UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA

# “ESTUDIO DEL RENDIMIENTO EN LENGUAJE Y MATEMÁTICAS Y DE SUS FACTORES ASOCIADOS EN HONDURAS”

**TRABAJO DE GRADUACIÓN PRESENTADO POR:**

***JOSé MAURICIO CASTRO ELIZONDO***

**PARA OPTAR AL GRADO DE :**

**MAESTRO EN ESTADÍSTICA**

**JUNIO DE 2005.**

**SAN SALVADOR EL SALVADOR CENTRO AMERICA**

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA**
**ESCUELA DE MATEMÁTICA**

**TRABAJO DE GRADUACIÓN**

# “ESTUDIO DEL RENDIMIENTO EN LENGUAJE Y MATEMÁTICAS Y DE SUS FACTORES ASOCIADOS EN HONDURAS”

**PRESENTADO POR:**

**JOSÉ MAURICIO CASTRO ELIZONDO**

**ASESOR:**
DR. JOSÉ NERYS FUNES TORRES

CIUDAD UNIVERSITARIA, SAN SALVADOR, JUNIO DE 2005

## UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

RECTORA : DRA. MARíA ISABEL RODRÍGUEZ

SECRETARIA
**GENERAL : LICDA. ALICIA MARGARITA RIVAS DE RECINOS**

*FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA*

**DECANO : MSc. JOSÉ HÉCTOR ELÍAS DÍAZ**
**SECRETARIO : LIC. VICTOR MANUEL DURAN BELLOSO**

## ESCUELA DE MATEMÁTICA

**DIRECTOR : LIC. MAURICIO HERNÁN LOVO CÓRDOVA**
**SECRETARIO : LIC. HÉCTOR DUGLAS MOLINA MELARA**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, JUNIO DE 2005**

Universidad de El Salvador
Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas.
Escuela de Matemática
Maestría en Estadística

# ESTUDIO DEL RENDIMIENTO EN LENGUAJE Y MATEMÁTICAS Y DE SUS FACTORES ASOCIADOS EN HONDURAS

TESIS PARA OPTAR AL
TITULO DE MAESTRIA EN ESTADISTICA

**COORDINADOR DE MAESTRIA Y ASESOR DE TESIS:**
**DR. JOSE NERYS FUNES TORRES.**
**PRESENTADO POR:**
**JOSE MAURICIO CASTRO ELIZONDO.**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, JUNIO DEL 2005.**

# INDICE

# CAPÍTULO I : MARCO CONCEPTUAL

## 1.1 INTRODUCCIÓN

El conocimiento de los factores que influyen en los aprendizajes, tales como el papel que tiene la madre, el padre, la escuela, la política social educativa, el currículo, el profesor, el director, la infraestructura escolar, el clima del aula y otros, resulta de innegable importancia tanto para apoyar los procesos de toma de decisiones de política educativa, orientadas al mejoramiento de la calidad de la educación, como por razones de tipo practico, en cuyo caso se puede mencionar el uso didáctico que hace el maestro de los implementos que tiene a disposición en la institución educativa, el interés que tienen los padres por el desarrollo educativo de sus hijos, la capacidad de gestión de los directores etc.

La información obtenida en los últimos años acerca del aprendizaje escolar de los alumnos de los países latinoamericanos, confirma los bajos niveles logrados, especialmente en las áreas rurales y en las áreas urbanas de bajos recursos. Se crea así, la necesidad de investigar con más profundidad los niveles de calidad de la educación que se alcanzan en la región, tanto como las causas que los determinan.

Se hace evidente entonces la necesidad de un análisis de factores, que nos permita identificar indicadores de calidad de la educación en nuestra región, así como la necesidad de utilizar procedimientos estadísticos para ello, que consideren la gran cantidad de variables que puedan verse involucradas simultáneamente, así como la naturaleza anidada de las mismas.

Es así como esta investigación, tiene como objetivo identificar factores o variables asociadas al rendimiento de lenguaje y matemáticas de la población estudiantil de tercero y cuarto grados de educación básica, del vecino país de Honduras, en el año 1997. Las razones del porqué Honduras y no El Salvador, y del porqué 1997 y no el 2004, están ligadas, a la disponibilidad de una base con datos de calidad y pertinencia, emanada de un organismo de reconocida trayectoria (UNESCO) y al carácter estructural de los factores asociados, los cuales resulta un tanto normal que no cambien fácilmente de un año a otro.

Finalmente, vale la pena destacar la oportunidad que representa esta propuesta, para difundir el uso de métodos no tradicionales de la estadística, como los" Modelos Jerárquico Lineales", que corresponden al ámbito de la Estadística Multinivel, y la Estadística Bayesiana, poco difundidas aun por estas latitudes, y de un carácter practico muy poderoso.

## 1.2 ORIGEN Y DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS

La UNESCO en un esfuerzo conjunto con 13 países, instala el Laboratorio Latinoamericano de evaluación de la Calidad de la Educación, cuyo objetivo final es generar información que ayude a responder las principales preguntas de los gobiernos en cuanto al tema de la calidad de la educación.

El paso inicial hacia la consecución de este objetivo, es la realización de un primer estudio internacional que investigara los niveles de aprendizaje en lenguaje y matemática y las características de sus variables incidentes, en alumnos de tercer y cuarto grado de primaria en los 13 países que participan en el estudio[1].

Entre los meses de junio y noviembre de 1997 se aplicaron pruebas de lenguaje y matemática a una muestra de alumnos de tercero y cuarto grado de enseñanza básica, en trece países de América latina. Al mismo tiempo, se administraron cuestionarios a los estudiantes, así como a los docentes, directores y tutores de dichos alumnos, y establecimientos institucionales, para recabar información sobre las condiciones en que se realiza el aprendizaje, completándose así, la recolección de información del Primer Estudio Internacional Comparativo de Lenguaje, Matemáticas y Factores Asociados.

### 1.2.1 La Población objetivo.

Los alumnos, tutores, docentes, directores y establecimientos de Honduras relativos al tercer y cuarto grados de educación básica en 1997 son la población objetivo de esta propuesta y la fuente de datos los recogidos por el estudio internacional citado en las líneas anteriores.

### 1.2.2 La Muestra.

La base de este estudio es una muestra estratificada, no proporcional a la población de Honduras, de dos etapas y ponderada. El tamaño aproximado de la muestra fue determinado con un mínimo de 40 alumnos por escuela, 20 por grado, 100 escuelas como unidades primarias y 4 mil alumnos como unidades de agregación secundarias. Por cuestiones de costo, falta de información previa normalizada, y dada la dispersión e inaccesibilidad de algunos centros escolares se acepto una exclusión ***a priori***, no mayor del 20% de la población total de tercero y cuarto grado de Educación Básica de Honduras.

La estratificación de la muestra estuvo dada por dos criterios, uno principal y otro especial, el primero o principal fue determinado por la cantidad de habitantes de la población donde se ubica la escuela, y el segundo o especial, según el tipo de gestión o dirección de la escuela, sin importar el origen o propiedad de los recursos con que opera, la operacionalización de estos criterios dio como resultado la clasificación siguiente:

[1]. Informe preparado por el Laboratorio Latinoamericano de la Calidad de la Educación. Juan Casassus, Juan Enrique Froemel, Juan Carlos Palafox, Sandra Cusato .UNESCO 1998.

a) Estratos principales:

Mega ciudad: Escuelas ubicadas en poblaciones de un millón de habitantes o más.

Urbano: Escuelas ubicadas en poblaciones de menos de un millón y mas de dos mil quinientos.

Rural: Escuelas ubicadas en poblaciones de dos mil quinientos habitantes o menos.

b) Estratos especiales:

Público: Escuelas de gestión publica de cualquiera de sus niveles federal, estatal o municipal, sin importar el origen de sus recursos (solo para los estratos de mega ciudad y urbanos).

Privado: Escuelas de gestión privada, sin importar el origen de sus recursos (solo para los estratos de mega ciudad y urbano).

Para determinar las cantidades muéstrales mínimas para cada uno de los estratos anteriores, se siguió un procedimiento que garantizara alumnos suficientes por estrato conforme a los estándares internacionales (n = 1000), basando los cálculos en las cifras nacionales correspondientes a cada estrato y sus intersecciones. Así la muestra efectiva de Honduras fue la siguiente:

***Número de alumnos en la muestra final de Pruebas de Lenguaje, por estrato.***

| País | Mega ciudad | | Urbano | | Rural | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Pública | Privada | Publico | Privado | | |
| Honduras | 404 | 268 | 900 | 166 | 2008 | 3746 |

***Número de alumnos en la muestra final de Pruebas de Matemática, por estrato.***

| País | Mega ciudad | | Urbano | | Rural | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Publica | Privada | Publico | Privado | | |
| Honduras | 423 | 272 | 887 | 164 | 2055 | 3801 |

## 1.2.3 Los instrumentos.

*Las Pruebas*: El logro medido se obtiene a partir de las respuestas a pruebas de lenguaje y de Matemática, aplicadas a alumnos de Tercer y Cuarto grados de la Educación Básica en Honduras, las cuales fueron certificadas por evaluadores externos del Educational Testing Service (ETS).

*La Prueba de Lenguaje*: Para elaborar la prueba de Lenguaje, se analizaron los documentos que permitiesen conocer, lo que se enseñaba en lenguaje, en los cuatro primeros anos del primer Ciclo de Educación General Básica. Los documentos sobre los que se construyo la matriz de objetivos curriculares de la Prueba fueron: i)Programas curriculares de Honduras, ii)Matriz de materias curriculares, elaborada por el Laboratorio en base de la información recopilada a través de cuestionarios que fueron respondidos por el personal técnico de Honduras. Lo anterior dio origen a los instrumentos que fueron sometidos a validación a través de una aplicación piloto.

*La Prueba de Matemática*: Para elaborar la prueba de Matemática, se analizaron los documentos que permitiesen conocer, lo que se enseñaba en Matemática, en los cuatro primeros anos del primer Ciclo de Educación General Básica. Los documentos sobre los que se construyo la matriz de objetivos curriculares de la Prueba fueron:

i) Programas curriculares de Honduras, ii) Matriz de materias curriculares, elaborada por el Laboratorio en base de la información recopilada a través de cuestionarios que fueron respondidos por el personal técnico de Honduras. Lo anterior dio origen a los instrumentos que fueron sometidos a validación a través de una aplicación piloto.

*La escala.* Los resultados de ambas pruebas se midieron en una escala especial (Modelo de Rasch) con una media aritmética de 250 puntos y una desviación estándar de 50 puntos.

*Los Cuestionarios*

*Cuestionario para alumnos:* Con este cuestionario se pretende conocer cómo es el alumno, su familia y su escuela.

*Cuestionario de Madres, Padres o Tutores:* Este cuestionario, pretende obtener información acerca de las madres, los padres, tutores o apoderados de los niños o niñas **que cursan el tercer y cuarto *grado* (año) de *primaria* (educación básica o fundamental)** en estos países. Los datos que aquí se obtienen se relacionan con los aprendizajes logrados por estos alumnos.

*Cuestionario para Maestros*: Este cuestionario pretende obtener información acerca de los maestros, la escuela y los alumnos de **tercer y cuarto *grado* (año) de *primaria* (educación básica o fundamental)** que rindieron las pruebas de lenguaje y matemáticas. Los datos que aquí se obtengan se relacionarán con los resultados de dichas pruebas.

*Cuestionario para Directores:* Este cuestionario pretende obtener información sobre las características de los directores y directoras de la escuela y de los alumnos de **tercer y cuarto *grado* (año) de *primaria* (educación básica o fundamental)** que rindieron las pruebas de lenguaje y matemáticas. Los datos que aquí se obtengan se relacionarán con los resultados de dichas pruebas.

*Cuestionario o ficha de empadronamiento de la escuela:* Con este cuestionario se pretende conocer cómo es la escuela, donde esta ubicada, que área de construcción tiene, que niveles ofrece, etc.

## 1.2.4 Las bases de datos.

Las bases de datos que recogen la información levantada a la población de alumnos, maestros, tutores y directores de centros escolares, se elaboraron en formato plano, para ser procesadas en SPSS. De manera que las preguntas asociadas a las variables y los indicadores que se construyeron se trasladaron a SPSS y se etiquetaron en dicho software, así cada pregunta del cuestionario se corresponde básicamente con una columna y cada alumno con una fila, desde luego cada alumno tenia asociado un código que lo identificaba con su escuela, de manera de poder formar grupos de alumnos (escuelas) para los análisis multinivel. Desde luego que se construyo una base por tipo de informante con una variable de enlace, común a todas las bases: la de alumnos, tutores maestros, directores, y centros escolares.

## 1.3 PREGUNTAS A RESPONDER POR ESTE ESTUDIO

1) ¿Varían las escuelas de Honduras en sus logros medios de lenguaje y matemática, y si lo hacen cual es la magnitud de esa variación?

2) ¿Predicen significativamente el resultado en lenguaje y matemática, la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula?

3) ¿Las escuelas con alto estatus socioeconómico difieren de las de bajo estatus en sus resultados en lenguaje y matemática (controlando por ubicación sociodemográfica y clima)?

4) ¿Las escuelas con alto clima difieren de las de bajo clima en sus resultados en lenguaje y matemática (controlando por ubicación sociodemográfica y estatus socioeconómico)?

5) ¿Cual es la magnitud del aporte al rendimiento en lenguaje y matemática a las pendientes de variables de alumno y tutores, usando la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula como predictores?

6) ¿Después de tomar en cuenta la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula, como se correlacionan el intercepto y las pendientes? (¿Las escuelas con alto rendimiento en lenguaje y matemática tienen un aporte grande por parte del estatus, el clima en el aula ó el grado?).

# CAPÍTULO II: ELECCIÓN DE UN MODELO, EL MODELO JERARQUICO LINEAL

Para responder a las preguntas planteadas en el acápite anterior, se propone utilizar en esta investigación, el mismo componente metodológico que en el Primer Estudio Internacional, más específicamente el referido a los ***"Modelos Jerárquicos Lineales" (HLM)*** , que son una generalización de los modelos de regresión, cuyo ámbito teórico corresponde al de la Estadística Multinivel y en parte también al de la Estadística Bayesiana, ambos campos de poderosas y demostradas aplicaciones, y que en nuestro medio académico y científico apenas empiezan a difundirse.

Dichos modelos, permiten identificar el efecto individual de fuentes de variabilidad que se encuentran anidadas, lo cual significa por ejemplo que: Si se estudia el efecto sobre el rendimiento en matemática de la variable género del alumno[2], pero estos alumnos se encuentran agrupados por secciones[3](es decir conjuntos de alumnos), y el conjunto de secciones en centros escolares, entonces existen tres fuentes posibles de variabilidad (el alumno, la sección, el establecimiento) y no una. Estas posibles fuentes de variabilidad, son llamadas variables de nivel uno, en el caso de los alumnos, de nivel dos, en el caso de las secciones, y de nivel tres en el caso de los centros.

Es así como, el uso de dichos modelos en esta investigación esta orientado a calcular ajustes de la variable rendimiento, en base a variables de Insumo y /o Producto[4], lo cual significa poder incluir en un mismo modelo de regresión variables que corresponden al alumno con variables que corresponden al tutor, al maestro, al director, y al establecimiento, independientemente que estén anidadas o no, lo cual no es posible con los modelos de regresión multivariados clásicos. Dichas propiedades del ***(HLM)*** abren por ejemplo la posibilidad de separar el efecto de variables del contexto económico y social, del de variables del establecimiento, o del maestro, sobre el rendimiento escolar, permitiendo identificar más eficazmente las fuentes de variabilidad del rendimiento de los alumnos lo cual conlleva a tomar decisiones en contexto de mayor equidad. Este proceso incluye cuatro etapas:

---

[2] Se refiere al sexo del alumno; Masculino o femenino.

[3] En nuestro ámbito una sección es entendida como un conjunto de alumnos a cargo de un responsable, que es el maestro.

[4] Los términos; Insumo y Producto corresponden a un modelo de clasificación de variables llamado CIPP que significa Contexto, Insumo, Proceso , Producto. El primero de estos términos agrupa variables del contexto, económico y social, por ejemplo el ingreso familiar. El segundo de recursos o ingredientes de un proceso en ejecución, por ejemplo; presencia de materiales educativos en la escuela. El tercero del proceso mismo, por ejemplo procesos pedagógicos, gestión del director, etc. El cuarto con la variable dependiente en estudio, por ejemplo el rendimiento en lenguaje y matemática.

1) Determinar la distribución de la varianza del rendimiento en sus componentes (alumno y centro escolar y contexto). Es decir saber cual es la medida de la variabilidad total del rendimiento en lenguaje y matemáticas, esto se hace a partir de un modelo de la Estadística Multinivel llamado "Modelo Nulo" equivalente al ANOVA (One Way) de la Estadística Clásica. Si la medida de variabilidad explicada por el centro y el maestro no es muy grande, entonces la fuente de variabilidad principal es el contexto cuyas variables no son controlables por quienes toman decisiones en educación y en consecuencia no se pasaría a la siguiente etapa.

2) Identificar variables independientes que puedan estar asociadas a la variación del rendimiento (Fase de exploración). En esta fase, una vez que en la primera etapa se concluye que hay suficiente variabilidad a explicar fuera de las variables de contexto, entonces cobra sentido la búsqueda de variables que mejor explican la variabilidad del rendimiento, es decir se aplica la misma lógica de la regresión clásica, pero utilizando regresión multinivel.

3) Evaluar los resultados para la conformación del modelo de ajuste final. En esta fase se elaboran juicios a partir del análisis de los resultados de la aplicación de los modelos, de manera de ver si es posible con dichos resultados dar respuesta a las preguntas del estudio.

4) Elaborar las conclusiones o respuestas a las preguntas del estudio.

Cabe agregar que para la ejecución de las etapas 1 y 2 mencionadas anteriores, se usó software especializado, tal como el (HLM versión 5.03), y el LISREL (versión 8.5). El uso de esta tecnología permite, no solo hacer manejables algoritmos bayesianos, sino también hacer una exploración más minuciosa y eficiente de los modelos a buscar. También se consideró incluir ejemplos con modelos de nivel 2 y 3, con el objetivo de difundir de manera amigable el poder práctico y diverso de esta herramienta estadística.
El caso simple de los modelos jerárquicó lineales es, donde solamente el intercepto asumimos como aleatorio. En el caso más general, las pendientes también pueden ser aleatorias. Para un estudio de alumnos dentro de escuelas, por ejemplo, el efecto de la inteligencia de los niños o del estatus socioeconómico sobre el rendimiento escolar podría diferir entre escuelas. Este capítulo presenta el modelo jerárquico lineal general, que permite que varíen aleatoriamente tanto intercepto como pendientes, mayor atención es puesta en el caso de estructuras anidadas de dos niveles y las unidades de nivel uno son llamadas solamente por conveniencia "individuos", mientras que las unidades de nivel 2 serán llamadas "grupos".

## 2.1 Pendientes aleatorias

En un modelo de intercepto aleatorio, los grupos difieren con respecto al valor promedio de la variable dependiente: El único efecto aleatorio de grupo es el intercepto aleatorio. Pero la relación entre variables explicadas y variables independientes puede diferir entre grupos en diferentes maneras. Por ejemplo en el campo educativo (estructuras anidadas: alumnos dentro de salones de clase), es posible que el efecto de el estatus socioeconómico de los alumnos en los resultados escolares sea mas fuerte en algunos

salones que en otros. Como un ejemplo en el desarrollo psicológico (medidas repetidas dentro de sujetos individuales), es posible que algunos sujetos progresen mas rápido que otros. En el análisis de covarianza, este fenómeno se conoce como heterogeneidad de la regresión entre grupos, o como interacción de covarianza por grupos. En los modelos jerárquicos lineales, es conocido como pendientes aleatorias.
A continuación se analiza un modelo con regresión de $Y$ especifica de grupo en una variable de un nivel $X$ únicamente, pero sin el efecto de $Z$ ,

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{ij} + R_{ij} \tag{2.1}$$

Los interceptos $\beta_{0j}$ como los coeficientes de regresión, o pendientes, $\beta_{1j}$ son grupo-dependientes. Estos coeficientes grupo –dependientes pueden dividirse en coeficiente promedio y desviación grupo-dependiente:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + U_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + U_{1j} \tag{2.2}$$

Substituyendo (2.2) en (2.1) llegamos al modelo

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} + U_{0j} + U_{1j}x_{ij} + R_{ij} \tag{2.3}$$

Se asume aquí que los residuales de nivel dos $U_{0j}$ y $U_{1j}$ así como también el residual de nivel uno $R_{ij}$ tienen media 0, dados los valores de la variable explicativa $X$ .

En consecuencia $\gamma_{10}$ es un promedio de coeficientes de regresión justo como $\gamma_{00}$ es un promedio de interceptos. La primera parte de (2.3), $\gamma_{00} + \gamma_{10} x_{ij}$ es llamada la *parte fija* del modelo. La segunda parte $U_{0j} + U_{1j}x_{ij} + R_{ij}$ es llamada la *parte aleatoria*.

El término $U_{1j}x_{ij}$ puede mirarse como una interacción aleatoria entre grupo y $x$ . Este modelo implica que los grupos son caracterizados por dos efectos aleatorios: Su intercepto y su pendiente. Diremos que $x$ tiene una pendiente aleatoria, o un efecto aleatorio, o un coeficiente aleatorio. Estos dos grupos de efectos normalmente no son independientes, pero correlacionados. Se asume que para diferentes grupos, la pareja de efectos aleatorios $(U_{0j}, U_{1j})$ son independientes e idénticamente distribuidos, que son independientes de los residuales de nivel uno $R_{ij}$ , y que todos los $R_{ij}$ , son independientes e idénticamente distribuidos. La varianza de los residuales de nivel uno es otra vez denotada por $\sigma^2$; la varianza y covarianza de los residuales de nivel dos $(U_{0j}, U_{1j})$ es denotada como sigue:

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}\left(U_{0j}\right) &= \tau_{00} = \tau_0^2 ; \\ \mathrm{Var}\left(U_{1j}\right) &= \tau_{11} = \tau_1^2 ; \\ \mathrm{Cov}\left(U_{0j}, U_{1j}\right) &= \tau_{01} . \end{aligned} \tag{2.4}$$

### 2.1.1 Heterocedasticidad

El modelo (2.3) implica no solamente que los individuos dentro del grupo mismo estén correlacionados a los valores de $Y$ (recordemos el coeficiente de correlación intraclase residual), pero esta correlación así como la variancia de $Y$ son dependientes del valor de $X$. En un ejemplo, esto puede comprenderse como sigue. Supongamos que, en un estudio del efecto del estatus socioeconómico $SES$ sobre el rendimiento escolar $(Y)$, tenemos escuelas las cuales no difieren en su efecto en los niños de alto estatus socioeconómico, pero difieren en el efecto del $SES$ sobre $Y$ (por ejemplo, debido a efectos de las expectativas del maestro). Entonces para niños de un alto $SES$ no es importante a cual escuela ellos vayan, pero para niños de un $SES$ bajo si lo es. Las escuelas entonces agregan un componente de variancia para las escuelas de niños con un bajo $SES$, pero no para las de un alto $SES$ : en consecuencia, la variancia de $Y$, (para un niño aleatorio en una escuela aleatoria) es mayor para los primeros que para los últimos niños. Frecuentemente, la correlación dentro de las escuelas para niños de $SES$ alto es nula, mientras que para niños de $SES$ bajo será positiva.

