograr una mayor comprensión y mejor visualización de los contenidos impartidos.

Incluir la plataforma GeoGebra en esta propuesta didáctica se justifica de múltiples formas. En primer lugar, GeoGebra proporciona una plataforma dinámica e interactiva que permite a los estudiantes explorar las relaciones algebraicas que describen secciones cónicas, jugar con sus propiedades y visualizarlas en tiempo real. Como los estudiantes pueden ver visiblemente cómo los cambios en las ecuaciones afectan las curvas resultantes, esta interacción directa con conceptos matemáticos puede reducir la confusión, elevar el nivel de comprensión y puede promover un ambiente de aprendizaje más enriquecedor y significativo, mejorando tanto la comprensión de ideas matemáticas como el desarrollo de habilidades cruciales para el éxito académico y personal de los estudiantes.

3. PROPUESTA DIDÁCTICA

3.1 PROPUESTA

“El uso de GeoGebra en la comprensión de secciones cónicas en los estudiantes de segundo año de bachillerato en el complejo educativo cantón el papalón.”

3.2 COMPETENCIA GENERAL:

Utilizar el software GeoGebra para mejorar el aprendizaje en geometría analítica en los estudiantes de segundo año de bachillerato, del complejo Educativo Cantón El Papalón.

3.3 COMPETENCIAS ESPECÍFICAS:

Interpretar visualmente la representación gráfica de circunferencia, Elipse, Parábola e Hipérbola generadas en GeoGebra.

Resolver problemas de secciones cónicas mediante el uso de GeoGebra.

4. MARCO TEÓRICO

4.1 Secciones Cónicas

Son curvas, que incluyen círculos, elipses, parábolas e hipérbolas. Desde la antigüedad hasta la física moderna, las secciones cónicas han dejado una huella imborrable en el campo de las matemáticas. Son las trayectorias de los proyectiles, el lenguaje de las órbitas planetarias y las formas de los espejos parabólicos. Más allá de su aplicabilidad en ciencia e ingeniería, las secciones cónicas demuestran la belleza y elegancia de las matemáticas puras. Al explorar las propiedades y características únicas de cada tipo de cónica, descubriremos cómo estas curvas continúan inspirando curiosidad y descubrimiento en el mundo de las matemáticas y más allá.

En matemáticas y ciencias, las secciones cónicas son cruciales y su importancia va mucho más allá del mundo académico.

En física y astronomía, las secciones cónicas se encuentran muy presentes. Las trayectorias de los objetos lanzados al aire, por ejemplo, siguen parábolas y las órbitas planetarias son elípticas. Para comprender el movimiento de los cuerpos celestes y la mecánica clásica, estas aplicaciones son cruciales.

De la misma forma, las secciones cónicas son esenciales en ingeniería y diseño para estructuras de construcción como puentes y arcos. La capacidad de las parábolas para enfocar la luz o las señales es otra razón por la que los reflectores parabólicos se utilizan en una variedad de aplicaciones, incluidas antenas parabólicas y faros de automóviles.

Tenemos que mencionar que las secciones cónicas son cruciales en el campo de la tecnología para la creación de lentes y espejos porque se utilizan en óptica. Las ecuaciones cónicas también se utilizan en gráficos por computadora y diseño asistido por computadora para generar y modificar formas y curvas.

Su importancia en la vida es innegable, por esta razón es necesario que se identifiquen aspectos a mejorar.

4.2 Desafíos de enseñanza

La enseñanza de las cónicas no exenta de desafíos. Debido a su abstracción, y a la necesidad de entablar una relación entre el álgebra y la geometría. Las secciones cónicas son una intersección entre ambas disciplinas. Debido a esto los estudiantes deben comprender tanto la curva como las ecuaciones algebraicas que las describen.

Otro desafío identificado es su representación gráfica compleja, ya que graficar curvas, como elipses o hipérbolas, puede ser complejo y difícil de visualizar, especialmente para los estudiantes que aún están desarrollando sus habilidades gráficas. De la misma forma, la falta de conexión con la realidad representa un desafío importante en la enseñanza de este tema, las secciones cónicas pueden parecer conceptos alejados de la vida cotidiana para los estudiantes, cuando no pueden relacionar estas curvas con situaciones de la vida real, como las trayectorias de objetos en movimiento o reflectores parabólicos, pueden perder el interés y tener dificultades para descubrir la importancia de dichas curvas.

Las ecuaciones y gráficas de sección cónica presentan una variedad de patrones y relaciones que pueden ser difíciles de reconocer. Las formas de las curvas se pueden alterar drásticamente realizando incluso cambios menores en las ecuaciones. Puede resultar difícil para los estudiantes desarrollar la intuición necesaria para comprender cómo responden estas curvas a los cambios en las ecuaciones.

Es de estos desafíos que nace la necesidad de Herramientas Interactivas, Las ecuaciones de sección cónica pueden ser tediosas y propensas a errores cuando se exploran y manejan manualmente, particularmente cuando se trabaja con números racionales o irracionales. La falta de acceso a recursos tecnológicos puede impedir el éxito en la comprensión del estudiantado. La incorporación de herramientas tecnológicas, como GeoGebra, puede hacer que el proceso de enseñanza y aprendizaje sea más accesible y atractivo para los estudiantes al proporcionar una plataforma interactiva y dinámica para explorar las secciones cónicas.

4.3 GeoGebra como Herramienta Educativa

Con la ayuda de GeoGebra, los estudiantes pueden aprender geometría, álgebra, cálculo y estadística en un entorno atractivo.

Se pueden explorar conceptos matemáticos de diversas áreas en GeoGebra: desde geometría y álgebra hasta cálculo y estadística, GeoGebra permite a los estudiantes investigar conceptos matemáticos de diversas áreas matemáticas. Esto facilita que los estudiantes comprendan cómo se relacionan entre sí las distintas ramas de las matemáticas y facilita la conexión entre ellas.