Este ejemplo muestra que el modelo (2.3) implica que la variancia de $Y$ dado un valor particular $x$ de la variable $X$, depende de $x$. Esto es llamado heterocedasticidad en la literatura estadística. Una expresión para la variancia de (2.3) es obtenida como la suma de las variancias de las variables aleatorias involucradas más un termino que depende de la covariancia entre $U_{0j}$ y $U_{1j}$ (las otras variables aleatorias están incorreladas).

Usando (2.3) y (2.4) el resultado es

$$\mathrm{Var}\left(y_{ij} \middle| x_{ij}\right) = \tau_0^2 + 2\tau_{01} x_{ij} + \tau_1^2 x_{ij}^2 + \sigma^2 , \tag{2.5}$$

Y, para dos diferentes individuos (i e $i'$) con (i diferente de $i'$) en el mismo grupo,

$$\mathrm{Cov}\left(y_{ij}, y_{i'j} \middle| x_{ij}, x_{i'j}\right) = \tau_0^2 + \tau_{01}\left(x_{ij} + x_{i'j}\right) + \tau_1^2 x_{ij} x_{i'j} . \tag{2.6}$$

La fórmula (2.5) implica que la variancia residual de $Y$ es mínima para $x_{ij} = -\tau_{01}/\tau_{11}$. (Esto es deducido por diferenciación con respecto a $x_{ij}$) Cuando este valor esta dentro del rango de posibles valores de $X$ la variancia residual primero decrece y luego crece otra vez ; si este valor es pequeño para todos los valores de $X$

entonces la variancia residual es una función creciente de $x$ ; si este es grande para todos los valores de $X$ , entonces la variancia residual es decreciente.

### 2.1.2 No obligue a $\tau_{01}$ a ser 0!

Toda la discusión precedente implica que los efectos de grupo dependen de los valores de $X$ : de acuerdo a (2.3), este efecto esta dado por $U_{0j} + U_{1j}x$ . Esto esta ilustrado por la figura 2.1. Dado un gráfico hipotético de la regresión del rendimiento escolar ( $Y$ ) por la inteligencia ( $X$ ).

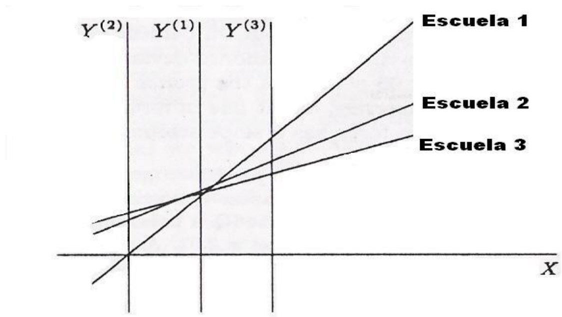


**Figura 2.1 Diferentes ejes verticales**

Es claro que las pendientes son diferentes entre las tres escuelas. Mirando el eje $Y^{(1)}$ , ahí casi no hay diferencias entre los interceptos de las escuelas. Pero si agregamos un valor de 10 a cada puntaje $x$ de inteligencia, entonces el $Y$ desplazado a la izquierda por 10 unidades, siendo este ahora el eje $Y^{(2)}$ . Así la escuela 3 es la mejor, y la escuela 1 la peor: hay fuertes diferencias entre los interceptos. Si hubiéramos substraído 10 de los $x$ puntos, obtendríamos el eje $Y^{(3)}$ con diferencias entre los interceptos pero ahora de manera invertida. Esto implica que la variancia de los interceptos $\tau_{00}$ , y también la covariancia pendiente –intercepto $\tau_{01}$ , dependen del origen (valor 0) para la variable $X$ . De esto podemos decir dos cosas:

(1) El origen de la mayoría de las variables en las ciencias sociales es arbitrario, en los modelos de pendiente aleatoria la covariancia pendiente –intercepto debería ser libre de la estimación de parámetros de los datos y no restringirlo a priori al valor “0” (Ejemplo; dejándolo fuera del modelo).

(2) En los modelos de pendiente aleatoria deberemos ser cuidadosos con la interpretación de la variancia de los interceptos y la covariancia pendiente –intercepto, puesto que los interceptos se refieren a un individuo con $x = 0$. Para la interpretación de estos parámetros es útil cuando la escala para $X$ esta definida de manera que $x = 0$ tiene un significado bien interpretable, preferiblemente como una situación de referencia. Por ejemplo, en mediciones repetidas cuando $X$ se refiere al tiempo, o número de medición, puede ser conveniente dejar que $x = 0$ corresponda al inicio o al final de las mediciones. En estructuras anidadas de individuos dentro de grupos, es a menudo conveniente permitir que $x = 0$

corresponda al promedio global de la población o la muestra, por ejemplo si $X$ es el $IQ$ en la escala convencional con media 100, se aconseja restarle 100 para obtener una población con media de 0.

### 2.1.3 Interpretación de las variancias de pendientes aleatorias

Para la interpretación de las variancias de pendientes aleatorias, $\tau_1^2$ es ilustrativo tomar también en cuenta el promedio de las pendientes, $\tau_{10}$ en consideración. El modelo (2.3) implica que el coeficiente de regresión, o pendiente, para el grupo *j* es $\tau_{10} + U_{1j}$. Esta es una variable aleatoria normalmente distribuida con media $\tau_{10}$ y desviación estándar $\tau_1 = \sqrt{\tau_1^2}$. Por lo tanto el 95 % de la probabilidad de una distribución normal está dentro de dos desviaciones estándar de la media, se sigue que aproximadamente 95% de los grupos tienen pendientes entre $\tau_{10}$ -2 $\tau_1$ y $\tau_{10}$ +2 $\tau_1$
Recíprocamente, aproximadamente uno en cuarenta grupos tiene una pendiente menor que $\tau_{10}$ -2 $\tau_1$ y una en cuarenta tiene una pendiente mayor que $\tau_{10}$ +2 $\tau_1$.

*Ejemplo 2.1 Una pendiente aleatoria para el* $IQ$
Iniciaremos los ejemplos, donde el efecto del $IQ$ de un puntaje de una prueba de lenguaje fue estudiado. El $\overline{IQ}$ esta aquí en una escala con media 0 y con desviación estándar de 2.07. Una pendiente aleatoria es agregada al modelo, por ejemplo de esto se sigue que el efecto del $IQ$ difiere entre clases. El modelo es una extensión del modelo (2.3): un efecto fijo para el promedio de la clase por el $IQ$ es adicionado. El modelo se lee

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10} x_{ij} + \gamma_{01} x_{ij} + U_{0j} + U_{1j} x_{ij} + R_{ij}$$

El resultado puede leerse de la tabla 2.1. Observese que el encabezado “Efectos aleatorios de nivel 2” se refiere al intercepto aleatorio y a la pendiente aleatoria las cuales están asociadas a efectos aleatorios de unidades de nivel 2 (las clases), pero que la variable aleatoria que tiene una pendiente aleatoria, $IQ$, es en si misma una variable de nivel uno.
La figura 2.2 presenta una muestra de 15 líneas de regresión, seleccionadas aleatoriamente de acuerdo al modelo de la tabla 2.1. (Los valores del grupo de medias $IQ$ se escogieron aleatoriamente de una distribución normal con media -0.127 y desviación estándar 1.005, que son la media y la desviación estándar del grupo de medias de $IQ$ en este conjunto de datos). Esta figura así muestra la población de líneas de regresión que caracteriza, de acuerdo a este modelo, la población de escuelas.

Tabla 2.1 Estimaciones para el modelo de pendientes aleatorias

| Efectos Fijos | Coeficientes | S.E |
|---|---|---|
| $\gamma_{00}$ = Intercepto | 40.75 | 0.29 |
| $\gamma_{10}$ = Coeficiente de $IQ$ | 2.459 | 0.083 |
| $\gamma_{01}$ = Coeficiente de $\overline{IQ}$ (grupo de medias) | 1.405 | 0.322 |

| Efectos Aleatorios | Componentes de variancia | S.E. |
|---|---|---|
| Efectos Aleatorios de nivel 2 | | |
| $\tau_0^2$ = Var$\left(U_{0j}\right)$ | 7.92 | 1.32 |
| $\tau_1^2$ = Var$\left(U_{1j}\right)$ | 0.200 | 0.098 |
| $\tau_{10}$ = Cov$\left(U_{0j}, U_{1j}\right)$ | -0.820 | 0.267 |
| Variancia de nivel uno: | | |
| $\sigma^2$ = Var$\left(R_{ij}\right)$ | 41.35 | 1.29 |
| Deviance | 15213.5 | |

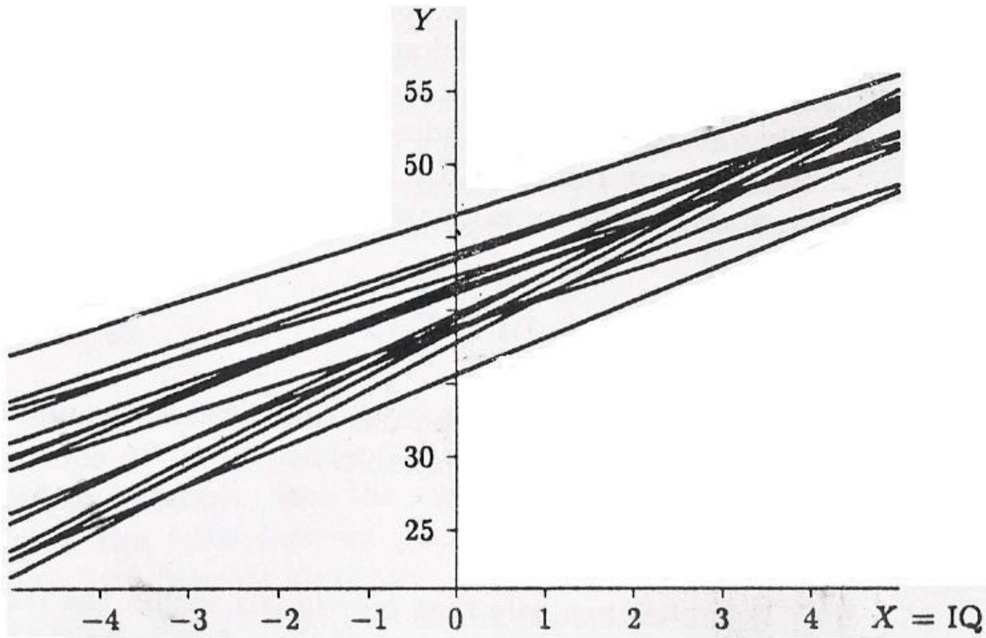


**Figura 2.2 Quince lineas de regresión de acuerdo al modelo de la tabla 2.1 (Con pendientes e interceptos seleccionados aleatoriamente).**

¿Debería el valor de 0.2 para la variancia de la pendiente aleatoria ser considerado como alto? La desviación estándar de la pendiente $\sqrt{0.2} = 0.45$, y la pendiente promedio es $\gamma_{10}$ = 2.46. Los valores de las pendiente promedio más o menos dos desviaciones estándar van de 1.56 a 3.36. Esto implica que el efecto del $IQ$ es claramente positivo en todas las clases, pero altos efectos del $IQ$ son más de dos veces mas grandes que los efectos bajos. Esto podría de hecho considerarse como una diferencia importante. (Tal como se indica arriba "alto" y "bajo" son entendidos aquí como aquellos valores que ocurren en clases con, respectivamente, el tope de 2.5 %, y un fondo del 2.5%, del efecto dependiente de la clase).

### 2.1.4 Interpretación de la covariancia pendiente intercepto

La correlación entre la pendiente aleatoria y el intercepto aleatorio es $-0.82\sqrt{7.92*0.2}$ = $-0.65$. Todas las variables están centradas (por ejemplo tienen media cero), así que el intercepto corresponde al puntaje del test de lenguaje de un alumno con una inteligencia promedio en una clase con una inteligencia media promedio. La correlación negativa entre pendiente e intercepto significa que en las clases con un desempeño alto para un alumno de inteligencia promedio el efecto de la inteligencia al interior de la clase es bajo. Así, el desempeño promedio alto tiende a alcanzarse mas por altos puntajes de lenguaje de niños menos inteligentes que por puntajes altos de niños mas inteligentes.
En un modelo de pendiente aleatoria, la coherencia dentro del grupo no puede ser simplemente expresada por el coeficiente de correlación intraclase o su versión residual. La razón es que, en términos del presente ejemplo, la correlación entre alumnos en la misma clase depende de su inteligencia. Así la magnitud por la cual un salón de clase dado debería ser llamado "bueno" varia a través de los alumnos.
Para investigar como la contribución de las clases al desempeño de los alumnos depende del $IQ$ consideremos la ecuación implicada por la estimación de parámetros:

$$Y_{ij} = 40.75 + 2.459 IQ + 1.405 \overline{IQ} + U_{0j} + U_{1j} IQ_{ij} + R_{ij}$$

En este ejemplo la desviación estándar del puntaje del $IQ$ es próximo a 2, y el promedio es 0. Por lo tanto los alumnos con una inteligencia entre la base y el tope de las unidades porcentuales tienen $IQ$ que van desde -4 hasta 4. Substituyendo estos valores extremos en la contribución de los efectos aleatorios da $U_{0j} + 4U_{1j}$.
Se sigue de las ecuaciones (2 .5) y (2.6) que para alumnos con $IQ$ = 4 o -4, tenemos

Var ($Y_{ij} \mid IQ_{ij}$ = -4) =7.92 +2(-0.820)(-4)+ $(-4)^2$ (0.200)+41.35 = 59.03,

cov($Y_{ij}$ , $Y_{i'j} \mid IQ_{ij}$ ) = -4, $IQ_{i'j}$ = 4) =7.92-16(0.20) = 4.72,

Var($Y_{ij} \mid IQ_{ij}$ = 4) = 7.92 -8(0.820)+(16)(0.200)+41.35 = 45.91,

y por consiguiente

$\rho$ ($Y_{ij}$ , $Y_{i'j} \mid IQ_{ij}$ = -4, $IQ_{i'j}$ = 4) = $4.72/\sqrt{59.03*45.91} = 0.09$.

Por lo tanto, los puntajes de lenguaje de los más inteligentes y el de los alumnos menos inteligentes en la misma clase están positivamente correlacionados sobre la población de clases: clases que tienen relativamente buenos resultados para los menos hábiles sirven también para tener relativamente buenos resultados para los estudiantes más hábiles.
Esta correlación positiva corresponde a los resultados de el valor del valor del $IQ$ para los cuales la variancia es mínima dada por (2.5) y esta fuera del rango de -4 a 4. De acuerdo a lo estimado en la Tabla 2.1, esta variancia es

Var ($Y_{ij} \mid IQ_{ij} = x$) = $7.92 - 1.64x + 0.2x^2 + \sigma^2$

Igualando a 0 la derivada de esta función de $x$ se obtiene la variancia que es mínima para $x = 1.64/0.4 = 4.1$, justamente fuera del rango de $IQ$ de $-4a4$. Esto nuevamente implica que las clases sirven principalmente para llevar a cabo cualquiera de los extremos altos o bajos, sobre el rango entero del $IQ$. Esto es ilustrado en la figura 2.2 (la cual sin embargo contiene líneas de regresión que atraviesan a otras dentro del rango del $IQ$) .

## 2.2 Explicación de intercepto y pendientes aleatorias

El análisis de regresión apunta a explicar la variabilidad de la variable respuesta (eje. La variable dependiente). Explicación es entendida aquí de una manera bastante limitada, como la habilidad para predecir el valor de la variable dependiente del conocimiento de los valores de las variables explicativas. La variabilidad no explicada en un análisis de regresión múltiple de nivel uno es justamente la variancia del termino residual.
La variabilidad en datos multinivel, sin embargo, tiene uná estructura más complicada. Esto se relaciona con el hecho, mencionado en el capítulo precedente, las variadas poblaciones involucradas en el modelaje multinivel: Una población para cada nivel. La variabilidad explicada puede ser lograda por la variabilidad explicada entre individuos pero también entre grupos; Si hay pendientes aleatorias así como también interceptos aleatorios, a causa de grupo de nivel uno podría tratar de explicarse la variabilidad de las pendientes como de los interceptos.
En el modelo definido del (2.1) al (2.3) alguna variabilidad en $Y$ es explicada por la regresión por $X$, por ejemplo por el termino $\gamma_{10}\, x_{ij}$ ; los coeficientes aleatorios $U_{0j}$ ,$U_{1j}$ , y $R_{ij}$ expresan cada uno partes diferentes de la variabilidad no explicada. Cada uno de estos tres puede ser punto de ataque. En primer lugar, uno puede tratar de encontrar explicación en la población de individuos (en el nivel uno). La parte de la variancia residual que es expresada por $\sigma^2 = \mathrm{var}(R_{ij})$ puede ser disminuida por la inclusión de otras variables de nivel uno. Por lo tanto la composición de los grupos con respecto a las variables de nivel uno puede diferir de grupo a grupo, la inclusión de cada variable podría también disminuir la variancia residual a nivel de grupo. Una segunda posibilidad es tratar de encontrar explicación en la población de grupos (en el nivel 2). Si se desea reducir la variabilidad no explicada asociada con $U_{0j}$ , y $U_{1j}$ podemos también decir que deseamos desplegar la ecuación (2 .2) para predecir los coeficientes de regresión grupo dependientes $\beta_{0j}$ y $\beta_{1j}$ de variables de nivel dos $Z$ .
Suponiendo por el momento que tenemos una de tales variables, esto lleva a formular la regresión para $\beta_{0j}$ y $\beta_{1j}$ en la variable $Z$,

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} Z_J + U_{0j} \tag{2.7}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11} Z_J + U_{1j} \tag{2.8}$$

En palabras, los $\beta s$ son tratados como variables dependientes en modelos de regresión por la población de grupos; sin embargo, éstas son “regresiones latentes”, porque los $\beta s$ no pueden ser observados sin error. La ecuación (2.7) es llamada como el modelo intercepto como respuesta y (2.8) es llamado modelo de pendientes como respuesta.[5]

[5] En el orden de la literatura, estas ecuaciones son aplicadas a la estimación de coeficientes de regresión de agrupamientos en lugar de coeficientes latentes. La estimación estadística se lleva a cavo en dos pasos:

### 2.2.1 Efectos de la interacción entre niveles

Este capítulo inicia con el modelo básico (2.1), que se lee

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{ij} + R_{ij}$$

Substituyendo (2.7) Y (2.8) en esta ecuación lleva al modelo

$$Y_{ij} = (\gamma_{00} + \gamma_{01}z_j + U_{0j}) + (\gamma_{10} + \gamma_{11}z_j + U_{1j})x_{ij} + R_{ij}$$

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}z_j + \gamma_{10}x_{ij} + \gamma_{11}z_j x_{ij} + U_{0j} + U_{1j}x_{ij} + R_{ij} \qquad (2.9)$$

La última expresión fue rearreglada, de manera que los primeros provienen de la parte fija el resto de la parte aleatoria. Comparando este con el modelo (2.3) se muestra que la explicación de los interceptos y pendientes aleatorias lleva a diferentes partes fijas del modelo, pero no cambia la formula para la parte aleatoria, con residuo $U_{0j} + U_{1j}x_{ij} + R_{ij}$. Sin embargo se espera que las variancias residuales de las pendientes e interceptos aleatorios $\tau_0^2$ y $\tau_1^2$ sean menores que sus contrapartes en el modelo (2.3) porque parte de la variabilidad del intercepto y las pendientes es ahora explicado por $Z$. Esto no es necesariamente así para los valores estimados de esos parámetros.

En la ecuación (2.9) veremos que la explicación de el intercepto $\beta_{0j}$ por una variable $Z$ de nivel 2 lleve al efecto principal de $Z$, mientras la explicación del coeficiente $\beta_{1j}$ de $X$ por una variable $Z$ lleva al efecto interacción producto de $X$ y $Z$. Semejante interacción entre variables de nivel uno y del nivel 2 es llamada *interacción de cruce de niveles.*

Para la definición de la interacción de variables tales como el producto $z_j x_{ij}$ en (2.9), esto es aconsejable para usar variables componentes $Z$ y $X$ para el cual el valor de $Z = 0$ y $X = 0$ respectivamente tienen algún significado interpretable. Por ejemplo, las variables $Z$ y $X$ pueden estar centradas alrededor de sus medias, así que $Z = 0$ significa que $X$ es un valor promedio, y análogamente para $X$.

Otra posibilidad es que el valor cero corresponda a algún buen valor de referencia. La razón es que, en la presencia del termino de interacción $\gamma_{11}z_j x_{ij}$ el coeficiente de efecto principal $\gamma_{10}$ de $X$ es interpretado como el efecto de $X$ para casos donde

---

estimación por mínimos cuadrados ordinarios (OLS) dentro de cada grupo, con la estimación de los coeficientes como respuesta. Esto es estadísticamente ineficiente y no hace diferencia la variabilidad de los "puntajes verdaderos" de los coeficientes latentes de la variabilidad muestral de las estimaciones de los coeficientes de regresión para agrupamientos. Nosotros no trataremos el método de los dos pasos aquí.

$Z=0$, mientras que el efecto principal del coeficiente $\gamma_{01}$ de $Z$ es interpretado como $X = 0$.

*Ejemplo 2.2 Interacción de cruce de niveles entre* $IQ$ *y el tamaño del grupo.*
El tamaño del grupo de las clases escolares produce una explicación parcial de las pendientes clase-dependientes. El rango del tamaño va de 5 a 37, con una media de 23.1. La variable escolar $Z_2$ El rango esta definida como el grupo tamaño menos 23.1.

(El nombre $Z_i$ es acostumbrado usarlo implícitamente por $\overline{IQ}$, el grupo de medias de $IQ$). Cuando es agregada al modelo del ejemplo 2.1, se obtiene la estimación de sus parámetros en la tabla 5.2.
El valor del rango de $Z_2$ va de –18 a 14. EL coeficiente de regresión clase –dependiente de $IQ$, es $\gamma_{00}+\gamma_{12}z_j+U_{1j}$ estimado como $2.443-0.022z_j+U_{1j}$.
Para un rango de $Z_j$ entre –18 y 14, la parte fija de esta expresión de rango (en orden inverso) esta entre 2.1 y 2.8. Esto implica diferencias moderadas en el efecto de la inteligencia sobre el puntaje de lenguaje entre clases pequeñas y grandes, tamaños de grupos pequeños están asociados con efectos grandes de la inteligencia en grupos de lenguaje.

Las interacciones de niveles cruzados pueden ser consideradas a la base de dos diferentes tipos de argumentos. La presentación de arriba esta en línea con un argumento inductivo: si los investigadores encuentran una variancia de la pendiente aleatoria que sea significativa, ella podría conducir a pensar variables de nivel 2 podrían explicar la pendiente aleatoria. Una alternativa de acercamiento se basa en la interacción de niveles cruzados con argumentos (teóricos) formulados antes de mirar los datos.

Tabla 2. 2 Estimaciones para el modelo de pendientes aleatorias e interacción de niveles cruzados.

| Efectos Fijos | Coeficientes | S.E |
|---|---|---|
| $\gamma_{00}$ = Intercepto | 40.595 | 0.29 |
| $\gamma_{10}$ = Coeficiente de $IQ$ | 2.443 | 0.082 |
| $\gamma_{01}$ = Coeficiente de $\overline{IQ}$ (grupo de medias) | 1. 246 | 0.326 |
| $\gamma_{02}$ = Coeficiente de $Z_2$ | 0.057 | 0.037 |
| $\gamma_{12}$ = Coeficiente de $Z_2$ X $IQ$ | -0.022 | 0.011 |

| Efectos Aleatorios | Componentes de variancia | S.E. |
|---|---|---|
| Efectos Aleatorios de nivel 2 | | |
| $\tau_0^2$ = Var$\left(U_{0j}\right)$ | 7.67 | 1.29 |
| $\tau_1^2$ = Var$\left(U_{1j}\right)$ | 0.178 | 0.095 |
| $\tau_{01}$ = Cov$\left(U_{0j}, U_{1j}\right)$ | -0.769 | 0.260 |
| variancia de nivel uno: | | |
| $\sigma^2$ = Var$\left(R_{ij}\right)$ | 41.36 | 1.29 |
| Deviance | 15208.4 | |

El investigador es entonces conducido a estimar y probar el efecto de la interacción del cruce de niveles, independientemente de si la variancia de la pendiente aleatoria fue encontrada. Si el efecto de la correlación cruzada existe, el poder de la prueba estadística del efecto fijo es considerablemente superior al poder de la prueba para la correspondiente pendiente aleatoria (asumiendo que el mismo modelo sirve como hipótesis nula). Por lo tanto no es contradictorio observar una interacción entre niveles cruzados específica aun si la pendiente aleatoria encontrada no fuese significativa.

## 2.2.2 Más variables

Los modelos precedentes pueden ser extendidos por inclusión de más variables que tienen efectos aleatorios, y más variables explicando esos efectos. Supongamos que hay $p$ variables explicativas de nivel uno $X_1 .......X_p$, y $q$ variables explicativas de nivel 2, $Z_1 .......Z_q$ . Entonces, si el investigador no esta asustado porque el modelo tiene demasiados parámetros, el puede considerar el modelo donde todas las variables tengan pendientes aleatorias, y donde el intercepto aleatorio y también todas las pendientes son explicadas por todas las $Z$ variables. Al interior del nivel de grupo, para los individuos, el modelo es un modelo de regresión con $p$ variables,

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{ij} x_{ij} + ........\beta_{pj} x_{pij} + R_{ij} \tag{2.10}$$

La explicación de los coeficientes de regresión interior $\beta_{0j}$ a $\beta_{pj}$ esta basada en el modelo entre grupos, el cual es un modelo de regresión con $q$ variables para el coeficiente grupo-dependiente $\beta_{hj}$,

$$\beta_{hj} = \gamma_{h0} + \gamma_{h1} z_{1j} + ....\gamma_{hq} z_{qj} + U_{hj} \tag{2.11}$$

Substituyendo (2.11) en (2.10) y reordenando los términos entonces producimos el modelo

$$\begin{aligned} Y_{ij} &= \gamma_{00} + \sum_{h=1}^{p} \gamma_{h0} x_{hij} + .\sum_{k=1}^{q} \gamma_{0k} z_{kj} + \sum_{k=1}^{q} \sum_{h=1}^{p} \gamma_{hk} z_{kj} x_{hij} \\ &+ U_{0j} + \sum_{h=1}^{p} U_{hj} x_{hij} + R_{ij} \end{aligned} \tag{2.12}$$

Esto muestra que obtenemos efectos principales de $X$ y $Z$ variables así como también todas las interacciones producto cruce de nivel. Los grupos están ahora caracterizados por $p + 1$ coeficientes aleatorios $U_{0j}$ a $U_{pj}$ .
Estos coeficientes aleatorios son independientes entre grupos, pero pueden estar correlacionados dentro de los grupos. Se asume que el vector $(U_{0j},.........,U_{pj})$ es independiente de los residuos de nivel uno $R_{ij}$ y todos estos residuales provienen de poblaciones con media 0, dado un valor de las variables explicativas. Se asume que los residuales de nivel uno $R_{ij}$ tienen una distribución normal con variancia constante $\sigma^2$ y que $(U_{0j},.........,U_{pj})$ tiene una distribución normal multivariada con una matriz de covariancia constante. Análogamente a (2.4), la variancia y covariancia de los efectos aleatorios de nivel dos están denotados por

$$\mathrm{Var}\left(U_{hj}\right) = \tau_{hh} = \tau_h^2 \qquad (h=1,.....p);$$
$$\mathrm{Cov}\left(U_{hj}, U_{kj}\right) = \tau_{hk} \qquad (h, k=1,....,p). \qquad (2.13)$$

*<u>Ejemplo 2.3 Un modelo con muchos efectos fijos.</u>*
Para este ejemplo debe ser observado que hay una distinción entre clase y grupo. La clase es el conjunto de alumnos quienes son enseñados por el mismo profesor en el mismo salón de clase. El grupo es el subconjunto de esos alumnos en la clase quienes están en 8 grado. Algunas clases son combinación de alumnos de 7 y 8 grados. Solamente los alumnos del grado 8 son parte de este conjunto de datos. Por consiguiente una $COMB$ esta definida para indicar si una clase es clase multigrado ($COMB$ = 1; 53 clases), o esta completamente compuesta por alumnos de 8 grado ($COMB$ = 0; 78 clases).

El modelo para los puntajes de la prueba de lenguaje en este ejemplo incluye efectos principales e interacción cruzada entre niveles entre las siguientes variables.

Nivel de estudiantes

- $IQ$ (como el usado en el ejemplo precedente)
- $SES$ estatus socio económico de las familias de los alumnos (una variable numérica con media 0 y desviación estándar 10.9).

Nivel de clase

- $\overline{IQ}$ = (Promedio del $IQ$ en el grupo)
- $GS$ = Tamaño del grupo
- $COMB =$ Indicador de clases multigrado.

(El promedio de la clase de $SES$ no esta incluido en este ejemplo, porque otros análisis muestran que esta variable no ha tenido efectos significativos; en otras palabras, no hay diferencias significativas ni al interior de los grupos ni entre los grupos ajustados por el $SES$.)
La covariancia de las pendientes aleatorias de $IQ$ y $SES$ no esta incluida en la tabla porque la inclusión de esta covariancia lleva a errores de convergencia en el algoritmo de estimación. Podemos asumir que esta covariancia no es diferente de 0 en una medida importante.

La estimación del modelo (2.12) (con $p$ = 2, $q$ = 3) lleva a los resultados presentados en la tabla 2.3. Una discusión de esta tabla es referida al siguiente ejemplo.

Tabla 2.3 Estimaciones para el modelo de pendientes aleatorias y muchos efectos fijos.

| Efectos Fijos | Coeficientes | S.E |
|---|---|---|
| $\gamma_{00}$ = Intercepto | 41.51 | 0.37 |
| $\gamma_{10}$ = Coeficiente de $IQ$ | 2.125 | 0.102 |
| $\gamma_{20}$ = Coeficiente de $SES$ | 0.154 | 0.020 |
| $\gamma_{01}$ = Coeficiente de $\overline{IQ}$ | 0.833 | 0.325 |
| $\gamma_{02}$ = Coeficiente de $GS$ | -0.057 | 0.050 |
| $\gamma_{03}$ = Coeficiente de $COMB$ | -1.936 | 0.798 |
| $\gamma_{11}$ = Coeficiente de $IQ$ X $\overline{IQ}$ | -0.049 | 0.082 |
| $\gamma_{12}$ = Coeficiente de $IQ$ X $GS$ | 0.001 | 0.015 |
| $\gamma_{13}$ = Coeficiente de $IQ$ X $COMB$ | -0.374 | 0.243 |
| $\gamma_{21}$ = Coeficiente de $SES$ X $\overline{IQ}$ | -0.020 | 0.019 |
| $\gamma_{22}$ = Coeficiente de $SES$ X $GS$ | -0.001 | 0.003 |
| $\gamma_{23}$ = Coeficiente de $SES$ X $COMB$ | -0.017 | 0.046 |
| **Efectos Aleatorios** | **Componentes de variancia** | **S.E.** |
| Efectos Aleatorios de nivel 2 | | |
| $\tau_0^2$ = Var$(U_{0j})$ | 7.46 | 1.29 |
| $\tau_1^2$ = Var$(U_{1j})$ | 0.110 | 0.081 |
| $\tau_{01}$ = Cov$(U_{0j}, U_{1j})$ | -0.636 | 0.235 |
| $\tau_2^2$ = Var$(U_{2j})$ | 0.0 | 0.0 |
| $\tau_{02}$ = Cov$(U_{0j}, U_{2j})$ | 0.0 | 0.0 |
| Variancia de nivel uno: | | |
| $\sigma^2$ = Var$(R_{ij})$ | 39.37 | 1.23 |
| Deviance | 15089.1 | |

A menos que $p$ y $q$ sean absolutamente pequeños, el modelo (2.12) exige un número de parámetros estadísticos que usualmente son muchos para ser manejados cómodamente. En consecuencia dos simplificaciones son frecuentemente usadas.

**(1)** No todas las $X$ variables están consideradas para tener pendientes aleatorias. Note que la explicación de las variables pendiente por $Z$ variables puede llevar a algunos coeficientes residuales aleatorios que no son significativamente diferentes de 0, (probando los $\gamma$ parámetros) o que igualmente estos se estimen como 0.

**(2)** Dado que para los coeficientes $\beta_{hj}$ ciertas variables $X_h$ son cambiantes a través de grupos, no es necesario usar todas las variables $Z_K$ para explicar esta variabilidad. El número de interacciones de cruces de nivel puede ser restringido para explicar cada $\beta_{hj}$ por solamente un bien escogido subconjunto de $Z_K$.

Que variables para pendientes aleatorias dadas, y que interacciones de cruces de nivel se usen, dependerá del tema como también de consideraciones empíricas.

*Ejemplo 2.4 Un modelo parsimonioso en el caso de muchas variables.*

En la tabla 2.3, la variancia de la pendiente aleatoria del $SES$ esta estimada por 0(esto felizmente es ocasional). Por lo tanto, esta pendiente aleatoria es excluida del modelo.

Tabla 2.4 Estimaciones para un modelo mas parsimonioso con pendientes aleatorias y muchos efectos fijos.

| Efectos Fijos | Coeficientes | S.E |
|---|---|---|
| $\gamma_{00}$ = Intercepto | 41.32 | 0.35 |
| $\gamma_{10}$ = Coeficiente de $IQ$ | 2.113 | 0.092 |
| $\gamma_{20}$ = Coeficiente de $SES$ | 0.156 | 0.015 |
| $\gamma_{01}$ = Coeficiente de $\overline{IQ}$ | 0.876 | 0.324 |
| $\gamma_{03}$ = Coeficiente de $COMB$ | -1.396 | 0.574 |
| $\gamma_{13}$ = Coeficiente de $IQ$ x $COMB$ | -0.447 | 0.170 |
| Efectos Aleatorios | Componentes de variancia | S.E. |
| Efectos Aleatorios de nivel 2 | | |
| $\tau_0^2$ = Var$(U_{0j})$ | 7.46 | 1.25 |
| $\tau_1^2$ = Var$(U_{1j})$ | 0.128 | 0.084 |
| $\tau_{01}$ = Cov$(U_{0j},U_{1j})$ | -0.588 | 0.239 |
| Variancia de nivel uno: | | |
| $\sigma^2$ = Var$(R_{ij})$ | 39.34 | 1.23 |
| Deviance | 15093.4 | |

La estimación de los efectos remanentes no cambia mucho comparado con la Tabla 2.3, pero el error estándar de muchos coeficientes fijos decrece considerablemente. Esto puede ser explicado por la omisión de muchos efectos no significativos.

Note que $COMB$ no es una variable centrada, pero es una variable Dummy con valores de 0 y 1 con necesariamente una media positiva. Por lo tanto, el intercepto $\gamma_{00}$ es la media de alumnos con un promedio característico en un grado y clase individual ($COMB = 0$), y los coeficientes de regresión de $IQ$ $\gamma_{10}$ son los efectos promedio de $IQ$ en una clase grado individual. El promedio de los alumnos en clases multigrado es $\gamma_{00} + \gamma_{03}$. El efecto de interacción $\gamma_{13}$ es la adición del efecto del efecto $IQ$ en clases multigrado. Así el efecto de $IQ$ en clases multigrado es $\gamma_{10} + \gamma_{13}$.

Comparando el ejemplo 2.2, resulta que no esta el tamaño del grupo, pero si se tiene un efecto parecido, ambos el efecto principal y efecto de la interacción con $IQ$. Clases particionadas ($COMB = 1$) conducen a bajos puntajes de lenguaje y altos efectos de la inteligencia. La variancia no explicada de las pendientes clase dependientes de los

puntajes de lenguaje por el $IQ$ son considerablemente bajos en la tabla 2.2, en la interacción de $IQ$ con $GS$ (tamaño de grupo), en lugar de $COMB$, fueron incluidos en el modelo.
El modelo encontrado puede ser expresado como un modelo con interceptos y pendientes por la formula

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{ij} x_{1ij} + \beta_{2j} x_{2ij} + R_{ij}$$

Donde $X_1$ es $IQ$ y $X_2$ es $SES$. El intercepto es

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} z_{1j} + \gamma_{03} z_{3j} + U_{0j}$$

donde $Z_1$ es el promedio de $IQ$ y $Z_3$ es $COMB$. El coeficiente de $X_1$ es

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{13} z_{3j} + U_{1j}$$

Mientras que el coeficiente de $X_2$ no es variable,

$$\beta_{2j} = \gamma_{20}.$$

### 2.2.3 Una formulación general de partes fijas y aleatorias

Formalmente y en muchos programas de computación, estas simplificaciones conducen a representaciones de los modelos jerárquico lineales que son ligeramente diferentes del (2.12). (Por ejemplo, el programa HLM usa la formulación (2.10) a (2.12) mientras que el MLn usa la formulación (2.14). Si una variable de nivel uno fue obtenida como una interacción de cruce de niveles el programa de computadora. Incluso la diferencia entre variables de nivel uno y de nivel 2, aunque sea posiblemente relevante para la manera en que los datos se almacenan, no es de alguna importancia para la estimación de los parámetros. Por lo tanto, todas las variables de nivel uno y de nivel 2, incluidos los productos de las interacciones pueden ser representados matemáticamente simplemente por $x_{hij}$. Cuando se tienen ***r*** variables explicativas, ordenadas de tal manera que las primera **p** tienen coeficientes fijos y aleatorios, mientras que las **r-p** restantes tienen solamente coeficientes fijos,6 el modelo jerárquico lineal puede representarse así

Substituyendo (2.11) en (2.10) y reordenando los términos entonces producimos el modelo

$$Y_{ij} = \gamma_0 + \sum_{h=1}^{p} \gamma_h x_{hij} + U_{0j} + \sum_{h=1}^{p} U_{hj} x_{hij} + R_{ij} \tag{2.14}$$

Los dos términos,

$$Y_{ij} = \gamma_0 + \sum_{h=1}^{p} \gamma_h x_{hij} \text{ y } U_{0j} + \sum_{h=1}^{p} U_{hj} x_{hij} + R_{ij}$$

[6] Es matemáticamente posible que algunas variables tengan una parte aleatoria pero no un efecto fijo. Esto se hace sentir solamente en caso especiales.

son la parte fija y aleatoria del modelo respectivamente.

En los casos donde la explicación de los efectos aleatorios funciona extremadamente bien, uno podría terminar en un modelo sin efectos aleatorios de nivel 2. En otras palabras, el intercepto aleatorio $U_{0j}$ y las pendientes aleatorias $U_{hj}$ en (2.14) tienen variancia 0, por lo que pueden justamente ser omitidas de la formula. En este caso resulta, el modelo resultante puede ser analizado justamente bien por un modelo de regresión de mínimos cuadrado ordinarios (OLS), porque los residuales son independientes y tienen variancia constante.
Por supuesto, esto se sabe solamente después de que el análisis multinivel ha sido corrido. En tal caso, la dependencia intra-grupo entre mediciones ha sido completamente explicadas por la variable explicativa disponible (y sus interacciones). Esto subraya que si los modelos jerárquicos lineales son un modelo mas adecuado para el análisis que los modelos de regresión OLS, esto dependerá no de las medidas sino de sus residuales.

## 2.3 Especificaciones de los modelos de pendiente aleatoria

Dado un modelo de pendiente aleatoria disponible, el investigador tiene muchas opciones para modelar estos datos. Cada predictor podría tener asignada una pendiente aleatoria, y cada pendiente aleatoria puede covariar con cualquier otra pendiente. Un modelo parsimonioso, sin embargo, debe ser preferido, solo por la simple razón que una teoría científica fuerte es más bien general que especifica. Una buena guía para seleccionar entre una pendiente fija o aleatoria para una variable predictora dada deberá preferiblemente ser encontrada en la teoría que esta siendo investigada. Si la teoría (si esta es una teoría científica general una teoría política practica) no da ninguna pista con respecto a la pendiente aleatoria, para una certera variable predictora, entonces uno puede estar tentado a abstenerse de usar pendientes aleatorias. Sin embargo esto implica un riesgo de pruebas estadísticas inválidas, porque si alguna variable tiene una pendiente aleatoria, entonces omitiremos esta característica del modelo pudiendo afectar la estimación de los errores estándar de las otras variables. La especificación de los modelos jerárquicos, incluyen la parte aleatoria. En la exploración de datos, uno puede tratar varias especificaciones. Aparece a menudo que la oportunidad de detectar variación de pendientes es alta para variables con efectos fijos fuertes. Esto, sin embargo, esta es una afirmación más empírica que teórica. Realmente, eso estaría bien cuando el efecto fijo es casi cero, ahí existe variación en la pendiente. Considerando, por ejemplo, el caso donde profesores masculinos tratan ventajosamente a muchachos por sobre muchachas, donde como para profesoras femeninas la situación es a la inversa. Si la mitad de la muestra consiste de profesores y la otra mitad de profesoras, entonces, en igualdad de circunstancias, el efecto principal de género estará ausente, puesto que por la mitad de la clase el efecto de género será positivo y en la otra mitad negativo. El efecto fijo del género de los estudiantes es cero pero varía a través de las clases (dependiendo del género del profesor). En este ejemplo, por supuesto, el efecto aleatorio desaparecería si uno especificara el efecto de interacción de cruce de niveles del género del profesor con el género de los estudiantes.

### 2.3.1 Centrando variables con pendiente aleatoria

Recordemos de la figura 2.1 que la variancia de los interceptos y el significado de los modelos de intercepto y pendiente aleatoria dependen de la localización de la variable ***X***. También la covariancia entre los interceptos y las pendientes es dependiente de esta localización. En el ejemplo precedente hasta ahora hemos utilizado el puntaje de IQ para el cual la gran media fue cero. (El puntaje original fue transformado restando de la gran media IQ). Esto facilita la interpretación ya que el intercepto podría ser interpretado como el puntaje esperado por un estudiante con IQ promedio. Haciendo que la pendiente aleatoria del IQ no tenga consecuencias para este significado.
Introduciremos dos modelos por medio de los cuales podemos distinguir al interior de la regresión entre grupos:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10} x_{ij} + \gamma_{01} x_{.j} + U_{0j} + R_{ij} \tag{2.14}$$

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}(x_{ij} - x_{.j}) + \gamma_{01} x_{.j} + U_{0j} + R_{ij} \tag{2.15}$$

Esto demuestra que

$$\gamma_{01} = \gamma_{10} + \gamma_{01}, \gamma_{10} = \gamma_{10}$$

¿Son los modelos también equivalentes cuando el efecto de $x_{ij}$ o $(x_{ij} - x_{.j})$ es aleatorio a través de los grupos? Esto fue discutido por Kreft, de Leeuw, and Aiken (1995). Se define el modelo de nivel uno y de nivel 2.