GeoGebra proporciona una representación visual interactiva de ideas matemáticas. Es fácil de entender y experimentar para los estudiantes porque pueden ver inmediatamente cómo cambian las gráficas y las figuras geométricas a medida que

cambian diferentes valores en sus ecuaciones. GeoGebra promueve la interacción activa. Para fomentar la exploración y el aprendizaje basado en el descubrimiento, los estudiantes pueden manipular directamente ecuaciones, gráficas y construcciones geométricas.

Su accesibilidad es favorable, Se encuentran disponibles versiones descargables y gratuitas en línea de GeoGebra. Gracias a esto, los estudiantes y docentes pueden acceder fácilmente a él.

Agregamos que los problemas matemáticos son sencillos de resolver con GeoGebra. Esta herramienta fomenta el crecimiento de las habilidades de resolución de problemas y razonamiento matemático al permitir a los estudiantes abordar una variedad de problemas matemáticos.

4.4 Aplicación de GeoGebra en la enseñanza de secciones cónicas.

La instrucción de secciones cónicas se beneficia enormemente de la capacidad de GeoGebra para combinar geometría y álgebra en un entorno atractivo.

Las secciones cónicas son difíciles de representar gráficamente, pero GeoGebra permite una visualización sencilla y dinámica. Es más sencillo para los estudiantes comprender las relaciones abstractas cuando pueden ver de inmediato cómo los cambios en las ecuaciones se reflejan en las formas de estas curvas.

De la misma forma, beneficia la interacción activa al permitir que los estudiantes trabajen con ecuaciones y construcciones geométricas, pueden experimentar directamente con conceptos y encontrar patrones. Las representaciones de secciones cónicas se presentan visual y algebraicamente, y estas representaciones se conectan fácilmente utilizando GeoGebra. La comprensión de los conceptos matemáticos de los estudiantes se profundiza al poder ver cómo una ecuación se convierte en una forma geométrica y viceversa.

Las actividades de GeoGebra se pueden personalizar, para satisfacer las necesidades particulares de cada estudiante. Su uso brinda a los estudiantes la experiencia que necesitan para estar preparados tecnológicamente, lo cual es importante en el mundo actual.

Como resultado de su capacidad para hacer que estas ideas abstractas sean concretas, visuales y comprensibles, GeoGebra sirve como una herramienta educativa crucial en la enseñanza de secciones cónicas, ayuda a los estudiantes a comprenderlas de manera más completa y significativa mientras los prepara para los desafíos matemáticos de la era digital.

4.5 Manual, software GeoGebra.

4.5.1 Instalación del software GeoGebra

GeoGebra es un software muy versátil que se puede instalar en casi todos los dispositivos de escritorio u ordenadores portátiles y móviles con un sistema operativo multitareas, entre ellos Windows, Ubuntu de Linux, Mac, Android & IOS.

A continuación, se explicará paso a paso la instalación en dispositivos de escritorio u ordenadores portátiles con sistema operativo Windows

Paso 1. Para descargar GeoGebra damos clic en el siguiente enlace: [CLICK AQUÍ](#)

Paso 2. El enlace anterior nos lleva al sitio que observamos en la Figura 1. En la presente página, debemos bajar hasta el apartado de las opciones de descarga:

Figura 1. Sitio de descarga



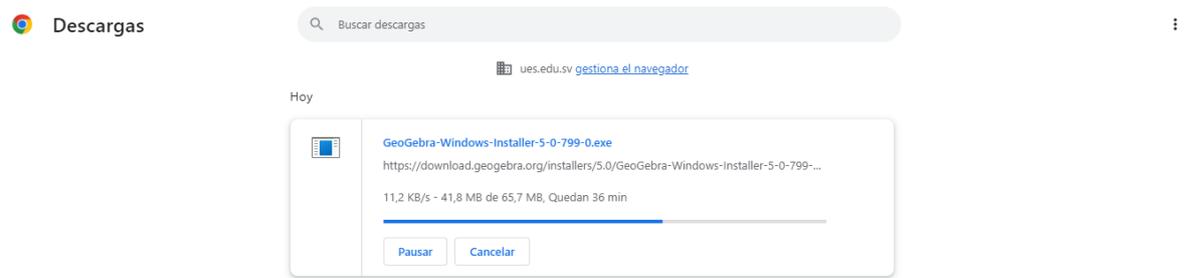
Paso 3. Nos dirigiremos a la parte donde se encuentre GeoGebra Clásico 5 y damos clic en descargar.

Figura 2. Ubicación de GeoGebra



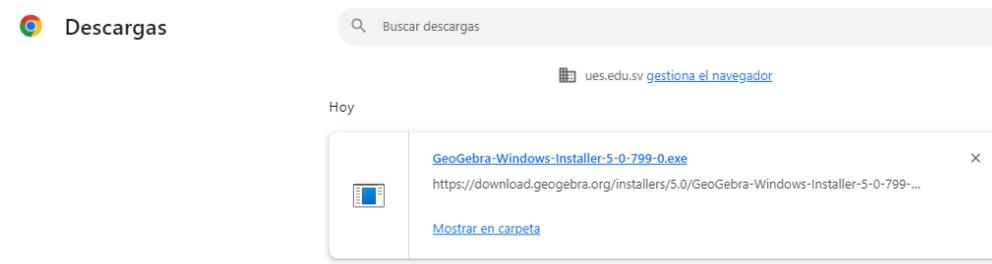
Paso 4. Debemos esperar hasta que el proceso de descarga se complete

Figura 3. Pantalla de descarga



Paso 5. Al completar la descarga debemos dar clic en mostrar carpeta

Figura 4. Ubicación de opción de "mostrar en carpeta"



Paso 6. Debemos dar clic en dicha carpeta "GeoGebra"