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{10} x_{ij} + \gamma_{01} x_{.j} + R_{ij}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + U_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + U_{1j}$$

Substituyendo el modelo de nivel dos en el modelo de nivel 1 nos lleva a

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10} x_{ij} + \gamma_{01} x_{.j} + U_{0j} + U_{1j} x_{ij} + R_{ij}$$

Consideremos a continuación la extensión de (4.9):

$$y_{ij} = \bar{\beta}_{0j} + \bar{\beta}_{1j}(x_{ij} - x_{.j}) + \gamma_{01} x_{.j} + R_{ij}$$

$$\bar{\beta}_{0j} = \bar{\gamma}_{00} + U_{0j}$$

$$\bar{\beta}_{1j} = \bar{\gamma}_{10} + U_{1j};$$

Substituyendo y reordenando los términos se produce ahora

$$y_{ij} = \bar{\gamma}_{00} + \bar{\gamma}_{10} x_{ij} + (\bar{\gamma}_{01} - \bar{\gamma}_{10}) \bar{x}_{.j}$$
$$+ U_{0j} + U_{1j} x_{ij} - U_{1j} \bar{x}_{.j} + R_{ij}$$

Esto demuestra que los dos modelos difieren en el término $U_{1j}x_{.j}$ el cual esta incluido en el modelo de pendientes aleatorias centradas en la media del grupo, pero no en el otro modelo. Por lo tanto en general la relación no es no a uno entre los parámetros $\gamma$ y $\overline{\gamma}$ , así el modelo no es estadísticamente equivalente excepto para casos extraordinarios donde la variable $X$ no tiene variabilidad entre grupos.
Esto implica que en un modelo de pendiente constante cualquiera puede usar $x_{ij}$ y $\overline{x}_{.j}$ o $(x_{ij} - x_{.j})$ y $\overline{x}_{.j}$ como predictor, así esto resulta en un modelo estadísticamente equivalente, pero en modelos de pendiente aleatoria uno debe de escoger cuidadosamente una u otra de estas especificaciones.
¿En que consideraciones debe basarse esta elección? Generalmente uno debe de ser renuente a usar medidas de pendiente aleatoria centradas, a menos que haya una teoría clara(o evidencia empírica) que no ponga en primer lugar e puntaje absoluto $x_{ij}$ sino mas bien el puntaje relativo $(x_{ij} - x_{.j})$ relacionado a $y_{ij}$ . Nuevamente $(x_{ij} - x_{.j})$ indica la posición relativa en el grupo de ellos o de ellas, y ejemplos de estos casos donde puede estar ser particularmente interesado pueden ser:

- Investigaciones o normativas de procesos de referencia social comparativa(e.g., Guldemond, 1994) ,
- Investigaciones sobre la privación relativa,
- Evaluación por maestros de desempeño estudiantil.

## 2.4 Estimaciones

La estimación puede ser aplicada, con las necesarias extensiones, para la estimación de parámetros en el modelo más complicado (2.14). Un número de algoritmos de estimación iterativa han sido propuestos por ejemplo, por Laird and Ware (1982), Goldstein (1986), and Langford (1987), y recientemente implementados en software multinivel.
Lo que sigue puede dar una idea intuitiva de los métodos de estimación. Si los parámetros de la parte aleatoria por ejemplo, los parámetros en (2.13) junto con $\sigma^2$
, se conocen, entonces los coeficientes de regresión pueden ser estimados directamente con los así llamado método de mínimos cuadrados generalizados (“GLS”). Inversamente, si todos los coeficientes de regresión $\gamma_{hk}$ son conocidos, el “residual total” (el cual parece un nombre conveniente para la segunda ecuación (2.12)) puede ser computado, y su matriz de covariancia puede ser usada para estimar los parámetros de la parte aleatoria. Estos dos procesos de estimación parcial pueden ser alternados: Usando valores provisionales para los parámetros de la parte aleatoria, que permiten estimar los coeficientes de regresión, utilizando las ultimas estimaciones para estimar los parámetros de la parte aleatoria nuevamente (y ahora mejor), entonces vaya a estimar los coeficientes de regresión nuevamente, y así sucesivamente, o en su lugar hasta que este proceso iterativo converja. Esta ligera descripción encierra el método de mínimos cuadrados generalizados iterados (“IGLS”), que es uno de los algoritmos que calcula la estimación ML.

Existen otros métodos (uno llamado Fisher scoring, tratado en Longford (1993a), el otro “nicknamed EM for expectation-Maximization”, ver Bryk and Raudebush (1992)) los cuales calculan las mismas estimaciones, cada uno con sus ventajas y desventajas.
Los parámetros pueden ser estimados con los métodos ML o con REML; el método REML en el sentido que produce menos estimaciones sesgadas para los parámetros de la parte aleatoria, en el caso de tamaños de muestra pequeña, pero el método ML es mas conveniente si uno desea usar “test de deviance” (ver el siguiente capítulo). El algoritmo IGLS produce estimaciones ML donde los así llamados algoritmos "RIGLS" (“IGLS restringidos”) producen las estimaciones REML. Para los modelos de pendiente aleatoria. Para los modelos de pendiente aleatoria también es posible la estimación para los parámetros de variancia con $\gamma_h^2$ igual a 0. Los efectos aleatorios de grupo $U_{hj}$ pueden ser otra vez estimados por métodos empíricos bayesianos, las estimaciones resultantes son llamadas pendientes posteriores (algunas veces medias posteriores). Usualmente los algoritmos de estimación no permiten un número ilimitado de pendientes aleatorias. Dependiendo del conjunto de datos y de la especificación del modelo, no es poco frecuente que el algoritmo rechace por convergencia, mas de dos o tres variables con pendientes aleatorias. Algunas veces la convergencia puede ser mejorada por transformación lineal de las variables con pendientes aleatorias, que tienen (aproximadamente) media cero, o transformándolas para tener (aproximadamente) correlación cero.
Para algunos conjuntos de datos, los métodos de estimación pueden producir estimación de parámetros de variancias y covariancias que corresponden a matrices de covariancia imposibles para efectos aleatorios de nivel 2, por ejemplo $\gamma_{01}$ es estimado algunas veces mas grande que $\gamma_0 * \gamma_1$. Esto implicaría una correlación pendiente intercepto mayor que 1. Este no es un error del procedimiento de estimación, y puede ser comprendido como sigue. El procedimiento de estimación esta dirigido al vector de medias y a la matriz de varianza-covarianza, del vector de todas las observaciones. Algunas combinaciones de los valores de los parámetros correspondes a estructuras permisibles de la matriz de covarianza última que, sin embargo, no puede formularse en un modelo de efectos aleatorios como el (2.3). Aun si los valores estimados para los parámetros $\gamma_{hk}$ no combinan en una matriz definida positiva $\gamma$, el parámetro $\sigma^2$ constante hará la matriz de covariancia de las observaciones originales (ecuaciones 2.5 y 2.6) definida positiva. Por lo tanto, un resultado tan extraño esta en contradicción con la formulación de efectos aleatorios (2.3), pero no con la formulación más general de modelado de la matriz de covarianza para las observaciones.
La mayoría de las computadoras da errores estándar de la variancia y de los interceptos aleatorios, algunas dan errores estándar de las estimaciones de las desviaciones estándar $\hat{\gamma}_h$ en su lugar. Los dos errores estándar pueden ser transformados en otro por la formula de aproximación

S.E.( $\hat{\gamma}^2$ ) $\approx 2\hat{\gamma}$ S.E. ( $\hat{\gamma}$ ).

Sin embargo, algunas precauciones son necesarias en el uso de los errores estándar. La manera simple para hacer un intervalo de confianza por ( $\gamma^2$ ) o ( $\gamma$ ), tomando los errores estimados mas o menos parecidos al error estándar, es una aproximación valida solamente si el error estándar relativo de $\hat{\gamma}$ (por ejemplo el error estándar dividido por la estimación de parámetro) es pequeño, digamos, menor que ¼.

## 2.5 Tres y más niveles

Cuando los datos tienen 3 o mas niveles jerárquicos, las pendientes de variables de nivel pueden hacerse aleatorias en nivel 2 y también en nivel 3. En este caso habrá por lo menos dos ecuaciones de nivel 2 y dos ecuaciones de nivel 3: Una por el intercepto aleatorio y una por la pendiente aleatoria. Así, en el caso de una variable explicativa, el modelo podría ser formulado como sigue:

$$Y_{ijk} = \beta_{0jk} + \beta_{ijk} x_{ijk} + R_{ijk}$$ Modelo de nivel uno

$$\beta_{0ik} = \delta_{00k} + U_{0jk}$$ Modelo de nivel 2 para intercepto

$$\beta_{1jk} = \delta_{10k} + U_{1jk}$$ Modelo de 2 niveles para pendiente

$$\delta_{0jk} = \gamma_{000} + V_{00K}$$ Modelo de 3 niveles para intercepto

$$\delta_{1jk} = \gamma_{100} + V_{10K}$$ Modelo de 3 niveles para pendiente

En las especificaciones de cada modelo, para cada variable de nivel uno con pendiente aleatoria tiene que ser decidido si su pendiente va a ser aleatoria en el nivel 2, aleatoria en el nivel 3, o ambos. Generalmente uno debería tener ambas fuerzas, un conocimiento a priori o una buena teoría para formular modelos más complejos como este o aun más complejos (ejemplo; modelos con más pendientes aleatorias). A futuro para cada variable de nivel 2 si esta pendiente es aleatoria en el nivel 3.

*Ejemplo 2.5 Un modelo de nivel 3 con pendiente aleatoria.*

Continuaremos con un ejemplo, donde se ilustra el modelo de nivel 3 usando un conjunto de datos acerca de la administración de una prueba de matemáticas a estudiantes en clases en escuelas. Nuevamente incluimos las covariatas disponibles (las cuales son todas centradas alrededor de su gran media) y por otra parte los coeficientes de regresión para el pretest de matemática se permite ser aleatorio en el nivel 2 y en el nivel 3. Los resultados se presentan en la tabla 2.5.

Tabla 2.5 Estimaciones para un modelo de 3 niveles con pendiente aleatoria.

| **Efectos fijos** | **Coeficientes** | **S.E.** |
|---|---|---|
| $\gamma_{000}$ = intercepto | 8.41 | 0.16 |
| $\gamma_{100}$ = Coeficiente de $IQ$ | 0.050 | 0.005 |
| $\gamma_{200}$ = Coeficiente de pretest | 0.146 | 0.011 |
| $\gamma_{300}$ = Coeficiente de motivación | 0.032 | 0.008 |
| $\gamma_{400}$ = Coeficiente de educación de los padres | 0.039 | 0.015 |
| $\gamma_{500}$ = Coeficiente de genero | 0.221 | 0.106 |
| **Efectos Aleatorios** | **Componentes de variancia** | **S.E.** |
| Efectos Aleatorios de nivel tres | | |
| $\varphi_0^2 = \mathrm{Var}(V_{00k})$ | 0.971 | 0.254 |
| $\varphi_2^2 = \mathrm{Var}(V_{20k})$ | 0.0024 | 0.0010 |
| $\varphi_{02} = \mathrm{Var}(V_{00k}, V_{20k})$ | 0.0381 | 0.0135 |
| Efectos Aleatorios de nivel 2: | | |
| $\tau_0^2 = \mathrm{Var}(U_{0jk})$ | 0.439 | 0.089 |
| $\tau_2^2 = \mathrm{Var}(U_{2jk})$ | 0.0019 | 0.0009 |
| $\tau_{02} = \mathrm{Var}(U_{0jk}, U_{2jk})$ | 0.0398 | 0.0068 |
| Variancia del nivel uno: | | |
| $\sigma^2 = \mathrm{Var}(R_{ijk})$ | 5.978 | 0.145 |
| Deviance | 17808.0 | |

Esta interpretación de la parte fija, es convencional en los modelos de regresión de nivel individual. La parte aleatoria es más complicada. Así todos las variables predictoras estaban centradas en la gran media, las variancias de los interceptos $\varphi_0^2$ (nivel 3) y $\tau_0^2$ (nivel 2) tienen un claro significado: ellos representan la cantidad de variación en el logro de matemáticas a través de las escuelas y a través de las clases dentro de las escuelas, respectivamente, para el estudiante promedio controlado por las diferencias en el $IQ$, habilidades matemáticas, motivación, nivel de educación de los padres, y el genero. Se muestra que la variación inicial de nivel tres y especialmente de nivel 2 ahora han sido consideradas. Una vez que ahí esta controlada por diferencias iniciales, las escuelas y las clases dentro de las escuelas difieren considerablemente menos en el promedio del logro en matemáticas de aquellos estudiantes en final del grado 2.

Ahora regresamos a las variancias de las pendientes. El coeficiente de pendiente fija para el pretest de matemática es estimado como 0.146. La variancia en el nivel 3 para esta pendiente es 0.0024, y en el nivel dos es 0.0019. Así la variabilidad entre escuelas del efecto del pretest es algo mayor que la variabilidad de este efecto entre clases. En un extremo de la distribución esta un pequeño porcentaje de las escuelas que tienen un efecto del pretest que es solamente 0.146-2( $\sqrt{0.0024}$ ) = 0.05, donde como en la mas selecta escuela este efecto es 0.146+2( $\sqrt{0.0024}$ ) = 0.252. Así esta es también variación en este coeficiente a través de las clases dentro de las escuelas, la brecha entre logros iniciales bajos y logros iniciales altos (4 desviaciones estándar; esta desviación estándar para el pretest es 8.21) dentro de la misma escuela puede volverse tan grande como 0.146+2( $\sqrt{0.0024+0.0019}$ )x(4x8.21) = 9 puntos, donde por otra parte uno puede quedarse con un valor tan bajo como 0.146-2( $\sqrt{0.0024+0.0019}$ )x(4x8.21) = 1 punto en la escuela menos selecta. Dada la desviación estándar de 3.4 para la variable dependiente, una diferencia de un punto es muy baja donde 9 es una diferencia absolutamente más grande.

# CAPÍTULO III: APLICACIÓN DE MODELOS.

## 3.1 Estudio del Rendimiento de Lenguaje y de sus Factores Asociados en Honduras.

La primera pregunta que motiva este análisis es: ¿Varían las escuelas de Honduras en sus logros medios de lenguaje, y si lo hacen cual es la magnitud de esa variación? O dicho de otra manera, ¿Cual es la responsabilidad de la institución educativa en el resultado de lenguaje?

Para poder responder a dicha pregunta se aplicara un modelo para identificar las posibles fuentes de variabilidad conocido como The One –Way ANOVA que en el contexto de estadística multinivel se denomina "Modelo Nulo" y que se describe a continuación.

**El Modelo**

La primera etapa de un análisis multinivel jerárquico consiste en establecer cuanta variación de la variable dependiente, en nuestro caso cuanta de la variación del rendimiento en lenguaje tiene como fuente los alumnos y cuanta los centros, lo cual permite determinar cual es la contribución de los centros educativos en la prueba.

Para ello aplicaremos el llamado "Modelo Vació o Inicial" y para lo cual clasificaremos las variables en "niveles" de la manera siguiente:

- Variables de nivel 1: Variables de alumno, y de padres ó tutores del alumno.
- Variables de nivel 2: Variables del Maestro, Director, y del Centro.

Este modelo en términos formales representa al resultado del estudiante i-esimo perteneciente a la j-esima escuela como

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + R_{ij} \qquad (3.1)$$

donde $\beta_{0j}$ es la media del centro $j$ y $R_{1j}$ es la diferencia a dicha media que consideraremos aleatoria y distribuida según una normal con media cero y varianza constante[7].

En otras palabras si los estudiantes fueran "clones" es decir idénticos en todas sus características podríamos asignarles como rendimiento la media del centro, pero en la practica esto no es así y un niño se alejara mas ó menos de la media del centro que otro niño, bien porque tubo enseñanza parvularia ó porque sus padres tienen grado universitario, u otras razones, en síntesis por características a nivel de estudiantes o de nivel uno.

[7] Anthony S. Bryk, Stephen W Raundenbush. " Hierarchical Linear Models : Applications and Data Analysis Methods ". Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series, 1992, pags. 61-62

Una representación similar podemos aplicar a la media de rendimiento de cada escuela ***j***- esima $\beta_{0j}$ a través de la siguiente ecuación:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + U_{0j} \tag{3.2}$$

donde $\gamma_{00}$ es la media del resultado en lenguaje entre los centros, es decir la gran media más un error aleatorio, $U_{0j}$ que se distribuye según una normal con media cero y varianza $\tau_{00}$[8].

En otras palabras si las escuelas fueran "clones" es decir idénticas en todas sus características podríamos asignarles como rendimiento la media de todos los centros ,pero en la practica esto no es así y una escuela se alejara mas ó menos de la gran media de los centros que otra escuela ,bien porque tiene mejor infraestructura, o porque la gestión del director les permite autonomía en el centro, o porque sus profesores están mejor capacitados, u otras razones, en síntesis por características a nivel de centro, director o maestro, es decir variables de nivel 2.

En síntesis el modelo se puede representar con una sola ecuación así:

$$\boldsymbol{Y}_{ij} = \gamma_{00} + \boldsymbol{U}_{0j} + \boldsymbol{R}_{1j} \tag{3.3}$$

que significa que el resultado de un estudiante puede ser descompuesto en una media global o gran media de todos los centros más un aporte hecho por los centros, maestros ó directores más un aporte hecho por los alumnos y padres o tutores.

## Los Resultados

La tabla 3.1 provee información acerca de cuanta variación en los resultados de lenguaje queda entre escuelas y cuanta variación queda asignada a los alumnos, así como información sobre la fiabilidad de cada media muestral por escuela como un estimador de la media poblacional.

[8] Ibid.

TABLA 3.1

Resultados del Modelo One –Way ANOVA ó equivalentemente el Modelo Nulo[9]

The outcome variable is LANGR

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | Approx. T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 229.244758 | 4.144379 | 55.315 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, U0 | 30.61897 | 937.52140 | 55 | 1534.74760 | 0.000 |
| level-1, R | 38.68052 | 1496.18252 | | | |

La tabla 3.1 reporta que la estimación puntual máximo verosímil de la gran media de resultados en lenguaje es de 229.24 con un error estándar de 4.14, indicando que un intervalo de confianza al 95% seria 229.244758 ± 1.96(4.144379) = (221.1217752 , 237.3677408).

La tabla 3.1 lista también las estimaciones máximo verosímiles de los componentes de varianza. A nivel de estudiante tenemos

$$V\hat{a}r(R_{1j}) = \hat{\sigma}^2 = 1496.18252$$

A nivel de escuela, $\tau_{00}$ es la varianza de la media de las escuelas, $\beta_{0j}$, considerando toda la población, alrededor de la gran media, tal como lo indicamos en la ecuación (3.2). La varianza estimada de las medias de las escuelas es

$$\hat{\tau}_{00} = 937.52140$$

Esta estimación indica que la mayor parte de la variabilidad en los resultados de lenguaje se encuentra a nivel de estudiante, sin embargo una proporción importante se encuentra entre escuelas.

El coeficiente de correlación intraclase, representa en este modelo la proporción de varianza de $\boldsymbol{Y}$ entre escuelas, el cual es estimado de la manera siguiente:

[9] Para ver la salida completa de la Tabla 1 ver anexo 1.

$$\hat{\rho} = \hat{\tau}_{00} / (\hat{\tau}_{00} + \hat{\sigma}^2) = 937.52140/(937.52140 + 1496.18252) = 0.3852.$$

lo cual nos indica que cerca del 38% de la variación en los resultados en lenguaje se encuentra entre escuelas.

De la misma manera, un estimador de la fiabilidad de la media muestral en cualquier escuela $j$ es el siguiente:

$$\hat{\lambda}_j = \hat{\tau}_{00} / (\hat{\tau}_{00} + (\hat{\sigma}^2 / n_i))$$

y un indicador global de la fiabilidad es el promedio de la fiabilidad de las escuelas el cual es:

$$\hat{\lambda}_j = \sum \hat{\lambda}_j / j = 0.96.$$

lo cual nos indica que la media muestral tiende a ser un buen estimador de la media verdadera de la escuela[10] .

Ahora bien dado que la tabla 3.1 presenta una estimación de $\tau_{00}$ necesitamos saber si es significativamente diferente de cero, es decir si es razonable asumir que todas las escuelas tienen la misma media ó que es más razonable asumir que existen diferencias. Es decir la hipótesis a contrastar será:

$$H_{00} : \tau_{00} = 0.$$

la cual en nuestro modelo esta asociada a un estadístico que sigue una distribución $\chi^2$ con j-1 grados de libertad, que en nuestro caso será j-1=56-1=55. De manera similar el test estadístico toma un valor de 1534.747 el cual ocurre con muy poca frecuencia en los casos en donde la hipótesis nula se cumple ya que el P-value es del orden de 0.000 o sea p< 0.0001, por lo que rechazamos la hipótesis nula y aceptamos que existe variación significativa entre centros.
En conclusión la aplicación del”Modelo Nulo“permite afirmar lo siguiente:

1) Las escuelas de Honduras varían significativamente en sus logros medios de lenguaje, y la magnitud de esa variación es del 38% de la variación total considerándose una magnitud importante.

2) Que la media de las escuelas es un buen estimador de la media poblacional.

3) En consecuencia tiene sentido pasar a un análisis de regresión considerando variables a nivel de maestro, director, escuela, y diferenciar su aporte a la variación total.

---

[10] Anthony S. Bryk, Stephen W Raundenbush. “Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods”. Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series, 1992, pags. 61-62

# ANEXO 1

Program[11]: HLM 5 Hierarchical Linear and Nonlinear Modeling
Authors: Stephen Raudenbush, Tony Bryk, & Richard Congdon
Publisher: Scientific Software International, Inc. (c) 2000
techsupport@ssicentral.com
www.ssicentral.com

-----------------------------------------------------------------------------------------------------------

Module: HLM2.EXE (5.04.21205.1)
Date: 1 December 2002, Sunday
Time: 22: 5:13

-----------------------------------------------------------------------------------------------------------

SPECIFICATIONS FOR THIS HLM2 RUN Sun Dec 01 22:05:12 2002

-----------------------------------------------------------------------------------------------------------

Problem Title: MODELO NULO: ¿EXISTE VARIACION ENTRE CENTROS EN HONDURAS?
The data source for this run = HONDURAS.SSM
The command file for this run =
C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS NULO LEN.hlm
Output file name =
C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS NULO LEN.OUT
The maximum number of level-2 units = 56
The maximum number of iterations = 100
Method of estimation: restricted maximum likelihood

Weighting Specification
-----------------------------

| | Weighting? | Weight Variable Name | Normalized? |
|---|---|---|---|
| Level 1 | yes | LANGWT | no |
| Level 2 | no | | no |

Generalizations are at level-1

The outcome variable is LANGR
The model specified for the fixed effects was:

----------------------------------------------------

| Level-1 Coefficients | Level-2 Predictors |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | INTRCPT2, G00 |

[11] Se presentan hasta 4 anexos por cada asignatura, lenguaje y matemáticas, el último de los anexos es el que corresponde al resultado final que se acaba de analizar, los otros tres se presentan con el propósito de ilustrar parte del proceso de búsqueda del modelo idóneo, a manera de compararlo con el modelo final. En la práctica fueron varios meses de prueba hasta dar con los modelos en cuestión.

The model specified for the covariance components was:
---------------------------------------------------------------------

Sigma squared (constant across level-2 units)

Tau dimensions
INTRCPT1

Summary of the model specified (in equation format)
---------------------------------------------------------------------

Level-1 Model

Y = B0 + R

Level-2 Model
B0 = G00 + U0

Level-1 OLS regressions
------------------------------

| Level-2 Unit | INTRCPT1 |
|---|---|
| 20001 | 239.40384 |
| 20003 | 288.70001 |
| 20005 | 219.89999 |
| 20007 | 238.70000 |
| 20013 | 156.10345 |
| 20014 | 236.92500 |
| 20015 | 234.40541 |
| 20016 | 202.37500 |
| 20017 | 219.82857 |
| 20018 | 253.32500 |

The average OLS level-1 coefficient for INTRCPT1 = 229.46082

Least Squares Estimates
-----------------------------

sigma squared = 2380.29171

The outcome variable is LANGR

Least-squares estimates of fixed effects
-----------------------------------------------------------------------------

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 226.035671 | 0.987778 | 228.832 | 2476 | 0.000 |

The outcome variable is LANGR

Least-squares estimates of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 226.035671 | 4.180002 | 54.075 | 2476 | 0.000 |

The least-squares likelihood value = -13142.614763
Deviance = 26285.22953
Number of estimated parameters = 1

STARTING VALUES
----------------------------
sigma(0)_squared = 1496.26688

Tau(0)
INTRCPT1,B0 944.18262

The outcome variable is LANGR

Estimation of fixed effects
(Based on starting values of covariance components)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | Approx. T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 229.246115 | 4.196142 | 54.633 | 55 | 0.000 |

The value of the likelihood function at iteration 1 = -1.265764E+004

The value of the likelihood function at iteration 2 = -1.265764E+004

Iterations stopped due to small change in likelihood function

******* ITERATION 3 *******
Sigma squared = 1496.18252
Tau
INTRCPT1,B0 937.52140

Tau (as correlations)
INTRCPT1,B0 1.000

| Random level-1 coefficient | Reliability estimate |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | 0.957 |

The value of the likelihood function at iteration 3 = -1.265764E+004

The outcome variable is LANGR
Final estimation of fixed effects:

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | Approx. T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 229.244758 | 4.182046 | 54.816 | 55 | 0.000 |

The outcome variable is LANGR
Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | Approx. T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 229.244758 | 4.144379 | 55.315 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, | U0 | 30.61897 | 937.52140 | 55 | 1534.74760 | 0.000 |
| level-1, | R | 38.68052 | 1496.18252 | | | |

Statistics for current covariance components model

Deviance = 25315.278861
Number of estimated parameters = 2

A residual file, called HONDURAS NULO LEN.SPS, has been created. Note, some statistics could not be computed and a value of -99 has been entered. These should be recoded to 'missing values' before any analyses are performed.

La segunda parte de este estudio esta motivada por responder a las siguientes preguntas :

1) ¿Predicen significativamente el resultado en lenguaje la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula ?
2) ¿Las escuelas con alto estatus socioeconómico difieren de las de bajo estatus en sus resultados en lenguaje ( controlando por ubicación sociodemográfica y clima)?
3) ¿Las escuelas con alto clima difieren de las de bajo clima en sus resultados en lenguaje (controlando por ubicación sociodemográfica y estatus socioeconómico)?
4) ¿Cual es la magnitud del aporte al rendimiento en lenguaje y a las pendientes de variables de alumno y tutores, usando la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula como predictores?
5) ¿Después de tomar en cuenta la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula, como se correlacionan los interceptos y las pendientes? (Las escuelas con alto rendimiento en lenguaje tienen un aporte grande por parte del estatus, el clima en el aula ó el grado? )

**El Modelo**

Tanto el modelo a nivel de estudiante, como el modelo a nivel de escuela , ambos considerados en el modelo nulo ó inicial serán modificados incorporando variables para explicar el rendimiento promedio de lenguaje, la idea es buscar un modelo que permita contabilizar la variabilidad entre escuelas para por ejemplo comprender porque algunas tienes mas altos promedios que otras.
Este modelo en términos formales representa al resultado del estudiante i-esimo perteneciente a la j-esima escuela como

**Modelo del nivel 1**

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(SES) + \beta_{2j}(DISCIP) + \beta_{3j}(GRADEC) + R_{ij}$$

**Modelo del nivel 2**

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(MEGA\_PUB) + \gamma_{02}(MEGA\_PR) + \gamma_{03}(URB\_PUB)$$
$$+ \gamma_{04}(URB\_PR) + \gamma_{05}(MEANSES) + \gamma_{06}(MNDISCIP) + U_{0j}$$
$$\beta_{1j} = \gamma_{10}$$
$$\beta_{2j} = \gamma_{20}$$
$$\beta_{3j} = \gamma_{30} + U_{3j}$$

donde
las variables del nivel uno están centradas alrededor de la gran media, no así las de nivel 2.

$\gamma_{00} =$ Es el promedio de las medias de rendimiento en lenguaje de las escuelas a través de la población de escuelas, pero ajustado ó controlado por el centro.

$\gamma_{01} =$ Es el efecto de MEGA_PUB (Estrato mega publico)

$\gamma_{02}$ = Es el efecto de MEGA_PR (Estrato mega urbano)

$\gamma_{03}$ = Es el efecto de URB_PUB (Estrato Urbano Publico)

$\gamma_{04}$ = Es el efecto de URB_PR (Estrato Urbano Privado)

$\gamma_{05}$ = Es el efecto de MEANSES (Media de estatus socioeconómico **SES** por escuela)

$\gamma_{06}$ = Es el efecto de MNDISCIP (Media de clima en el aula **DISCIP** por escuela)

$\gamma_{10}$ = Es el efecto de **SES** que se mantiene fijo

$\gamma_{20}$ = Es el efecto de **DISCIP** que se mantiene fijo

$\gamma_{30}$ = Es el efecto de la media de las pendientes de **GRADEC**( grado del alumno) sobre el rendimiento en lenguaje.

$U_{0j}$ = Es el efecto aleatorio sobre el rendimiento de la escuela ***j*** una vezcontrolado por las variables correspondientes.

$U_{3j}$ = Es el efecto aleatorio sobre la pendiente de **GRADEC** asociado con la escuela ***j***.

Además $U_{0j}$ y $U_{3j}$ se distribuyen según una normal bivariada con media cero y matriz de varianza –covarianza **T** . De manera que los elementos de **T** son componentes de varianza –covarianza condicional o residual. Es decir ellos representan la dispersión residual en $\beta_{0j}$ después de ser controlado por MEGA_PUB, MEGA_PR, URB_PUB, URB_PR, MEANSES, MNDISCIP y en $\beta_{3j}$ representa la dispersión en relación a la media de las pendientes correspondiente.

**Los Resultados**

## TABLA 3.2

Resultados de la aplicación del Modelo An Intercept- and Slopes-as-Outcomes Model [12] para el Modelo Final de Lenguaje[13].

The outcome variable is LANGR

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 238.196326 | 8.199449 | 29.050 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 8.036568 | 7.948296 | 1.011 | 49 | 0.317 |
| MEGA_PR, G02 | 13.509578 | 16.200508 | 0.834 | 49 | 0.409 |
| URB_PUB, G03 | 17.704539 | 7.229918 | 2.449 | 49 | 0.018 |
| URB_PR, G04 | 12.272665 | 7.447330 | 1.648 | 49 | 0.105 |
| MEANSES, G05 | 18.770657 | 9.739938 | 1.927 | 49 | 0.059 |
| MNDISCIP, G06 | 44.208701 | 27.520275 | 1.606 | 49 | 0.114 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.205591 | 0.636506 | 1.894 | 2467 | 0.058 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.219185 | 1.807592 | 2.334 | 2467 | 0.020 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.912831 | 2.214004 | 6.736 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, U0 | 25.11272 | 630.64869 | 49 | 1050.16059 | 0.000 |
| GRADEC slope, U3 | 11.84953 | 140.41146 | 55 | 121.15809 | 0.000 |
| level-1, R | 37.52736 | 1408.30270 | | | |

[12] Para detalles del modelo ver: Anthony S. Bryk, Stephen W Raundenbush. “ Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods ”. Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series, 1992, pags. 70-72
[13] Salida completa en anexo 4.

La **Tabla 3.2** muestra los resultados finales de los análisis con MEGA_PUB**,** MEGA_PR**,** URB_PUB**,** URB_PR, MEANSES, y MNDISCIP como predictores del rendimiento en lenguaje.
Primeramente observamos que el estatus socioeconómico y el clima en el aula están positivamente relacionados con la media del rendimiento en lenguaje de las escuelas, $\gamma_{05} =$ MEANSES G05 = 18.770657 y $\gamma_{06} =$ MNDISCIP G06 = 44.208701, sin embargo el P-value = 0.114 para $\gamma_{06}$ no es tan pequeño como para rechazar la hipótesis nula de no ser significativamente diferente de cero, pero a pesar de ello dada la importancia de esta variable en muchos estudios se dejara en el modelo.

Por otra parte en las variables de carácter sociodemográfico (MEGA_PUB**,** MEGA_PR**,** URB_PUB**,** URB_PR) solo las ultimas dos tienen promedios significativamente superiores a los del nivel RURAL pero por ser variables indicadoras tampoco se retiraran del modelo.
En cuanto a las pendientes solamente la del grado cursado (GRADEC) resulto con efecto aleatorio significativo el resto de coeficientes quedaron con efecto fijo y ni MEANSES ni MNDISCIP resultaron ser buenos predictores de la pendiente de (GRADEC)[14].

Variación explicada en el nivel 1
La varianza explicada en este nivel se calculara comparándola con la del modelo nulo así:

**Proporción de**
**varianza explicada**
**en el nivel 1** [15] = $\left(\hat{\sigma}^2\right.$ ( Modelo nulo)- $\hat{\sigma}^2$ (Modelo ajustado)$\left.\right)$ / $\hat{\sigma}^2$ (Modelo nulo)
= (1496.18252-1408.96056)/ 1496.18252
= 0.058296337

Lo que significa que un 5.8% de la variabilidad debida al estudiante se explica por el estatus socioeconómico(**SES)**, el clima en el aula **(DISCIP)** y el grado al que pertenece el estudiante **(GRADEC).**

**Proporción de**
**varianza explicada**
**en** $\beta_{0j}$ [16]= $\left(\hat{\tau}_{00}\right.$ (Modelo Ramdom-Coefficient)- $\hat{\tau}_{00}$ (Modelo ajustado)$\left.\right)$ / $\hat{\tau}_{00}$ (Modelo Ramdom-Coefficient)

= (888.89063-630.64869)/ 888.89063
= 0.290521613

[14] Ver salida completa de Modelo Uno en Anexo 3.
[15] Para mayor información sobre este concepto ver Anthony S. Bryk, Stephen W Raundenbush. “Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods”. Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series, 1992, Pág.70.
[16] Ibíd. Pág. 74

Lo que significa que un 29% de la variabilidad entre escuelas es explicada por las variables sociodemográficas, el estatus socioeconómico y el clima en el aula.
En conclusión la aplicación del Modelo propuesto permite afirmar lo siguiente:

1) La ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula, predicen significativamente el resultado en lenguaje entre escuelas más que al interior de las mismas.
2) Las escuelas con alto estatus socioeconómico difieren de las de bajo estatus en sus resultados en lenguaje (controlando por ubicación sociodemográfica y clima), ya que el correspondiente coeficiente de regresión es positivo.

3) No podemos afirmar que las escuelas con alto clima difieren de las de bajo clima en sus resultados en lenguaje (controlando por ubicación sociodemográfica y estatus socioeconómico) dado que el p-valor es un poco alto. ( 0.114)
4) La magnitud del aporte al rendimiento en lenguaje y a las pendientes de variables de alumno y tutores, usando la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula como predictores es del 29% de la variabilidad entre centros.

5) Después de tomar en cuenta la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula, se correlacionan los interceptos $\beta_{0j}$ y las pendientes $\beta_{3j}$ (coeficiente de GRADEC) de manera negativa aunque no en gran medida, esto parece sugerir que a mayor grado menor rendimiento en lenguaje lo cual podría asociarse a nuevas variables.

# ANEXO 2

Program: HLM 5 Hierarchical Linear and Nonlinear Modeling
Authors: Stephen Raudenbush, Tony Bryk, & Richard Congdon
Publisher: Scientific Software International, Inc. (c) 2000
techsupport@ssicentral.com
www.ssicentral.com

---

Module: HLM2.EXE (5.04.21205.1)
Date: 3 December 2002, Tuesday
Time: 19:49:43

---

SPECIFICATIONS FOR THIS HLM2 RUN Tue Dec 03 19:49:43 2002

---

Problem Title: MODELO RAMDOM-COEFFICIENT PARA LENGUAJE

The data source for this run = HONDURAS.SSM
The command file for this run =
C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS RCLEN.hlm
Output file name =
C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS RCLEN.OUT
The maximum number of level-2 units = 56
The maximum number of iterations = 100
Method of estimation: restricted maximum likelihood

Weighting Specification

-----------------------------

| | Weighting? | Weight Variable Name | Normalized? |
|---|---|---|---|
| Level 1 | yes | LANGWT | no |
| Level 2 | no | | no |

Generalizations are at level-1

The outcome variable is LANGR

The model specified for the fixed effects was:

----------------------------------------------------

| | Level-1 Coefficients | Level-2 Predictors |
|---|---|---|
| | INTRCPT1, B0 | INTRCPT2, G00 |
| #% | SES slope, B1 | INTRCPT2, G10 |
| #% | DISCIP slope, B2 | INTRCPT2, G20 |
| % | GRADEC slope, B3 | INTRCPT2, G30 |

'#' - The residual parameter variance for this level-1 coefficient has been set to zero.
'%' - This level-1 predictor has been centered around its grand mean.

The model specified for the covariance components was:
---------------------------------------------------------------------

Sigma squared (constant across level-2 units)

Tau dimensions
INTRCPT1
GRADEC slope

Summary of the model specified (in equation format)
---------------------------------------------------------------------

Level-1 Model

Y = B0 + B1*(SES) + B2*(DISCIP) + B3*(GRADEC) + R

Level-2 Model
B0 = G00 + U0
B1 = G10
B2 = G20
B3 = G30 + U3

Level-1 OLS regressions
------------------------------

| Level-2 Unit | INTRCPT1 | GRADEC slope |
|---|---|---|
| 20001 | 233.59804 | 36.67781 |
| 20003 | 257.39612 | 15.48908 |
| 20005 | 219.38255 | 6.37936 |
| 20007 | 241.40071 | 14.01907 |
| 20013 | 159.09261 | 23.45292 |
| 20014 | 241.41879 | 16.20594 |
| 20015 | 234.36517 | 14.04615 |
| 20016 | 202.53549 | 34.09880 |
| 20017 | 216.43358 | 9.57212 |
| 20018 | 240.56883 | 50.39492 |

The average OLS level-1 coefficient for INTRCPT1 = 228.45079
The average OLS level-1 coefficient for GRADEC = 18.20986

Least Squares Estimates
-----------------------------

sigma squared = 2185.02440

The outcome variable is LANGR

Least-squares estimates of fixed effects

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 226.363966 | 0.946846 | 239.072 | 2473 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 14.206880 | 1.273059 | 11.160 | 2473 | 0.000 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 13.955588 | 2.924836 | 4.771 | 2473 | 0.000 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.568550 | 1.847170 | 7.887 | 2473 | 0.000 |

The outcome variable is LANGR

Least-squares estimates of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 226.363966 | 3.742406 | 60.486 | 2473 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 14.206880 | 4.071934 | 3.489 | 2473 | 0.001 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 13.955588 | 4.626147 | 3.017 | 2473 | 0.003 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.568550 | 2.179316 | 6.685 | 2473 | 0.000 |

The least-squares likelihood value = -13030.472318
Deviance = 26060.94464
Number of estimated parameters = 1

STARTING VALUES
---------------------------
sigma(0)_squared = 1468.37441

Tau(0)

| | | |
|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 682.96049 | -31.92829 |
| GRADEC,B3 | -31.92829 | 309.98743 |

The outcome variable is LANGR

Estimation of fixed effects
(Based on starting values of covariance components)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 228.980786 | 3.596921 | 63.660 | 55 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 2.403499 | 1.357832 | 1.770 | 2473 | 0.076 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.691954 | 2.613786 | 1.795 | 2473 | 0.072 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 15.178923 | 2.911968 | 5.213 | 55 | 0.000 |

The value of the likelihood function at iteration 1 = -1.260036E+004

The value of the likelihood function at iteration 2 = -1.259701E+004

The value of the likelihood function at iteration 3 = -1.259649E+004

The value of the likelihood function at iteration 4 = -1.259624E+004

The value of the likelihood function at iteration 5 = -1.259611E+004

.

The value of the likelihood function at iteration 7 = -1.259600E+004

The value of the likelihood function at iteration 8 = -1.259598E+004

The value of the likelihood function at iteration 9 = -1.259597E+004

The value of the likelihood function at iteration 10 = -1.259595E+004

Iterations stopped due to small change in likelihood function

******* ITERATION 11 *******

Sigma squared = 1408.96056

Tau

| | | |
|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 888.89063 | -47.10719 |
| GRADEC,B3 | -47.10719 | 139.26661 |

Tau (as correlations)

| | | |
|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 1.000 | -0.134 |
| GRADEC,B3 | -0.134 | 1.000 |

| Random level-1 coefficient | Reliability estimate |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | 0.957 |
| GRADEC, B3 | 0.490 |

The value of the likelihood function at iteration 11 = -1.259595E+004

The outcome variable is LANGR

Final estimation of fixed effects:

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 229.055632 | 4.072757 | 56.241 | 55 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 2.169192 | 1.328553 | 1.633 | 2473 | 0.102 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.746174 | 2.554477 | 1.858 | 2473 | 0.063 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.846074 | 2.254259 | 6.586 | 55 | 0.000 |

The outcome variable is LANGR

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 229.055632 | 4.027829 | 56.868 | 55 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 2.169192 | 0.721866 | 3.005 | 2473 | 0.003 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.746174 | 1.841830 | 2.577 | 2473 | 0.010 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.846074 | 2.209465 | 6.719 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, U0 | 29.81427 | 888.89063 | 55 | 1519.53322 | 0.000 |
| GRADEC slope, U3 | 11.80113 | 139.26661 | 55 | 120.24666 | 0.000 |
| level-1, R | 37.53612 | 1408.96056 | | | |

Statistics for current covariance components model

Deviance = 25191.890279
Number of estimated parameters = 4

A residual file, called HONDURAS RCLEN.SPS, has been created. Note, some statistics could not be computed and a value of -99 has been entered. These should be recoded to 'missing values' before any analyses are performed.tauvc.dat, containing tau has been created.gamvc.dat, containing the variance-covariance matrix of gamma has been created gamvcr.dat, containing the robust variance-covariance matrix of gamma has been created.The above files have been created with a (nE15.7,1X) format.

# ANEXO 3

Program: HLM 5 Hierarchical Linear and Nonlinear Modeling
Authors: Stephen Raudenbush, Tony Bryk, & Richard Congdon
Publisher: Scientific Software International, Inc. (c) 2000
techsupport@ssicentral.com
www.ssicentral.com

-------------------------------------------------------------------------------

Module: HLM2.EXE (5.04.21205.1)
Date: 1 December 2002, Sunday
Time: 22: 8:41

-------------------------------------------------------------------------------

SPECIFICATIONS FOR THIS HLM2 RUN Sun Dec 01 22:08:41 2002

-------------------------------------------------------------------------------

Problem Title: MODELO UNO EN LENGUAJE PARA HONDURAS

The data source for this run = HONDURAS.SSM
The command file for this run = C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS MODELO 1 LEN.hlm
Output file name = C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS MODELO 1 LEN.OUT
The maximum number of level-2 units = 56
The maximum number of iterations = 100
Method of estimation: restricted maximum likelihood

Weighting Specification

-----------------------------

| | Weighting? | Weight Variable Name | Normalized? |
|---|---|---|---|
| Level 1 | yes | LANGWT | no |
| Level 2 | no | | no |

Generalizations are at level-1

```
The outcome variable is    LANGR

 The model specified for the fixed effects was:
 ----------------------------------------------------

  Level-1                      Level-2
  Coefficients                 Predictors
 ----------------------      ---------------
    INTRCPT1, B0             INTRCPT2, G00
                             MEGA_PUB, G01
                             MEGA_PR, G02
                             URB_PUB, G03
                             URB_PR, G04
                             MEANSES, G05
                             MNDISCIP, G06
 %      SES slope, B1        INTRCPT2, G10
 %   DISCIP slope, B2        INTRCPT2, G20
 %   GRADEC slope, B3        INTRCPT2, G30

'%' - This level-1 predictor has been centered around its grand mean.


The model specified for the covariance components was:
 ---------------------------------------------------------------

      Sigma squared (constant across level-2 units)

      Tau dimensions
           INTRCPT1
               SES slope
             DISCIP slope
             GRADEC slope
```

Summary of the model specified (in equation format)
---------------------------------------------------------

Level-1 Model

Y = B0 + B1*(SES) + B2*(DISCIP) + B3*(GRADEC) + R

Level-2 Model

B0 = G00 + G01*(MEGA_PUB) + G02*(MEGA_PR) + G03*(URB_PUB) + G04*(URB_PR)
+ G05*(MEANSES) + G06*(MNDISCIP) + U0
B1 = G10 + U1
B2 = G20 + U2
B3 = G30 + U3

Level-1 OLS regressions
--------------------

| Level-2 Unit | INTRCPT1 | SES slope | DISCIP slope | GRADEC slope |
|---|---|---|---|---|
| 20001 | 235.66977 | 1.03532 | 4.75703 | 37.26495 |
| 20005 | 217.79625 | 0.38900 | 0.66938 | 11.78796 |
| 20007 | 238.42708 | 2.32228 | 15.73163 | 9.15069 |
| 20013 | 154.95021 | -1.13836 | 0.18585 | 22.53334 |
| 20014 | 245.11273 | -11.56384 | 26.25944 | 31.81190 |
| 20015 | 234.82468 | 1.58056 | -4.34866 | 19.89736 |
| 20016 | 205.68687 | 0.66408 | 38.87683 | 26.26432 |
| 20017 | 218.21381 | 3.52382 | 6.96394 | 9.84598 |
| 20018 | 286.58539 | -2.86415 | -178.77545 | 49.07632 |

Note: OLS level-1 coefficients were computed for only 52 of 56 units that had sufficient data for estimation.