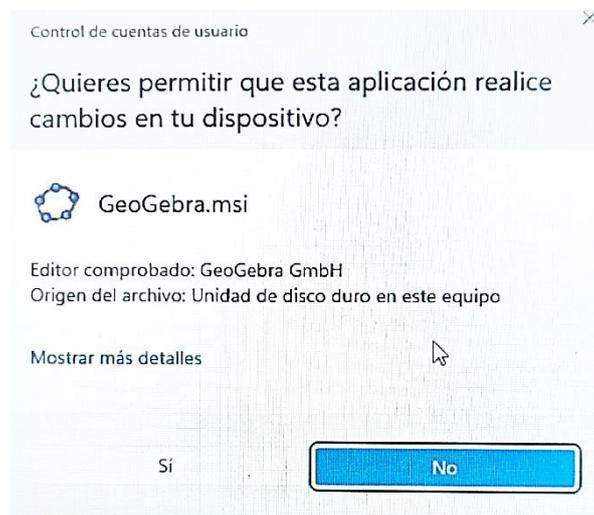
Figura 5. Vista de archivo en “descargas”

▼ Hoy

 GeoGebra-Windows-Installer-5-0-799-0	7/9/2023 21:19	Aplicación	67,244 KB
 himno nacional de el salvador	7/9/2023 11:37	Archivo MP3	13,183 KB
 himno de costa rica	7/9/2023 11:33	Archivo MP3	984 KB
 HIMNO Nacional de NICARAGUA_i9ci...	7/9/2023 11:32	Archivo MP3	1,551 KB
 himno-nacional-de-honduras	7/9/2023 11:23	Archivo MP3	7,186 KB
 himno-nacional-de-guatemala-original	7/9/2023 11:18	Archivo MP3	4,344 KB

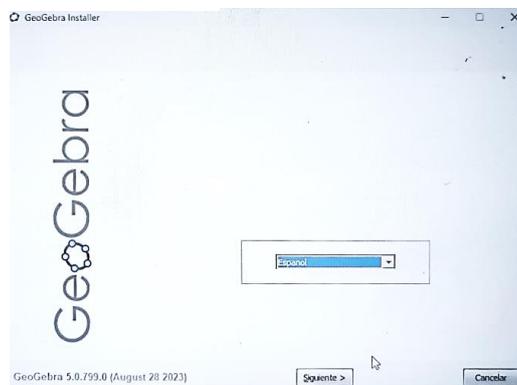
Paso 7. Nos aparecerá el siguiente recuadro en el cual debemos seleccionar “SI”

Figura 6.. Vista del inicio de instalación



Paso 8. Seguidamente, debemos seleccionar el “idioma español” y luego dar clic en “Siguiente”

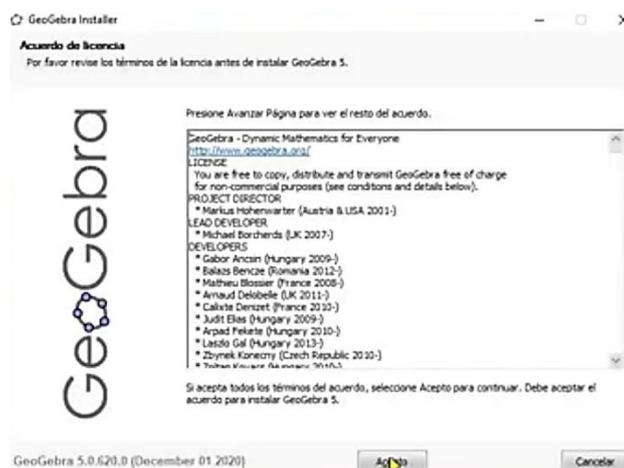
Figura 7. instalación de GeoGebra



Paso 9.

Posteriormente debemos dar clic en “Acepto”

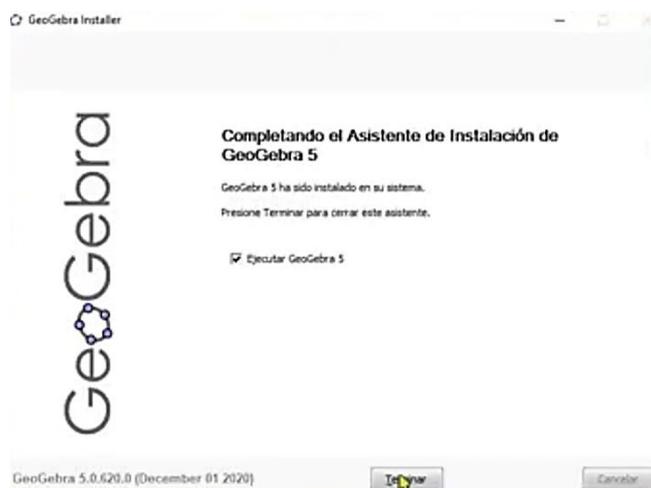
Figura 8. Vista de la finalización del proceso



Paso 10.

Para finalizar con la instalación procedemos a dar clic en “Terminar”

Figura 9. Final del proceso



4.5.2. Uso de GeoGebra

Una herramienta matemática completa y adaptable que revolucionará la forma de enseñar y aprender matemáticas. Este manual le guiará a través de las ideas y habilidades básicas necesarias para aprovechar al máximo este recurso didáctico.

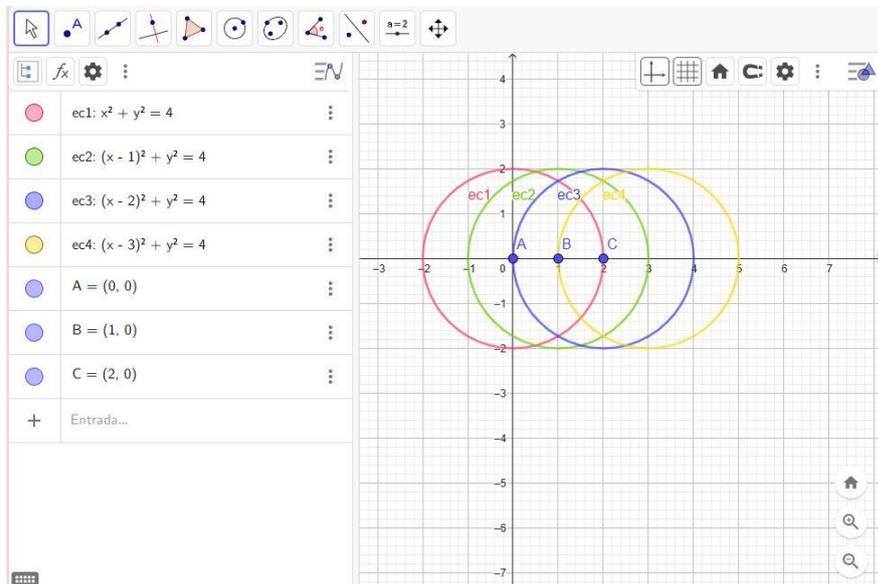
Figura 10. Primera vista de programa abierto



En la parte superior derecha se sitúa la Barra de Entrada. En ella podemos introducir diversos tipos de expresiones (comandos, operaciones de ingreso directo, textos...).

La Vista Algebraica está, de modo predeterminado, en la parte central izquierda. Se puede ocultar o mostrar. Por defecto, se encuentra visible.

Figura 11. Uso de vista algebraica y grafica



Puede elegir entre dos opciones para ver los objetos insertados en la vista algebraica. Están disponibles la opción Ordenar por o sus Descripciones. Tenga en cuenta que cada opción tiene distintas variaciones.

Figura 12. Ubicación de "tipo de orden"

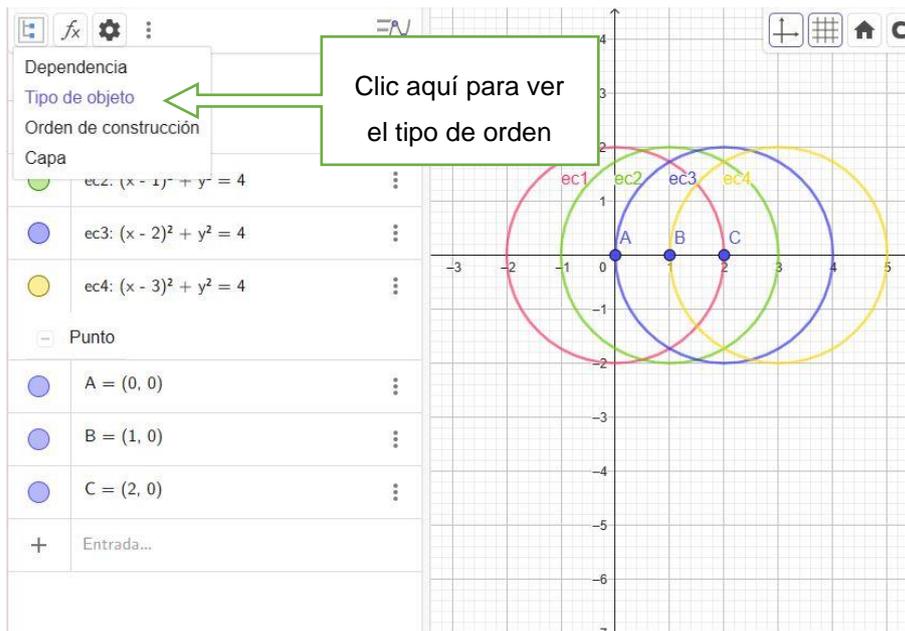
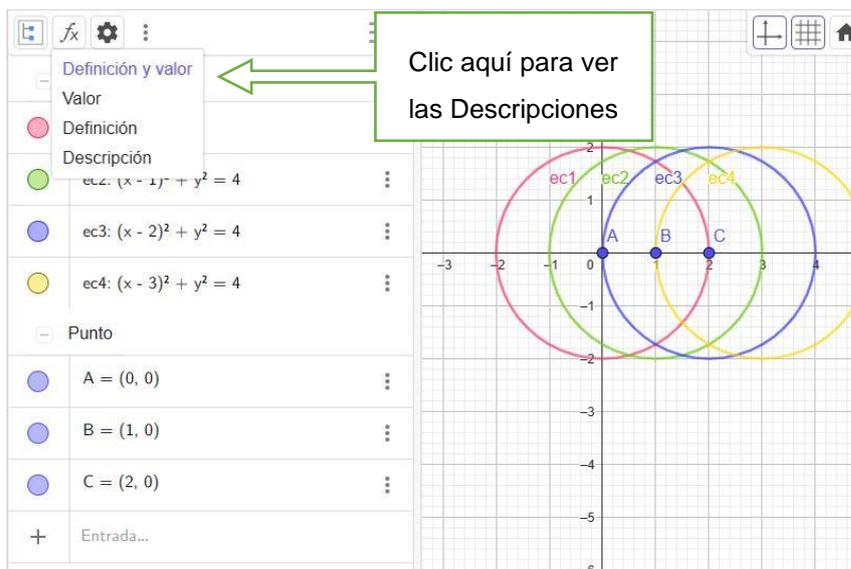
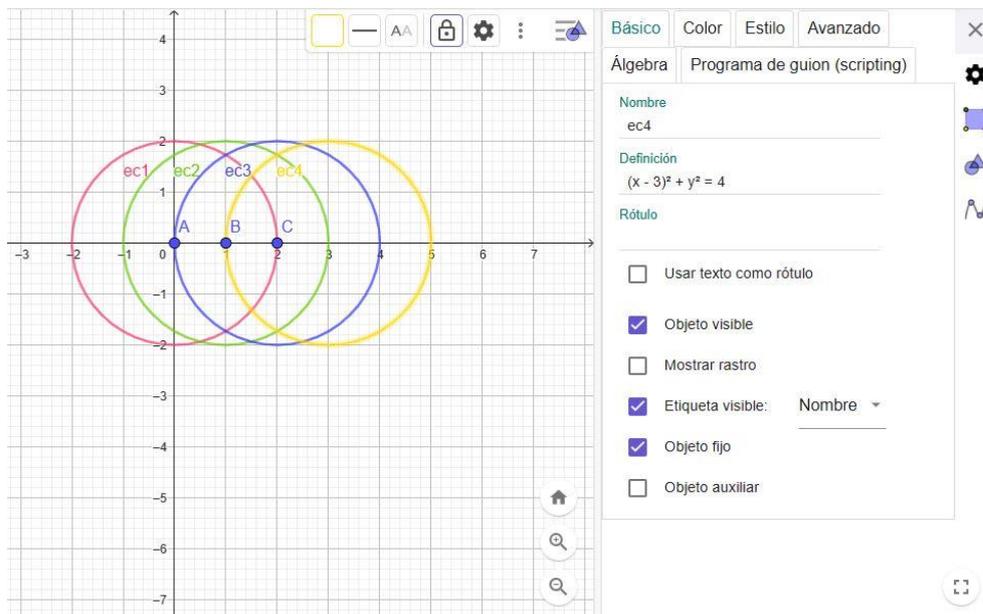