The average OLS level-1 coefficient for INTRCPT1 = 228.21773
The average OLS level-1 coefficient for SES = -0.19691
The average OLS level-1 coefficient for DISCIP = -0.65004
The average OLS level-1 coefficient for GRADEC = 20.10265

Least Squares Estimates

sigma squared = 2012.08005

The outcome variable is LANGR
Least-squares estimates of fixed effects

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 237.805134 | 2.926507 | 81.259 | 2467 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 9.711485 | 3.213306 | 3.022 | 2467 | 0.003 |
| MEGA_PR, G02 | 16.074585 | 7.190161 | 2.236 | 2467 | 0.025 |
| URB_PUB, G03 | 16.467137 | 2.637074 | 6.244 | 2467 | 0.000 |
| URB_PR, G04 | 11.783901 | 6.355950 | 1.854 | 2467 | 0.063 |
| MEANSES, G05 | 19.612670 | 3.240985 | 6.051 | 2467 | 0.000 |
| MNDISCIP, G06 | 35.965480 | 8.682724 | 4.142 | 2467 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.400638 | 1.585162 | 0.884 | 2467 | 0.377 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.815147 | 3.031201 | 1.589 | 2467 | 0.112 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 13.883299 | 1.774329 | 7.825 | 2467 | 0.000 |

The outcome variable is LANGR
Least-squares estimates of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 237.805134 | 8.850828 | 26.868 | 2467 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 9.711485 | 7.409463 | 1.311 | 2467 | 0.190 |
| MEGA_PR, G02 | 16.074585 | 17.323202 | 0.928 | 2467 | 0.354 |
| URB_PUB, G03 | 16.467137 | 7.009361 | 2.349 | 2467 | 0.019 |
| URB_PR, G04 | 11.783901 | 7.811444 | 1.509 | 2467 | 0.131 |
| MEANSES, G05 | 19.612670 | 10.966842 | 1.788 | 2467 | 0.073 |
| MNDISCIP, G06 | 35.965480 | 31.894053 | 1.128 | 2467 | 0.260 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.400638 | 0.636294 | 2.201 | 2467 | 0.028 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.815147 | 1.849592 | 2.603 | 2467 | 0.010 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 13.883299 | 2.045811 | 6.786 | 2467 | 0.000 |

The least-squares likelihood value = -12911.151865
Deviance = 25822.30373
Number of estimated parameters = 1

STARTING VALUES
---------------
sigma(0)_squared = 1441.22290

Tau(0)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 513.12232 | -19.48801 | -191.02317 | 3.09625 |
| SES,B1 | -19.48801 | -259.09064 | 93.91268 | -121.90474 |
| DISCIP,B2 | -191.02317 | 93.91268 | 152.71114 | -335.46243 |
| GRADEC,B3 | 3.09625 | -121.90474 | -335.46243 | 461.40805 |

New Tau(0)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 139.49806 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| SES,B1 | 0.00000 | 22.85129 | 0.00000 | 0.00000 |
| DISCIP,B2 | 0.00000 | 0.00000 | 258.33785 | 0.00000 |
| GRADEC,B3 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 153.24549 |

The outcome variable is LANGR

Estimation of fixed effects
(Based on starting values of covariance components)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 239.636597 | 5.567831 | 43.039 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 8.045256 | 7.177811 | 1.121 | 49 | 0.268 |
| MEGA_PR, G02 | 11.269815 | 12.300219 | 0.916 | 49 | 0.364 |
| URB_PUB, G03 | 15.316006 | 5.231803 | 2.927 | 49 | 0.006 |
| URB_PR, G04 | 10.321974 | 9.356143 | 1.103 | 49 | 0.276 |
| MEANSES, G05 | 20.869901 | 5.823778 | 3.584 | 49 | 0.001 |
| MNDISCIP, G06 | 38.535939 | 16.377307 | 2.353 | 49 | 0.023 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.252040 | 1.600615 | 0.782 | 55 | 0.438 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.833088 | 3.648048 | 1.325 | 55 | 0.191 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.818409 | 2.340106 | 6.332 | 55 | 0.000 |

The value of the likelihood function at iteration 1 = -1.260644E+004

The value of the likelihood function at iteration 2 = -1.257381E+004

The value of the likelihood function at iteration 3 = -1.256992E+004

The value of the likelihood function at iteration 4 = -1.256860E+004

The value of the likelihood function at iteration 5 = -1.256596E+004

.
.
.

The value of the likelihood function at iteration 27 = -1.256166E+004

The value of the likelihood function at iteration 28 = -1.256164E+004

The value of the likelihood function at iteration 29 = -1.256162E+004

The value of the likelihood function at iteration 30 = -1.256069E+004

Iterations stopped due to small change in likelihood function

******* ITERATION 31 *******

Sigma squared = 1406.74241

Tau

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 610.96349 | -45.33184 | 50.05589 | -47.83357 |
| SES,B1 | -45.33184 | 3.91886 | -5.56420 | -3.39037 |
| DISCIP,B2 | 50.05589 | -5.56420 | 14.57024 | 32.00227 |
| GRADEC,B3 | -47.83357 | -3.39037 | 32.00227 | 138.66835 |

Tau (as correlations)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 1.000 | -0.926 | 0.531 | -0.164 |
| SES,B1 | -0.926 | 1.000 | -0.736 | -0.145 |
| DISCIP,B2 | 0.531 | -0.736 | 1.000 | 0.712 |
| GRADEC,B3 | -0.164 | -0.145 | 0.712 | 1.000 |

| Random level-1 coefficient | Reliability estimate |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | 0.836 |
| SES, B1 | 0.034 |
| DISCIP, B2 | 0.036 |
| GRADEC, B3 | 0.458 |

Note: The reliability estimates reported above are based on only 52 of 56 units that had sufficient data for computation. Fixed effects and variance components are based on all the data.
The value of the likelihood function at iteration 31 = -1.256069E+004
The outcome variable is LANGR
Final estimation of fixed effects:

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 239.507126 | 9.478772 | 25.268 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 6.633974 | 13.038061 | 0.509 | 49 | 0.613 |
| MEGA_PR, G02 | 11.903881 | 19.798748 | 0.601 | 49 | 0.550 |
| URB_PUB, G03 | 16.646044 | 9.734754 | 1.710 | 49 | 0.093 |
| URB_PR, G04 | 11.589185 | 15.474393 | 0.749 | 49 | 0.457 |
| MEANSES, G05 | 20.140385 | 9.745869 | 2.067 | 49 | 0.044 |
| MNDISCIP, G06 | 43.302686 | 29.320701 | 1.477 | 49 | 0.146 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.099532 | 1.384319 | 0.794 | 55 | 0.431 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 5.074634 | 2.628664 | 1.930 | 55 | 0.058 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.860755 | 2.250319 | 6.604 | 55 | 0.000 |

The outcome variable is LANGR
Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 239.507126 | 7.555446 | 31.700 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 6.633974 | 7.124986 | 0.931 | 49 | 0.357 |
| MEGA_PR, G02 | 11.903881 | 15.330257 | 0.776 | 49 | 0.441 |
| URB_PUB, G03 | 16.646044 | 6.650678 | 2.503 | 49 | 0.016 |
| URB_PR, G04 | 11.589185 | 6.873870 | 1.686 | 49 | 0.098 |
| MEANSES, G05 | 20.140385 | 8.858918 | 2.273 | 49 | 0.027 |
| MNDISCIP, G06 | 43.302686 | 26.948641 | 1.607 | 49 | 0.114 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.099532 | 0.647160 | 1.699 | 55 | 0.095 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 5.074634 | 1.808818 | 2.805 | 55 | 0.007 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.860755 | 2.206467 | 6.735 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, U0 | 24.71768 | 610.96349 | 45 | 481.94229 | 0.000 |
| SES slope, U1 | 1.97961 | 3.91886 | 51 | 18.73123 | >.500 |
| DISCIP slope, U2 | 3.81710 | 14.57024 | 51 | 37.97498 | >.500 |
| GRADEC slope, U3 | 11.77575 | 138.66835 | 51 | 116.10654 | 0.000 |
| level-1, R | 37.50656 | 1406.74241 | | | |

Note: The chi-square statistics reported above are based on only 52 of 56 units that had sufficient data for computation. Fixed effects and variance components are based on all the data.

Statistics for current covariance components model

---

Deviance = 25121.385870
Number of estimated parameters = 11

Test of homogeneity of level-1 variance

---

Chi-square statistic = 185.03626
Number of degrees of freedom = 51
P-value = 0.000

A residual file, called HONDURAS MODELO 1 LEN.SPS, has been created. Note, some statistics could not be computed and a value of -99 has been entered. These should be recoded to 'missing values' before any analyses are performed.

# ANEXO 4

Program: HLM 5 Hierarchical Linear and Nonlinear Modeling
Authors: Stephen Raudenbush, Tony Bryk, & Richard Congdon
Publisher: Scientific Software International, Inc. (c) 2000
techsupport@ssicentral.com
www.ssicentral.com

---

Module: HLM2.EXE (5.04.21205.1)
Date: 1 December 2002, Sunday
Time: 21:53:39

---

SPECIFICATIONS FOR THIS HLM2 RUN Sun Dec 01 21:53:39 2002

---

Problem Title: MODELO FINAL EN LENGUAJE PARA HONDURAS

The data source for this run = HONDURAS.SSM
The command file for this run = C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS MODELO FINAL LEN.hlm
Output file name = C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS MODELO FINAL LEN.OUT
The maximum number of level-2 units = 56
The maximum number of iterations = 100
Method of estimation: restricted maximum likelihood

Weighting Specification

-----------------------------

| | Weighting? | Weight Variable Name | Normalized? |
|---|---|---|---|
| Level 1 | yes | LANGWT | no |
| Level 2 | no | | no |

Generalizations are at level-1

The outcome variable is LANGR

The model specified for the fixed effects was:

----------------------------------------------------

| Level-1 Coefficients | Level-2 Predictors |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | INTRCPT2, G00 |
| | MEGA_PUB, G01 |
| | MEGA_PR, G02 |
| | URB_PUB, G03 |
| | URB_PR, G04 |
| | MEANSES, G05 |
| | MNDISCIP, G06 |
| #% SES slope, B1 | INTRCPT2, G10 |
| #% DISCIP slope, B2 | INTRCPT2, G20 |
| % GRADEC slope, B3 | INTRCPT2, G30 |

'#' - The residual parameter variance for this level-1 coefficient has been set to zero.
'%' - This level-1 predictor has been centered around its grand mean.

The model specified for the covariance components was:

---------------------------------------------------------------

Sigma squared (constant across level-2 units)

Tau dimensions
INTRCPT1
GRADEC slope

Summary of the model specified (in equation format)

---------------------------------------------------------------

Level-1 Model

Y = B0 + B1*(SES) + B2*(DISCIP) + B3*(GRADEC) + R

Level-2 Model
B0 = G00 + G01*(MEGA_PUB) + G02*(MEGA_PR) + G03*(URB_PUB) + G04*(URB_PR)
+ G05*(MEANSES) + G06*(MNDISCIP) + U0
B1 = G10
B2 = G20
B3 = G30 + U3

Level-1 OLS regressions
-----------------------------

| Level-2 Unit | INTRCPT1 | GRADEC slope |
|---|---|---|
| 20001 | 235.62289 | 37.27766 |
| 20003 | 284.37677 | 15.48908 |
| 20005 | 217.67497 | 11.50245 |
| 20007 | 238.78824 | 10.51775 |
| 20013 | 155.73567 | 22.86815 |
| 20014 | 240.57045 | 20.78562 |
| 20015 | 234.61011 | 17.92447 |
| 20016 | 202.42987 | 27.91188 |
| 20017 | 218.60358 | 9.93015 |
| 20018 | 250.74916 | 34.04469 |

The average OLS level-1 coefficient for INTRCPT1 = 229.22288
The average OLS level-1 coefficient for GRADEC = 17.21527

Least Squares Estimates
-----------------------------

sigma squared = 2012.08005

The outcome variable is LANGR

Least-squares estimates of fixed effects

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 237.805134 | 2.926507 | 81.259 | 2467 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 9.711485 | 3.213306 | 3.022 | 2467 | 0.003 |
| MEGA_PR, G02 | 16.074585 | 7.190161 | 2.236 | 2467 | 0.025 |
| URB_PUB, G03 | 16.467137 | 2.637074 | 6.244 | 2467 | 0.000 |
| URB_PR, G04 | 11.783901 | 6.355950 | 1.854 | 2467 | 0.063 |
| MEANSES, G05 | 19.612670 | 3.240985 | 6.051 | 2467 | 0.000 |
| MNDISCIP, G06 | 35.965480 | 8.682724 | 4.142 | 2467 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.400638 | 1.585162 | 0.884 | 2467 | 0.377 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.815147 | 3.031201 | 1.589 | 2467 | 0.112 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 13.883299 | 1.774329 | 7.825 | 2467 | 0.000 |

The outcome variable is LANGR

Least-squares estimates of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 237.805134 | 8.850828 | 26.868 | 2467 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 9.711485 | 7.409463 | 1.311 | 2467 | 0.190 |
| MEGA_PR, G02 | 16.074585 | 17.323202 | 0.928 | 2467 | 0.354 |
| URB_PUB, G03 | 16.467137 | 7.009361 | 2.349 | 2467 | 0.019 |
| URB_PR, G04 | 11.783901 | 7.811444 | 1.509 | 2467 | 0.131 |
| MEANSES, G05 | 19.612670 | 10.966842 | 1.788 | 2467 | 0.073 |
| MNDISCIP, G06 | 35.965480 | 31.894053 | 1.128 | 2467 | 0.260 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.400638 | 0.636294 | 2.201 | 2467 | 0.028 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.815147 | 1.849592 | 2.603 | 2467 | 0.010 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 13.883299 | 2.045811 | 6.786 | 2467 | 0.000 |

The least-squares likelihood value = -12911.151865
Deviance = 25822.30373
Number of estimated parameters = 1

STARTING VALUES
----------------------------
sigma(0)_squared = 1401.11877

Tau(0)

| | | |
|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 622.13589 | -67.37628 |
| GRADEC,B3 | -67.37628 | 346.31410 |

The outcome variable is LANGR

Estimation of fixed effects
(Based on starting values of covariance components)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 238.633574 | 9.839860 | 24.252 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 7.842043 | 13.923197 | 0.563 | 49 | 0.575 |
| MEGA_PR, G02 | 12.965381 | 21.112476 | 0.614 | 49 | 0.542 |
| URB_PUB, G03 | 17.289323 | 9.955041 | 1.737 | 49 | 0.088 |
| URB_PR, G04 | 12.088927 | 16.130552 | 0.749 | 49 | 0.457 |
| MEANSES, G05 | 19.273369 | 10.125866 | 1.903 | 49 | 0.062 |
| MNDISCIP, G06 | 43.358555 | 29.796730 | 1.455 | 49 | 0.152 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.074816 | 1.356488 | 0.792 | 2467 | 0.428 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 3.965782 | 2.566090 | 1.545 | 2467 | 0.122 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 15.233653 | 3.008507 | 5.064 | 55 | 0.000 |

The value of the likelihood function at iteration 1 = -1.256504E+004

The value of the likelihood function at iteration 2 = -1.256346E+004

The value of the likelihood function at iteration 3 = -1.256280E+004

The value of the likelihood function at iteration 4 = -1.256249E+004

The value of the likelihood function at iteration 5 = -1.256228E+004

.
.
.

The value of the likelihood function at iteration 7 = -1.256217E+004

The value of the likelihood function at iteration 8 = -1.256215E+004

The value of the likelihood function at iteration 9 = -1.256214E+004

The value of the likelihood function at iteration 10 = -1.256212E+004

Iterations stopped due to small change in likelihood function

******* ITERATION 11 *******

Sigma_squared =   1408.30270

Tau

| | | |
|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 630.64869 | -48.45652 |
| GRADEC,B3 | -48.45652 | 140.41146 |

Tau (as correlations)

| | | |
|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 1.000 | -0.163 |
| GRADEC,B3 | -0.163 | 1.000 |

| Random level-1 coefficient | Reliability estimate |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | 0.940 |
| GRADEC, B3 | 0.492 |

The value of the likelihood function at iteration 11 = -1.256212E+004

The outcome variable is    LANGR

Final estimation of fixed effects:

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 238.196326 | 9.910127 | 24.036 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 8.036568 | 14.012815 | 0.574 | 49 | 0.569 |
| MEGA_PR, G02 | 13.509578 | 21.269382 | 0.635 | 49 | 0.528 |
| URB_PUB, G03 | 17.704539 | 10.028280 | 1.765 | 49 | 0.083 |
| URB_PR, G04 | 12.272665 | 16.247625 | 0.755 | 49 | 0.454 |
| MEANSES, G05 | 18.770657 | 10.198077 | 1.841 | 49 | 0.071 |
| MNDISCIP, G06 | 44.208701 | 30.012905 | 1.473 | 49 | 0.147 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.205591 | 1.349564 | 0.893 | 2467 | 0.372 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.219185 | 2.562683 | 1.646 | 2467 | 0.099 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.912831 | 2.259992 | 6.599 | 55 | 0.000 |

The outcome variable is LANGR
Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 238.196326 | 8.199449 | 29.050 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 8.036568 | 7.948296 | 1.011 | 49 | 0.317 |
| MEGA_PR, G02 | 13.509578 | 16.200508 | 0.834 | 49 | 0.409 |
| URB_PUB, G03 | 17.704539 | 7.229918 | 2.449 | 49 | 0.018 |
| URB_PR, G04 | 12.272665 | 7.447330 | 1.648 | 49 | 0.105 |
| MEANSES, G05 | 18.770657 | 9.739938 | 1.927 | 49 | 0.059 |
| MNDISCIP, G06 | 44.208701 | 27.520275 | 1.606 | 49 | 0.114 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.205591 | 0.636506 | 1.894 | 2467 | 0.058 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 4.219185 | 1.807592 | 2.334 | 2467 | 0.020 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 14.912831 | 2.214004 | 6.736 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, U0 | 25.11272 | 630.64869 | 49 | 1050.16059 | 0.000 |
| GRADEC slope, U3 | 11.84953 | 140.41146 | 55 | 121.15809 | 0.000 |
| level-1, R | 37.52736 | 1408.30270 | | | |

Statistics for current covariance components model

---

Deviance = 25124.231586
Number of estimated parameters = 4

Test of homogeneity of level-1 variance

---

Chi-square statistic = 195.48738
Number of degrees of freedom = 55
P-value = 0.000

A residual file, called HONDURAS MODELO FINAL LEN.SPS, has been created.
Note, some statistics could not be computed and a value of -99 has been entered.
These should be recoded to 'missing values' before any analyses are performed.

## 3.2 Estudio del Rendimiento de Matemáticas y de sus Factores Asociados en Honduras.

La primera pregunta que motiva este análisis es: ¿Varían las escuelas de Honduras en sus logros medios de Matemáticas, y si lo hacen cual es la magnitud de esa variación? O dicho de otra manera, ¿Cual es la responsabilidad de la institución educativa en el resultado de Matemáticas?

Para poder responder a dicha pregunta se aplicara un modelo para identificar las posibles fuentes de variabilidad conocido como The One –Way ANOVA que en el contexto de estadística multinivel se denomina "Modelo Nulo" tal como se describe anteriormente.

**El Modelo**

Tal como se dijo en el estudio de los factores asociados a lenguaje, la primera etapa de un análisis multinivel jerárquico consiste en establecer cuanta variación de la variable dependiente, en nuestro caso cuanta de la variación del rendimiento en Matemáticas tiene como fuente los alumnos y cuanta los centros, lo cual permite determinar cual es la contribución de los centros educativos en la prueba.

Para ello aplicaremos el llamado "Modelo Vació o Inicial" y para lo cual clasificaremos las variables en "niveles" de la manera siguiente:

- Variables de nivel 1: Variables de alumno, y de padres ó tutores del alumno.
- Variables de nivel 2: Variables del Maestro, Director, y del Centro.

Las características formales del modelo ya fueron descritas anteriormente por lo que a continuación se describirán y analizaran los resultados.

**Los Resultados**

La tabla 3.3 provee información acerca de cuanta variación en los resultados de Matemáticas queda entre escuelas y cuanta variación queda asignada a los alumnos, así como información sobre la fiabilidad de cada media muestral por escuela como un estimador de la media poblacional.

## TABLA 3.3

Resultados del Modelo One –Way ANOVA ó equivalentemente el Modelo Nulo[17]

The outcome variable is MATHR

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 230.587432 | 3.810457 | 60.514 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, | U0 | 28.28387 | 799.97735 | 55 | 1956.66181 | 0.000 |
| level-1, | R | 31.59068 | 997.97075 | | | |

La tabla 3.3 reporta que la estimación puntual máximo verosímil de la gran media de resultados en Matemáticas es de 230.587432 con un error estándar de 3.810457, indicando que un intervalo de confianza al 95% seria 230.587432 ± 1.96(3.810457) = (223.1189363 , 238.0559277).

La tabla 1 lista también las estimaciones máximo verosímiles de los componentes de varianza. A nivel de estudiante tenemos

$$V\hat{a}r(R_{1j}) = \hat{\sigma}^2 = 997.97075$$

A nivel de escuela, $\tau_{00}$ es la varianza de la media de las escuelas, $\beta_{0j}$, considerando toda la población, alrededor de la gran media, tal como lo indicamos en la ecuación (2). La varianza estimada de las medias de las escuelas es:

$$\hat{\tau}_{00} = 799.97735$$

[17] Para ver la salida completa de la Tabla 3 ver anexo 5.