Figura 13. Ubicación de descripciones



GeoGebra permite configurar los valores por defecto de muchos de los elementos de la interfaz y muchas de las propiedades predeterminadas de los objetos. En la siguiente imagen observamos que se tiene seleccionada la ecuación 4, para la cual en la parte superior derecha se observa las diferentes configuraciones.

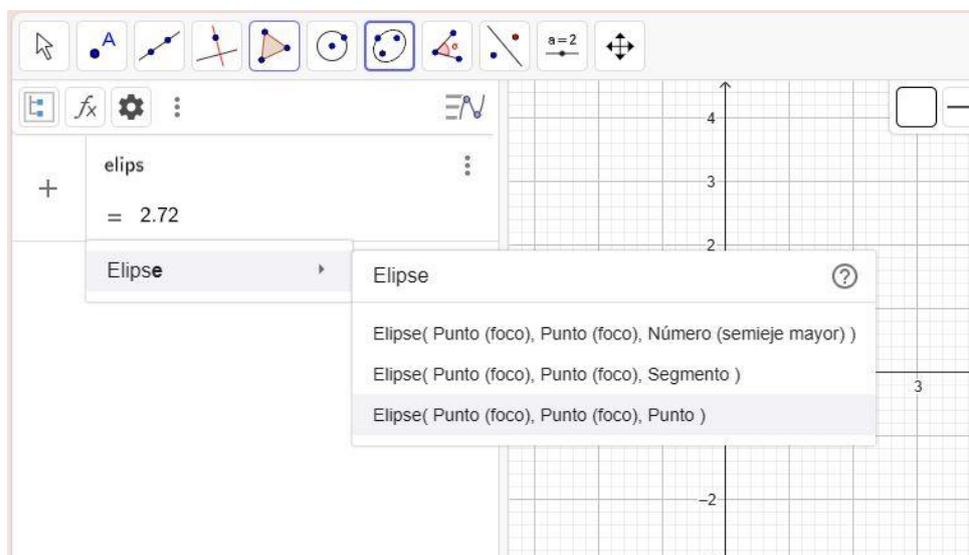
Figura 14. Vista de "opciones"



Puede decidir cómo se disponen las diversas vistas y mantener esa disposición (o apariencia). También puede personalizar la barra de herramientas. Desde el menú de la izquierda se accede a los detalles de cada pestaña.

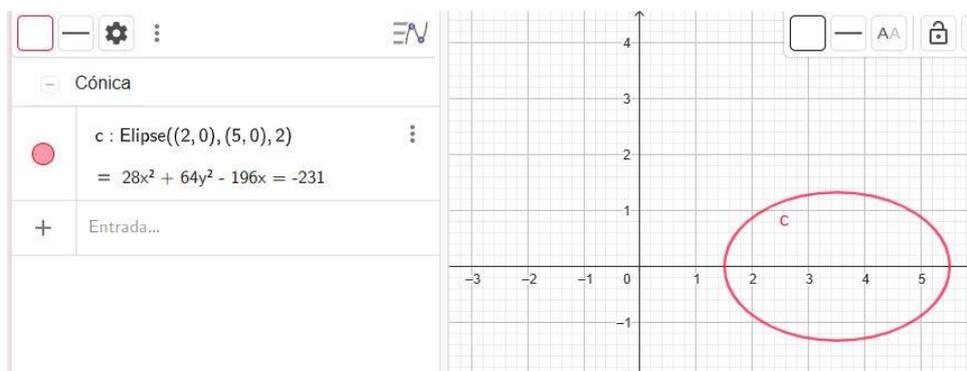
En la entrada algébrica, podemos introducir cónicas con comandos, comandos que llevan el nombre de dicha cónica (hipérbola, Elipse, Parábola, Circunferencia) que da como resultado diferentes opciones para poder dibujar la curva deseada. Ver en la siguiente imagen el ejemplo de dibujar una Elipse por medio de comandos:

Figura 15. Vista de la función "elipse"



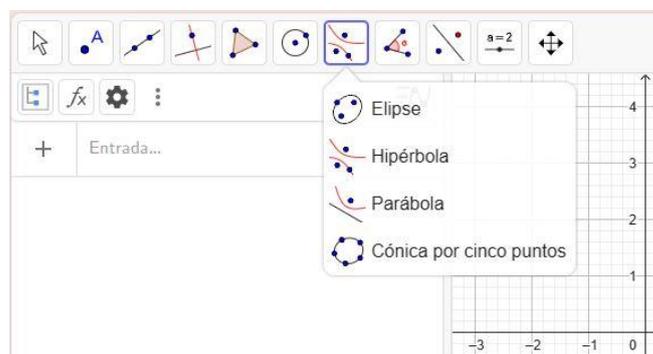
Rellenando la información que se requiere según la opción seleccionada, tenemos:

Figura 16. Dibujo realizado con la función de una elipse



De la misma forma podemos dibujar las diferentes secciones cónicas usando las herramientas de la parte superior izquierda:

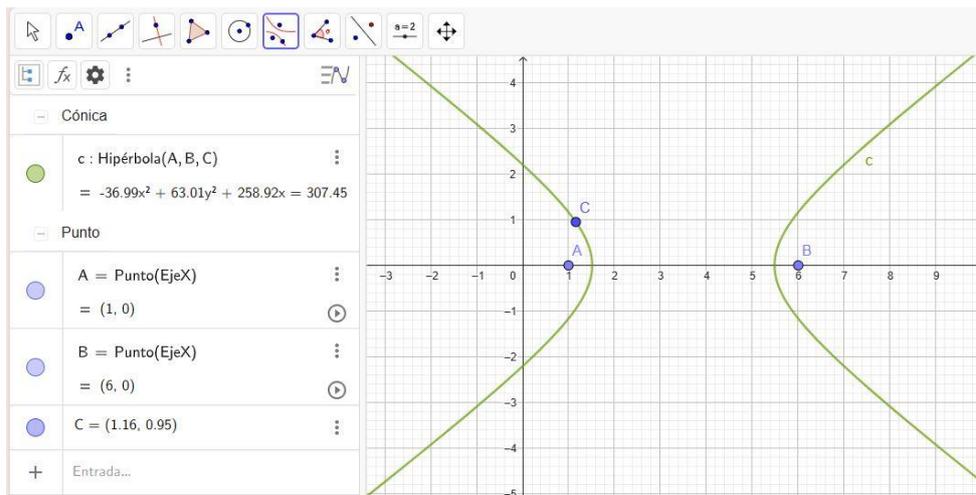
Figura 17. Vista de herramientas para cónicas



Que nos permite dibujar la cónica seleccionada, con puntos y moviendo el puntero para encontrar una ecuación, al mover el puntero sobre ella podemos ver cómo cambian los parámetros de la ecuación.

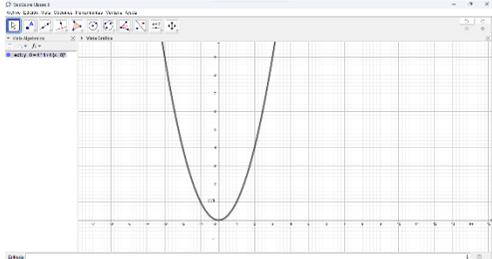
Por ejemplo, para dibujar una hipérbola, esta opción nos pide ubicar los focos (puntos) de dicha curva, para, posteriormente dibujar un punto que pertenezca a la curva, y nos genera inmediatamente su ecuación.

Figura 18. Uso de la herramienta "hipérbola"



5. Diseño de la estrategia de Innovación

5.1 La parábola

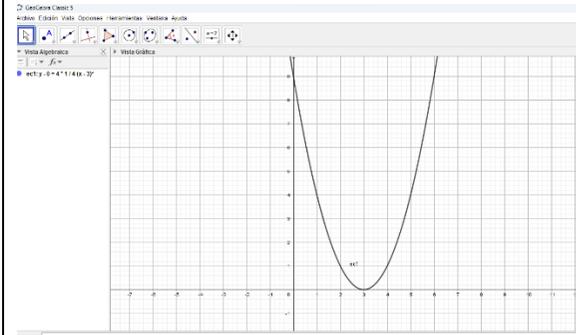
Tema: La Parábola		Tiempo: 2 horas clase	
Asignatura: Matemática			
Problemática: Resolución y explicación de problemas aplicando la ecuación de la parábola (El Salvador, 2022)			
Competencia Por Desarrollar	Actividades	Material Didáctico	Aplicación del Software
Colabora con sus compañeros en la solución de problemas aplicados al entorno utilizando las ecuaciones de la parábola (El Salvador, 2018)	Enseñanza	El docente da la bienvenida e invita a los estudiantes a construir una parábola a partir de dobles siguiendo las indicaciones proporcionadas. Luego, los estudiantes trazan la directriz con la ayuda de un lápiz.	Luego de la introducción a la clase, el docente invita a sus estudiantes a abrir GeoGebra en su computadora (Para ir trabajando en ella), y a mirar las siguientes gráficas, y a razonar lo que podría suceder al cambiar algunos parámetros en la ecuación ordinaria de la parábola. Ingresar la primera ecuación. $y - k = \frac{1}{4p}(x - h)^2$ Ecuación: $y - 0 = 4\frac{1}{4}(x - 0)^2$ <i>Figura 19. Gráfica de una parábola</i> 
	Aprendizaje		

Posteriormente, doblan la hoja varias veces, haciendo que los puntos de la directriz coincidan con el foco hasta formar la parábola

Finalmente, doblan la hoja de tal forma que el doblez sea perpendicular a la directriz y el foco quede en el doblez. La línea formada es el eje de simetría.

¿Qué sucede con la parábola si se escribe otro número en h en vez de 0? $y - 0 = 4\frac{1}{4}(x - 3)^2$

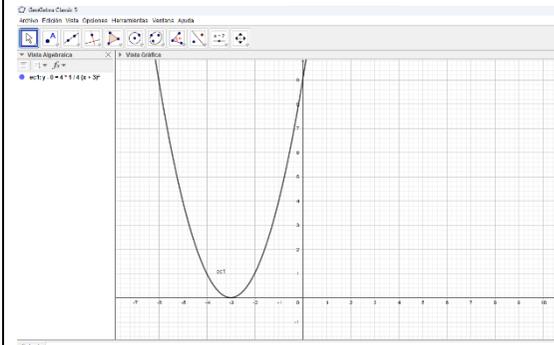
Figura 20. Movimiento horizontal de la parábola



¿Qué sucede si se ingresa un número negativo en h ?

$$y - 0 = 4\frac{1}{4}(x - -3)^2$$

Figura 21. Movimiento horizontal de la parábola



			<p>Ahora, el docente debe pedir a sus estudiantes que el valor de k lo sustituyan por tres valores que ellos elijan (Pueden ser más).</p> <p>El docente debe motivar a los estudiantes poniendo ejemplos para k y hacerles ver que pueden colocar cada una de las ecuaciones de un color diferente.</p> <p>También, debe asegurarse de que todos los estudiantes estén realizando la actividad encomendada.</p> <p>Para reflexionar, debe hacer preguntas como:</p> <p>¿Qué diferencia hay entre cambiar los valores para h y para k?</p> <p>Partiendo, de las respuestas dadas debe dar una retroalimentación breve.</p> <p>Al finalizar, el docente debe preguntar a los estudiantes, si se ha sentido bien con la utilización del software GeoGebra para el desarrollo de la clase.</p>
--	--	--	--

5.2 La circunferencia

Tema: La circunferencia		Tiempo: 2 horas clase		
Asignatura: Matemática				
Problemática: Resolución y explicación de problemas aplicando la ecuación de la circunferencia (El Savador, 2022)				
Competencia Por Desarrollar	Actividades		Material Didáctico	Aplicación del Software
Interés por la solución de problemas del entorno donde se aplica la ecuación ordinaria y general de la circunferencia, en colaboración con sus compañeros. (El Salvador, 2018)	Enseñanza	Aprendizaje	El docente da la bienvenida. Luego se procede a dar las indicaciones para la actividad introductoria. Para esta actividad tendremos dos circunferencias con distintos tipos de rectas, además de	Luego de la introducción a la clase procedemos a abrir GeoGebra. $x^2 + y^2 = r^2$ Para empezar el estudiante debe ingresar la siguiente ecuación: $x^2 + y^2 = 1$ Ahora preguntamos al estudiante ¿qué sucede en la circunferencia cuando colocamos el un valor mayor en r? <i>Figura 22. grafica de la circunferencia</i>
	Resolución de problemas aplicados a la circunferencia (Salvador, 2018)	Resuelve problemas aplicando con interés la ecuación ordinaria y general de la circunferencia en colaboración con sus compañeros (Salvador, 2018)		

tener los nombres de las rectas en tiras de papel de colores.

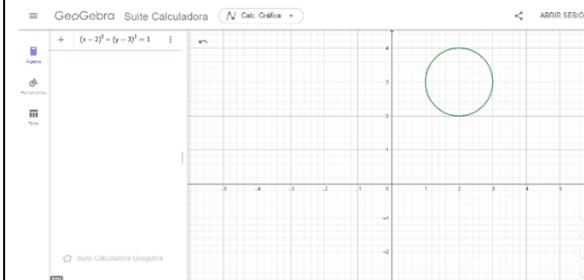
Para empezar el juego se les pedirá a dos estudiantes que pasen a jugar el respectivo juego, el jugador que coloque las tiras con el nombre correcto en las rectas será el ganador.

Esta actividad se realiza con el fin de que el estudiante recuerde conceptos como: tangente, diámetro,

PARTE II $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

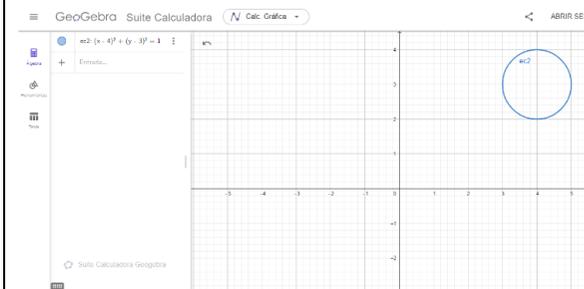
El estudiante deberá graficar la siguiente ecuación: $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1^2$

Figura 23. Movimiento paralelo de la circunferencia



Invitamos al estudiante a cambiar el valor de h a 4 y preguntamos ¿cómo fue el desplazamiento que tuvo la circunferencia respecto al eje y?

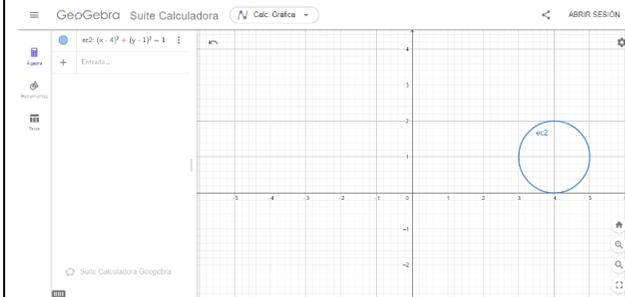
Figura 24. Movimiento paralelo de la circunferencia



radio, cuerda, secante, etc.

Ahora que el estudiante cambie el valor de k por uno donde $k < 3$ y explique el movimiento de la circunferencia respecto al eje x

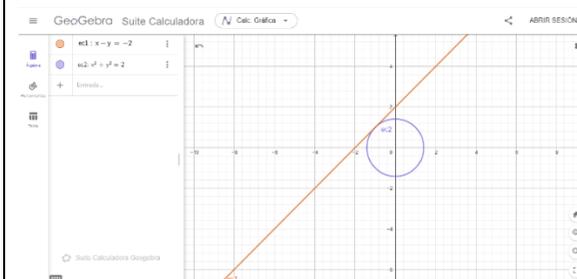
Figura 25. Movimiento paralelo de la circunferencia



Después de eso el profesor le pedirá al estudiante que ingrese las siguientes ecuaciones: $x^2 + y^2 = 2$ y $x - y = 2$

El maestro les pregunta ¿que observan?, Luego de eso procede a explicar el concepto de tangencia.

Figura 26. Recta tangente a la Circunferencia

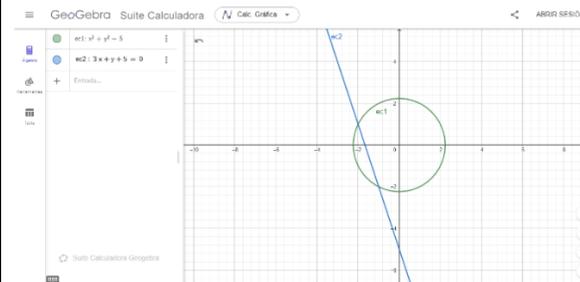


Ahora agregaran las siguientes ecuaciones:

$$x^2 + y^2 = 5 \text{ y } 3x + y + 5 = 0$$

Al igual que en la anterior el profesor pregunta a los estudiantes ¿Qué pueden observar en la gráfica?