Esta estimación indica que la mayor parte de la variabilidad en los resultados de lenguaje se encuentra a nivel de estudiante, sin embargo una proporción importante se encuentra entre escuelas.
El coeficiente de correlación intraclase, representa en este modelo la proporción de varianza de ***Y*** entre escuelas, el cual es estimado de la manera siguiente:

$$\hat{\rho} = \hat{\tau}_{00} / (\hat{\tau}_{00} + \hat{\sigma}^2) = 799.97735/(799.97735 + 997.97075) = 0.444939067$$

lo cual nos indica que 44.5 % de la variación en los resultados en Matemáticas se encuentra entre escuelas, superando en un importante 6% lo explicado por los centros en lenguaje.

De la misma manera que se trabajo para lenguaje, un estimador de la fiabilidad de la media muestral en cualquier escuela *j* es el siguiente:

$$\hat{\lambda}_j = \hat{\tau}_{00} / (\hat{\tau}_{00} + (\hat{\sigma}^2 / n_i))$$

y un indicador global de la fiabilidad es el promedio de la fiabilidad de las escuelas el cual es:

$$\hat{\lambda}_j = \sum \hat{\lambda}_j / j = 0.96.$$ [18] .

lo cual nos indica que la media muestral tiende a ser un buen estimador de la media verdadera de la escuela[19] y en la misma medida que para lenguaje.

Ahora bien dado que la tabla 3 presenta una estimación de $\tau_{00}$ necesitamos saber si es significativamente diferente de cero, es decir si es razonable asumir que todas las escuelas tienen la misma media ó que es más razonable asumir que existen diferencias. Es decir la hipótesis a contrastar será:

$$H_{00} : \tau_{00} = 0.$$

la cual en nuestro modelo esta asociada a un estadístico que sigue una distribución $\chi^2$ con j-1 grados de libertad, que en nuestro caso será j-1=56-1=55. De manera similar el test estadístico toma un valor de 1956.66181 el cual ocurre con muy poca frecuencia en los casos en donde la hipótesis nula se cumple ya que el P-value es del orden de 0.000 o sea p< 0.0001, por lo que rechazamos la hipótesis nula y aceptamos que existe variación significativa entre centros.

---

[18] Ver anexo 5.
[19] Anthony S. Bryk, Stephen W Raundenbush. "Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods". Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series, 1992, pags. 61-62

En conclusión la aplicación del”Modelo Nulo“para estudiar la variabilidad de los resultados en Matemáticas permite afirmar lo siguiente:

1) Las escuelas de Honduras varían significativamente en sus logros medios de Matemáticas, y la magnitud de esa variación es del 44.5% de la variación total considerándose una magnitud importante y además superior a la contribución en lenguaje.

2) Que la media de las escuelas es un buen estimador de la media poblacional.

3) En consecuencia tiene sentido pasar a un análisis de regresión considerando variables a nivel de maestro, director, escuela, y diferenciar su aporte a la variación total.

ANEXO 5

Program: HLM 5 Hierarchical Linear and Nonlinear Modeling
Authors: Stephen Raudenbush, Tony Bryk, & Richard Congdon
Publisher: Scientific Software International, Inc. (c) 2000
techsupport@ssicentral.com
www.ssicentral.com

---

Module: HLM2.EXE (5.04.21205.1)
Date: 4 December 2002, Wednesday
Time: 20:39:43

---

SPECIFICATIONS FOR THIS HLM2 RUN Wed Dec 04 20:39:43 2002

---

Problem Title: MODELO NULO EN MATEMATICAS: ¿EXISTE VARIACION ENTRE CENTROS EN HONDURAS ?
The data source for this run = HONDURAS NULO MAT.SSM
The command file for this run = C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS NULO MAT.hlm
Output file name = C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS NULO MAT.out
The maximum number of level-2 units = 56
The maximum number of iterations = 100
Method of estimation: restricted maximum likelihood

Weighting Specification
-----------------------

| | Weighting? | Weight Variable Name | Normalized? |
|---|---|---|---|
| Level 1 | yes | MATHWT | no |
| Level 2 | no | | no |

Generalizations are at level-1

The outcome variable is MATHR

The model specified for the fixed effects was:
----------------------------------------------------

| Level-1 Coefficients | Level-2 Predictors |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | INTRCPT2, G00 |

The model specified for the covariance components was:
---------------------------------------------------------

Sigma squared (constant across level-2 units)

Tau dimensions
INTRCPT1

Summary of the model specified (in equation format)
---------------------------------------------------

Level-1 Model

$$Y = B0 + R$$

Level-2 Model

$$B0 = G00 + U0$$

Level-1 OLS regressions
-----------------------

| Level-2 Unit | INTRCPT1 |
|---|---|
| 20001 | 348.85001 |
| 20005 | 215.85001 |
| 20007 | 222.42500 |
| 20013 | 196.43590 |
| 20014 | 225.17857 |
| 20015 | 221.00000 |
| 20016 | 192.97437 |
| 20017 | 221.14706 |
| 20018 | 271.12195 |
| 20022 | 256.92307 |

The average OLS level-1 coefficient for INTRCPT1 = 230.66466

Least Squares Estimates

-----------------------

sigma squared = 1779.12735

The outcome variable is MATHR

Least-squares estimates of fixed effects

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 228.811834 | 0.858965 | 266.381 | 2420 | 0.000 |

The outcome variable is MATHR

Least-squares estimates of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 228.811834 | 3.879336 | 58.982 | 2420 | 0.000 |

The least-squares likelihood value = -12493.217922
Deviance = 24986.43584
Number of estimated parameters = 1

STARTING VALUES

---------------------------

sigma(0)_squared = 998.05433

Tau(0)
INTRCPT1,B0 797.19381

The outcome variable is MATHR

Estimation of fixed effects
(Based on starting values of covariance components)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 230.587173 | 3.838488 | 60.072 | 55 | 0.000 |

The value of the likelihood function at iteration 1 = -1.188986E+004

The value of the likelihood function at iteration 2 = -1.188986E+004

Iterations stopped due to small change in likelihood function

******* ITERATION 3 *******

Sigma_squared = 997.97075

Tau
INTRCPT1,B0 799.97735

Tau (as correlations)
INTRCPT1,B0 1.000

| Random level-1 coefficient | Reliability estimate |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | 0.966 |

The value of the likelihood function at iteration 3 = -1.188986E+004

The outcome variable is MATHR

Final estimation of fixed effects:

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 230.587432 | 3.844919 | 59.972 | 55 | 0.000 |

The outcome variable is MATHR

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 230.587432 | 3.810457 | 60.514 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, U0 | 28.28387 | 799.97735 | 55 | 1956.66181 | 0.000 |
| level-1, R | 31.59068 | 997.97075 | | | |

Statistics for current covariance components model

Deviance = 23779.723601
Number of estimated parameters = 2

A residual file, called HONDURAS NULO MAT.sps, has been created. Note, some statistics could not be computed and a value of -99 has been entered. These should be recoded to 'missing values' before any analyses are performed.

En esta segunda parte del análisis para Matemáticas cinco preguntas motivan este estudio:

1) ¿Predicen significativamente el resultado en Matemáticas la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, el clima en el aula, el involucramiento de los padres en la escuela?
2) ¿Las escuelas con alto involucramiento difieren de las de bajo involucramiento en sus resultados en Matemáticas (controlando por ubicación sociodemográfica y clima)?
3) ¿Las escuelas con alto clima difieren de las de bajo clima en sus resultados en Matemáticas (controlando por ubicación sociodemográfica e involucramiento de los padres en la escuela)?
4) ¿Cual es la magnitud del aporte al rendimiento en Matemáticas y a las pendientes de variables de alumno y tutores, usando la ubicación sociodemográfica, el involucramiento de los padres, y el clima en el aula como predictores?
5) ¿Después de tomar en cuenta la ubicación sociodemográfica, el involucramiento de los padres, y el clima en el aula, como se correlacionan los interceptos y las pendientes? (¿Las escuelas con alto rendimiento en Matemáticas tienen un aporte grande por parte del estatus, el clima en el aula ó el grado?)

**El Modelo**

Tanto el modelo a nivel de estudiante, como el modelo a nivel de escuela , ambos considerados en el modelo nulo ó inicial serán modificados incorporando variables para explicar el rendimiento promedio de Matemáticas, la idea es buscar un modelo que permita contabilizar la variabilidad entre escuelas para por ejemplo comprender porque algunas tienen mas altos promedios que otras.
Este modelo en términos formales representa al resultado del estudiante i-esimo perteneciente a la j-esima escuela como

**Modelo del nivel 1**

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(SES) + \beta_{2j}(DISCIP) + \beta_{3j}(GRADEC) + R_{ij}$$

**Modelo del nivel 2**

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(MEGA\_PUB) + \gamma_{02}(MEGA\_PR) + \gamma_{03}(URB\_PUB)$$
$$+ \gamma_{04}(URB\_PR) + \gamma_{05}(MNPARINV) + \gamma_{06}(MNDISCIP) + U_{0j}$$
$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + U_{1J}$$
$$\beta_{2j} = \gamma_{20} + U_{2j}$$
$$\beta_{3j} = \gamma_{30} + U_{3j}$$

donde:
Las variables del nivel uno están centradas alrededor de la gran media, no así las de nivel 2.

$\gamma_{00} =$ Es el promedio de las medias de rendimiento en Matemáticas de las escuelas atraves de la población de escuelas, pero ajustado ó controlado por el centro.

$\gamma_{01} =$ Es el efecto de MEGA_PUB (Estrato mega público)

$\gamma_{02} =$ Es el efecto de MEGA_PR (Estrato mega urbano)

$\gamma_{03} =$ Es el efecto de URB_PUB (Estrato Urbano Publico)

$\gamma_{04} =$ Es el efecto de URB_PR (Estrato Urbano Privado)

$\gamma_{05} =$ Es el efecto de MNPARINV (Media de involucramiento de los padres en la escuela)

$\gamma_{06} =$ Es el efecto de MNDISCIP (Media de clima en el aula **DISCIP** por escuela)

$\gamma_{10} =$ Es el efecto de **SES** (estatus socio económico) que se mantiene aleatorio

$\gamma_{20} =$ Es el efecto de **DISCIP** (clima en el aula) que se mantiene aleatorio

$\gamma_{30} =$ Es el efecto de la media de las pendientes de **GRADEC** (grado del alumno) sobre el rendimiento en Matemáticas.

$U_{0j} =$ Es el efecto aleatorio sobre el rendimiento de la escuela ***j*** una vez controlado por las variables correspondientes.

$U_{1j} =$ Es el efecto aleatorio sobre la pendiente del **SES** de la escuela ***j*** unas ves controlado por las variables correspondientes.

$U_{2j} =$ Es el efecto aleatorio sobre la pendiente del **DISCIP** de la escuela ***j*** una vez controlado por las variables correspondientes.

$U_{3j} =$ Es el efecto aleatorio sobre la pendiente de **GRADEC** asociado con la escuela ***j***.

Además $U_{0j}$, $U_{1j}$, $U_{2j}$, y $U_{3j}$ se distribuyen según una normal multivariada con media cero y matriz de varianza –covarianza **T**. De manera que los elementos de **T** son componentes de varianza –covarianza condicional o residual. Es decir ellos representan la dispersión residual en $\beta_{0j}$ después de ser controlado por MEGA_PUB, MEGA_PR, URB_PUB, URB_PR, MNPARIV, MNDISCIP y en $\beta_{1j}, \beta_{2j}, \beta_{3j}$ representa la dispersión en relación a la media de las pendientes correspondientes.

**Los Resultados**

## TABLA 3.4

Resultados de la aplicación del Modelo An Intercept- and Slopes-as-Outcomes Model [20] para el Modelo Final de Matemáticas[21].

The outcome variable is MATHR

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | Approx. T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 220.976241 | 2.971972 | 74.353 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 13.211193 | 10.386919 | 1.272 | 49 | 0.210 |
| MEGA_PR, G02 | 11.523622 | 9.514733 | 1.211 | 49 | 0.232 |
| URB_PUB, G03 | 30.722196 | 13.278553 | 2.314 | 49 | 0.025 |
| URB_PR, G04 | 19.392913 | 6.362161 | 3.048 | 49 | 0.004 |
| MNPARINV, G05 | -22.860065 | 11.167186 | -2.047 | 49 | 0.046 |
| MNDISCIP, G06 | 55.550198 | 18.231650 | 3.047 | 49 | 0.004 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.288295 | 0.676376 | 1.905 | 55 | 0.062 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 2.722231 | 1.570629 | 1.733 | 55 | 0.088 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 10.501655 | 2.342065 | 4.484 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, U0 | 23.21871 | 539.10859 | 48 | 834.71835 | 0.000 |
| SES slope, U1 | 1.71825 | 2.95240 | 54 | 112.10537 | 0.000 |
| DISCIP slope, U2 | 4.56851 | 20.87124 | 54 | 72.35579 | 0.048 |
| GRADEC slope, U3 | 14.61346 | 213.55313 | 54 | 281.84294 | 0.000 |
| level-1, R | 30.29111 | 917.55125 | | | |

[20] Para detalles del modelo ver: Anthony S. Bryk, Stephen W Raundenbush. " Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods ". Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series, 1992, pags. 70-72

[21] Salida completa en anexo 4 .

La **Tabla 3.4** muestra los resultados finales de los análisis con MEGA_PUB**,** MEGA_PR**,** URB_PUB**,** URB_PR, MNPARINV, y MNDISCIP como predictores del rendimiento en lenguaje.

Primeramente observamos que el involucramiento de los padres MNPARINV( un promedio ponderado de la frecuencia con que el padre a las actividades de la escuela, conoce a los profesores, y asiste a las reuniones de padres) esta negativamente relacionado con la media del rendimiento en Matemáticas de las escuelas $\gamma_{05} =$ -22.860065 lo cual no parece razonable pues sugiere que el involucramiento de los padres no ayuda si no por el contrario empeora el rendimiento de los estudiantes, lo cual hay que tomar con cautela. De manera diferente es la conducta del clima en el aula el cual esta positivamente relacionados con la media del rendimiento en Matemáticas de las escuelas, $\gamma_{06} =$ MNDISCIP G06 = 55.550198, el P-value=0.004 es suficientemente pequeño como para rechazar la hipótesis nula de no ser significativamente diferente de cero.

Por otra parte en las variables de carácter sociodemográfico (MEGA_PUB**,** MEGA_PR**,** URB_PUB**,** URB_PR) solo las ultimas dos tienen promedios significativamente superiores a los del nivel RURAL pero por ser variables indicadoras no se retiraran del modelo.
En cuanto a las pendientes todas resultaron con efecto aleatorio significativo, lo cual resulta diferente a lenguaje, en cuanto a MEANSES se retiro del modelo por presentar problemas de multicolinealidad y el resto de variables no resultaron ser buenos predictores de las pendientes del modelo[22].

Variación explicada en el nivel 1
La varianza explicada en este nivel se calculara comparándola con la del modelo nulo así:

**Proporción de varianza explicada en el nivel 1** [23] $= \left(\hat{\sigma}^2 \text{ (Modelo nulo)} - \hat{\sigma}^2 \text{ (Modelo ajustado)}\right) / \hat{\sigma}^2 \text{ (Modelo nulo)}$

$= (997.97075-917.55125)/ 997.97075$

$= 0.080583023$

Lo que significa que un 8% de la variabilidad debida al estudiante se explica por el estatus socioeconómico(**SES)**, el clima en el aula **(DISCIP)** y el grado al que pertenece el estudiante **(GRADEC)** lo cual es superior al aporte a lenguaje**.**

[22] Esto sucedió al incorporar MNPARINV.

[23] Para mayor información sobre este concepto ver Anthony S. Bryk, Stephen W Raundenbush. “Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods”. Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series, 1992, Pág.70.

**Proporción de varianza explicada en** $\beta_{0j}$ [24] $= (\hat{\tau}_{00}$ (Modelo Ramdom-Coefficient)- $\hat{\tau}_{00}$ (Modelo ajustado) $)$ / $\hat{\tau}_{00}$ (Modelo Ramdom-Coefficient)

= (752.12723-539.10859)/ 752.12723
= 0.28322155

Lo que significa que un 28 % de la variabilidad entre escuelas es explicada por las variables sociodemográficas, el involucramiento de los padres y el clima en el aula.

En conclusión la aplicación del Modelo propuesto permite afirmar lo siguiente:

1) La ubicación sociodemográfica, el involucramiento de los padres, y el clima en el aula, predicen significativamente el resultado en Matemáticas entre escuelas más que al interior de las mismas.

2) Las escuelas con alto involucramiento de los padres en la escuela difieren de las de bajo involucramiento en sus resultados en Matemáticas (controlando por ubicación sociodemográfica y clima), ya que el correspondiente coeficiente es distinto de cero.

1) Las escuelas con alto clima difieren de las de bajo clima en sus resultados en Matemáticas (controlando por ubicación sociodemográfica e involucramiento de los padres)

2) La magnitud del aporte al rendimiento en Matemáticas y a las pendientes de variables de alumno y tutores, usando la ubicación sociodemográfica, el involucramiento de los padres, y el clima en el aula como predictores es del 28% de la variabilidad entre centros.

5) Después de tomar en cuenta la ubicación sociodemográfica, el involucramiento de los padres y el clima en el aula, se correlacionan fuertemente los coeficiente $\beta_{3j}$ con $\beta_{1j}$ y $\beta$ de manera negativa en el primer caso y positiva en el segundo, y en el caso de los interceptos $\beta_{0j}$ se correlaciona negativamente con $\beta_{1j}$ esto significa que mientras mas alto es el rendimiento mas bajo es el aporte por parte del **SES** y positivamente con el resto.

[24] Ibíd. Pág. 74

# ANEXO 6

Program: HLM 5 Hierarchical Linear and Nonlinear Modeling
Authors: Stephen Raudenbush, Tony Bryk, & Richard Congdon
Publisher: Scientific Software International, Inc. (c) 2000
techsupport@ssicentral.com
www.ssicentral.com

-------------------------------------------------------------------------------

Module: HLM2.EXE (5.04.21205.1)
Date: 5 December 2002, Thursday
Time: 9:39:20

-------------------------------------------------------------------------------

SPECIFICATIONS FOR THIS HLM2 RUN Thu Dec 05 09:39:19 2002

-------------------------------------------------------------------------------

Problem Title: MODELO RAMDOM-COEFFICIENT PARA MATEMATICAS:

The data source for this run = HONDURAS NULO MAT.SSM
The command file for this run = C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS RCMAT.hlm
Output file name = C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS RCMAT.OUT
The maximum number of level-2 units = 56
The maximum number of iterations = 100
Method of estimation: restricted maximum likelihood

Weighting Specification

-----------------------------

| | Weighting? | Weight Variable Name | Normalized? |
|---|---|---|---|
| Level 1 | yes | MATHWT | no |
| Level 2 | no | | no |

Generalizations are at level-1

The outcome variable is MATHR

The model specified for the fixed effects was:

----------------------------------------------------

```
   Level-1                  Level-2
   Coefficients              Predictors
 ----------------------   ---------------
       INTRCPT1, B0      INTRCPT2, G00
 %      SES slope, B1      INTRCPT2, G10
 %   DISCIP slope, B2      INTRCPT2, G20
 %   GRADEC slope, B3      INTRCPT2, G30
```

'%' - This level-1 predictor has been centered around its grand mean.

The model specified for the covariance components was:

---------------------------------------------------------------

Sigma squared (constant across level-2 units)

```
Tau dimensions
     INTRCPT1
         SES slope
       DISCIP slope
       GRADEC slope
```

Summary of the model specified (in equation format)

---------------------------------------------------------------

Level-1 Model

Y = B0 + B1*(SES) + B2*(DISCIP) + B3*(GRADEC) + R

Level-2 Model

B0 = G00 + U0
B1 = G10 + U1
B2 = G20 + U2
B3 = G30 + U3

Level-1 OLS regressions
-----------------------

| Level-2 Unit | INTRCPT1 | SES slope | DISCIP slope | GRADEC slope |
|---|---|---|---|---|
| 20001 | 346.37634 | -6.06168 | 50.75180 | -2.53025 |
| 20005 | 218.30031 | 4.15206 | -5.03319 | -9.22382 |
| 20007 | 220.49695 | -10.74242 | -12.46495 | 8.28724 |
| 20013 | 196.00946 | 0.02410 | -4.37359 | 5.82630 |
| 20014 | 226.43944 | -2.87921 | 0.43872 | 8.75198 |
| 20015 | 221.41714 | 1.91876 | -5.03898 | 18.95084 |
| 20016 | 199.26424 | 5.58570 | 72.78513 | 21.47288 |
| 20017 | 219.73286 | 0.25883 | 3.46927 | 15.09664 |
| 20018 | 279.18719 | 14.04259 | -102.00125 | 68.65384 |
| 20022 | 253.19818 | 10.11699 | 2.33257 | -22.21056 |

Note: OLS level-1 coefficients were computed for only 55 of 56 units that had sufficient data for estimation.

The average OLS level-1 coefficient for INTRCPT1 = 228.41543
The average OLS level-1 coefficient for SES = -4.23665
The average OLS level-1 coefficient for DISCIP = 3.76509
The average OLS level-1 coefficient for GRADEC = 15.06358

Least Squares Estimates
-----------------------------

sigma squared = 1696.59058

The outcome variable is MATHR

Least-squares estimates of fixed effects

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 229.292839 | 0.841209 | 272.575 | 2417 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 8.644128 | 1.161736 | 7.441 | 2417 | 0.000 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 11.483947 | 2.578624 | 4.454 | 2417 | 0.000 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 10.380799 | 1.631326 | 6.363 | 2417 | 0.000 |

The outcome variable is MATHR

Least-squares estimates of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 229.292839 | 3.706331 | 61.865 | 2417 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 8.644128 | 3.017394 | 2.865 | 2417 | 0.005 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 11.483947 | 3.934461 | 2.919 | 2417 | 0.004 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 10.380799 | 2.482631 | 4.181 | 2417 | 0.000 |

The least-squares likelihood value = -12429.901749
Deviance = 24859.80350
Number of estimated parameters = 1

STARTING VALUES

sigma(0)_squared = 902.42159

Tau(0)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 790.24924 | 435.93665 | -309.61984 | -149.01927 |
| SES,B1 | 435.93665 | 1304.68770 | -651.94683 | -762.57575 |
| DISCIP,B2 | -309.61984 | -651.94683 | 293.54730 | 301.64996 |
| GRADEC,B3 | -149.01927 | -762.57575 | 301.64996 | 708.85853 |

New Tau(0)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 182.50980 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| SES,B1 | 0.00000 | 314.16035 | 0.00000 | 0.00000 |
| DISCIP,B2 | 0.00000 | 0.00000 | 208.36572 | 0.00000 |
| GRADEC,B3 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 181.62189 |

The outcome variable is MATHR

Estimation of fixed effects
(Based on starting values of covariance components)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 228.870892 | 2.020258 | 113.288 | 55 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 2.349986 | 2.729616 | 0.861 | 55 | 0.393 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 5.049075 | 3.060972 | 1.650 | 55 | 0.104 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 11.095826 | 2.275038 | 4.877 | 55 | 0.000 |

The value of the likelihood function at iteration 1 = -1.188894E+004

The value of the likelihood function at iteration 2 = -1.184466E+004

The value of the likelihood function at iteration 3 = -1.183692E+004

The value of the likelihood function at iteration 4 = -1.183311E+004

The value of the likelihood function at iteration 5 = -1.183049E+004

.
.
.

The value of the likelihood function at iteration 429 = -1.181696E+004

The value of the likelihood function at iteration 430 = -1.181696E+004

The value of the likelihood function at iteration 431 = -1.181696E+004

The value of the likelihood function at iteration 432 = -1.181696E+004

Iterations stopped due to small change in likelihood function

******* ITERATION 433 *******

Sigma_squared = 917.27190

Tau

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 752.12723 | -16.03520 | 75.15918 | -20.86263 |
| SES,B1 | -16.03520 | 2.93882 | -9.08416 | -22.32509 |
| DISCIP,B2 | 75.15918 | -9.08416 | 31.10822 | 67.54037 |
| GRADEC,B3 | -20.86263 | -22.32509 | 67.54037 | 212.74539 |

Tau (as correlations)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 1.000 | -0.341 | 0.491 | -0.052 |
| SES,B1 | -0.341 | 1.000 | -0.950 | -0.893 |
| DISCIP,B2 | 0.491 | -0.950 | 1.000 | 0.830 |
| GRADEC,B3 | -0.052 | -0.893 | 0.830 | 1.000 |

| Random level-1 coefficient | Reliability estimate |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | 0.891 |
| SES, B1 | 0.038 |
| DISCIP, B2 | 0.099 |
| GRADEC, B3 | 0.634 |

Note: The reliability estimates reported above are based on only 55 of 56 units that had sufficient data for computation. Fixed effects and variance components are based on all the data.

The value of the likelihood function at iteration 433 = -1.181696E+004

The outcome variable is MATHR

Final estimation of fixed effects:

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | Approx. T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 230.429874 | 3.728631 | 61.800 | 55 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.609816 | 1.108116 | 1.453 | 55 | 0.152 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 3.671434 | 2.225123 | 1.650 | 55 | 0.104 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 10.444344 | 2.370513 | 4.406 | 55 | 0.000 |

The outcome variable is MATHR
Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | Approx. T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 230.429874 | 3.694292 | 62.375 | 55 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.609816 | 0.669932 | 2.403 | 55 | 0.020 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 3.671434 | 1.653186 | 2.221 | 55 | 0.030 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 10.444344 | 2.335185 | 4.473 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, U0 | 27.42494 | 752.12723 | 54 | 1243.45311 | 0.000 |
| SES slope, U1 | 1.71430 | 2.93882 | 54 | 112.05150 | 0.000 |
| DISCIP slope, U2 | 5.57747 | 31.10822 | 54 | 72.83697 | 0.044 |
| GRADEC slope, U3 | 14.58579 | 212.74539 | 54 | 281.95198 | 0.000 |
| level-1, R | 30.28650 | 917.27190 | | | |

Note: The chi-square statistics reported above are based on only 55 of 56 units that had sufficient data for computation. Fixed effects and variance components are based on all the data.

Statistics for current covariance components model
--------------------------------------------------
Deviance = 23633.927243
Number of estimated parameters = 11

A residual file, called HONDURAS RCMAT.SPS, has been created. Note, some statistics could not be computed and a value of -99 has been entered. These should be recoded to 'missing values' before any analyses are performed.

# ANEXO 7

Program: HLM 5 Hierarchical Linear and Nonlinear Modeling
Authors: Stephen Raudenbush, Tony Bryk, & Richard Congdon
Publisher: Scientific Software International, Inc. (c) 2000
techsupport@ssicentral.com
www.ssicentral.com

---

Module: HLM2.EXE (5.04.21205.1)
Date: 5 December 2002, Thursday
Time: 23:23:51

---

SPECIFICATIONS FOR THIS HLM2 RUN Thu Dec 05 23:23:51 2002

---

Problem Title: MODELO FINAL EN MATEMATICAS:
The data source for this run = HONDURAS NULO MAT.SSM
The command file for this run =
C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS FINAL MAT.hlm
Output file name =
C:\INFORME PARA HONDURAS\MAURICIO\HONDURAS FINAL MAT.OUT
The maximum number of level-2 units = 56
The maximum number of iterations = 100
Method of estimation: restricted maximum likelihood

Weighting Specification

------------------------------

| | Weighting? | Weight Variable Name | Normalized? |
|---|---|---|---|
| Level 1 | yes | MATHWT | no |
| Level 2 | no | | no |

Generalizations are at level-1

The outcome variable is    MATHR

The model specified for the fixed effects was:
----------------------------------------------------

```
   Level-1                          Level-2
   Coefficients                     Predictors
 ---------------------              ---------------
       INTRCPT1, B0             INTRCPT2, G00
                                MEGA_PUB, G01
                                MEGA_PR, G02
                                URB_PUB, G03
                                URB_PR, G04
                                MNPARINV, G05
                                MNDISCIP, G06
 %      SES slope, B1           INTRCPT2, G10
 %   DISCIP slope, B2           INTRCPT2, G20
 %   GRADEC slope, B3           INTRCPT2, G30
```

'%' - This level-1 predictor has been centered around its grand mean.

The model specified for the covariance components was:
---------------------------------------------------------------

```
        Sigma squared (constant across level-2 units)

        Tau dimensions
             INTRCPT1
                 SES slope
               DISCIP slope
               GRADEC slope
```

Summary of the model specified (in equation format)
---------------------------------------------------

Level-1 Model

    Y = B0 + B1*(SES) + B2*(DISCIP) + B3*(GRADEC) + R

Level-2 Model
    B0 = G00 + G01*(MEGA_PUB) + G02*(MEGA_PR) + G03*(URB_PUB) +
G04*(URB_PR)
        + G05*(MNPARINV) + G06*(MNDISCIP) + U0
    B1 = G10 + U1
    B2 = G20 + U2
    B3 = G30 + U3

Level-1 OLS regressions
-------------------------------

| Level-2 Unit | INTRCPT1 | SES slope | DISCIP slope | GRADEC slope |
|---|---|---|---|---|
| 20001 | 346.37634 | -6.06168 | 50.75180 | -2.53025 |
| 20005 | 218.30031 | 4.15206 | -5.03319 | -9.22382 |
| 20007 | 220.49695 | -10.74242 | -12.46495 | 8.28724 |
| 20013 | 196.00946 | 0.02410 | -4.37359 | 5.82630 |
| 20014 | 226.43944 | -2.87921 | 0.43872 | 8.75198 |
| 20015 | 221.41714 | 1.91876 | -5.03898 | 18.95084 |
| 20016 | 199.26424 | 5.58570 | 72.78513 | 21.47288 |
| 20017 | 219.73286 | 0.25883 | 3.46927 | 15.09664 |
| 20018 | 279.18719 | 14.04259 | -102.00125 | 68.65384 |
| 20022 | 253.19818 | 10.11699 | 2.33257 | -22.21056 |

Note: OLS level-1 coefficients were computed for only 55 of 56 units that had sufficient data for estimation.
The average OLS level-1 coefficient for INTRCPT1 = 228.41543
The average OLS level-1 coefficient for SES = -4.23665
The average OLS level-1 coefficient for DISCIP = 3.76509
The average OLS level-1 coefficient for GRADEC = 15.06358

Least Squares Estimates
-----------------------------
sigma_squared = 1449.67652

The outcome variable is MATHR
Least-squares estimates of fixed effects

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 219.630102 | 1.162065 | 189.000 | 2411 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 11.358730 | 2.459688 | 4.618 | 2411 | 0.000 |
| MEGA_PR, G02 | 13.865712 | 5.280974 | 2.626 | 2411 | 0.009 |
| URB_PUB, G03 | 34.394447 | 2.255938 | 15.246 | 2411 | 0.000 |
| URB_PR, G04 | 22.085091 | 5.130607 | 4.305 | 2411 | 0.000 |
| MNPARINV, G05 | -22.714393 | 2.509987 | -9.050 | 2411 | 0.000 |
| MNDISCIP, G06 | 41.688791 | 6.703113 | 6.219 | 2411 | 0.000 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.834840 | 1.199933 | 1.529 | 2411 | 0.126 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 2.851909 | 2.589348 | 1.101 | 2411 | 0.271 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 9.878068 | 1.509292 | 6.545 | 2411 | 0.000 |

The outcome variable is MATHR

Least-squares estimates of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 219.630102 | 3.033211 | 72.408 | 2411 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 11.358730 | 9.098947 | 1.248 | 2411 | 0.212 |
| MEGA_PR, G02 | 13.865712 | 9.221814 | 1.504 | 2411 | 0.133 |
| URB_PUB, G03 | 34.394447 | 14.281975 | 2.408 | 2411 | 0.016 |
| URB_PR, G04 | 22.085091 | 6.260867 | 3.527 | 2411 | 0.001 |
| MNPARINV, G05 | -22.714393 | 11.035469 | -2.058 | 2411 | 0.039 |
| MNDISCIP, G06 | 41.688791 | 19.342844 | 2.155 | 2411 | 0.031 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.834840 | 2.250843 | 0.815 | 2411 | 0.415 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | .851909 | 1.557948 | 1.831 | 2411 | 0.067 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 9.878068 | 2.341310 | 4.219 | 2411 | 0.000 |

The least-squares likelihood value = -12223.546288
Deviance = 24447.09258
Number of estimated parameters = 1

STARTING VALUES

---------------------------

sigma(0)_squared = 902.42159

Tau(0)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 641.80111 | 426.41938 | -293.50952 | -118.86146 |
| SES,B1 | 426.41938 | 1175.63621 | -756.91614 | -733.74164 |
| DISCIP,B2 | -293.50952 | -756.91614 | 234.80038 | 342.53103 |
| GRADEC,B3 | -118.86146 | -733.74164 | 342.53103 | 713.81963 |

New Tau(0)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 152.82017 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| SES,B1 | 0.00000 | 288.35005 | 0.00000 | 0.00000 |
| DISCIP,B2 | 0.00000 | 0.00000 | 196.61634 | 0.00000 |
| GRADEC,B3 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 182.61412 |

The outcome variable is MATHR

Estimation of fixed effects
(Based on starting values of covariance components)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 220.341490 | 2.705936 | 81.429 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 11.573305 | 6.381968 | 1.813 | 49 | 0.075 |
| MEGA_PR, G02 | 9.019583 | 11.603559 | 0.777 | 49 | 0.441 |
| URB_PUB, G03 | 31.922534 | 5.300522 | 6.023 | 49 | 0.000 |
| URB_PR, G04 | 21.672520 | 8.682033 | 2.496 | 49 | 0.016 |
| MNPARINV, G05 | -20.749988 | 6.591121 | -3.148 | 49 | 0.003 |
| MNDISCIP, G06 | 47.386765 | 14.998134 | 3.160 | 49 | 0.003 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 0.466718 | 2.673781 | 0.175 | 55 | 0.862 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 3.751467 | 3.043719 | 1.233 | 55 | 0.223 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 10.920725 | 2.278850 | 4.792 | 55 | 0.000 |

The value of the likelihood function at iteration 1 = -1.184662E+004

The value of the likelihood function at iteration 2 = -1.181056E+004

The value of the likelihood function at iteration 3 = -1.180308E+004

The value of the likelihood function at iteration 4 = -1.179947E+004

The value of the likelihood function at iteration 5 = -1.179702E+004

.
.
.

The value of the likelihood function at iteration 456 = -1.178431E+004

The value of the likelihood function at iteration 457 = -1.178431E+004

The value of the likelihood function at iteration 458 = -1.178431E+004

The value of the likelihood function at iteration 459 = -1.178431E+004

Iterations stopped due to small change in likelihood function

******* ITERATION 460 *******

Sigma_squared = 917.55125

Tau

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 539.10859 | -19.94092 | 42.22293 | 43.98283 |
| SES,B1 | -19.94092 | 2.95240 | -7.46928 | -22.44325 |
| DISCIP,B2 | 42.22293 | -7.46928 | 20.87124 | 62.88425 |
| GRADEC,B3 | 43.98283 | -22.44325 | 62.88425 | 213.55313 |

Tau (as correlations)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1,B0 | 1.000 | -0.500 | 0.398 | 0.130 |
| SES,B1 | -0.500 | 1.000 | -0.952 | -0.894 |
| DISCIP,B2 | 0.398 | -0.952 | 1.000 | 0.942 |
| GRADEC,B3 | 0.130 | -0.894 | 0.942 | 1.000 |

| Random level-1 coefficient | Reliability estimate |
|---|---|
| INTRCPT1, B0 | 0.862 |
| SES, B1 | 0.038 |
| DISCIP, B2 | 0.070 |
| GRADEC, B3 | 0.634 |

Note: The reliability estimates reported above are based on only 55 of 56 units that had sufficient data for computation. Fixed effects and variance components are based on all the data.

The value of the likelihood function at iteration 460 = -1.178431E+004

The outcome variable is MATHR

Final estimation of fixed effects:

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 220.976241 | 4.640761 | 47.616 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 13.211193 | 11.077174 | 1.193 | 49 | 0.239 |
| MEGA_PR, G02 | 11.523622 | 14.221032 | 0.810 | 49 | 0.422 |
| URB_PUB, G03 | 30.722196 | 8.861285 | 3.467 | 49 | 0.001 |
| URB_PR, G04 | 19.392913 | 12.805234 | 1.514 | 49 | 0.136 |
| MNPARINV, G05 | -22.860065 | 10.316086 | -2.216 | 49 | 0.031 |
| MNDISCIP, G06 | 55.550198 | 24.681936 | 2.251 | 49 | 0.029 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.288295 | 1.113327 | 1.157 | 55 | 0.253 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 2.722231 | 2.191436 | 1.242 | 55 | 0.220 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 10.501655 | 2.374218 | 4.423 | 55 | 0.000 |

The outcome variable is MATHR

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

| Fixed Effect | Coefficient | Standard Error | T-ratio | Approx. d.f. | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| For INTRCPT1, B0 | | | | | |
| INTRCPT2, G00 | 220.976241 | 2.971972 | 74.353 | 49 | 0.000 |
| MEGA_PUB, G01 | 13.211193 | 10.386919 | 1.272 | 49 | 0.210 |
| MEGA_PR, G02 | 11.523622 | 9.514733 | 1.211 | 49 | 0.232 |
| URB_PUB, G03 | 30.722196 | 13.278553 | 2.314 | 49 | 0.025 |
| URB_PR, G04 | 19.392913 | 6.362161 | 3.048 | 49 | 0.004 |
| MNPARINV, G05 | -22.860065 | 11.167186 | -2.047 | 49 | 0.046 |
| MNDISCIP, G06 | 55.550198 | 18.231650 | 3.047 | 49 | 0.004 |
| For SES slope, B1 | | | | | |
| INTRCPT2, G10 | 1.288295 | 0.676376 | 1.905 | 55 | 0.062 |
| For DISCIP slope, B2 | | | | | |
| INTRCPT2, G20 | 2.722231 | 1.570629 | 1.733 | 55 | 0.088 |
| For GRADEC slope, B3 | | | | | |
| INTRCPT2, G30 | 10.501655 | 2.342065 | 4.484 | 55 | 0.000 |

Final estimation of variance components:

| Random Effect | Standard Deviation | Variance Component | df | Chi-square | P-value |
|---|---|---|---|---|---|
| INTRCPT1, U0 | 23.21871 | 539.10859 | 48 | 834.71835 | 0.000 |
| SES slope, U1 | 1.71825 | 2.95240 | 54 | 112.10537 | 0.000 |
| DISCIP slope, U2 | 4.56851 | 20.87124 | 54 | 72.35579 | 0.048 |
| GRADEC slope, U3 | 14.61346 | 213.55313 | 54 | 281.84294 | 0.000 |
| level-1, R | 30.29111 | 917.55125 | | | |

Note: The chi-square statistics reported above are based on only 55 of 56 units that had sufficient data for computation. Fixed effects and variance components are based on all the data.

Statistics for current covariance components model

Deviance = 23568.627154
Number of estimated parameters = 11

A residual file, called HONDURAS FINAL MAT.SPS, has been created. Note, some statistics could not be computed and a value of -99 has been entered. These should be recoded to 'missing values' before any analyses are performed.

# CAPÍTULO IV: CONCLUSIONES

## 4.1 Conclusiones en lenguaje

1) Las escuelas de Honduras varían significativamente en sus logros medios de lenguaje, y la magnitud de esa variación es del 38% de la variación total considerándose una magnitud importante. Por lo que la escuela tiene una buena parte de responsabilidad de los resultados en lenguaje en Honduras, lo cual implica indagar sobre que aspectos en la escuela que sean controlables por el ministerio de educación hay que trabajar para mejorar el rendimiento de sus alumnos.

2) La ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula, predicen significativamente el resultado en lenguaje entre escuelas más que al interior de las mismas, lo cual sugiere falta de equidad en la calidad de la educación.

3) Las escuelas con alto estatus socioeconómico difieren de las de bajo estatus en sus resultados en lenguaje (controlando por ubicación sociodemográfica y clima), ya que el correspondiente coeficiente de regresión es positivo. Este resultado sugiere nuevamente falta de equidad aunque con una variable de contexto como el estatus socioeconómico, indicando que hay una componente estructural que tiene responsabilidad en los resultados.

4) No podemos afirmar que las escuelas con alto clima difieren de las de bajo clima en sus resultados en lenguaje (controlando por ubicación sociodemográfica y estatus socioeconómico) dado que el p-valor es un poco alto. (0.114). Es decir que la tesis latinoamericana de la importancia del clima en el aula, no se logro verificar con la misma intensidad que en otros países de América latina.

5) La magnitud del aporte al rendimiento en lenguaje y a las pendientes de variables de alumno y tutores, usando la ubicación sociodemográfica, el estatus socioeconómico, y el clima en el aula como predictores es del 29% de la variabilidad entre centros. Este resultado denota que estos 3 aspectos tienen un peso importante en el rendimiento de los alumnos y que pueden explorarse para identificar variables mas especificas que permitan precisar los aspectos mas determinantes del logro escolar de sus alumnos

## 4.2 Conclusiones en matemática

1) Las escuelas de Honduras varían significativamente en sus logros medios de Matemáticas, y la magnitud de esa variación es del 44.5% de la variación total considerándose una magnitud importante y además superior a la contribución en lenguaje. Este resultado es consistente en el sentido de que los padres son menos competentes para apoyar a sus hijos en matemática que en lenguaje por lo que la escuela tiene mayor responsabilidad en los resultados, que con lenguaje, desde luego en el sentido de ser fuente de variabilidad, ya que si buena parte de los padres o tutores tienen baja competencia en matemática habrá poca variabilidad en la misma. Esto podría motivar a desarrollar programas que bien o capaciten minimamente a los padres o tratar de que se involucren menos con ellos en esta p área, pues podría ser que agravaran el problema en ves de corregirlo

2) La ubicación sociodemográfica, el involucramiento de los padres, y el clima en el aula, predicen significativamente el resultado en Matemáticas entre escuelas más que al interior de las mismas. De nuevo se sugiere cierta falta de equidad en la administración de la educación con calidad, pero además el hecho de que el aporte a los resultados dado por el involucramiento de los padres se diferencia entre centros, es decir es homogéneo al interior del centro, producto quizás de que las competencias que manejan los padres para apoyar a sus hijos son similares, o cual es consistente con la conclusión primera.

3) Las escuelas con alto involucramiento de los padres en la escuela difieren de las de bajo involucramiento en sus resultados en Matemáticas (controlando por ubicación sociodemográfica y clima), ya que el correspondiente coeficiente es distinto de cero. Esto nos dice que al margen de las variables mencionadas el involucramiento de los padres tiene un efecto importante en el resultado, ya sea mejorando o empeorando el rendimiento.

3) Las escuelas con alto clima difieren de las de bajo clima en sus resultados en Matemáticas (controlando por ubicación sociodemográfica e involucramiento de los padres). En matemática el efecto del clima el aula tiene mayor responsabilidad, es probable que los alumnos tiendan a formar grupos por afinidad para trabajar juntos en matemática y que los mejores alumnos se unan con los mejores haciendo diferencias importantes en el aporte al rendimiento. Esto podría sugerir estudiar métodos didácticos orientados al trabajo grupal, y a estrategias de formación de dichos grupos de manera de formar grupos heterogéneos en cuanto al desarrollo de sus competencias matemáticas a fin de aprovechar el aporte que el clima que formen hace al rendimiento.

4) La magnitud del aporte al rendimiento en Matemáticas y a las pendientes de variables de alumno y tutores, usando la ubicación sociodemográfica, el involucramiento de los padres, y el clima en el aula como predictores es del 28% de la variabilidad entre centros.

5) Después de tomar en cuenta la ubicación sociodemográfica, el involucramiento de los padres y el clima en el aula, se correlacionan fuertemente los coeficiente

$\beta_{3j}$ con $\beta_{1j}$ y $\beta$ de manera negativa en el primer caso y positiva en el segundo, y en el caso de los interceptos $\beta_{0j}$ se correlaciona negativamente con $\beta_{1j}$ esto significa que mientras mas alto es el rendimiento mas bajo es el aporte por parte del **SES** y positivamente con el resto. En otras palabras el estatus socioeconómico tiene mayor efecto en los alumnos de bajo estatus que en los de alto.

# BIBLIOGRAFIA


Multilevel Analysis. An introduction to Basic and advanced multinivel modeling. Tom A.B. Snijders and Roel J. Bosker.Sage Publications.London.1999.

Multilevel Statistical Models. Second Edition. Harvey Goldstein. Institute of education, University of L.ondon.1995.

Lisrel 8. New Statistical Features.Kark, G. Jöreskog, Dag Sörborm, Stephen du Toit, and Mathilda du Toit. Scientific Software International Inc. 2000.

Anthony S. Bryk, Stephen W Raundenbush. "Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods". Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series, 1992.