Figura 27. Recta secante a la circunferencia



Para finalizar la clase por parejas los estudiantes socializaran la actividad anterior donde comentar la experiencia:

¿Qué tal les pareció el uso de geometría?

Comente una conclusión respecto a la circunferencia teniendo en cuenta la actividad realizada.

6. RESULTADOS

Al momento de hacer la visita en el complejo educativo se observó una mejora notable en la participación, comprensión y entusiasmo de los estudiantes durante la implementación de nuestra propuesta didáctica, que utilizó GeoGebra para explorar ideas matemáticas relacionadas con cónicas. En dichas visitas tuvimos la oportunidad de desarrollar el tema de parábolas y circunferencias. Los estudiantes ya sabían de la existencia de GeoGebra, aunque todavía no conocían las capacidades y aplicaciones de la herramienta, los estudiantes inicialmente mostraron interés en ella. Sin embargo. Las preguntas, comentarios y respuestas que compartieron a lo largo de las actividades demostraron su participación y entusiasta.

La comprensión de los estudiantes sobre ideas como vértices, direcciones y componentes esenciales de la parábola aumentó significativamente cuando comenzaron a experimentar con GeoGebra y a visualizar curvas matemáticas en tiempo real. Además, pudieron reconocer y comprender las características de los círculos de una manera más concreta y del mundo real.

Después de utilizar GeoGebra para investigar parábolas y círculos, los estudiantes expresaron su agradecimiento por la actividad y los frutos inmediatos de su comprensión, demostrándolo con diferentes actividades evaluativas que se desarrollaron en la clase. En el momento que notaron lo valiosa que es esta plataforma interactiva como herramienta para promover el aprendizaje matemático de una manera atractiva y eficiente, se sintieron más motivados para abordar futuros conceptos matemáticos a través de ella. Tuvimos la oportunidad de entrevistar a la representante de todos los estudiantes para conocer sus opiniones y experiencias. Estas mini-entrevistas se llevaron a cabo con el objetivo de comprender cómo percibieron el uso de GeoGebra, qué aprendizajes obtuvieron y cuál fue su nivel de satisfacción con esta nueva metodología de enseñanza

	Pregunta	Respuesta	Análisis
1	¿Qué le pareció el uso de GeoGebra en secciones cónicas?	Me gustó mucho la facilidad de explicación. Agradezco su amabilidad en mi nombre y el de mis compañeros.	En esta pregunta el objetivo es conocer la perspectiva del estudiante a la hora de usar GeoGebra para explorar los temas mencionados. El estudiante ha comprendido que es una herramienta que facilita la

			comprensión ya que trabaja en tiempo real, y de manera totalmente personalizada, así poder entender a su ritmo, como manipulando las vistas algebraicas y graficas.
2	¿Usarías para tu estudio habitual esta herramienta?	Por supuesto que sí, es una herramienta que nos facilita mucho la hora de desarrollar nuestros trabajos	El objetivo de esta pregunta es determinar si los estudiantes creen o no que esta herramienta es útil y valiosa para su educación continua. Comprobamos que los estudiantes aprecian cómo GeoGebra facilita la realización de tareas relacionadas con las matemáticas y son conscientes de su valor y conveniencia para sus estudios regulares.

El proceso de enseñanza y aprendizaje se mejoró con la inclusión de GeoGebra en nuestra propuesta didáctica. Como resultado del mayor compromiso y comprensión o de los estudiantes por las matemáticas, se ha sentado una base sólida para implementar el uso de esta herramienta de enseñanza. Este logro motiva a seguir incorporando GeoGebra en nuestro plan de estudios con éxito y buscar nuevas formas de mejorar la educación matemática.

7. CONCLUSIONES

GeoGebra apoya el análisis sistemático de situaciones específicas en la resolución de problemas, así como la aclaración de supuestos y la creación de pruebas. Trabajar con potentes aplicaciones interactivas es más fácil y divertido que al hacerlo con lápiz y papel. Ya que, el software GeoGebra permite crear y analizar muchos casos en poco tiempo, por lo que los conceptos cobran vida rápidamente, lo cual llama la total atención de los estudiantes.

Las características de diseño y construcción que posee GeoGebra ayudan a apreciar lo atractivo y la belleza de las matemáticas. Que a diferencia de la clase impartida de forma tradicional no ofrece, pues con el uso de este software el estudiante se motiva a realizar las actividades, que en nuestro caso fue de los temas de parábola y de circunferencia, donde los estudiantes mencionaron que era mucho más fácil de comprender al trabajarlo en la interfaz de GeoGebra.

GeoGebra ofrece oportunidades para la adquisición de conocimientos y motiva a la participación en actividades de los temas de parábola y circunferencia, ya que contienen elementos que llaman la atención de los estudiantes.

8. BIBLIOGRAFÍA

Academy, K. (s.f.). *Secciones Cónicas | Geometría | Matemáticas* . Sitio Web.

Geogebra.org. (s.f.). *Tutoriales*. Sitio Web.

Geogebra.org. (s.f.). *GeoGebra Manual*. Sitio Web.

Salvador, M. d. (2018). *Proghrama de estudio de bachillerato. Primera edición*. El Salvador .

Savador, M. d. (2022). *ESMATE Segundo 2 Año de Bachillerato. Segunda edición*. El Salvador .

UNESCO. (2023). *Tecnología en la educación. ¿una heramienta en terminos de quien?*

9. ANEXOS

Anexo 1. En la *Figura 28* se muestra la visita a los estudiantes de El Papalón

Figura 28. Visita a El Papalón



Anexo 2. En la *Figura 29* se muestra el momento de usar GeoGebra para todo el salón de segundo año de bachillerato

Figura 29. Uso de GeoGebra en el aula



Anexo 3. En la *Figura 30* muestra la asesoría brindada por los miembros del grupo en el momento del uso de GeoGebra.

Figura 30. Asesorías.



Anexo 4. En la *Figura 31* podemos observar los puzles evaluativos que se desarrollaron como quipo, para la comprobación de lo aprendido.

Figura 31. Evaluación

